UNIVERSIDADE ABERTA
www.univ-ab.pt

Departamento de Educação e Ensino a Distância

III Mestrado em Arte e Educação

Ensinar Matemática através da Arte: um Incentivo ao Gosto pela Matemática?

Helena Susana Pires Alves

Lisboa, Maio de 2013

III Mestrado em Arte e Educação

Ensinar Matemática através da Arte: um Incentivo ao Gosto pela Matemática?

Helena Susana Pires Alves

Dissertação apresentada para obtenção de Grau de Mestre em Arte e Educação

Orientador: Prof. Doutor Amílcar Martins

Co-Orientador: Prof. Doutor Iran Abreu Mendes

Lisboa, Maio de 2013

AGRADECIMENTOS

Um agradecimento muito especial ao Professor Doutor Iran Abreu Mendes, meu co-orientador, que tanta disponibilidade demonstrou e tanto conseguiu ensinar-me em tão breves momentos de encontro.

Ao Professor Doutor Amílcar Martins pela sua disponibilidade e apoio, pelas suas orientações e tempo que despendeu com este projeto.

À comunidade escolar da Escola Básica Eugénio de Castro, da Escola Básica Inês de Castro e da Escola Básica Rainha Santa Isabel, todas escolas de Coimbra, por toda a colaboração e boa vontade demonstrada, desde os alunos, passando pelos meus colegas professores até aos membros das Direções que facilitaram em muito a minha atividade.

À minha família e a todos os meus amigos que contribuíram com a sua ajuda e entusiasmo.

RESUMO

O presente trabalho de investigação, insere-se na área das Ciências da Educação, sendo o seu campo de estudo o ensino da Matemática através da Arte. Trata-se de um estudo de caso em que são aplicadas estratégias de ensino da Matemática através da Arte em diversas vertentes, sendo, posteriormente, feita uma avaliação do grau de recetividade dos alunos face às estratégias utilizadas. Foram aplicadas estratégias em que a Arte estava presente através da exploração de obras de Arte pré-existentes, tendo sido também aplicadas outras estratégias em que se recorria a técnicas normalmente utlizadas em aulas de artes. Os alunos em causa frequentavam o 2º Ciclo do Ensino Básico. É importante referir, que as idades muito precoces dos alunos em causa dificultaram um pouco o desenvolvimento deste projeto, assim como o facto de haver a necessidade adaptação à organização do trabalho levado a cabo nas escolas em que me encontrava a lecionar e a implementar o projeto. No entanto, considero que a procura por contornar estes obstáculos faz também parte deste trabalho de investigação, uma vez que o seu grande objetivo para mim, enquanto aprendiz constante nesta missão que é a de ensinar, é o permitir-me procurar e encontrar formas de melhorar a minha própria lecionação, que se faz em contexto escolar e com crianças destas mesmas idades.

Apesar de se tratar de um estudo de caso, uma vez que implicou a observação relativamente aprofundada de dois grupos de alunos, a metodologia escolhida incidiu de forma muito especial num questionário e respetivo tratamento, lembrando estudos quantitativos. Verificou-se, contudo, uma posterior triangulação com dados de entrevistas, instrumento tradicionalmente mais ligado a metodologias qualitativas.

Assim sendo, e não obstante as dificuldades sentidas, creio que foi possível compreender um pouco melhor de que forma a Matemática ensinada desta forma é recebida pelos alunos, numa perspetiva que permite também equacionar uma série de novas questões que se levantaram no decorrer desta investigação, e que gostaria de continuar a trabalhar em futuras investigações.

Palavras-Chave: Matemática, Arte, Ensino da Matemática através da Arte, alunos de 2ºCiclo, Estudo de Caso.

ABSTRACT

This research work falls in the area of Education Sciences, having it's field of study located in the area of teaching Maths trough Art. It's a case study in which were applied strategies of teaching Maths trough Art in several different strands. Afterwards, it was evaluated the degree of acceptance felt by students, when confronted with those same strategies. Strategies were applied, in which Maths was taught through Art by using pre-existing artworks, as well as other strategies resorting techniques commonly used in art classes. Targeted students were attending the Second Cycle (5º and 6º years of schooling). It's worth mentioning that the students early ages hampered somewhat the project development, as well as the need to adapt to the school work organization, that had been taking place in the schools where I was teaching and bringing off the project.

However, I consider that the demand in order to surpass these obstacles has its own role on this investigation, as it suits my own interests, related with being a constant learner on my teaching mission, since it allows me to search and find better ways to perform my teaching, which is done in school context and with children young aged.

In spite of being a case study, as it implied the relatively profound observation of two groups of students, the chosen methodology was focused specially in a questionnaire and its processing, reminding quantitative studies. There was, however, a subsequent triangulation with data coming from interviews, which consists in an instrument traditionally connected with qualitative methodologies.

Being so, and regardless the difficulties felt, I think it was possible to understand a little better how Maths taught this way is taken by students, in a way that also allows to equate several new issues that were raised in the work course, that I would like to continue working in future investigations.

Key-Words: Maths, Art, Teaching Maths trough Art, students from 5º and 6º years of Schooling, Case Studying.

ÍNDICE GERAL

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

INTRODUÇÃO

O insucesso na disciplina de Matemática é um velho problema que preocupa professores e educadores e para o qual já se procuraram muitas causas e fizeram muitas tentativas de se lhe encontrar solução, nem sempre com resultados satisfatórios. Diz-nos, a este respeito, Ponte (1994),

> Como bem o sabem os professores, o insucesso nesta disciplina é uma realidade incontornável. Reconhece-se não só pelos maus resultados dos alunos em testes e exames, mas muito especialmente pela sua generalizada dificuldade na resolução de problemas, no raciocínio matemático, às vezes nas tarefas mais simples e, sobretudo, no seu desinteresse crescente em relação à Matemática. O insucesso não só existe como tende a agravar-se.

A investigação em educação Matemática indica causas complexas, apontando para uma visão fraturante da Matemática por parte dos professores, conducente a que a Matemática seja apresentada como uma área do saber à parte e pouco acessível, não facilmente integrável em outros saberes.

> Para os professores, o cálculo e a manipulação simbólica tendem a ser vistos como a base de toda a aprendizagem — o que constitui reconhecidamente uma visão redutora da Matemática. A ideia básica é a de que quem não sabe calcular não pode fazer o mais pequeno raciocínio. (...) Ignora-se dum modo geral a importância da diversificação das representações, a necessidade de tomar os conhecimentos dos alunos como ponto de partida das aprendizagens e a importância da interacção social na criação dos novos saberes, persistindo-se numa tradição pedagógica que tende a perpetuar a imagem da Matemática como algo de misterioso e inacessível. (Ponte, 1994)

A solução para o insucesso em Matemática é, tal como as suas causas, complexa e envolve uma mudança de paradigma ao nível do próprio sistema de ensino. Passa, de forma particular, por uma mudança ao nível das metodologias adotadas, no sentido de conseguir uma maior motivação por parte dos alunos, assim como permitir uma aprendizagem mais integrada, em que se compreenda a ligação da Matemática com as outras áreas do saber, no sentido de desmembrar a imagem de uma Matemática inacessível e destinada a apenas alguns. Segundo o autor citado acima:

> Assim, torna-se necessário: **a criação duma imagem diferente da Matemática, como actividade humana multifacetada, susceptível de proporcionar experiências desafiantes a todas as pessoas**; a divulgação duma visão mais ampla do que são os processos de pensamento e as competências próprias da Matemática; a formação dos professores, virada

> (...) sobretudo para uma nova visão da Matemática e das formas de trabalho que favorecem a sua apropriação pelos alunos; a reformulação dos currículos, com uma efectiva valorização da componente metodológica (...) o enriquecimento das práticas pedagógicas, valorizando-se o trabalho de grupo, a realização de projectos, as actividades exploratórias e de investigação, a resolução de problemas, a discussão e a reflexão crítica (...) (Ponte, 1994)

Deste modo, no sentido de atingir o sucesso, os professores devem ensinar Matemática proporcionando aos alunos experiências que os estimulem e valorizem a disciplina, permitindo que fiquem mais confiantes das suas capacidades. O objetivo deve ser fomentar o interesse do aluno, incentivando-o para a investigação e para a descoberta, e mantendo a História da Matemática o mais presente possível.(Silva, 1991)

Para Fernandes (1991), para combater o insucesso, é essencialmente necessário mudar a forma como se ensina e como se avalia sendo, para isso, importante desenvolver-se materiais pedagógicos adequados, devendo o professor lecionar cada conteúdo recorrendo a problemas ou situações que coincidam com os interesses e motivações reais dos alunos, proporcionando-lhes experiências significativas.

Deste modo, torna-se evidente a necessidade da motivação no ensino da Matemática. Segundo Záboli (1999):

> Motivação é algo que leva os alunos a agirem por vontade própria. Ela inflama a imaginação, excita e põe em evidência as fontes de energia intelectual, inspira o aluno a ter vontade de agir, de progredir. Em suma, motivar é despertar o interesse e o esforço do aluno. É fazer o estudante desejar aprender aquilo que ele precisa aprender.

A inacessibilidade da Matemática, o seu hermetismo, o desfasamento que se verifica entre a forma como a Matemática é lecionada e a forma ideal como os conteúdos matemáticos devem ser adquiridos, entre outras causas de insucesso aqui mencionadas, acabam, de uma forma ou de outra, por constituir-se como obstáculos, devido à diminuição da motivação que proporcionam, influenciando assim o interesse sentido pelos alunos e acabando por levar a uma rejeição desta disciplina. A resistência que os professores oferecem a desligar-se de certas conceções mais tradicionalistas do ensino da Matemática que, como vimos, estão ligadas à mecanização de processos e a uma supervalorização da memorização, em detrimento de capacidades que impliquem um papel mais ativo do aluno, não ajuda a melhorar este panorama.

É neste contexto que a Arte poderá surgir como um auxílio importante ao ensino da Matemática. Segundo Fonseca (2004),

> a integração da Arte nas aula de Matemática como disciplina torna-se uma força vital na vida dos estudantes, se conseguir ser essencial para o pensamento deles, e construir o caminho pelo qual possam expressar seus sentimentos, propiciando o impulso necessário para uma ação construtiva, dando oportunidade para que cada indivíduo se veja como ser aceitável em busca de novas e harmoniosas organizações, e aprender a confiar em seus próprios meios de expressão.

É esta a problemática estudada nesta dissertação, num prisma localizado, é certo, mas com uma questão bem definida como: de que forma o ensino da Matemática através da Arte pode contribuir, efetivamente, para um maior gosto dos alunos pela Matemática? Tal questão é por mim considerada pertinente uma vez que, consequentemente, levará possivelmente a um despertar de maior motivação por parte dos alunos. Este aspeto importa, uma vez que uma maior motivação, entendida no quadro anteriormente mencionado, leva a uma aprendizagem mais eficaz e, subsequentemente, poderá facilitar também uma diminuição do insucesso, um problema que tanto afeta a disciplina de Matemática.

Como professora de Matemática lecionando há 12 anos, considero este estudo interessante para a minha atividade profissional, uma vez que poderei utilizar metodologias mais motivadoras para os meus alunos, que os levem a gostar mais desta disciplina, com base nos resultados que conseguir através deste trabalho. Estes poderão ajudar-me a observar de forma mais aprofundada do que habitualmente consigo, as reações dos meus alunos face a metodologias relacionadas com o ensino da Matemática através da Arte e compreender melhor os seus pontos de vista.

Com este trabalho pretendo compreender um pouco melhor de que forma os alunos reagem a diferentes metodologias, mais concretamente, metodologias que recorram ao ensino da Matemática através da Arte e perceber de que forma o recurso a esse tipo de metodologias contribui para que a Matemática surja como mais agradável.

Em termos metodológicos, optei por um estudo essencialmente qualitativo, sendo que, por base, esta dissertação trata de um estudo de caso, que me permitiu observar diretamente as reações de alguns alunos num contexto específico. Realizei, posteriormente, questionários e, nessa fase, realizei uma análise quantitativa aos mesmos, no sentido de obter alguns dados numéricos nos quais basear a minha análise. Estes resultados foram cruzados com as respostas a entrevistas semi-estruturadas que realizei a alguns dos alunos em estudo.

1 - Contexto da Pesquisa e sua Problemática: arte de interrogar-se

Para que exista aprendizagem é essencial que as novas aquisições sejam apresentadas de uma forma que possa ser considerada como significativa pelo aluno que aprende, ou a aprendizagem ela própria não será significativa. Para tal, é essencial que exista motivação, não apenas num sentido superficial do termo, em que o aluno é atraído pela facilidade ou pelo aspeto apelativo do que lhe é apresentado e sem que haja um real envolvimento no assunto, mas, tal como refere Záboli (1999), em citação anterior, em que o aluno sinta o "desejo de aprender aquilo que precisa aprender". A ludicidade é uma forma de gerar esta mesma motivação. Se os alunos gostarem do que aprendem, isso constituirá uma motivação só por si, pelo menos, à partida. Segundo Oliveira (1985), o lúdico "é um recurso metodológico capaz de propiciar uma aprendizagem espontânea e natural. Estimula a crítica, a criatividade, a sociabilização, sendo portanto reconhecido como uma das actividades mais significativas - se não a mais significativa - pelo seu conteúdo pedagógico social." Por outro lado, segundo Bispo (2009), "A motivação sob o viés das atividades lúdicas é proeminente por permitir entre o educador e o educando no processo ensino-aprendizagem um ambiente propício à construção do conhecimento de maneira dinâmica."

Ora, a Arte permite a ludicidade de forma natural (Melo, 2004)[1], pela sua própria natureza. Deste modo, a Arte poderá contribuir para tornar a Matemática mais apelativa e interessante, cativando os alunos para sua a aprendizagem, e fomentando o gosto por esta disciplina. O presente estudo pretende ajudar a compreender, num contexto específico de cerca de 70 alunos da cidade de Coimbra, se, para esses alunos, a Arte torna mesmo a Matemática mais apelativa e interessante, se os estimula na sua aprendizagem e o modo como o faz. Trata-se de alunos do 5º e 6º anos de escolaridade, com idades compreendidas entre os 10 anos e os 13 anos.

Pergunta de Partida: "Em que medida o ensino da Matemática, apoiado pela multiplicidade da Arte, poderá alargar a significação conceitual dos alunos a respeito da Matemática?"

1

OBJETIVOS DA PESQUISA

1 - Verificar qual o grau de aceitação, por parte dos alunos, relativamente a eventuais estratégias que envolvam o ensino da Matemática através da Arte, em contraposição a estratégias tradicionais, envolvendo a repetição de exercícios e formas mais passivas e herméticas de aprendizagem.

2 - Perceber se o ensino da Matemática através da Arte contribui para tornar a primeira mais agradável aos olhos dos alunos.

3 - Averiguar se, após a implementação de estratégias ligadas ao ensino da Matemática através da Arte, os alunos sentem que gostam mais da Matemática.

4 – Compreender quais os motivos que levam as crianças a preferir uma ou outra metodologia: o ensino da Matemática através da Arte ou as estratégias tradicionais.

5 - Concluir acerca da pertinência ou não do uso de estratégias ligadas ao ensino da Matemática através da Arte, em contraposição a estratégias tradicionais, mais repetitivas e herméticas, com base no caso específico em estudo.

ESTABELECIMENTO DE HIPÓTESES E DEFINIÇÃO DE VARIÁVEIS

Uma vez que o método essencial a ser utilizado será o estudo de caso, considero que a definição de variáveis não se adequa. Por outro lado, creio que, nesta situação, por envolver aspetos bastante subjetivos, não seja indicada a formulação de hipóteses, uma vez que, mais do que orientar a investigação, poderiam, a meu ver, contribuir para condicionar ainda mais a própria observação.

2 - ENQUADRAMENTO TEÓRICO: ARTES DA CIÊNCIA E CIÊNCIA DAS ARTES

Segundo Bronowski (1983), as artes foram descritas de maneiras muito diferentes, mas não é habitual pensá-las como exprimindo ou transmitindo conhecimento humano. No entanto, considera este autor serem as artes um importante veículo de conhecimento, uma vez que extraímos delas uma compreensão da experiência humana e, através dela, dos valores humanos, o que, em seu entender, a transforma num dos modos fundamentais do conhecimento humano. Bronowski considera que o conhecimento científico tem as características de ser predicativo[2] e prático. Segundo este autor, o modo de conhecimento que as artes dão é, em muitos aspetos, semelhante ao dado pela ciência pois, de certa forma, aprendemos também a ter uma visão profética da experiência futura e de como agirão as pessoas dentro do seu sistema de valores. Bronowski crê que, no entanto, nas artes, estas características provêm de uma estrutura subjacente diferente da do conhecimento científico, referindo que, numa certa medida, o conhecimento científico é completamente diferente do conhecimento que caracteriza como dado pela arte, uma vez que a ciência dá explicações. Este autor diz-se defensor da ideia de que a obra de Arte implica um tipo de conhecimento que não é explicativo.

> As explicações mudam com o rolar dos séculos. Já não pensamos que o movimento dos planetas é explicado pelas Leis de Newton, mas sim por outras mais difíceis e sofisticadas que, mais recentemente, Einstein nos propôs. E, contudo, uma das razões porque não desprezamos Newton e não dizemos acerca dele «Velho estúpido, percebeu tudo mal; foram precisos mais dois séculos para que alguém percebesse», é porque faz parte da natureza da explicação ter um interesse intelectual inerente e gerar um profundo prazer intelectual, mesmo quando se transforma numa espécie de peça de museu.

Segundo este autor, podemos pensar nas grandes descobertas feitas no passado, como tendo o mesmo estatuto do que os quadros num museu, que ninguém, hoje em dia, pintaria da mesma maneira. Bronowski refere:

> Embora a arte e a ciência partilhem os seus modos de conhecimento, um valor profético e um valor prático, o modo de conhecimento da ciência é diferente porque é explicativo. Há um fio que percorre continuamente todas

[2] No sentido em que permite predizer o futuro.

> as culturas humanas que conhecemos e que é feito de dois cordões. Esse fio é o da ciência e da arte. Não conhecemos nenhuma cultura - por mais primitiva que seja em relação aos nossos padrões - que não pratique, de certa maneira, esse tipo de explicação a que chamei ciência e, que de certo modo, não pratique aquilo de que falaremos, arte, (...).

Bronowski refere-se às ligações anteriormente descritas como "emparelhamento indissolúvel", que crê exprimirem uma unidade essencial da mente humana evoluída, já que não há culturas que se dediquem à ciência e não tenham arte e culturas que se dediquem à arte e não tenham ciência, não havendo, do mesmo modo, culturas absolutamente desprovidas de ambas. Este autor crê dever haver algo no espírito humano, na imaginação humana, que se exprime naturalmente em qualquer cultura social, tanto na Ciência como na Arte.

> O traço característico de todas as culturas humanas é produzirem artefactos; e é justamente isto que queremos dizer quando afirmamos que o espírito humano é criativo. (...) o artefacto torna-nos capazes de partilhar não só a visão que o fabricante tinha daquilo que queria fazer com o objecto mas também a sua experiência criativa ao fazê-lo desse modo. (Bronowski, 1983)

A ARTE E MATEMÁTICA

Muitas vezes se olha para a Arte e para a Matemática como opostas, já que à Arte tendemos a associar a emoção, ao passo que a Matemática está tipicamente associada à razão. Mas será verdadeiramente assim? Muitos afirmam que a realidade é una; as suas divisões em diversas áreas distintas foi algo que nem sempre existiu, podendo ser encarado como algo artificial, algo que o Homem criou como forma de organizar o real à sua maneira, para assim melhor poder descodificá-lo, ainda que a realidade tenda a contrariar sistematicamente estas divisões. Conseguimos efetivamente definir com exatidão onde começa e onde termina esta ou aquela “área”? No que diz respeito ao tema “Arte e Matemática”, parece-me que os limites possíveis são sempre muito ténues.

No sítio da internet do Centro de Matemática da Universidade de Porto, pode encontrar-se o seguinte texto:

> Arte e Matemática: criatividade, beleza, universalidade, simetria, dinamismo, são qualidades que frequentemente usamos quando nos

> referimos quer à Arte quer à Matemática. Beleza e rigor são comuns a ambas. A Matemática tem um notável potencial de revelação de estruturas e padrões que nos permitem compreender o mundo que nos rodeia. Desenvolve a capacidade de sonhar! Permite imaginar mundos diferentes, e dá também a possibilidade de comunicar esses sonhos de forma clara e não ambígua.

Neste texto é referido ser justamente a capacidade de enriquecer o imaginário, de forma estruturada, que a Matemática permite, a responsável por atrair de novo muitos criadores de Arte, tendo até influenciado correntes artísticas. A história demonstra que a Matemática evolui muitas vezes por motivações de ordem estética. Ainda no mesmo texto, podemos encontrar o seguinte:

> Como dizia Aristóteles "Os filósofos que afirmam que a Matemática não tem nada a ver com a Estética, estão seguramente errados. A Beleza é de facto o objeto principal do raciocínio e das demonstrações matemáticas", e Hardy afirmava que "O matemático, tal como o pintor ou o poeta, é um criador de padrões. Um pintor faz padrões com formas e cores, um poeta com palavras e o matemático com ideias. Todos os padrões devem ser belos. As ideias, tal como as cores, as palavras ou os sons, devem ajustar-se de forma perfeita e harmoniosa.

Frequentemente, quando falo aos alunos nesta "associação", Arte/Matemática, verifico uma reação de certa confusão por parte deles, e quando questionados informalmente acerca da ideia que têm a esse respeito, a resposta, com frequência, é um silêncio algo confuso. A própria palavra Arte parece ter ainda um significado pouco claro nas mentes dos alunos deste nível etário e grau de escolaridade. Quando lhes é permitido mais algum tempo para pensarem, a associação que surge mais frequentemente é da Matemática à Pintura, mas dificilmente conseguem exprimir uma opinião acerca desta ligação, a não ser que esta lhes seja apresentada no decurso das aulas. No entanto, a partir do momento em que são apresentadas obras de Arte para servirem como base para o estudo dos conceitos matemáticos, essa ligação parece tornar-se evidente. Por um lado, portanto, não parecem apresentar "preconceitos" acerca desta ligação mas, por outro lado, parecem estar já um pouco "formatados" para uma realidade subdividida da forma que a Escola lhe tem apresentado desde tenra idade.

O QUE É ARTE?

Segundo Fernando Pessoa, citado por Silva (2012):

> O Essencial da arte é exprimir; o que se exprime não interessa.
> A única realidade da vida é a sensação. A única realidade em arte é a consciência da sensação.
> A obra de arte, fundamentalmente, consiste numa interpretação objetivada duma impressão subjetiva.
> A arte consiste em fazer os outros sentir o que nós sentimos, em os libertar deles mesmos, propondo-lhes a nossa personalidade para especial libertação.
> A ciência descreve as coisas como são; a arte, como são sentidas, como se sente que são.

Esta discussão, sobre "o que é Arte?", parece não ter fim. É muito difícil estabelecer critérios que sejam unanimemente aceites para definir Arte. Apesar de muito se discutir a este respeito, o consenso parece estar fora de alcance. Muitos foram os que procuraram definir Arte, sendo o resultado uma panóplia de opiniões que pouco parecem ter a ver umas com as outras. Fernando Pessoa via a Arte como a expressão de emoções e sentimentos, mas certamente nem todos o veem da mesma forma. Vestindo o seu heterónimo, Álvaro de Campos, Pessoa constrói toda uma teoria não-aristotélica, demonstrando de forma lógica que uma Arte baseada em pressupostos de imitação perfeita da realidade e numa beleza mais tradicional e mais imediata, não é uma verdadeira Arte porque, em seu entender, não se opõe verdadeiramente à Ciência.

No seu artigo "O Fim da Arte e a Dissolução dos Ideais Revolucionários", Mateus (s/d) refere:

> Em After the End of Art Arthur C. Danto defende que a arte - ou pelo menos um certo tipo de arte - chegou ao fim. A ideia não é nova. É o próprio Danto quem nos informa que entende por "fim da arte" exactamente o mesmo que Hegel já havia anunciado há mais de um século. (…)
> O fim da arte não é o fim das obras de artes (…) É sim o fim de um tipo de arte que pode ser compreendido pela história da arte, uma história que agrupa estilos, relaciona movimentos, explica obras particulares, e sobretudo, parece mostrar uma linha quase contínua de evolução e progresso artístico.

Segundo Mateus, referindo-se a Danto, o que morreu não foi a Arte, mas sim a possibilidade de explicá-la através de manifestos e narrativas; depois do "fim da história", os artistas estão mais comprometidos com a liberdade de escolher qualquer estilo ou tipo de arte, do que com os compromissos dos manifestos, produzindo de forma mais livre o que querem, da forma como querem e quando assim o desejam. Assim sendo, deixa de ser possível dizer-se de que modo as obras devem ser. Segundo esta autora:

> Podem até ser indiscerníveis dos objectos do quotidiano. A arte que assume estas possibilidades torna-se auto-consciente, filosófica. Numa palavra poderíamos dizer que os artistas do fim da arte não deixam de fazer arte, deixam de fazer história. (…) Mas para Danto o fim da história não aconteceu com o romantismo, como supunha Hegel, nem Shakespeare é o autor das obras em que a arte se torna auto-consciente. O fim da arte aconteceu nos anos sessenta, com a arte Pop, e Andy Warhol é talvez um dos seus maiores mentores. (…)

Assim sendo não é, portanto, difícil olhar a Matemática como podendo ser uma Arte; estamos perante a democratização do conceito. Mas será que a Matemática necessita desta democratização para surgir associada à Arte? Talvez não; afinal de contas, Leonardo da Vinci trabalhou ambas em perfeita harmonia, e viveu no séc. XVI, durante a magnífica época do Renascimento.

> Até à Renascença a oposição entre Arte e Matemática não tinha grande sentido. Basta olhar para o génio universal de Leonardo de Vinci. Hoje a actividade artística reivindica de novo a influência matemática - Klee, Kandinsky, Vasarely, Corbusier, Xenakis, e muitos outros deixaram-se fascinar pela Matemática que exploraram com novas possibilidades ópticas, novos algoritmos de criação, novas geometrias (não euclideanas, fractais, etc) mais recentemente potenciados pelo uso da computação, síntese sonora, e outras potencialidades técnicas.

Se quisermos olhar para a Matemática como Arte, provavelmente deveremos olhar para os primórdios da Arte, em que se considerava algo como o sendo ou não, através de critérios estéticos. A questão que a Matemática nos coloca é uma estética “escondida”, que apenas alguns conseguem detetar; ela apresenta-nos o desafio de vermos beleza onde ela parece não existir. No entanto, se a Arte é hoje entendida como sendo filosófica, no sentido em que nos explica algo sobre nós mesmos e o mundo, também a Matemática, como Ciência, encaixa nesta perspetiva mais modernista.

A MATEMÁTICA COMO ARTE

Segundo nos diz Bastos (2002), no seu artigo "Matemática como Arte":

> Matemática: Ciência que estuda as propriedades de seres abstractos, como números, figuras geométricas, funções,..., bem como as relações entre eles, utilizando um método essencialmente dedutivo.
> Arte: 1.Habilidade ou conhecimento geral, desenvolvido de forma reflectida e com uma finalidade, por oposição a natureza que é espontânea e irreflectida. 2. Conhecimentos mais ou menos rigorosos, destinados a aplicação prática, por oposição a ciência, enquanto conjunto de conhecimentos teóricos, puros; técnica geralmente aplicada com engenho, perícia, segundo determinadas regras.

Também Álvaro de Campos falava em Arte por oposição à Ciência. Matemática é Ciência. Serão, então, a Arte e a Matemática assim tão opostas? No seu texto "A Matemática Como Arte", Sullivan (1956) refere:

> (…) O que é valorizado pela generalidade dos homens ou é útil ou dá prazer, ou ambas as coisas. (…) não parece que possamos atribuir muita importância à ideia defendida por muitos matemáticos de que a sua ciência é uma arte deliciosa. (…) Durante um longo período, particularmente na Índia e na Arábia, os homens tornavam-se matemáticos para serem astrónomos e tornavam-se astrónomos para serem astrólogos. O objectivo das suas actividades era a superstição, não a ciência. Até mesmo na Europa, e durante muitos anos depois do princípio do Renascimento, a astrologia e assuntos semelhantes eram importantes justificações para as pesquisas matemáticas. (…)

Sullivan refere que um triângulo, segundo Descartes, não depende de uma mente, tem uma existência eterna independente do nosso conhecimento. As suas propriedades são apercebidas pela nossa mente mas, não dependem dela. Sullivan diz-nos que esta forma de encarar as entidades geométricas durou 200 anos.

> Para os platonistas, as proposições geométricas expressam verdades eternas, relacionadas com o mundo das Ideias, um mundo à parte, separado do mundo sensível. Para aos seguidores de Santo Agostinho as ideias platonistas transformam-se nas ideias de Deus; e para os seguidores de São Tomás de Aquino tornaram-se aspectos do mundo divino. (…) Se esta perspectiva se justifica, então as faculdades matemáticas permitem-nos aceder a um mundo eterno, mas não sensível. Antes das descobertas dos matemáticos, esse mundo era-nos desconhecido, mas contudo existia. (…)

Sullivan questiona-se se esta é uma descrição verdadeira da natureza matemática. Será a Matemática realmente um corpo de conhecimento sobre um mundo supersensível?

> Alguns músicos ficaram tão impressionados pela extraordinária impressão da "inevitabilidade" de alguns trabalhos musicais que declararam dever existir uma espécie de céu no qual as frases musicais já existam. O grande músico será aquele que descobre essas frases - que as ouve por assim dizer. Os músicos inferiores ouvem-nas de uma forma imperfeita e por isso dão uma contribuição confusa e distorcida da realidade pura e celestial. Digamos que as faculdades para compreender a música são raras mas que, pelo contrário, as faculdades para entender triângulos celestiais, parecem estar presentes em todos os homens. (…)

Sullivan refere que estas noções, no que diz respeito à geometria, estão fundadas na que refere como suposta necessidade dos axiomas de Euclides.

> Os desenvolvimentos posteriores da geometria não euclediana e a sua aplicação aos fenómenos físicos por Einstein mostraram que a geometria euclediana, não só não era única, como não era a geometria mais conveniente para aplicar ao espaço existente. E com isto deu-se obviamente uma profunda mudança no estatuto atribuído às entidades matemáticas e no significado atribuído às actividades matemáticas. Podemos partir de qualquer conjunto de axiomas desde que sejam consistentes uns com os outros e trabalhar as suas consequências lógicas. (…)

Segundo Sullivan, desde então, a Matemática é uma actividade completamente livre, independente do mundo real, mais uma arte do que uma ciência, considerando-a tão independente do mundo exterior como a Música. Chama a atenção, contudo, para o facto de, ao contrário da música, a Matemática servir para elucidar fenómenos naturais, sendo, no entanto, tão subjetiva como um produto criado livremente pela imaginação. Segundo este autor, os matemáticos são conduzidos pelas mesmas motivações e experimentam as mesmas satisfações que os outros artistas, estando a literatura da Matemática repleta de termos estéticos, não sendo raro que os matemáticos digam estar menos interessados nos resultados do que na beleza dos métodos pelos quais fundamentam esses mesmos resultados.

> Mas dizer que a matemática é uma arte não é dizer que ela é um mero divertimento. Arte não é algo que exista apenas para satisfazer uma "emoção estética". A arte digna desse nome revela-nos alguns aspectos da realidade. Isso é possível porque a nossa consciência e o mundo envolvente

> não são duas entidades independentes. A ciência avançou suficientemente para que possamos pensar que o mundo exterior é criação nossa, e entendemos mais do que criámos entendendo as leis da nossa própria existência, as leis de acordo com as quais criamos. Não há nenhuma razão para imaginar que existe um armazém celestial de frases musicais, mas é verdade que a música pode revelar-nos uma realidade mais profunda do que a do senso comum.(…)

Segundo este autor, a Matemática, tanto quanto qualquer arte, é um dos meios que nos permite elevar-nos a uma completa "consciência" de nós próprios, encarando a Matemática como uma arte que nos informa da natureza das nossas próprias mentes que, embora não nos torne capazes de expressar algumas regiões remotas da existência eterna, ajuda-nos a mostrar quão longe aquilo que existe depende da nossa forma de existência. Sullivan entende que somos os criadores das leis do universo, pelo que é possível que não possamos experimentar nada do que criamos e que a maior das nossas criações matemáticas seja o próprio universo.

> A matemática tem um profundo significado no universo, não porque exibe os princípios pelos quais nos regemos, mas porque exibe os princípios que lhe impomos. Mostra-nos as leis da nossa própria existência e as condições necessárias da experiência. E não será verdade que as outras artes fazem algo de similar nas regiões da experiência que não dependem do intelecto?

Sullivan crê que tanto na experiência na sua totalidade, como naquela parte que é objecto da Ciência, aquilo que o homem encontra é aquilo que criou, que o espírito do homem é de facto livre, eternamente submetido apenas aos seus próprios decretos, sendo a função real da Arte o aumentar a consciência de nós mesmos, tornar-nos mais conscientes do que somos e do que é o universo em que vivemos. Sullivan entende que, porque a Matemática também desempenha esta função, torna-se não só esteticamente bela, mas também profundamente significativa, referindo-se a ela como uma grande Arte, entendendo que é por aí que, para além da sua utilidade na vida prática, a sua estima deve ser baseada.

No seu artigo, Bruno da Veiga Bastos questiona-se em que medida se poderá dizer que o matemático é um artista, e se, como todos os artistas, também os matemáticos têm um pouco de louco, de criança e de Deus. Refere, a este respeito, Whitehead, autor que considera partilhar desta opinião quando escreve: "o estudo das matemáticas é uma loucura divina do espírito humano, um refúgio ante a urgência agrilhoante dos acontecimentos contigentes."

Na mesma linha, também Hardy escreveu: "(...) nenhum matemático devia alguma vez esquecer que a matemática, mais do que qualquer outra arte ou ciência, é um jogo juvenil".

Bastos (2002) refere estarmos, assim, perante uma discussão: qual o lugar da Matemática no conjunto das artes e das ciências? Qual é o seu estatuto? Qual a sua relevância quando comparada com as outras ciências e com as outras artes? Este autor considera que a Matemática faz parte da nossa cultura, independentemente da sua utilização ter surgido por uma necessidade de progresso económico, ou apenas por necessidades artísticas de produção de novas realidades, ou até por meras necessidades lúdicas. Considera ser difícil conceber uma sociedade em que se vivesse sem o contributo da Matemática e das suas aplicações, pelo que entende ser legítimo dizer que a Matemática ocupa um lugar de relevo e de protagonismo na história da cultura da humanidade, seja como arte ou como ciência.

Este autor compara ainda Picasso, Renoir, ou Monet, pintores geniais, artistas gigantescos e sublimes, com matemáticos que refere terem rompido com o passado e criado um novo futuro, como Gauss, Pitágoras, Euclides, Leibnitz, Descartes, Keppler, que refere como sendo geniais criadores de novas realidades matemáticas cujos legados são incontornáveis para todos os que pretendem conhecer a Matemática. Bastos (2002), compara a Arte com a Matemática dizendo que, em ambos os casos, por mais que pareça que o edifício está criado, surge sempre mais uma inovação, mais um teorema (no caso da Matemática), mais uma idealidade, sendo uma nova Matemática criada, inventada, proposta. Bastos refere ainda que as entidades matemáticas podem estar diretamente relacionadas com o mundo que nos rodeia ou aparecer como etéreas e (aparentemente) inúteis, mas uma matemática que hoje parece ser uma pura perda de tempo, pode futuramente protagonizar um papel importantíssimo, não sendo de estranhar que um matemático possa afirmar ter como principal objetivo, no desenvolvimento de um teorema, apenas a sua beleza, e não necessariamente a sua aplicação económica, militar, ou outra. Refere, a este respeito, Hermann Weyl: "o meu trabalho sempre tentou unir o verdadeiro e o belo, mas, quando tive de escolher entre um e o outro, escolhi normalmente o belo".

No entanto, este autor considera que um não matemático pode não compreender a beleza de um teorema, concordando facilmente com a sua utilidade, presente ou futura, ou reconhecendo que está bem estruturado. Mas, quanto à sua beleza, poderá ter as maiores dúvidas. Porém, não é só na Matemática que isso acontece. Bastos chama a atenção para o fato de, por exemplo, Picasso ser adorado por uns e odiado ou menosprezado por outros: "Que a Aida de Verdi parece bela e empolgante aos olhos de uns e pesada ou mesmo ridícula para outros? Que o Guggenheim de Nova York, ou o Fallingwater de Frank Lloyd Wright são edifícios que não recolhem consenso quanto à sua beleza arquitetónica?" (Bastos, 2002). Refere, a este respeito, Campos (s/d): "o binómio de Newton é tão belo como a Vénus de Milo. O que há é pouca gente a dar por isso."

Recorda, por fim, que a beleza da Matemática não reside apenas na busca de novas fronteiras; esta beleza está também presente no modo como a Matemática está estruturada e organizada, referindo a este respeito Gomes Teixeira: “um trabalho matemático é, para quem o sabe ler, o mesmo que um trecho musical para quem o sabe ouvir, um quadro para que o sabe ver, uma ode para quem a sabe sentir."

> (…) De qualquer forma há talvez um ponto de aproximação entre a matemática e a arte em que todos estamos talvez de acordo. É que, tal como qualquer artista, o matemático tem como tarefa persistir sempre numa incessante busca que pode durar toda uma vida. Percorrer um caminho árduo, por meios próprios, com tentativas e erros, enganos e desenganos, alegrias e derrotas, muitos fracassos e poucas vitórias. Trata-se, no fundo, de desenvolver a alma humana. Ninguém diz que a arte recompensa o seu criador. Mas recompensa sem dúvida todos os que sabem recolher em si a beleza que ela produz. (Bastos, 2002)

Segundo Lockhart (2002), a única diferença que existe entre a Matemática e as outras artes, tal como a Música e a Pintura, é que a nossa cultura não a reconhece como tal. Segundo este autor, é facilmente compreensível que poetas, pintores, músicos, possam criar obras de Arte e exprimir-se por palavras, imagens e sons. Lockhart considera até que a nossa sociedade é bastante generosa no que diz respeito à expressão criativa: arquitetos, chefes de cozinha e até diretores de televisão são vistos como artistas. Para este autor, os matemáticos não são considerados artistas, em parte porque a sociedade desconhece o que faz um matemático. A perceção comum é de que os matemáticos talvez possam estar ligados à ciência, ajudando os cientistas com as fórmulas e aspetos afins, pelo que se houvesse que dividir pessoas em dois grupos, os "poetas sonhadores" e os "pensadores racionais", imediatamente se colocariam os matemáticos no segundo grupo. No entanto, segundo Lockhart, não há nada tão sonhador e poético, nada tão radical, subversivo e psicadélico, como a Matemática, pois permite ainda mais liberdade de expressão que a poesia, a pintura ou a música, vendo a Matemática como a mais pura das artes, assim como a mais mal entendida. Este autor vê a Matemática como algo sem um propósito prático, uma "brincadeira", uma divagação, uma forma de nos divertirmos com a nossa própria imaginação. A Matemática permite-nos pensar num triângulo imaginário dentro de uma caixa imaginária, cujos limites são perfeitos, pois eu assim o desejo. Lockhart considera que, na Matemática, as coisas podem ser aquilo que queremos que elas sejam, sem a realidade para atrapalhar. Podemos brincar e imaginar o que quisermos, construir padrões e fazer perguntas acerca deles, mas ao respondermos a essas questões, temos de adotar métodos distintos dos da Ciência. Este autor entende não existir experiência que possamos fazer com equipamento de laboratório que nos vá falar acerca da verdade de algo que é fruto da imaginação. O trabalho do matemático é formular questões simples e elegantes sobre as nossas criações imaginárias, e elaborar respostas bonitas e adequadas. Lockhart manifesta-nos todo o seu entusiasmo ao referir que não há nada como este reino da ideia pura, divertido, fascinante e "grátis"! Lockhart fala-nos de "poemas de pensamento", "sonetos de razão pura", ao referir-se às criações matemáticas.

Na sequência desta linha de pensamento, Lockhart manifesta a sua indignação para com o que é feito com a Matemática nas escolas. Nas escolas, a Matemática não é tratada como a Arte que é. Segundo este autor, esta aventura da imaginação, tão rica e fascinante, foi reduzida a um conjunto estéril de factos a serem memorizados e procedimentos a serem seguidos. Lockhart, crê que o problema não está propriamente na memorização ou na aplicação de fórmulas - tudo isso tem o seu lugar, pois cria todo um contexto. Isso ajuda a conseguir "obras de Arte" mais interessantes e ricas. Mas importa que isso possa inspirar novas ideias e avanços criativos - algo a que a mera afirmação de um facto nunca pode levar. Ao removermos a parte criativa a este processo e deixarmos apenas o seu resultado, estamos a garantir que não há um verdadeiro envolvimento com o assunto. Lockhart compara ao dizer-se que Miguel Ângelo foi um grande pintor, sem nunca permitir que se veja uma obra sua; como é que isso pode ser inspirador? Ao concentrar-nos no "quê" em vez de no "porquê", a Matemática fica reduzida a uma concha vazia, diz-nos este autor. A Arte não está na "verdade", mas na explicação, na argumentação. A Matemática é a arte da explicação; se negamos ao aluno a oportunidade de colocar os seus próprios problemas, fazer as suas próprias conjeturas e descobertas, perceber que está errado, ficar criativamente frustrado, ser inspirado, engendrar e rever as suas próprias explicações, estamos a negar a própria Matemática. Lockhart, refere que falta Matemática nas nossas aulas de Matemática. Aprendemos com os nossos professores e tendemos assim a perpetuar esta pseudo-Matemática, cuja ênfase é sistematicamente colocada na manipulação precisa, mas algo irracional, de símbolos, acabando a constituir-se como uma cultura própria com um conjunto próprio de valores. Aqueles que se tornaram adeptos desta Matemática, sentem a sua auto-estima aumentada graças à sua capacidade de a dominarem, sendo que a última coisa que desejam ouvir, é que a Matemática possa ter a ver com criatividade e sensibilidade estética. Creio que os alunos que o sistema de ensino convence serem bons matemáticos, correm o risco de chegar à prática e verificar que a realidade é algo diferente do que pensavam. Tal como nos diz Lockhart, muitos alunos acabam a constatar que, afinal, não têm grande talento matemático, sendo apenas bons a seguir direções que lhes foram indicadas. Ora, a Matemática pretende, não que se sigam direções, mas que se criem novas direções. Este autor refere também algo que, como docente, verifico diariamente: a falta de capacidade de crítica matemática. Frequentemente, os alunos não ficam com a perceção de que a Matemática é criada por seres humanos essencialmente por prazer em fazê-lo, que as obras de Matemática podem ser objeto de apreciação crítica, que podemos desenvolver "gosto" matemático. Segundo Lockhart, se, por um lado, o senso comum pouco sabe acerca do que é Matemática, por outro lado "pensa" que sabe, vendo a Matemática como algo útil, uma espécie de ferramenta a ser utilizada pela ciência e pela tecnologia. É sabido que as artes, como a Poesia e a Música, existem por puro prazer, para edificação e enobrecimento do espírito humano, sendo a Matemática vista como algo diferente, algo "realmente importante". Para o referido autor, fazer Matemática é descobrir e conjeturar, num ato de intuição e inspiração; é estar num estado de confusão - não porque não faz qualquer sentido, mas porque se lhe deu sentido e ainda não se compreendeu o que dali vai surgir, como vai ser a criação; é ter ideias inovadoras; é ficar frustrado enquanto artista, é sentir admiração e ser-se dominado por uma beleza quase dolorosa; é estar vivo, diz-nos Lockhart.

O mesmo autor continua a defender a sua ideia dizendo-nos que a técnica em Matemática, tal como em qualquer arte, deve ser aprendida em contexto. Os grandes problemas da História da Matemática, todo o processo criativo envolvido, esse é o cenário adequado. Lockhart sugere que se dê aos alunos um bom problema, que os deixemos debater-se com ele e sentir-se frustrados - vejamos o que lhes ocorre. Esperemos que a confusão se instale no seu espírito, que estejam ávidos por uma ideia, e dê-se-lhes então alguma técnica. Mas não demasiada.

Para continuar o raciocínio de Lockhart: idealmente, deve ensinar-se Matemática através de problemas envolventes e naturalmente adequados aos interesses dos alunos, suas personalidades e nível de experiência. E isto passa por dar-lhes tempo para fazer descobertas e conjeturas, ajudando-os a refinar a sua argumentação, e criando uma atmosfera de crítica matemática saudável e vibrante. Para isso, o professor deve estar aberto a ouvir as suas ideias e ser suficientemente flexível para ter capacidade de se adaptar às súbitas mudanças de direção do raciocínio dos alunos, às quais a sua curiosidade pode levar.

No entanto, Lockhart, como professor que é, lecionando em contexto real, coloca-se numa posição bastante realista quando nos diz que aquilo que ele sugere é impossível por diversas razões. Mesmo que não considerássemos os programas nacionais, os testes de avaliação e os exames, que eliminam a autonomia do professor, Lockhart põe em causa que muitos professores queiram, sequer, manter um relacionamento assim tão intenso com os seus alunos. Trata-se de um processo que nos deixa algo vulneráveis e que requer muita responsabilidade; muito trabalho, portanto!

Lockhart refere ser muito mais fácil ser-se um condutor passivo de material previamente publicado, e seguir à risca as instruções que nos são dadas, do que pensar profundamente sobre o significado do assunto e qual a melhor forma de comunicar esse mesmo significado da maneira mais honesta e direta possível. Somos encorajados a renunciar à difícil tarefa de tomar decisões com base na nossa sabedoria individual e na nossa consciência, e a manter-nos fiéis ao programa emanado pelo ministério.

Segundo Lockhart, a Matemática, tal como a Poesia ou a Pintura, corresponde a um árduo processo criativo. Isso torna-a muito difícil de ensinar. A Matemática é um lento processo contemplativo. Leva tempo a produzir uma obra de Arte, e é necessário um professor devidamente habilitado para reconhecer uma dessas obras. É claro que é mais fácil ditar um certo número de regras do que guiar jovens aspirantes a artistas. Concordo particularmente com este autor quando diz que ensinar não tem diretamente a ver com informar; é muito mais o ter uma relação intelectual honesta com os nossos alunos. Tal como nos diz Lockhart, mais do que método, ferramentas ou treinamento, ensinar passa por aquilo a que o autor chama de "capacidade para ser real". De facto, a maioria dos alunos é muito sensível a uma postura honesta, em que não estejamos a tentar encobrir seja o que for, a disfarçar para que pareça algo que não é; para que o nosso próprio processo de lecionação não vá ao encontro das alegadas necessidades institucionais, em vez das necessidades dos alunos e nos façamos de despercebidos perante essa realidade.

Os jovens detetam esta hipocrisia e desacreditam de nós enquanto capacitados para os ajudarmos a desenvolver-se. Diz-nos Lockhart que, se não podemos ser verdadeiros, então "não temos o direito de nos impor a crianças inocentes". Ensinar significa abertura e honestidade, a capacidade de partilhar entusiasmo, e o prazer de aprender. Sem estes, nem toda a formação possível nos poderá valer enquanto professores. Lockhart diz-nos que, no fundo, é muito simples: os alunos respondem à beleza e a padrões, e são naturalmente curiosos. Falemos com eles então! E mais importante ainda, ouçamo-los!

Lockhart critica ainda a existência de um programa de Matemática rígido e igual para todos, dizendo que, de modo geral, as pessoas, longe de estarem preocupadas com esta realidade, parecem ter aceitado este modelo estandardizado como sinónimo da própria Matemática. Ao mesmo tempo, quer fazer-se da Matemática das escolas uma "corrida", em que uns vão mais à frente e outros vão mais atrás, preocupando-se os pais se os seus filhos estão a "ficar para trás". Lockhart, neste seu lamento, refere tratar-se de "uma triste corrida para lado nenhum", pois caiu-se no engano de se ter uma educação matemática, quando na realidade nem se sabe ao certo o que é Matemática. Diz-nos que a verdadeira Matemática "não vem enlatada", a Arte não é uma corrida. O currículo de Matemática não tem nenhuma perspetiva histórica ou coerência temática, sendo, segundo o autor, uma fragmentada coleção de variados tópicos e técnicas, unidos apenas pelo conforto de poderem ser reduzidos a procedimentos "passo-a-passo". Lockhart continua manifestando a opinião de que é mais fácil testar os conhecimentos de alguém acerca de uma definição inútil, do que inspirar os alunos a criar algo belo e encontrar o seu próprio significado. Lockhart fala-nos, também, do excesso de simbologia utilizada no ensino da Matemática, dizendo que a torna pouco atrativa e deselegante, ofuscando-a e tornando-a em algo ilegível. Nas suas próprias palavras, "uma prova deveria ser uma epifania dos deuses, não uma mensagem codificada". E o que advém de um senso deslocado de rigor lógico, é a "feiura". O espírito do argumento acaba a ser enterrado debaixo de um monte de confusa formalidade. Nenhum matemático trabalha assim. Não se trata de erguer barreiras entre nós e a nossa intuição, tornando complicadas coisas simples. Trata-se do oposto: a Matemática tem a ver com o remover de barreiras entre nós e a nossa intuição, mantendo simples as coisas simples.

Lockhart termina o seu lamento dizendo que os alunos são excluídos do processo matemático, também quando lhes são fornecidas definições formuladas por outrem, quando, na realidade, eles necessitam ser capazes de formular as suas próprias definições, à medida que a necessidade delas vai surgindo. Este tipo de apresentação torna a Matemática "chata"; este autor crê que eficiência e economia nunca constituíram uma boa pedagogia. Lockhart acredita que a Matemática deve ser uma viagem não formal, em que os alunos devem aprender aquilo que surgir. Problemas levarão a novos problemas, a técnica será desenvolvida à medida que for sendo necessária, a novos tópicos surgirão naturalmente. O problema é que a burocracia não permite que o professor faça nada disto. Não deveria existir um currículo a seguir, apenas pessoas tentando fazer aquilo que acham melhor para os seus alunos.

> And there you have it. A complete prescription for permanently disabling young minds — a proven cure for curiosity. What have they done to mathematics! There is such breathtaking depth and heartbreaking beauty in this ancient art form. How ironic that people dismiss mathematics as the antithesis of creativity. They are missing out on an art form older than any book, more profound than any poem, and more abstract than any abstract. And it is school that has done this! What a sad endless cycle of innocent teachers inflicting damage upon innocent students. We could all be having so much more fun. (Lockhart, 2002)

SOBRE O PROBLEMA DO INSUCESSO EM MATEMÁTICA

As causas do insucesso em Matemática nem sempre são fáceis de avaliar, variando segundo o ponto de vista dos que ocupam diferentes papéis enquanto intervenientes no processo ensino/aprendizagem da Matemática. Segundo Ponte (1994),

> Como fenómeno educacional, e portanto social, o insucesso é uma realidade complexa, com múltiplas causas, todas profundamente interrelacionadas. (...) Para os professores, as causas do insucesso dos seus alunos são frequentemente a sua “má preparação” em anos anteriores. (...) Apontam igualmente o facto de muitas famílias terem um nível socio-económico e cultural muito baixo — ou terem um nível aceitável mas não incentivarem

> suficientemente os alunos. Os professores indicam que os alunos não se esforçam, não prestam atenção nas aulas nem estudam em casa. Contestam também que os currículos são excessivamente longos e que a necessidade do seu cumprimento obriga a deixar para trás os alunos mais "lentos". Por vezes, reconhecem que há certas matérias mais "áridas". (...)

Entretanto, o mesmo autor, menciona também o ponto de vista dos alunos, acrescentando novos fatores eventualmente explicativos do insucesso em Matemática:

> Para os alunos, a principal razão do insucesso na discipina de Matemática resulta desta ser extremamente difícil de compreender. (...) os professores não a explicam muito bem nem a tornam interessante. Não percebem para que serve nem porque são obrigados a estudá-la. Alguns alunos interiorizam mesmo desde cedo uma auto-imagem de incapacidade em relação à disciplina. (...)

Por fim, João pedro da Ponte refere o ponto de vista dos Encarregados de Educação e da opinião pública em geral:

> Para os pais e para a opinião pública em geral, a responsabilidade está nos professores que não ensinam convenientemente — ou por falta de preparação ou porque não assumem o necessário nível de exigência — e nos alunos que não se esforçam o suficiente. Algumas vezes refere-se o peso de factores socio-culturais. Mas todos reconhecem que a Matemática é uma disciplina difícil e que a sua aprendizagem tem trazido grandes dificuldades em todas as gerações.

No entanto, a investigação em educação matemática leva em conta aspetos mais complexos e apresenta motivações mais complexas também. Segundo este mesmo autor, a principal razão porque há insucesso em Matemática, é por esta disciplina ser socialmente concebida precisamente para conduzir ao insucesso, uma vez que resulta da função que lhe é atribuída no sistema educativo e que é interiorizada por todos os intervenientes no processo de ensino-aprendizagem. Para este autor, o grande papel da Matemática, é o de servir de instrumento de selecção dos alunos. Esta disciplina presta-se às mil maravilhas para esta função, por três grandes razões: a sua linguagem, os seus métodos e os seus resultados são usados nas mais diversas áreas, numa sociedade cada vez mais matematizada; sendo vista como a ciência do certo e do errado, proporciona uma invejável auréola de objetividade; por fim, o autor indica que se trata de uma ciência que goza de um enorme prestígio, como uma das criações mais nobres do espírito humano, em que poucos se atreverão a pô-la em causa.

A Matemática começou por ser ensinada nas escolas valorizando a mecanização de processos, a memorização sem que houvesse necessariamente compreensão. Ora, isto leva a uma apropriação inflexível e desestruturada dos conceitos, que não permite flexibilidade e posterior adaptação a outros contextos.

> Em termos de ensino, os anos 40 e 50 são marcados pela memorização e mecanização. É preciso saber de cor demonstrações de teoremas geométricos e praticar listas infindáveis de exercícios (...). No entanto, os resultados deste ensino não eram propriamente brilhantes. (...) Ainda nos anos 40, num pequeno artigo de opinião, em que analisa o desempenho dos candidatos às provas de admissão à universidade, Caraça (1943) afirma que muitos deles manifestam "certos hábitos e vícios de raciocínio (...) altamente perniciosos", destacando erros persistentes em questões de Matemática elementar como operações aritméticas e cálculo de áreas e volumes. (Ponte, 2003)

Contudo, este panorama alterou-se nos anos de 1960, que ficaram marcados pelo movimento internacional da "Matemática Moderna", tendo os currículos de Matemática sido profundamente reformulados. Introduziram-se novas matérias, eliminaram-se matérias tradicionais e, sobretudo, introduziu-se uma nova abordagem da Matemática. Este movimento deixou bastante de positivo: renovação dos temas, uma abordagem mais actual dos conceitos, uma preocupação com a interligação das ideias matemáticas. No entanto, não conseguiu levar a que se melhorassem as aprendizagens à entrada da universidade. Nos anos de 1970 verificou-se forte contestação a este movimento. Há desmotivação por parte dos alunos os resultados nos exames pioram.

Ainda segundo este autor,

> No início dos anos 70, novos programas elaborados no espírito da Matemática moderna foram introduzidos em todos os níveis de ensino. José Sebastião e Silva já não participou neste processo. Nesta generalização salientou-se o que era abstracto e formal, sem perder de vista o cálculo. As aplicações da Matemática desapareceram por completo. Tudo o que remetia para o desenvolvimento da intuição, base da compreensão das ideias matemáticas, foi relegado para segundo plano. Os programas de Matemática

> portugueses dos anos 70 e 80 são uma curiosa mistura de Matemática formalista no estilo moderno com Matemática computacional no estilo tradicional. (...) Os maus resultados dos alunos continuavam, bem como a insatisfação dos matemáticos. (Ponte, 2003)

Ainda no seu artigo de 1994, Ponte menciona uma ideia que permanece, de certa forma, subjacente ao seu artigo de 2003:

> O insucesso em Matemática não depende apenas das características da disciplina nem das concepções dominantes acerca da sua aprendizagem. Em boa parte ele resulta igualmente do insucesso escolar em geral. Sem se renovar profundamente a escola, tornando-a um espaço motivante de trabalho e de crescimento pessoal e social, o problema do insucesso tenderá a perpetuar-se, na Matemática como nas restantes disciplinas.

Entretanto, o autor considera ser fundamental perceber-se que não são as características supostamente intrínsecas da Matemática que constituem a principal razão do insucesso nesta disciplina, colocando a responsabilidade no papel social que lhe é atribuído, no modo como com ela se relacionam os diversos intervenientes no processo e é por eles vista. Segundo este autor, para combater o insucesso, a principal medida prende-se com a alteração deste papel, retirando-lhe a função seletiva, e mostrando que a Matemática pode ser uma actividade intelectual gratificante e enriquecedora para todos.

O ENSINO TRADICIONAL DA MATEMÁTICA

Segundo Miranda (2012), a Matemática tal como a conhecemos, ensinada em contexto de sala de aula, surgiu apenas após a Revolução Industrial (final do século XVIII), pois esta levou a que a administração e os sistemas bancários e de produção exigissem mais das pessoas. O estudo da Matemática nessa época era baseado no raciocínio dedutivo do grego Euclides (séc. III a.C.). Com o tempo, após as Guerras Mundiais, e com massificação do ensino, maior número de crianças passou a ter acesso à escola. No entanto, a educação matemática permanecia utilizando os métodos tradicionais de ensino, que já não estavam adaptados à maioria dos alunos que frequentava a escola. Segundo esta autora, no século XX, as aulas tradicionais persistiram, e após a década de 30, os avanços tecnológicos fizeram com que os norte-americanos se interessassem na formação de novos cientistas nas escolas, tendo, para isso, formulado um novo currículo para a Matemática, que foi designada Matemática Moderna, atrás referida. Esta autora menciona também toda a reflexão realizada sobre esta problemática na década de 70, concluindo que o problema das dificuldades registadas na aprendizagem da Matemática não é apenas responsabilidade de alunos e professores, pois configura-se como um problema histórico, uma vez que não se foi verificando a adaptação que teria sido necessária às rápidas mudanças trazidas pelo século XX, sendo que alunos, professores e a própria sociedade demonstram oferecer grande resistência à mudança.

Segundo Vital (2011), uma aula no modelo tradicional de ensino da Matemática, caracteriza-se pela transmissão de conhecimentos centrada no professor. Os alunos recebem os conteúdos e realizam exercícios de forma repetitiva e mecânica, havendo memorização de procedimentos. Os conteúdos e os procedimentos didáticos surgem sem ligação ao quotidiano do aluno, nem com as realidades sociais. Não se valoriza a comunicação entre os alunos, sendo a comunicação professor-aluno a única admitida. O aluno é encarado como aquele que não sabe, e os seus possíveis conhecimentos prévios são desprezados. A educação e o conhecimento são, assim, negados como processo de busca.

Segundo Fernandes (2006), alguns problemas resultantes do ensino tradicional da Matemática são o recurso sistemático a procedimentos mecânicos, levando à falta da noção do significado daquilo que se está a fazer, assim como a valorização da memorização sem compreensão. A informação é transmitida e o aluno aprende a reproduzir através da memorização, sendo essa mesma reprodução garantia de que a aprendizagem foi eficaz.

A IMPORTÂNCIA DE UMA MOTIVAÇÃO ADEQUADA PARA QUE A APRENDIZAGEM POSSA SER SIGNIFICATIVA

Em relação ao que é motivação, Brown (2000) afirma que têm existido diversos conceitos de motivação, correspondentes a diferentes teorias explicativas: o behaviorismo, que afirma que a motivação é proveniente do reforço positivo de comportamentos que encontram reconhecimento exterior, dependendo, portanto, de influências externas; o cognitivismo, que afirma que a motivação tem origem no interior do ser humano, nas nossas motivações e decisões, e o construtivismo, que valoriza o contexto social enquanto impulsionador das escolhas individuais. Segundo Moura (2010):

> Em 1970, Abraham Maslow definiu motivação como um construto no qual a obtenção dos objetivos mais importantes só é possível ao se passar por uma seqüência hierárquica de necessidades, três dais quais estão relacionadas à comunidade, ao sentimento de que se faz parte de alguma coisa e ao status social. O conceito de motivação baseado em necessidades refere-se, de certo modo, às três escolas de pensamento supramencionadas, pois a satisfação de necessidades é gratificante (behaviorismo); requer a tomada de decisões (cognitivismo); e, em muitos casos, tem de ser interpretada num contexto social (construtivismo).

A abordagem cognitivista distingue aprendizagem mecânica de aprendizagem significativa. Bock (1999), diz-nos que a aprendizagem mecânica diz respeito à aprendizagem recorrendo a pouca ou nenhuma associação com conceitos pré-existentes na estrutura cognitiva. Por outro lado, a aprendizagem significativa, segundo esta mesma autora, ocorre quando um novo conceito é relacionado com outros conceitos relevantes, claros e disponíveis na estrutura cognitiva, sendo assim assimilado.

Quanto ao papel da motivação na aprendizagem, propriamente dita, dizem-nos Sprinthall e Sprinthall (1990):

> Se lhe dissessem que as pessoas aprendem mais quando se esforçam mais, provavelmente iria franzir a cara e perguntar retorcidamente: "qual é a novidade?" O facto de a motivação ser uma componente crucial na aprendizagem é tão naturalmente aceite que tal pensamento parece uma afirmação óbvia. Mas nem sempre foi assim. Quando Hermann Ebbingaus passou aqueles meses lúgubres e maçadores a aprender longas listas de sílabas sem sentido, o seu nível de motivação deve ter sido inacreditavelmente elevado e, mesmo assim, ninguém falou nisso. Talvez ninguém tenha reparado, talvez a sua motivação, tal como o ar à sua volta, fosse tão penetrante e subtil que era praticamente impossível percebê-la.

Estes autores referem que só no princípio do século XX é que alguém validou experimentalmente o elo de ligação entre aprendizagem e motivação. E.L. Thorndike conseguiu realizar esta tarefa através da sua famosa lei do efeito. A aprendizagem, segundo Thorndike, é fortalecida quando é seguida de um estado de coisas satisfatório para o aluno. Estes autores referem ter existido pessoas antes de Thorndike que tivessem deduzido tal noção, mas foi Thorndike quem forneceu tanto a prova experimental como a ressonância para que a mensagem fosse ouvida.

> Na década de 1980 quase todos os psicólogos consideram o impacto das variáveis motivacionais no comportamento humano. (...) Está implícito em toda a literatura sobre o rendimento baixo ou elevado o pressuposto de que as variáveis motivacionais desempenham um papel crucial, se não o mais crucial, no sucesso académico. (...) tem de se compreender que a motivação nunca actua separada nem da aprendizagem nem da percepção. Os "três grandes" da Psicologia - a aprendizagem, a percepção e a motivação - estão em constante interacção, cada um afectando e sendo afectado pelos outros dois. (...)

Segundo estes autores, um aluno com uma forte aversão à Matemática pode realmente não ver os trabalhos para o dia seguinte, embora o professor os tivesse marcado no quadro. Contudo, esse mesmo aluno facilmente se teria apercebido se no quadro estivesse escrito "Amanhã só há aulas até ao meio-dia". Assim, segundo estes autores, a perceção depende da motivação e ambos são dependentes da aprendizagem.

> Os psicólogos que analisaram a motivação verificaram que um motivo apresenta duas componentes identificáveis: uma necessidade e um impulso. As necessidades, por um lado, são baseadas num défice na pessoa. O défice pode ser fisiológico ou psicológico, mas em ambos os casos o défice tem de residir na própria pessoa. As necessidades fisiológicas são muitas vezes óbvias (...). As necessidades psicológicasm com um potencial igualmente poderoso, são frequentemente mais subtis e menos fáceis de serem identificadas (...). Os seres humanos são criaturas complexas raramente actuando com base num motivo único. (...)

Estes autores mencionam Jerome Bruner, eminente psicólogo cognitivo, referindo que este crê que a aprendizagem será mais duradoura quando é sustentada pela motivação intrínseca, do que quando é impulsionada pelo impulso transitório dos reforços externos, admitindo, contudo, que a motivação extrínseca pode ser necessária para obrigar o aluno a iniciar certas actividades ou para começar a activar o processo de aprendizagem, embora uma vez começado, este processo de aprendizagem, que por vezes pode ser frágil, é melhorado e sustentado por motivos intrínsecos. Estes autores reforçam a posição de Bruner mencionando Allport, que refere que a motivação intrínseca pode precisar de um reforço externo para ser iniciada, mas uma vez que passa a funcionar autonomamente, isto é, independentemente da recompensa externa, a aprendizagem verdadeira pode tornar-se uma ocupação sólida para a vida inteira. Segundo Sprinthall e Sprinthall,

> (...) devemos ter o cuidado de nos lembrarmos que o mesmo comportamento pode ser internamente motivado para algumas pessoas e externamente motivado para outras. A motivação intrínseca, quando presente, constrói-se normalmente sobre si mesma, produzindo assim um sentido de motivação acrescida para continuar a actividade. As pessoas que são motivadas intrínsecamente numa certa área fazem um esforço especial para procurar situações ainda mais desafiantes.

Brancher e Ripplinger (2006) referem que a desmotivação dos alunos para a aprendizagem da Matemática resulta em dificuldades de concentração e aprendizagem. Estes autores responsabilizam a forma como a disciplina é trabalhada, muitas vezes apenas com base no manual adotado e sem preocupações relativamente à contextualização dos conteúdos. Para Záboli (1999), motivação é algo fundamental para que os alunos atuem por vontade própria, fazendo com que eles tenham vontade de aprender o que precisam aprender. Para Lima (2008), a aprendizagem dá-se por meio de um processo cognitivo que envolve afetividade, as relações e, claro, a motivação. Teixeira (2009) refere que nas escolas se valorizam os algoritmos e a escrita, cuja aprendizagem se faz essencialmente por meio de memorização e sem a necessária compreensão. Oliva (2006), diz ser importante o brincar, no sentido de oferecer uma motivação para a aprendizagem da Matemática, torná-la mais agradável, contextualizando-a e mostrando aplicações. Segundo Sousa, Lima e Medeiros (2009),

> (...) pode-se entender o panorama atual da educação (…) referente à disciplina da matemática, como calcada na simples memorização de modelos, fórmulas, sem muita contextualização, fazendo com que o aluno não tenha muito interesse na disciplina. Isso acaba causando uma diminuição da motivação do aluno, fazendo com que as forças internas do sujeito (…) sejam obscurecidas. Onde deveria haver vontade de aprender, justamente por ser uma necessidade do aluno, não há.

A REAÇÃO DOS ALUNOS À MATEMÁTICA

Tatto e Scapin (2004), no seu estudo "Matemática: por quê o elevado nível de rejeição?", entendem ser fácil perceber-se, empiricamente, que desde os níveis de ensino mais elementares, existe uma rejeição generalizada da Matemática. Este fenómeno chega a condicionar as escolhas profissionais futuras dos alunos. Estas autoras referem a existência de uma ideia pré-concebida acerca da dificuldade na aprendizagem da Matemática, referindo também um bloqueio inconsciente no uso do raciocínio mental que afeta a Matemática, uma vez que exige raciocínio e reflexão. Tatto e Scapin mencionam a necessidade de descobrir as causas subjacentes que culminam na atitude de rejeição, salientando a necessidade da sua compreensão no sentido de levar a uma mudança de atitude face à Matemática. Elas procuraram encontrar na História da Matemática algumas causas desta rejeição, analisam as causas apontadas pela psicanálise e ainda as causas relacionadas com a própria pessoa, ou com o meio em que ela vive. Analisam também a possibilidade de existirem causas relacionadas com os media e a sua influência sobre os jovens e resultados que elas próprias conseguiram, num estudo em que foram realizadas entrevistas a pais e alunos. No que à História da Matemática diz respeito, referem estas autoras que a Matemática não surgiu por acaso, mas sim pela necessidade que o homem sentia em melhorar a agricultura e a pecuária durante o Neolítico (idade da pedra polida - 10000 a.C.). Como a sociedade foi ficando cada vez mais complexa, e a cultura foi sendo algo com cada vez maior expressão, também a Matemática se foi desenvolvendo, mas sempre com um sentido prático, ligada ao dia-a-dia. Neste processo, surgiram grandes nomes, como Pitágoras e Platão. Segundo estas autoras, não existiram mais personalidades de relevo nesta área, pois muitos tinham dificuldade em compreendê-la, pelo que concluem que desde o surgimento da Matemática, muitos tinham problemas com ela. Referem que, no século VI a.C., a Aritmética e a Geometria começaram a ser tratadas como ciências, tendo começado a surgir os filósofos de Pitágoras (pessoas que pretendiam pertencer ao Instituto de Pitágoras; nesta época, a Matemática era vista com caráter religioso). Para o candidato pertencer ao Instituto de Pitágoras, era obrigado a passar a noite numa caverna, onde se lhe fazia crer existirem monstros e darem-se aparições. Aqueles que não tivessem coragem para suportar as impressões fúnebres da solidão e que se recusassem a entrar na caverna, ou que saíssem antes do amanhecer, eram julgados incapazes para a iniciação. Havia também uma prova moral em que, bruscamente, o candidato (discípulo) era trancado numa cela, onde deveria descobrir o sentido de um dos símbolos pitagóricos, por exemplo: “Que significa o triângulo inscrito num círculo?” ou “Por que é que o dodecaedro compreendido na esfera é a cifra do universo?”; tratava-se de uma prova em que o candidato passava doze horas trancado na cela, tentando decifrar o seu problema, acompanhado apenas de um recipiente com água e pão seco. Após as doze horas, o candidato era levado para uma sala, com a presença de todos os noviços reunidos, os quais tinham ordem para o gozarem e humilharem. Supostamente, os candidatos deveriam conter-se, mas alguns choravam de raiva, enquanto outros insultavam a escola, o mestre e os seus discípulos. Pitágoras aparecia então, e dizia calmamente ao candidato que, tendo ele suportado tão mal a prova do amor-próprio, lhe pedia para não voltar à escola, já que dela fazia uma opinião tão má, e na qual a amizade e o respeito do mestre deveriam constituir virtudes elementares. O candidato expulso retirava-se envergonhado, tornando-se por vezes um inimigo irredutível da ordem. Estas autoras estabelecem um paralelismo entre o que sucedia nesse tempo e o que sucede, nos dias de hoje, com os nossos alunos:

> Assim como os candidatos pitágoricos, muitos alunos hoje passam por provas, as quais têm a finalidade de avaliá-los, para daí promovê-los à série seguinte ou reprová-los. Neste contexto, pode-se compreender Pitágoras como sendo ele um dos primeiros colaboradores para o mito da dificuldade da Matemática, já que sua doutrina foi reformulada, em outra posição pedagógica. Além disto, Pitágoras pode ser considerado um dos primeiros professores, iguais a muitos que ainda existem, os quais têm por objetivo, passar ao aluno a idéia de que a Matemática é só eles que sabem e que se o aluno quiser aprender também, terá que se esforçar muito e ser muito bom, desenvolvendo nele certa aversão à disciplina.

Continuando a sua análise, Tatto e Scapin (2004), averiguam detalhadamente eventuais causas psicanalíticas para estas atitudes de rejeição.

> Segundo a Psicanálise que surgiu com Sigmund Freud, no final do século XIX, nada acontece por acaso: o que chamamos de Determinismo Psíquico. Isto significa que não existe uma descontinuidade na vida mental do ser humano. Há sempre uma causa para cada pensamento, para cada memória revivida, para cada sentimento e para cada ação, assim como há uma causa para a rejeição à Matemática. Segundo Freud, o homem vive em busca do prazer, tudo o que ele faz é em busca disso, caso algo que ele faça não lhe proporcione prazer, passa, então, a rejeitá-lo.

Assim, e baseando-se na teoria de Freud, estas autoras mencionam que estudar e utilizar a Matemática pode oferecer ou não prazer. Em caso de não proporcionar prazer, levará a pessoa a não gostar dela, a rejeitá-la. Referem haver muitos fatores que podem levar o aluno que estuda Matemática a sentir prazer com isso, como por exemplo, uma aula motivadora, conteúdos práticos, apoio familiar, etc. Segundo estas autoras, a motivação pode ser ativada e regulada pela pessoa (intrínseca) ou pelo ambiente (extrínseca). Estas autoras referem ainda que a motivação para aprender é um fator de grande importância: quanto mais motivado o aluno, mais disposição terá para aprender e tendencialmente melhores serão seus resultados. Consideram que uma parte importante dessa motivação reside no interesse do aluno naquilo que está a aprender. Atribuem a esse aspeto o facto de muitos especialistas em aprendizagem enfatizarem a importância do significado dos conteúdos para o aluno. Por exemplo, ao ensinarmos a divisão de um polinómio de grau cinco por um polinômio de grau quatro, estamos a colocá-lo perante uma situação que não está presente no seu quotidiano, situação que ele pode não perceber, uma vez que não pode aplicar no seu dia-a-dia. As autoras apresentam esta situação como desmotivadora para os alunos, referindo que se torna importante que o aluno aprenda algo que tenha realmente valor para sua vida, caso contrário, o aluno poderá mesmo desenvolver aversão a certos conteúdos. Segundo estas autoras:

> O professor é o elemento fundamental para assegurar um ambiente em que os alunos desenvolvam sua motivação intrínseca. O professor é responsável por conduzir os alunos de maneira que a aula se torne agradável, motivadora, ligada ao dia-a-dia do aluno, etc. Para isso ele deve estar sempre em constante aperfeiçoamento, dominar o conteúdo, gostar realmente do que está fazendo, ser um desafiador, ter uma boa formação, estar sempre aberto ao diálogo, entre outros, pois quando os alunos aprendem devido à sua curiosidade, ao seu interesse, ao desejo de enfrentar novos desafios, eles ficam satisfeitos com o processo educacional e passam a gostar e se interessar mais pela aula, pelo conteúdo e pela matéria. Quanto mais intrínseca a motivação, mais poderosa.

As autoras referem que é necessário, no entanto, reconhecer que os interesses têm uma componente inata importante, ou então podem ser estimulados em contacto com o mundo, sobretudo nos primeiros anos de vida:

> Freud, seguramente o primeiro teórico do desenvolvimento da personalidade, destaca a importância dos primeiros anos de vida na formação e estruturação da personalidade. Neste, a personalidade da pessoa já se apresenta bem formada e nos anos seguintes acontece a elaboração desta estrutura. Em suas pesquisas tratava de levar os seus pacientes à vivência de sua primeira infância. As vivências ali ocasionadas eram decisivas para a formação posterior de doenças. Para Freud, “os cinco primeiros anos da vida são decisivos na formação da personalidade.

Segundo estas autoras, as experiências positivas ou negativas no convívio familiar e escolar relativamente uso dos números, podem marcar para sempre a criança e estruturar um sentimento de rejeição que se manifesta conscientemente no momento em que tenta aprender Matemática; há um comportamento de rejeição que é determinado, antes ainda de existir um discernimento pessoal. Quando uma criança, antes mesmo de frequentar a escola, ouve os pais, irmãos ou amigos mais velhos comentar que a Matemática é difícil e que não gostam dela, esta criança mentaliza isto inconscientemente e, quando tem os seus primeiros contatos com a Matemática, ao encontrar obstáculos e dificuldades, torna consciente aquela ideia que ela tinha, inconscientemente, mentalizada sobre a Matemática, e passa, então, a concluir como os que a rodeiam, que a Matemática é realmente difícil, desenvolvendo um sentimento de rejeição relativamente a ela. Estas autoras citam Braghirolli, que refere os mecanismos de defesa que o indivíduo pode desenvolver, considerando que estes se podem aplicar à aprendizagem dos conceitos matemáticos:

> (...) o indivíduo frustrado pode reagir com inquietação, agressão, apatia, fantasia, estereotipia e regressão. Mas há outras formas de se tentar resolver os problemas ligados aos conflitos, frustrações e ansiedades. São os mecanismos de defesa. São assim chamados, porque visam proteger a auto-estima do indivíduo e eliminar o excesso de tensão e ansiedade. (...) A principal função dos mecanismos de defesa é ajudar-nos a manter a ansiedade e a tensão em níveis que não sejam tão dolorosos para nós. (..) Segundo Freud os mecanismos de defesa são inconscientes.

Tatto e Scapin (2004) analisam em seguida, de forma particularmente pertinente, a influência que os meios de comunicação social poderão ter nas atitudes de rejeição dos alunos face à Matemática:

> Os estímulos internos, os meios de comunicação e as técnicas, usadas em abundância, plasmam a memória da passividade. Concursos, testes e maratonas priorizam o uso da memória, realçando fatos, dados, cifras, nomes que devem ser retidos e expostos. Até escolas priorizam e louvam alunos que apresentam facilidades e desenvoltura na memorização. Observando noticiários, enquetes e conversas nota-se, claramente, que falam sobre a escalação de times, de esportes mais variados, nomes de craques, fatos, partidas, marcas, escores, recordes, interessantes sim, mas tudo exige retenção de memória. Ouve-se música com seus ritmos e letras decoradas, sem saber o que elas significam ou sua funcionalidade. Cultiva-se a moda, sabe-se os nomes dos astros e estrelas, das músicas e bebidas. É a cultura do externo, da memória, dos estímulos em detrimento do raciocínio, da reflexão.

Segundo estas autoras, aprender e acompanhar os factos, sabê-los de cor, torna-se mais fácil e mais agradável, uma vez que não exige o esforço de relacionar, aplicar e concluir. Assim, há uma tendência para a aceitação passiva de tudo o que nos é imposto, o que nos é transmitido pelos meios de comunicação social e pela sociedade, sem fazer qualquer análise. Desenvolvemos a nossa capacidade de memorização, desprezando a análise, a valorização do raciocínio, e passamos a aceitar a realidade que os meios de comunicação social criam. Estas autoras referem:

> Sendo assim, quando o aluno se depara com situações que exigem raciocínio, como é o caso da Matemática, devido a toda essa passividade que é desenvolvida, principalmente pela mídia, o aluno passa a criar uma certa acomodação, desenvolvendo, então, a atitude de rejeição à disciplina, pois ela exige entendimento e raciocínio e não memorização, que é o que ele sabe e tem facilidade de fazer.

Tatto e Scapin (2004), na análise dos dados que recolheram na prática, constataram que as primeiras experiências com a Matemática podem influenciar os alunos de forma determinante, uma vez que estes podem interiorizar ideias de incapacidade e estas virem a influenciá-los e a impedir que reajam à altura. Constataram também que alguns alunos transferiam o não gostar do professor para o não gostar da matéria que ele ensina. Por outro lado, Tatto e Scapin verificam também que muitos alunos preferem outras disciplinas em que é apenas necessário decorar alguns conceitos para se obter sucesso, ao passo que na Matemática é necessário raciocínio, o que, segundo estas autoras, denuncia a acomodação a que leva o uso excessivo da memória, fazendo com que o próprio aluno rejeite situações que exijam mais do que apenas mera memorização. Ao entrevistar Encarregados de Educação, as autoras referem verificar-se alguma tendência para os pais transferirem para os filhos as conceções que têm acerca desta disciplina, tendendo os filhos a gostar, ou não gostar, ou achar inútil, etc. do mesmo modo que os pais. As autoras concluem que as causas desta rejeição podem estar ligadas diretamente com o meio em que o aluno vive, ou seja, com os pais, professores e amigos, uma vez que estes influenciam o aluno consciente e inconscientemente.

A AFETIVIDADE

Optar por estratégias que sejam do agrado dos alunos pode levar a reforçar a afetividade, aspeto tão importante para uma eficaz motivação para a aprendizagem dos alunos, e subsequente qualidade das aprendizagens. Segundo Gonzalez-Pienda et al (2006):

> Nos últimos anos, constatou-se um aumento de investigações relacionando a dimensão afectiva do indivíduo (crenças, atitudes e emoções) e o ensino/aprendizagem da matemática (...). O domínio afectivo está a adquirir muito protagonismo neste campo sustentado na hipótese de que as atitudes, as crenças e as emoções influenciam quer o sucesso, quer o baixo rendimento e fracasso na aprendizagem da matemática.

Estes autores defendem o papel prioritário da dimensão afectiva no ensino da Matemática, referindo resultados de estudos que assinalam uma mudança de atitudes face à Matemática ao longo da escolaridade; isto é, à medida que se avança na escolaridade observam-se atitudes mais negativas face à aprendizagem dos conhecimentos matemáticos, assim como uma tendência para a ascendência masculina neste domínio. Mencionam resultados semelhantes em estudos recentes que revelaram alunos com seis anos de escolaridade apresentavam uma atitude mais positiva face à Matemática do que os seus colegas com sete e oito anos de escolaridade. Os estudantes sem retenções no seu percurso escolar apresentavam uma atitude consideravelmente mais positiva face à aprendizagem da Matemática do que a apresentada pelos seus colegas que registavam pelo menos uma retenção no seu percurso de aprendizagem. Em relação à idade, os alunos com 16 anos, ou mais, expressavam atitudes mais negativas face à matemática do que os alunos com idades entre os 11 e os 12 anos. Torna-se assim urgente inverter esta tendência, colocando a dimensão afetiva do indivíduo a jogar a favor da aprendizagem da Matemática, isto é, fazendo com que o aluno tenha uma imagem positiva da mesma e com que goste de a aprender.

A ARTE COMO FORMA DE CONTEXTUALIZAR A MATEMÁTICA, AJUDANDO A FOMENTAR O GOSTO POR ESTA DISCIPLINA

A necessidade de aprofundar as diversas áreas do saber, concretamente no que ao ensino diz respeito, levou a uma fragmentação dos assuntos estudados na escola, levando a que, muitas vezes, os alunos percam a noção de que existem ligações muito importantes entre todas as áreas do saber. Trabalhar a Matemática através da Arte, é utilizar os elos atrás descritos, existentes entre a Arte e a Matemática, para fornecer aos alunos uma visão mais ampla do mundo, ao mesmo tempo que abordagens mais interessantes e apelativas da Matemática são possíveis.

Como já vimos, o ensino da Matemática carece de contextualização. De modo geral, o ensino da Matemática carece de uma forma de apresentação mais apelativa do que aquela a que tradicionalmente se recorre. O recurso à ludicidade, assim como a sua contextualização (aspetos que se encontram inter-relacionados), são modos importantes de motivar para a aprendizagem desta disciplina. Segundo Massagardi e Miorim (2006), as escolas apresentam currículos que refletem o processo de fragmentação das áreas de conhecimento, que culminou no século XX com uma quantidade de especializações em todos os setores da sociedade. A maior parte das escolas organiza-se distribuindo as disciplinas em horários distintos, sem que exista qualquer articulação entre elas. As disciplinas Matemática e Artes, por exemplo, são separadas não apenas nos seus horários, como também fazem, geralmente, parte de Departamentos Curriculares distintos e são também, com frequência, trabalhadas em salas de aula diferentes. No entanto, a história demonstra a existência de várias relações que foram sendo estabelecidas entre Matemática e Arte. Analisando experiências que buscam estabelecer articulações entre essas áreas do conhecimento, percebemos a existência de um amplo espaço para a realização de novas e diferentes propostas.

A LUDICIDADE NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Moreira (2007) refere:

> De todas as ciências, a Matemática foi possivelmente a que teve o maior desenvolvimento na Renascença. Os textos de Euclides, redescobertos pelas escolas de tradutores, ofereceram soluções para intrigantes problemas com que defrontavam os construtores de catedrais e os geógrafos a serviço das grandes expedições de navegadores. Neste período muito se avançou, Copérnico afirmando que é a terra que gira em torno do sol e não ao contrário. Giordano Bruno que defendia a idéia de um infinito. Galileu-Galilei considerado um dos criadores da ciência moderna. Francis Bacon um dos criadores do método científico moderno e da ciência experimental, Descartes que entre várias obras introduziu o procedimento de localizar um ponto no espaço através de duas retas que formam ângulo reto

> entre si, o que hoje estudamos como coordenadas cartesianas, a ele devemos a idéia de associar a álgebra à geometria. Newton que lança o livro Principia, onde contém os fundamentos da moderna ciência física e matemática ilustrados com diagramas geométricos complexos endereçados quase que exclusivamente a matemáticos, astrônomos e físicos.

Esta autora refere ser, neste momento histórico, que o sistema feudal entra em crise, verificando-se a ascensão da burguesia. A reforma protestante questionou as idéias religiosas e provocou a divisão do mundo cristão. A inquisição que queimava bruxas, passa agora a perseguir os sábios, tendo Giordano Bruno sido queimado vivo, pela sua teoria de um cosmos infinito já que o infinito era atribuído apenas a Deus. Segundo esta autora, foi neste contexto que surgiu a Ciência Moderna no século XVII com Galileu que propôs o modelo da teoria heliocêntrica (a terra gira ao redor do sol), tendo estabelecido a hipótese de Copérnico como teoria científica válida e formulado o método científico, embora tenha sido silenciado, sob pena de ser condenado à morte. O crescimento do comércio provocou grandes transformações no mundo. A burguesia surge como classe revolucionária e conquista poder, enfraquecendo a nobreza. A produção maciça de mercadorias baseia-se na exploração do trabalho assalariado; é o capitalismo, que prega a igualdade de direitos entre os homens, a justiça, a fraternidade. No entanto, a colonização reintroduz a escravidão, há expulsão de pessoas do campo para a cidade e as más condições de vida agravam-se. A indústria surge e cresce devido aos avanços científicos, ao mesmo tempo que permite que a ciência cresça ainda mais. Moreira refere que as diferentes tentativas do homem para produzir objetos de consumo impossíveis de encontrar na Natureza, que constituem o principal objetivo d a indústria, perdem-se na origem do conhecimento humano. A grande indústria moderna concentra e multiplica os meios de produção para acelerar o rendimento. Surgem empresas que se transformam em instituições muitas vezes mais poderosas que o próprio Estado, tendo o lucro como grande força motriz. Neste processo de extraordinária expansão do comércio, desenvolveram-se instituições financeiras, bancos, bolsas etc, para subsidiar as atividades comerciais. A grande revolução ocorreu com o surgimento da máquina a vapor e com a sua associação ao movimento circular. Por fim, o aproveitamento da energia elétrica veio trazer eletricidade novas modificações. A juntar a tudo isto, e como sua consequência surgiu uma conceção mecanicista do mundo, com base na ciência mecanicista reducionista desenvolvida por Descartes e Newton nos séculos XVII, XVIII e XIX, que foi propulsora do desenvolvimento do capitalismo. Segundo estas ideias. o mundo era concebido como uma grande máquina que funciona em partes que formam o todo, tendo cada parte uma função específica e estática, onde o homem também é uma engrenagem, mas com poder de denominar e de explorar o meio que o cerca. Outro aspeto mencionado pela autora, foi a promoção do comportamento competitivo em detrimento da cooperação, uma das principais características do capitalismo, tendo as suas raízes na conceção defendida pelos darwinistas do século XIX, que acreditavam que a vida em sociedade deveria ser uma luta pela existência regida pela sobrevivência dos mais aptos. Entretanto, esta autora salienta a relevância de Karl Marx, que descreve como sendo um pensador que, a seu ver, ultrapassou a sua época e marcou o século XX de maneira decisiva. Segundo a autora, Karl Marx desencadeou uma reflexão crítica sobre a ciência, colocando-se na perspetiva do trabalho e da prática. Para Marx a indústria capitalista separa a ciência do trabalho. A indústria capitalista configura a ciência como entidade em si, e não apenas parte integrante do trabalho desenvolvido pelo operário. Considera-a como sendo, ela também, uma força alienada, um poder exterior ao operário, que o domina e que, por isso, contribui para sua desumanização. Moreira refere que, para Karl Marx, a educação verdadeira e autêntica é aquela que parte da própria vida onde as crianças se integram no mundo dos adultos; Karl Marx surge como defensor de uma escola concreta, num reino da necessidade e não da liberdade. Moreira refere:

> As contribuições de Marx, sem dúvida, são fundamentais para todas as ciências, pois, incitam uma postura sobre o ser humano; não mais inatista, não mais ambientalista, mas um ser histórico, um ser em formação, ou seja, um ser dialético.

Moreira continua o ser percurso pela história, referindo o período dos Descobrimentos, no século XV. Em 1808, com D. João VI dá início a um processo que permitirá proporcionar educação a uma elite aristocrática e nobre que se opunha à corte. Segundo esta autora, a preocupação exclusiva com a criação do ensino superior e o abandono total em que ficaram os outros níveis de ensino demonstram claramente este objetivo, a educação aristocrática em detrimento do ensino das crianças e adolescentes. Moreira menciona que, no Brasil, após a declaração da sua independência, o ensino da matemática continuou a ser ministrado quase nos mesmos padrões do Império, que descreve do seguinte modo: a aritmética e álgebra eram desenvolvidas com base numa sucessão de regras e fórmulas não justificadas, com ênfase em aspectos práticos, embora essa preocupação utilitária se manifestasse em problemas bastante artificiais. Segundo esta autora, a geometria, por outro lado, era justificada e ensinada de forma dedutiva; era valorizada pelas classes dominantes porque ensinava a pensar. As escolas da elite não prescindiam da geometria; no entanto, as poucas escolas profissionalizantes (escolas de comércio, por exemplo) não lhe davam toda essa importância. Convém notar, porém, que mesmo sendo dedutiva, a geometria acabava a converter-se numa sucessão das regras arbitrárias para a maioria dos alunos, pois estes não compreendiam as deduções. Nesse período, começavam a proliferar ideias referentes a novas pedagogias, deslocando as preocupações de ordem quantitativa (extensão da escola pública para todos) para as de ordem qualitativa (psicologia e métodos de ensino), uma vez que propunham uma escola do aprender fazendo, da pesquisa investigatória, do método da descoberta, dos métodos de solução de problemas. Do mesmo modo, segundo a autora, as feiras e clubes de ciências, foram muito difundidos na época, supervalorizando os métodos e esvaziando de importância os conteúdos.

> Em 1954, a União Soviética surpreendeu o mundo com o lançamento do primeiro engenho espacial, o Sputinik. Os Estados Unidos, empenhados em um duelo pela hegemonia mundial com os soviéticos, reagiram ao impacto. Atribuindo o avanço tecnológico do adversário à qualidade de seu sistema educacional, os norte-americanos promoveram uma redução de sua educação matemática e científica, amparada em volumosas verbas.
> Paralelamente, na França, reconhecia-se o sucesso da reorganização de todo conhecimento matemático em uma apresentação axiomático e dedutiva da teoria dos conjuntos que o grupo Bourbaki empreendera. Sob essa influência, vários educadores propuseram-se à mesma organização no domínio da Matemática elementar, aproximando-se da Matemática superior.
> Dessas duas fontes nasceu o movimento denominado Matemática Moderna, que rapidamente difundiu-se no mundo ocidental (...).

Moreira (2007), refere que a Matemática Moderna propunha eliminar o ensino da Matemática baseado na memorização de regras e no treino de algoritmos, a teoria dos conjuntos foi introduzida para unificar a linguagem dos vários ramos da disciplina, e foram enfatizados novos tópicos, mais modernos, nos currículos. No entanto, segundo esta autora, para a maioria dos nossos professores, a Matemática Moderna trouxe apenas mudanças superficiais no ensino, não se tendo investido a sério na formação de professores; os antigos vícios persistiram sob um verniz diferente e às tradicionais construções algébricas, acrescentaram-se operações com conjuntos e toda simbologia inerente. Segundo esta autora, a Matemática Moderna parece ter produzido um ensino tão ineficaz quanto o anterior.

> A percepção de que as ênfases do novo ensino, embora pudessem satisfazer o futuro matemático, pareciam incapazes de auxiliar o aluno, até nas compras do dia-a-dia, conduziu a seu gradativo abandono nos países desenvolvidos. Apesar de sua performance duvidosa, a Matemática Moderna constitui-se numa experiência de grande importância. O movimento atual de educação matemática deve acreditar seus acertos ao que aprendeu com os erros da Matemática Moderna. As discussões metodológicas de 1975 até hoje só vieram à luz devido á reflexão crítica que se fez do movimento anterior.

Moreira (2007), em jeito de conclusão desta sua resenha histórica, refere que hoje, no dia-a-dia da sala de aula da generalidade das escolas atuais, a Matemática já abandonou as regra estáticas, a importância excessiva dada à memorização, o domínio dos algoritmos, tendo abandonado também, as preocupações com os conjuntos e as estruturas da Matemática Moderna. Segundo esta autora, a Matemática ensinada nas escolas, converteu-se numa disciplina mais integrada à realidade do aluno, na qual este é mais solicitado a criar e participar da construção do conhecimento. No entanto, a autora salienta que as novas conceções ainda só alcançaram uma pequena parte do que seria ideal. Segundo esta autora, foi a Psicologia Construtivista que esclareceu diversos elementos do processo de aprendizagem, mostrando que fórmulas, regras, exercícios repetitivos e treino de algoritmos raramente produzem compreensão, provindo esta essencialmente da razão e reflexão. Entretanto, a autora refere também que a pesquisa atual em educação matemática preocupa-se com aspetos sociais e emocionais que possam influenciar na aprendizagem. Nesta ordem de ideias, Moreira (2007), segue referindo-se à ludicidade. Esta autora diz-nos que a educação lúdica não é o passatempo ou a brincadeira vulgar; segundo ela, a ludicidade é uma ação que está inerente à criança ou ao jovem, encontrando-se até no adulto, surgindo como meio de chegar a um certo conhecimento. Moreira refere que este conceito, se bem aplicado e compreendido, poderá contribuir para a melhoria do ensino, até por questão de combate ao abandono escolar, ou de melhorias no relacionamento e ajustamento das pessoas na sociedade. Segundo esta autora:

> Existem registros de brinquedos infantis desde a época da pré-história, demonstrando que é natural ao ser humano brincar, independente da cultura ou época. O brinquedo tem acompanhado a evolução interagindo no seu

> espaço físico, funções e seu próprio aspecto. A atividade lúdica das crianças é o brincar mesmo, sem espírito de competição, com a função da descoberta do mundo que o rodeia. (...) o ser humano nasceu para aprender, para descobrir e apropriar-se de (...) conhecimentos (...) e é isto que lhe garante a sobrevivência e a interação na sociedade como ser participativo, crítico e criativo. Esse ato de busca, de troca, de interação, de apropriação é que damos o nome de educação.

Esta autora lembra-nos que os jogos constituíram sempre uma forma de atividade inerente ao ser humano, podendo ser encontrados até entre os primitivos: atividades de dança, caça, pesca, lutas, que eram não só forma de sobrevivência, mas também assumiam, muitas vezes, o caráter de divertimento e prazer natural. Mais tarde, na Grécia Antiga, Platão afirmava que, nos seus primeiros anos, a criança deveria ser ocupada com jogos educativos. Mesmo povos como os egípcios, os romanos, entre outros, utilizavam jogos para que a geração mais jovem aprendesse com os mais velhos. No século XVI, os humanistas voltaram a valorizar os jogos como recurso educativo, tendo os colégios Jesuítas voltado a utilizá-los. Moreira diz-nos ainda terem existido outros teóricos, precursores dos novos métodos ativos da educação, que frisaram a importância do lúdico na educação das crianças. Dá-nos o exemplo de Rabllais, que ainda no século XVI, defendia o ensino por meio de jogos, dizendo: "Ensina-lhes a afeição à leitura e ao desenho, e até os jogos de cartas e fichas servem para o ensino da geometria e da aritmética."

Moreira é de opinião que se o professor despertar na criança a paixão pelos estudos, ela mesma buscará o conhecimento, pois quando o aluno descobre que, nas palavras da própria autora, "a maior e melhor escola é aquela que existe dentro de si mesmo, ninguém mais o segura". Segundo esta autora, quando este despertar sucede, o próprio aluno se encarregará de procurar conhecimentos e experiências. No entanto, a escola ainda não aprendeu a confiar no aluno, dando o conhecimento já pronto, impondo-o, sob o medo de que os alunos não o dominem. A escola não dá liberdade para que os alunos busquem novos conhecimentos e novos caminhos.

> De modo geral, é preciso buscar, recuperar o verdadeiro sentido da palavra escola, lugar de alegria, prazer intelectual, satisfação; é preciso também repensar a formação do professor, para que reflita cada vez mais sobre a sua função (consciência histórica) e adquirem cada vez mais o gosto de ensinar, não só o conteúdo, conhecimento teórico, mas numa prática que se alimenta de desejo de aprender cada vez mais para poder transformar. (...) Assim,

> concebemos neste trabalho o lúdico, não como uma abordagem de forma isolada em uma ou em outra atividade (brinquedo, festa, jogo, brincadeira, etc.), mas como um componente inerente à condição humana, e, cuja manifestação e expressão é culturalmente situada, isto é, varia de acordo com o meio em que o sujeito vive. Nesse contexto, associamos o lúdico ao sentimento de prazer, do prazer em se fazer, realizar algo, do gostar de fazer, da alegria, do contentamento. Um prazer que está ligado ao interesse do aluno, pois a atividade será aceita ou não por ele se for interessante e estiver adequada ao seu desenvolvimento intelectual.

Moreira (2007) refere John Dewey, no que diz respeito ao aspeto lúdico da educação, filósofo norte-americano que critica a educação como mera transmissão de conhecimentos, e propõe uma aprendizagem por meio de jogos, criticando aqueles que utilizam a atividade lúdica como simplesmente uma excitação física. Esta autora refere que Dewey afirma existirem duas qualidades de prazer: o aspecto pessoal e consciente de uma energia em exercício, que pode ser encontrado onde haja um desenvolvimento pleno do indivíduo, referindo ser esse o prazer que acompanha o interesse autêntico e legítimo. A sua fonte é, segundo a autora, uma necessidade do organismo, que refere que uma outra qualidade de prazer é o prazer em si mesmo referindo-o como sendo inerente à condição humana.

A ARTE E A LUDICIDADE

Segundo Teixeira (2009), a relação entre Arte e ludicidade é tão óbvia e natural que não necessita ser justificada:

> O elemento lúdico é inerente a toda expressão artística. A alegria resultante do ato de criar – seja qual for o seu meio de expressão – é uma experiência gratificante para o ser humano, pois o interliga com a fonte criativa original que se manifesta no universo incessantemente. A função educativa da arte não foi ainda amplamente reconhecida e utilizada. O valor que a destaca num novo sentido está em sua possibilidade de servir de veículo para mundos inauditos em nós. (...)

Segundo este autor, o caráter lúdico da arte é tão evidente que não necessita ser de novo enfatizado: a alegria de criar aquilo que se encontrava em estado embrionário, não-manifestado, oculto, imerso em escuridão, é portador de uma alegria única. Este autor refere que a sabedoria indiana encontrou o termo “Lila” para exprimir o jogo, o eterno brinquedo do Criador ao manifestar o universo. Este autor considera que nenhuma formulação intelectual captou com maior força e clareza o elemento lúdico subjacente à vida, à manifestação universal de que somos parte, do que neste pequeno aforismo de Sri Aurobindo: "Um Deus que não pode sorrir, não poderia ter criado esse universo cheio de humor". Teixeira (2009) refere ainda que criar algo é como criar-se a si mesmo, pois implica descobrir possibilidades e talentos escondidos no ser, à espera do momento oportuno para se manifestar. Segundo este autor, a Arte permite desenvolver a sensibilidade, aperfeiçoando sentidos e emoções, algo que refere como uma função amplamente reconhecida da Arte, seja ela qual for: visual (pintura, escultura), auditivo-sonora (musica), espaço-temporal (dança, teatro). Teixeira cita-nos ainda Sri Aurobindo[3] acerca da importância da Arte no desenvolvimento intelectual:

> O valor da arte no treinamento da faculdade intectual é também uma parte importante de sua utilidade. Nós já indicamos o caráter duplo da atividade intelectual, dividida entre os centros intelectuais imaginativo, criador e simpático ou compreensivo de um lado e o crítico, analítico e penetrante do outro, Os últimos são melhor treinados através de ciência, crítica e observação, os primeiros através das artes plásticas, poesia, música, literatura e o estudo compreensivo do homem e suas criações. Estas tornam a mente pronta para apreender em um relance, sutil em distinguir nuances, profunda em rejeitar autosuficiência superficial, móvel, delicada, rápida, intuitiva. A arte ajuda nesse treinamento pelo evocar de imagens na mente que esta tem que compreender não por análise, mas por auto-identificação com outras mentes; ela é um poderoso estimulante de penetraçao interior compreensiva. A arte é sutil e delicada, e ela torna a mente também sutil e delicada em seus movimentos. Ela é sugestiva, e o intelecto habituado a apreciação da arte é rápido em apanhar sugestões, dominando não apenas, como a mente científica faz, o que é positivo e na superfície, mas o que conduz a uma sempre fresca ampliação e sutilidade de conhecimento e abre uma porta para os segredos mais profundos da natureza interior, onde os instrumentos positivos da ciência não podem sondar a profundeza ou medida. Esse supremo valor intelectual da Arte nunca foi suficientemente reconhecido. Os homens tornaram a linguagem, a poesia, a história, a filosofia, agentes para o treinamento desse lado da intelectualidade, partes necessárias de uma educação liberal, mas a imensa força educativa da música, pintura e escultura não foi devidamente reconhecida. Elas foram consideradas como atalhos da mente humana, belas e interessantes mas não

[3] "Aurobindo Akroyd Ghosh ou Ghose (em bengali: অরবিন্দ ঘোষ Ôrobindo Ghosh), (Calcutá, 15 de agosto de 1872 – Puducherry, 5 de dezembro de 1950), mais tarde conhecido como SriAurobindo (em bengali: শ্রী অরবিন্দ Sri Ôrobindo), foi um nacionalista, lutador pela liberdade, filósofo, escritor, poeta, yogue, e guru indiano. Ele se uniu ao movimento pela independência da Índia do controle colonial da Índia Britânica e, por alguns anos, foi um de seus principais líderes, antes de desenvolver sua própria visão do progresso humano e evolução espiritual." (in Wikipédia)

> necessárias, feitas portanto para os poucos. Mas o impulso universal para desfrutar a beleza e atratividade do som, olhar e viver entre pinturas, cores, formas, devia ter alertado a humanidade para a superficialidade e ignorância de uma tal visão dessas ocupações eternas e importantes da mente humana.

Depois de toda a pesquisa realizada, creio que se tornam claras as inúmeras vantagens de ensinar Matemática através da Arte. Pelo seu carácter hermético intrínseco que, como vimos, tem importantes motivações históricas, o ensino da Matemática carece de abertura, de interligação com outras áreas, assim como de contextualização, para que se desfaça o preconceito de que é acessível apenas a alguns. Por outro lado, é necessário também torná-la mais bela e apelativa, leve e motivadora, para que atraia e não continue a repelir, uma vez que se trata de uma disciplina tão fundamental, parecendo ocupar um papel cada vez mais importante nas nossas complexas sociedades industrializadas.

Apesar das inúmeras vertentes que poderia abordar dentro desta temática, neste trabalho, centrar-me-ei apenas em compreender até que ponto ensinar Matemática através da Arte pode contribuir para torná-la mais apelativa, bela e acessível, no sentido de estimular o gosto dos alunos por esta disciplina tão frequentemente rejeitada.

A Arte como um agente de desenvolvimento da ludicidade e cognição no ensino e aprendizagem da Matemática.

Ensinar Matemática requer, portanto, que, por parte dos professores, existam não só conhecimentos sólidos acerca da própria Matemática, mas também toda uma sabedoria relativamente à melhor forma de ajudar o aluno a construir o seu conhecimento matemático. Ora, aumentamos a probabilidade de uma aprendizagem significativa se mantivermos os alunos interessados nos assuntos em causa, algo que se consegue buscando formas agradáveis de levar o aluno a aprender, nomeadamente, instigando a sua curiosidade, levando-o a evolver-se nos conceitos matemáticos, a experimentar, a procurar.

Moreira, Pego e Almeida (2003) falam acerca desta mesma construção dos conhecimentos, referindo que, para o Construtivismo, o conhecimento não é algo que se possa considerar estar, alguma vez, acabado, estando em permanente construção pela interação do aluno com o meio. Estas autoras referem ainda, a este respeito, os trabalhos de Jean Piaget, que demonstram que o ser humano assume um papel ativo na construção do seu conhecimento, não levando a uma aprendizagem eficaz o encará-lo como uma "massa" a ser moldada. O aluno, como ser ativo que é, deve ser exposto a atividades motivadoras e desafiadoras, pois é esse ambiente estimulante que o vai deixar mais propenso a uma aprendizagem significativa. As autoras referem também Vygotsky, que vai um pouco além de Jean Piaget, dizendo que o conhecimento se constrói através da interação do indivíduo com o meio. Mencionam também Gardner e a sua Teoria das Inteligências Múltiplas (inteligência linguística ou verbal, lógico-matemática, espacial, sonora e musical, cinestésico-corporal, naturalista, interpessoal e intrapessoal). Segundo Fortaleza e Consolaro (2010), a inteligência lógico-matemática manifesta-se através da sensibilidade para padrões, ordem e sistematização. É a capacidade que permite explorar relações, categorias e padrões, através da manipulação de objetos ou símbolos, e que se utiliza para experimentar de forma controlada; é a capacidade de lidar com séries de raciocínios, para reconhecer problemas e resolvê-los. Moreira, Pego e Almeida (2003) dizem-nos ainda que a inteligência espacial está bastante ligada à criatividade e capacidade de conceber, no espaço, sólidos geométricos. A perceção apurada do mundo espacial, a compreensão do espaço como um todo, a orientação dentro dos seus limites, e subsequente capacidade para introduzir alterações nessas mesmas perceções, leva a uma compreensão mais ampla do espaço físico e temporal. Deste modo, conclui-se da ligação estreita entre as capacidades que a Arte desenvolve e as que a Matemática desenvolve; entre as capacidades necessárias à conceção de uma obra de Arte e de uma obra Matemática.

Segundo Lucena (2010), as artes, sejam na forma de música ou poesia, estão associadas ao divertimento e à ludicidade. Nelas, a Matemática aparece de modo implícito ou explícito, tornando, inconscientemente, a aprendizagem mais agradável. Lucena dá o exemplo concreto da ligação que pode existir entre Poesia, Música e Matemática:

> A nossa experiência utilizando Poesia e Música, confirma que o aumento do envolvimento dos alunos com esta disciplina se dá através destes recursos. Tal fato serviu para que o nosso projeto (...) tenha como meta o aprofundamento dos aspectos didáticos cognitivos presentes na associação Poesia-Música-Matemática. (...) apresentamos inicialmente uma atividade mostrando as relações existentes entre a estrutura de poesias e a Matemática. Observamos a contagem das sílabas, versos e estrofes e sua ligação com a cadência e a metrificação. Na sequência, propomos a

> elaboração de poesias pelos participantes utilizando os recursos poéticos apresentados. A seguir, exploramos conceitos matemáticos no formato de poesia e, depois músicas. Mostramos que a relação entre Poesia, Música e Matemática permite conciliar as múltiplas inteligências necessárias para o desenvolvimento do aluno por completo (...)

Segundo Pillão (2009), pesquisas relacionadas com Matemática e Música, Matemática e Poesia, Matemática e Arte, Geometria e Arte etc., começam a fazer parte da produção científica na área de educação matemática. Esta autora cita D'Ambrósio (1997), dizendo que a criatividade é responsável pela emergência de ideias novas, dizendo-nos em seguida que uma possível forma de ensinar e aprender Matemática com criatividade, está no uso das relações existente entre Matemática e Música.

Ainda a respeito da estreita ligação que existe entre Arte e ludicidade, Albuquerque (2007), citando Chatêau (1987), refere que a espécie humana terá passado da atividade lúdica à atividade estética; diz-nos que, em relação ao caso concreto da dança, antes de esta se constituir como uma manifestação artística, terá sido uma brincadeira. Esta autora fala-nos também nos trabalhos de Schiller, que diz que a arte nasce do jogo. A este respeito, Caminha (2008) refere que, à primeira vista, os impulsos sensível e formal parecem esgotar o conceito de humanidade. Mas, para Schiller, existe um terceiro impulso fundamental que tem a função de intermediar os outros dois impulsos - o impulso lúdico, cuja função é possibilitar uma ligação entre o devir e o absoluto. Dessa maneira, o objeto do impulso lúdico é a “forma viva” que serve para designar todas as qualidades estéticas dos fenómenos. O impulso sensível precisa ser moderado, convenientemente, pelos limites do impulso formal, e este necessita ser contido pela presença permanente do impulso sensível. Enquanto apenas sente, fica oculta, no homem, a sua pessoa ou a sua existência absoluta. Ao contrário, enquanto apenas pensa, fica oculto seu estado ou a sua existência no tempo. Para obter a plenitude da sua humanidade, o homem necessita perceber-se como matéria e reconhecer-se como espírito. Apenas a unidade de realidade e forma, de contingência e necessidade, de passividade e liberdade, possibilita a existência plena da natureza humanidade. A beleza é, para Schiller segundo Caminha (2008), a consumação da humanidade pelo fato de ela ser o objeto comum dos impulsos sensível e formal. O belo é o meio termo entre a necessidade e a lei ou entre o impulso sensível e o impulso formal. O belo é definido por Schiller, como jogo, na medida em que apenas o belo torna completa a natureza humana. Com o bem, o homem é apenas honrado, mas com a beleza, o homem joga; é na satisfação do impulso lúdico que encontramos o ideal de beleza no homem. Caminha refere que, ao considerar o belo como jogo, Schiller não quer de forma alguma depreciar a dignidade da beleza, pensada como instrumento de realização da cultura. Para Schiller, apenas o impulso lúdico pode unir a coerção material das leis naturais com a coerção espiritual das leis morais, caracterizando assim a verdadeira liberdade. Segundo Caminha, essa afirmação tem por base a noção kantiana do "livre jogo" entre as faculdades do entendimento e da imaginação, considerado capaz de unificar matéria e espírito na forma viva que é a obra de Arte. Nesse sentido, o belo nasce da combinação de dois princípios opostos: impulso sensível e impulso formal. É na harmonia desses dois impulsos que encontramos o belo, uma harmonia que nunca será plenamente realizada. A beleza na ideia até pode permanecer eterna, una e indivisível, mas na experiência, ela estará sempre a exprimir um estado de dissolução e de tensão. O primeiro serve para assegurar a presença tanto do impulso sensível, quanto do formal na manifestação do belo; no segundo, serve para garantir que esses dois impulsos possam exprimir as suas forças em tal manifestação. É por essa razão que Schiller afirma que o belo possui uma propriedade enérgica e outra suavizante. Caminha (2008) refere:

> Schiller considerava a educação como responsável pela condução do homem à beleza. A educação estética vai permitir que o homem passe dos meros sentimentos vitais para os sentimentos de beleza. Schiller vê, no desenvolvimento do impulso lúdico, que gera a beleza, a possibilidade da humanidade ser mais sublime, consequentemente, mais livre. Schiller propõe uma concepção de racionalidade que não nega a sensibilidade. Muito pelo contrário, o homem alcança um alto nível de dignidade valorizando a sensibilidade. Todavia, a sensibilidade deve ser submetida a uma educação estética. Não se pode negar a sensibilidade na medida em que ela está sempre presente na vida humana. Nesse sentido, o que fazer com a sensibilidade? A resposta de Schiller é propor uma educação estética para a humanidade. Essa educação vai desenvolver paralelamente sensibilidade e razão através da manifestação do belo na obra de arte. (...) A realização de sua humanidade não pode ser mera vida nem mera forma, mas "forma viva", criada pelo impulso lúdico.

Face ao exposto, podemos considerar que a Arte pode acrescentar ludicidade ao ensino da Matemática, uma vez que Arte e ludicidade possuem laços estreitos, podendo-se considerar que a ludicidade é naturalmente inerente à Arte. Assim, ao utilizarmos a Arte para ensinar Matemática, estamos quase necessariamente a utilizar a ludicidade. Por outro lado, a Arte ajuda a desenvolver os aspetos cognitivos necessários à aprendizagem da Matemática, uma vez que muitas capacidades que a Arte permite desenvolver são simultaneamente capacidades importantes para a ajudar os alunos a aprender Matemática.

A MINHA EXPERIÊNCIA PESSOAL

Depois de realizada toda a revisão da literatura, devo mencionar que considero importante enquadrar o que aqui foi mencionado com o âmbito da minha Dissertação, o que está diretamente relacionado com a minha prática. De tudo o que estudei, ficou-me perceção semelhante à manifestada por Bronowski (1983), tendo a ideia do presente tema para Dissertação de Mestrado surgido dessa mesma suspeita, que se veio instalando no meu espírito ao longo dos anos de lecionação - as artes parecem poder constituir-se como um importante veículo de conhecimento. Quando há algum tipo de atividade que remete para as artes, nem que seja simplesmente ao nível dos procedimentos, como o cortar, o pintar, o desenhar, instala-se um ambiente de aprendizagem diferente, em que os alunos assumem papéis mais ativos, demonstrando, inclusivamente, diferentes facetas suas, facetas estas que passariam absolutamente despercebidas se todas as estratégias utilizadas se cingissem a atividades que os relegam para um plano mais passivo. Parece ser o fazer, o manipular, que origina quer uma disponibilidade diferente para a aprendizagem, quer uma interiorização diferente dos conceitos. Numa perspetiva um pouco mais ambiciosa, no sentido de permitir aos alunos a criação em Matemática, os alunos revelam-se muitas vezes confusos, desabituados que estão de serem livres para pensar e imaginar. No entanto, é esta mesma criação que me parece potenciar um desenvolvimento mais eficaz, nomeadamente no que diz respeito à autonomia dos alunos. Pessoalmente, diria que a maioria dos alunos tende a reagir da forma anteriormente mencionada, havendo alguns contextos específicos que levam a que os alunos reajam de forma diferente. De forma muito concreta, por vezes surgem alunos com elevadas expectativas quanto aos resultados escolares , que entendem o ensino das Ciências e da Matemática por meio das artes ou, até mesmo, outras formas mais ativas de aprendizagem, como perda de tempo, uma vez que preferem atividades que permitam a mecanização e posteriores bons desempenhos ao nível das fichas de avaliação escritas. Também o texto de Lockheart (2002) me marcou bastante. No entanto, no concerne diretamente ao âmbito desta Dissertação, devo referir que, embora esteja de acordo com a essência do pensamento de Lockhart, creio ser necessário ser pragmático e compreender que não se instalam mudanças tão radicais, ainda que essa possibilidade se possa configurar como altamente estimulante, de um momento para o outro. É necessário contemplar o contexto em que nos encontramos a ensinar. Creio que o que Lockhart menciona é o verdadeiro ensino da Matemática através da Arte, em que nos sugere que a Matemática seja feita com os alunos com base no processo criativo que subjaz à criação das obras de Arte. No entanto, cada vez mais se vai verificando, mesmo ao nível dos manuais escolares, por exemplo, a utilização de obras de Arte de relevo para exploração dos conceitos matemáticos, sem que me pareça que uma coisa conflitue com a outra. Eu diria que o que Lockhart sugere seja um ensino da Matemática através da Arte de um ponto de vista intrínseco, em que o processo de criação artística se constitui como o fio condutor para o processo de criação Matemática, ao passo que há estratégias de ensino baseadas nos aspetos mais formais da Arte que também constituem, a meu ver, uma forma válida de ensino da Matemática através da Arte. A exploração e o contacto com obras de Arte, assim como a utilização das técnicas relacionadas com a produção de obras de Arte, também pode ser, a meu ver, uma forma de deixar os alunos mais propensos à aprendizagem da Matemática. Lockhart considera que o que se ensina nas escolas não é verdadeira Matemática; mas é o que temos para ensinar aos nossos alunos. Ainda temos programas a cumprir, programas esses que contemplam essencialmente o ponto de vista mecanicista sobre a Matemática - e é sobre esses que devemos atuar de forma revolucionária, sim, mas salvaguardando a necessidade de manter os "pés no chão", compreendendo que o sucesso académico dos alunos pode condicionar-lhes o seu futuro, assim como o facto de terem certos conhecimentos prévios que sustentam os conhecimentos seguintes, sem os quais poderão vir a enfrentar problemas. Considero, portanto, urgente e importante encontrar formas adequadas de lecionar os, talvez errados, programas curriculares e a Arte, com todo o aspeto lúdico que a envolve, pode constituir-se como um atrativo muito interessante. É claro que a motivação ideal é aquela que surge da confusão que se instala no espírito do aprendiz, aquela que advém de fatores internos, uma motivação essencialmente intrínseca. No entanto, creio também poder ser válida alguma motivação extrínseca, no sentido em que esta pode constituir um ponto de partida para tudo o resto. Não estou a sugerir que se incentive a superficialidade, mas que se tire partido dela para atrair os alunos para aquilo que sabemos ser verdadeiramente significativo. Aquilo de que Lockhart nos fala parece-me exigir dos professores de Matemática uma preparação bem diferente daquela que têm tido até aqui. Pessoalmente, considero que aplico, do ponto de vista da utilização da crítica e da criatividade, o ensino da Matemática através da Arte com bastante frequência, pois dou espaço à discussão da resolução de problemas, em que os alunos interagem entre si trocando ideias, discutindo, debatendo, descobrindo, criando. E é essa experiência que me permite falar da dificuldade que existe em implementar o que Lockhart tão bem sugere: trata-se da necessidade de uma grande capacidade de improviso; são aulas que não podem ser grandemente planeadas previamente. É extremamente difícil cumprir prazos e planificações com base neste tipo de aulas. Despende-se muito tempo ao permitir divagações e criações por parte dos alunos, mesmo que a um nível algo primário e bastante preso aos nossos programas tão desadaptados ao verdadeiro ensino da verdadeira Matemática. Mas apesar das dificuldades que sei que vou encontrar pela frente, nomeadamente a pressão cada vez maior no sentido do cumprimento dos programas, a verdade é que há algo no meu interior que me diz ser aquele o verdadeiro objetivo da minha própria lecionação, pelo que não faria sentido abafá-lo, sobretudo quando surge espontaneamente da vontade de debater e da curiosidade dos alunos. No entanto, tal como já expliquei anteriormente, não é exatamente este o propósito desta Dissertação, embora eu teça já algumas considerações a este respeito. Entretanto, e curiosamente, é o próprio Lockhart que vem salvaguardar, precisamente, os aspetos que mencionei anteriormente. Eu diria mesmo que cada vez é mais difícil fugir aos padrões, uma vez que é colocada muita pressão sobre o professor de Matemática, chegando esta disciplina a ter um peso superior ao das outras, no que diz respeito a assuntos tão sensíveis como reprovar um aluno. Neste momento, cada vez menos sinto liberdade para escolher métodos alternativos de avaliação, tendo, inclusivamente, muitas vezes, de fazer testes iguais aos dos meus restantes colegas, quando a realidade das diversas turmas é tantas vezes tão distinta; ela é, antes de mais, distinta de aluno para aluno.

3 - ENQUADRAMENTO METODOLÓGICO: DAS ARTES DE CONSTRUIR O MUNDO

O PARADIGMA QUALITATIVO E O ESTUDO DE CASO NA INVESTIGAÇÃO EDUCACIONAL

A investigação que pretendo realizar, cujo problema de estudo foi anteriormente especificado, enquadra-se dentro da abordagem metodológica genericamente denominada de investigação qualitativa. No entanto, apesar de, tradicionalmente, o estudo de caso se considerar como pertencendo ao âmbito da investigação qualitativa, existem autores que reconhecem ser vantajoso para a investigação recorrer a dados qualitativos e quantitativos. Carmo e Ferreira (2008), referindo Reichardt e Cook (1986), dizem-nos que, para encontrar a melhor forma de resolver um problema de pesquisa, o investigador não precisa aderir rigidamente a um destes dois paradigmas, podendo ir buscar a cada um deles aquilo que entender melhor servir os seus propósitos.

O POSICIONAMENTO PARADIGMÁTICO

Comummente, é aceite a dicotomia entre metodologia qualitativa e a metodologia quantitativa; estas são vistas como algo opostas uma à outra. Segundo Duarte (2009), a metodologia quantitativa orienta-se pela abordagem positivista, enquanto a metodologia qualitativa se orienta por uma perspetiva mais interpretativa e construtivista. Também Carmo e Ferreira (2008), referindo Reichardt e Cook (1986), o paradigma quantitativo postula uma conceção hipotético-dedutiva, particularista, objetiva, orientada para os resultados, própria das Ciências Naturais, ao passo que o paradigma qualitativo se centra mais numa conceção fenomenológica, em que existe um maior interesse em compreender a "conduta humana a partir dos próprios pontos de vista daquele que atua"; esta conceção é ainda indutiva, estruturalista, mais subjetiva, menos orientada para os resultados mas mais para o processo, adequada a estudos antropológicos. A observação é naturalista, não havendo a preocupação de uma medição rigorosa e controlada como quando se recorre ao paradigma quantitativo. O positivismo lógico associado ao paradigma quantitativo, segundo os autores mencionados, procura as causas dos fenómenos, prestando pouca atenção aos aspetos subjetivos; o investigador assume uma perspetiva externa em relação aos dados, posicionando-se à margem destes. Não se fundamenta na realidade, mas sim nos dados conseguidos, sendo a comprovação, a confirmação e o reducionismo as suas linhas orientadoras. Pelo contrário, ao situar-nos no paradigma qualitativo, há uma procura de conhecer a realidade, de realizar descobertas acerca das mesmas com base num processo exploratório e de descrição dessa mesma realidade. No paradigma qualitativo, o mais importante é a validade (dados reais, ricos e profundos), ao passo que, no paradigma quantitativo, o mais importante é a fiabilidade (dados sólidos e repetíveis).

Aquilo que se consegue através de um posicionamento qualitativo, não é generalizável, sendo adequado a estudos de casos isolados, ao passo que quando nos posicionamos no paradigma quantitativo, obtemos dados passíveis de generalização, sendo este adequado ao estudo de casos múltiplos. O primeiro paradigma olha para a realidade como algo dinâmico e mutável, ao passo que o segundo a vê como algo estático, passível de ser medido com exatidão.

Métodos qualitativos e métodos quantitativos estão, portanto, associados a uma perspetiva paradigmática distinta.

Bogdan e Bilken (1994) consideram que, tipicamente, na investigação qualitativa, são recolhidos dados qualitativos, como descrições de acontecimentos, fenómenos descritivos que, de forma geral, são de difícil tratamento estatístico. As questões de investigação não são estabelecidas face à operacionalização de variáveis, sendo sim formuladas de modo a permitirem o estudo da complexidade dos fenómenos. Carmo e Ferreira (2008), referindo Glaser e Strauss (1967), falam da indução como modo privilegiado de atuação ao nos servirmos de métodos qualitativos; os conceitos são desenvolvidos, chegando-se à compreensão dos fenómenos a partir de padrões provenientes da recolha de dados, não havendo uma tentativa de se confirmarem hipóteses previamente estabelecidas. A teoria é desenvolvida "de baixo para cima", sendo a base os dados obtidos e a sua interligação. Além de indutiva, trata-se também de uma abordagem holística, na medida em que os investigadores têm conta a realidade como um todo, não reduzindo os indivíduos e as situações em estudo a variáveis. Por outro lado, há uma interação natural com os indivíduos e as situações em estudo, não existindo a preocupação de o investigador se manter à parte, podendo este, inclusivamente, fazer parte da situação em estudo. Deve existir, contudo, a preocupação de minimizar os efeitos que uma eventual tentativa de "misturar-se" possa provocar nos sujeitos de investigação. Os investigadores são sensíveis ao contexto, procurando por relações que possam existir entre as situações em estudo e o contexto em que estão inseridas. Há uma tentativa de vivenciar a realidade da mesma maneira que os indivíduos em estudo; estabelece-se empatia e identificação, no sentido de se conseguir uma compreensão. Há uma tentativa de perceber, na globalidade, o modo como os sujeitos de investigação encaram a realidade. Para isto, os investigadores tentam ao máximo colocar as suas próprias conceções de parte. O plano de investigação é flexível, podendo ser alterado a qualquer momento em que se justifique, e trata-se de um processo descritivo, em que a descrição conseguida deve ser rigorosa e resultar diretamente dos dados recolhidos. A objetividade da investigação constitui, segundo estes autores, o principal problema que a utilização de métodos qualitativos pode trazer.

No que diz respeito aos métodos qualitativos, Carmo e Ferreira (2008), referem que a utilização destes métodos está essencialmente ligada à investigação experimental, pressupondo a observação dos fenómenos, a formulação de hipóteses explicativas a seu respeito, a identificação de variáveis e o seu controlo, a identificação de uma amostra com base numa seleção aleatória de indivíduos, a verificação das hipóteses com base numa recolha rigorosa de dados, a utilização de métodos estatísticos para tratamento desses mesmos dados e a utilização de modelos matemáticos para testas as hipóteses enunciadas. O objetivo deste tipo de estudo é a generalização a toda uma população dos resultados obtidos ao nível da amostra utilizada no estudo, o estabelecimento de relações de causa-efeito e a possibilidade de realizar previsões com base nestes mesmos resultados. O plano de investigação deve ser elaborado antes de se iniciar o trabalho e deve ser seguido de forma rigorosa; objetivos e procedimentos de investigação devem ser pormenorizadamente identificados. A elaboração do plano deverá ser precedida de uma revisão de literatura adequada, sendo esta essencial para o estabelecimento dos objetivos de pesquisa, formulação de hipóteses e definição de variáveis.

Estes autores referem ainda que os principais objetivos da investigação qualitativa, prendem-se com a busca pelo estabelecimento de relações entre variáveis, fazer descrições com base no tratamento estatístico dos dados obtidos, testar teorias.

Carmo e Ferreira (2008) apontam como principais limitações dos métodos quantitativos, a própria complexidade dos seres humanos e dos fenómenos, a dificuldade em controlar todas as variáveis de forma rigorosa, a subjetividade do investigador, entre outros.

Meirinhos e Osório (2010), referindo Stake (1999), dizem-nos que investigação quantitativa e investigação qualitativa distinguem-se pelo facto de a primeira ter surgido do processo científico, da procura pelo estabelecer de relações de causa-efeito, assim como por conseguir estabelecer generalizações válidas, ao passo que a investigação qualitativa procura a compreensão da complexidade inter-relações dos fenómenos que sucedem na vida real. Segundo Meirinhos e Osório (2010), Stake (1999) refere ainda que, nos modelos quantitativos habituais, há todo um esforço por parte do investigador no sentido de limitar a sua subjetividade e tudo o que diz respeito à sua interpretação pessoal, enquanto na investigação qualitativa, é suposto que o investigador realize trabalho de campo, que se "misture" com a situação em observação, que faça as suas próprias observações, sendo livre de emitir juízos de valor e realizar as suas próprias análises com base na sua experiência pessoal. A investigação quantitativa procura a relação entre variáveis, focalizando o seu esforço na operacionalização dessas mesmas variáveis, enquanto a investigação qualitativa pretende que o investigador coloque a sua capacidade de interpretação ao serviço da investigação. Segundo Meirinhos e Osório (2010), para Stake (1999), a realidade pode apenas ser interpretada e construída, não podendo ser descoberta. Segundo este autor, ao contrário do que pretende a investigação quantitativa, não existe descoberta de conhecimento, mas sim a sua construção.

Carmo e Ferreira (2008), referindo-se a Carmo Reichardt e Cook (1986), falam-nos da possibilidade de combinação entre os métodos quantitativos e qualitativos, de acordo com a situação em estudo, no sentido de procurar minimizar as limitações inerentes a cada um destes tipos de métodos.

Do mesmo modo, Meirinhos e Osório (2010) referem que autores como Yin (1993, 2005) e Flick (2004), dizem poder ser útil a combinação de dados qualitativos e quantitativos, sugerindo que se olhe para estas metodologias como complementares e não como opostas. Esta abordagem parece-me particularmente interessante para o meu estudo, pois parece-me que o que pretendo estudar poderá lucrar com a utilização complementar de dados de natureza qualitativa e quantitativa. Neste estudo, é necessário compreender, entre outras coisas, a forma como os alunos encaram o ensino da Matemática através da Arte. Será, portanto, de considerar, à partida, a opção de aplicar a este estudo métodos essencialmente qualitativos. No entanto, considero que será de lucrar se alguns dados forem conseguidos de forma quantitativa, uma vez que é possível e até relativamente fácil, auscultar a opinião dos alunos percebendo a quantos deles agradou aprender Matemática através da Arte ou a sua opinião relativamente a outros aspetos que permitam compreender melhor acerca do seu grau de recetividade relativamente a este tipo de metodologia de ensino, no sentido de que, tal como é referido na pergunta de partida, a multiplicidade da Arte venha a alargar a significação conceitual dos alunos a respeito da Matemática, tornando-os mais recetivos a esta.

ESCOLHA E FUNDAMENTAÇÃO DA METODOLOGIA

Segundo Carmo e Ferreira (2008), Yin (1988) define um estudo de caso como uma abordagem empírica que investiga um fenómeno atual no seu contexto real, não sendo claramente evidentes os limites entre determinados fenómenos e o seu contexto, em que se torna adequada a utilização de diversas fontes de dados. Meirinhos e Osório (2010) referem Latorre et al. (2003), dizendo que o estudo de caso se enquadra nas estratégias de investigação qualitativa, sendo o propósito da investigação o estudo intensivo de um ou poucos casos. Estes autores referem também Dooley (2005), que diz que a vantagem do estudo de caso é a sua aplicabilidade a situações humanas, a contextos de vida real. Ainda segundo estes autores, Yin (1993 e 2005), Stake (1999), Rodríguez et al. (1999), referem que um caso pode ser algo bem definido ou concreto, como um indivíduo, um grupo ou uma organização, mas também pode ser algo menos definido, ou definido num plano mais abstrato, como decisões, programas, processos de implementação ou mudanças organizacionais.

Carmo e Ferreira (2008), mencionam o facto de Yin (1988) considerar que o estudo de caso é particularmente adequado quando se quer responder a questões acerca de "como" ou "porquê", em que o investigador não pode controlar os acontecimentos, devendo estes serem estudados em interação com o contexto em que se encontram. Segundo estes autores, Yin refere também a existência de estudos de caso exploratórios e descritivos, podendo um estudo de caso centrar-se em um caso apenas ou em múltiplos casos, e os dados recolhidos podem ser de natureza quantitativa, qualitativa ou ambas.

No que concerne à natureza da investigação em estudos de caso, Meirinhos e Osório (2010) sustentam, conforme a opinião de Latorre et al. (2003), que apesar do estudo de caso ser visto com mais ênfase nas metodologias qualitativas, isso não significa que não possa contemplar perspetivas quantitativas. Estes autores mencionam ainda Stake (1999), referindo que a distinção entre métodos qualitativos e quantitativos é uma questão de ênfase, já que a realidade é uma mistura de ambos. Este autor reconhece também a existência de estudos de caso quantitativos. Também Yin (2005) aborda este assunto, salientando que a estratégia de estudo de caso, ao ser uma estratégia abrangente, não se deve confundir com pesquisa qualitativa, pois pode existir, num estudo de caso, uma grande e importante área comum entre a investigação qualitativa e quantitativa. Meirinhos e Osório (2010) mencionam Yin (2005), afirmando que a estratégia de estudo de caso, ao ser uma estratégia pouco sistematizada e abrangente, leva a que as características dos estudos possam ser bastante variáveis e sofrer alguma variação conforme as abordagens, a metodologia adotada e os aspetos que cada autor mais valoriza. Para Stake (1999), a atenção que se deve dar ao contexto deve ser tanto maior, quanto mais intrínseco for o caso. A importância do contexto parece depender, para este autor, do tipo de caso a estudar. Também Yin (1993) parece atribuir mais importância ao contexto, em alguns tipos de estudos de caso, como os estudos descritivos. Para este autor, a necessidade de realizar estudos de caso surge da necessidade de estudar fenómenos complexos, devendo recorrer-se aos estudos de caso quando se lida com condições contextuais, e se acredita que essas condições podem ser pertinentes na investigação.

Na investigação que está em causa nesta dissertação, há bastante valorização do contexto, mas não em grande escala, uma vez que este é muito abrangente e com uma dificuldade enorme inerente ao seu controlo. Há muitos fatores a influir na opinião que os alunos possam ter acerca da aplicação de uma certa estratégia e nem sempre podem ser considerados suficientemente relevantes. Os aspetos explorados centraram-se mais nos habituais dados que se utilizam na escola para caraterizar o perfil de um aluno e o modo como se podem comportar em termos de recetividade ao que é ensinado, assim como os aspetos das aulas de Matemática que podem estar na origem das suas opiniões.

Carmo e Ferreira (2008) mencionam Merriam (1988) e as características de um estudo de caso qualitativo: particular, porque se focaliza numa determinada situação; descritivo, pois o produto final é uma descrição o mais pormenorizada possível da situação em estudo; heurístico, porque conduz à compreensão do fenómeno estudado; indutivo, pois o raciocínio indutivo é, habitualmente, a sua base; holístico, porque tem em conta a realidade na sua globalidade. A planificação de um estudo de caso varia segundo se trata de um estudo de caráter essencialmente qualitativo ou quantitativo. Carmo e Ferreira (2008) referem que Yin (1988) põe em evidência a necessidade de definir questões de investigação neste tipo de estudo, sendo estas as proposições que devem orientar o investigador; as unidades de análise, que poderão ser indivíduos, acontecimentos, etc., conforme se trata do estudo de um único caso ou de casos múltiplos; a lógica que liga os dados às questões de investigação e os critérios para interpretação dos resultados.

Carmo e Ferreira (2008) voltam a referir Merriam (1988) quando dizem que a questão de investigação dever ser o primeiro passo de um estudo de caso de natureza qualitativa, podendo ser proveniente da própria experiência do investigador ou de situações ligadas à sua vida prática, sendo essa a situação que se verifica no estudo levado a cabo no âmbito da presente dissertação. Segundo estes autores, Merriam refere também que as questões de investigação não deverão ser muito específicas.

Em relação à possibilidade de generalização que o estudo de caso possa permitir; na opinião de Stake (1999), segundo Meirinhos e Osório (2010), a finalidade dos estudos de caso é que a situação em estudo seja compreensível através da particularização, existindo, contudo, circunstâncias em que o estudo de um caso pode permitir generalizar para outro caso. Stake (1999) distingue entre "pequenas generalizações" e "grandes generalizações". As primeiras referem-se a inferências internas que o investigador pode fazer sobre um determinado caso. As segundas podem ser relevantes para outros casos não estudados ou para a modificação de generalizações existentes. Ao abordar a problemática da generalização, Stake (1999) fala da importância da "generalização naturalista". Esta generalização assenta na implicação e experiência do investigador. A problemática da generalização na investigação qualitativa consiste no facto das suas declarações se fazerem sempre para determinados contextos (Flick, 2004). Mas a questão deve pôr-se mais em termos de transferibilidade para outros contextos. Sobre este aspeto, é também importante a opinião de Stake (1999), pois, segundo este autor, dos casos particulares as pessoas podem perceber muitos aspetos gerais. Patton (1990), segundo Gomes (2004), como alternativa ao termo generalização, opta pela palavra extrapolação, que apresenta como algo mais ágil e mais adequado no que se refere às possibilidades de transferência de conhecimento de um caso a outro posterior. As conclusões de um estudo poderão ser relevantes e transferíveis para outros casos sempre que se avaliem as condições particulares e contextuais de cada situação. Segundo Meirinhos e Osório (2010), e conforme nos diz Yin (1993), para se poder generalizar, é bastante importante a existência de uma teoria prévia. Para este autor, os estudos de caso são generalizáveis a proposições teóricas mas não a generalizações estatísticas. O seu objetivo é a generalização analítica, para expandir e generalizar teorias. O mesmo autor refere que, para os estudos de caso, o desenvolvimento da teoria como parte da fase inicial do projecto, é essencial para saber se o propósito decorrente do estudo de caso é desenvolver ou testar a teoria. O objetivo é possuir um esquema suficiente de estudo, com algumas proposições teóricas previamente abordadas pela bibliografia já existente, para direcionar o estudo. Esta ideia pode aproximar-se do pensamento de Stake (1999), pois para este autor o esquema geral da investigação requer uma organização conceptual, ideias que expressem a compreensão necessária ou pontes conceptuais assentes no que já se conhece ou, ainda, estruturas cognitivas que orientem a recolha de dados. Meirinhos e Osório (2010) mencionam Yacuzzi (2005), referindo que todo o bom esquema de estudo de caso incorpora uma teoria, que serve como plano geral da investigação, da busca de dados e da sua interpretação.

A presente dissertação pretende utilizar a teoria já existente para enquadrar a questão de investigação como pertinente e relevante mediante as principais preocupações dos educadores na área da Matemática, relacionadas, por sua vez, com os principais problemas que o ensino da Matemática levanta, havendo alguma intenção de desenvolver essa mesma teoria. Pretende-se, portanto, que seja possível alguma generalização a contextos semelhantes aos investigados e a possíveis extrapolações, tal como é mencionado pelos autores anteriormente referidos, para casos distintos com base na experiência recolhida da análise dos casos em estudo.

Carmo e Ferreira (2008), falam acerca da importância da revisão de literatura respeitante à área em estudo, uma vez que considerem poder contribuir para a conceptualização do problema, a realização do estudo e a interpretação dos dados. Estes autores referem que, num estudo de caso, se pode recorrer a diversas fontes de dados: observação, entrevista, análise documental e o questionário.

Sobre o caráter interpretativo constante, Meirinhos e Osório (2010) referem que tanto Stake (1999), como Yin (1993 e 2005), prevêem a necessidade da realização de modificações à medida que o estudo avança, nomeadamente a modificação das questões iniciais do estudo. Stake (1999) refere que, à medida que se avança na compreensão do caso, através de novas observações e confirmação das antigas, o investigador poderá ir reformulando as questões iniciais. Estas modificações assentam, assim, numa abordagem progressiva, onde parece ser de grande importância para a investigação a função interpretativa constante do investigador. Também para Yin (2005), poucos estudos de caso terminarão exatamente como foram inicialmente planeados. O projecto de estudo de caso, para este autor, pode modificar-se por novas informações ou constatações, que possam ser importantes, durante a recolha de dados. Contudo, para Yin (2005), a modificação do projeto não deve significar a alteração das questões iniciais de investigação. Para este autor, a reformulação das questões iniciais de investigação também pode aceitar-se, mas apenas nos casos holísticos, e não deve ser vista como um ponto forte da metodologia dos estudos de caso. Para este autor, é necessário encontrar o equilíbrio para compreender quando as modificações necessárias justificam o abandono do projecto inicial e a formulação de um novo, com a consequente formulação de novas questões de pesquisa. As questões de pesquisa orientam a procura sistemática de dados para extrair conclusões. Para Yin (2005), o estudo de caso holístico deve ser aplicado quando não é possível identificar uma "subunidade lógica". O maior risco dos projetos holísticos é que eles podem levar o pesquisador a ignorar pontos importantes de um processo, por não os isolar em unidades lógicas. Evidentemente, para qualquer abordagem metodológica, será preciso delimitar o campo de trabalho, limites que se vão estabelecendo ao longo do estudo, sendo raro uma definição inicial ser mantida até à conclusão do trabalho. Tal como já se referiu, outro risco é que uma mudança de situação no caso investigado pode obrigar o pesquisador a refazer o trabalho.

Os limites da pesquisa realizada no âmbito desta dissertação, foram eficazmente delimitados inicialmente e mantiveram-se até ao final. No entanto, no decurso da realização deste mesmo trabalho, senti que, se fosse possível estender este projeto no tempo, poderia ser interessante tentar estudar casos de alunos que demonstrassem menos interesse pela escola, pela aprendizagem e pela própria Matemática do que os alunos estudados demonstraram, entre outras situações, nomeadamente no âmbito de uma Oficina da Matemática, em que os alunos aprendessem em condições menos condicionadas pelos resultados, sem obrigatoriedade de cumprimento de programa e cuja frequência fosse voluntária.

Relativamente ao papel do investigador nos estudos de caso, Meirinhos e Osório (2010) são de opinião que este aspeto nos remete para a relação sujeito/objeto na investigação. Segundo estes autores, as abordagens positivistas criaram a ideia de um observador neutro, sem influência sobre o objeto de investigação. Neste sentido, considera-se possível captar-se uma realidade objetiva, já que se considera poder ser eliminada a subjetividade através de uma relação distante do observador/investigador. Entretanto, o investigador pode também implicar-se a nível relacional com o objeto de investigação. Estas posições admitem a existência de um papel mais construtivo do sujeito e, consequentemente, a existência de uma realidade subjectiva. Um ponto central desta problemática relaciona-se diretamente com a observação não participante/participante. Estes autores referem ainda Rodríguez et al (1999), que nos diz que a observação participante é um método interativo de recolha de informação que requer uma implicação do investigador nos acontecimentos e fenómenos que está a observar.

Segundo Meirinhos e Osório (2010), mencionando Flick (2004), a observação participante é mais frequente na investigação qualitativa. Também Rodríguez et al. (1999) salientam que a observação participante é um dos procedimentos de observação mais utilizados na investigação qualitativa. O fundamental desta observação participante é a integração do investigador no campo de observação. Observa desde a perspetiva de um membro participante, mas também pode influenciar o que observa devido à sua participação (Flick, 2004). Neste sentido, o observador pode tornar-se parte ativa do campo observado. Yin (2005) refere que a observação participante é um modo especial de observação, em que o investigador não é meramente um observador passivo, mas pode assumir uma variedade de papéis no estudo de caso, podendo mesmo participar em acontecimentos a serem estudados. A investigação participante não se revela uma tarefa fácil, pois requer uma certa aprendizagem que permita ao investigador desempenhar o duplo papel de investigador e de participante. Apesar de se colocar o problema da interferência, a implicação apresenta também vantagens, tais como uma maior aproximação à realidade dos dados, uma melhor compreensão das motivações das pessoas e uma maior facilidade na interpretação das variáveis do contexto de estudo. Meirinhos e Osório (2010) referem ainda Fragoso (2004), que diz que, apesar de se tratar de um assunto complexo, parece importante, antes de mais, analisar a interferência eventualmente produzida e incluí-la na investigação, mais do que negligenciá-la ou considerá-la nula.

Em suma, e face ao acima exposto, creio tratar-se o estudo de caso de uma estratégia de investigação interessante no contexto da metodologia escolhida para este estudo em concreto, uma vez que me permitirá investigar, de forma analítica e aprofundada, as questões envolvidas na reação de dois grupos de alunos, um de 35 alunos de 6º ano e outro de 31 alunos de 5ºano, às diversas estratégias de ensino que lhes forem propostas. Pretendo criar situações de estudo, para cada grupo, que permita verificar as diversas reações e opiniões dos alunos face a estratégias de ensino da Matemática tradicionais versus outras mais ativas, em que o ensino da Matemática se faça através da Arte. Creio que isto permitirá perceber de forma mais ou menos aprofundada as relações causa-efeito, despoletadas pelas estratégias de ensino escolhidas ou, pelo menos, explorá-las e problematizá-las. Tal como foi anteriormente mencionado pelos autores consultados, o estudo de caso revela-se adequado quando se pretende compreender o modo de funcionamento de uma certa situação, ou dos indivíduos nessa mesma situação, procurando respostas para questões acerca de como as coisas sucedem ou por que motivos sucedem. Haverá algum controlo dos acontecimentos, mas as reações dos alunos serão estudadas em interação com o contexto em que se encontram.

A minha observação será participante, com um nível alto de participação, uma vez que serei eu a escolher as unidades a serem lecionadas e que organizarei as estratégias de ensino, quer as tradicionais, quer as metodologias ativas de ensino da Matemática através da Arte, assim como serei eu a lecioná-las aos alunos.

Carmo e Ferreira (2008) referem a importância da validade interna e da fiabilidade num estudo de caso. Dizem-nos, no entanto, que a possibilidade de se considerar que um estudo de caso possa ser generalizável, é algo que ainda se encontra em debate. Estes autores referem que a validade interna diz respeito à correspondência entre os resultados e a realidade, ou seja, à correspondência existente entre os resultados conseguidos e a realidade estudada, garantindo que os primeiros traduzem essa mesma realidade. A fiabilidade diz respeito a garantirmos que obteríamos os mesmos resultados se o estudo fosse repetido.

Carmo e Ferreira (2008) mencionam a triangulação como uma forma de conseguir conferir validade a um estudo de caso; pode recorrer-se a vários investigadores, várias fontes de dados e diferentes métodos, para depois estabelecer comparações entre os dados obtidos. Outra forma é realizar repetidas observações do fenómeno em estudo, ou observá-lo durante um período longo de tempo. Segundo estes autores, pode-se ainda discutir os resultados com outros investigadores e envolver os participantes em todas as fases da investigação. A fiabilidade, pode ser garantida, segundo nos dizem Carmo e Ferreira (2008), através de uma descrição pormenorizada e rigorosa da forma como o estudo foi realizado, havendo necessidade de uma explicitação dos pressupostos teóricos subjacentes ao estudo, assim como a descrição pormenorizada acerca da forma como os resultados foram obtidos, e o processo que permitiu obtê-los. Estes autores referem Yin (1988), que diz que um bom estudo de caso deve ser relevante, completo, considerar perspetivas alternativas de explicação, evidenciar uma recolha de dados adequada e suficiente, devendo o investigador apresentar o seu estudo de forma motivadora para o leitor.

MODELO DE RELAÇÃO PEDAGÓGICA DE RENALD LEGENDRE E SUA APLICAÇÃO

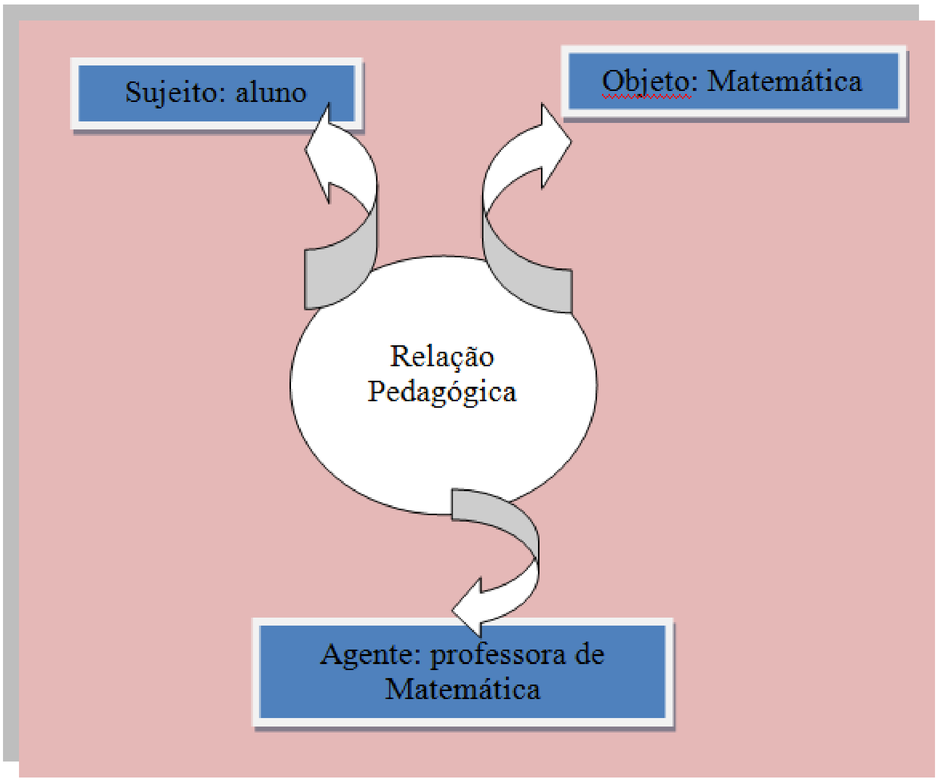


Figura 1: Modelo pedagógico de Renald Legendre aplicado ao contexto desta dissertação

Sujeito – Objeto: relação de aprendizagem; os alunos procuram apreender Matemática através das diversas estratégias utilizadas.

Agente – Objeto: relação didática; a professora procura estratégias para ensinar Matemática.

Agente – Sujeito: relação de ensino; postura empática que permita um clima de confiança.

Meio – Escola

Martins (2002)

INSTRUMENTOS DE RECOLHA DE DADOS SELECIONADOS

Tal como já vimos, os instrumentos de recolha de dados são muito importantes para se conseguir um estudo válido. Meirinhos e Osório (2010) referem que, de acordo com Fragoso (2004), ao longo do estudo, o investigador deve assegurar-se que os métodos e técnicas de recolha de informação são utilizados de forma a obter informação suficiente e pertinente. Estes autores referem ainda que, segundo Dooley (2002), para isso, o investigador deve recolher e organizar dados de múltiplas fontes e de forma sistemática. No entanto, o facto de, nos estudos de caso, se recorrer a múltiplas fontes para a obtenção de dados, pode originar a obtenção excessiva de informação para analisar. A vantagem mais importante para a utilização de fontes múltiplas de evidência é o desenvolvimento de linhas convergentes de investigação, enquanto processo de triangulação de dados (Yin, 2005). Assim, qualquer descoberta ou conclusão num estudo de caso terá maior validade interna se baseada em várias fontes distintas de informação (Yin, 2005). A triangulação aparece como um conceito comum e importante na metodologia qualitativa e de estudos de caso. Meirinhos e Osório (2010) referem que autores como Yin (1993), Stake (1999) e Flick (2004), apresentam a triangulação como uma estratégia de validação, na medida em que torna possível a combinação de metodologias para estudo do mesmo fenómeno.

Por outras palavras, a triangulação permite obter, de duas ou mais fontes de informação, dados referentes ao mesmo acontecimento, a fim de aumentar a fiabilidade da informação. Segundo Meirinhos e Osório (2010), na opinião de Flick (2004), a triangulação pode utilizar-se, não apenas para a validação dos resultados, mas como uma abordagem para fundamentar ainda mais o conhecimento obtido com os métodos qualitativos. Para além da triangulação através da utilização de vários métodos qualitativos, Flick (2004) fala também da triangulação através da utilização de métodos qualitativos e quantitativos. Não se trata da integração das duas metodologias, pois elas continuam a ser autónomas, funcionando sequencialmente ou simultaneamente, mas sim de procurar o ponto de confluência, o qual pode fornecer a resposta para o problema em estudo.

O QUESTIONÁRIO

Meirinhos e Osório (2010) referem que, segundo Rodríguez et al (1999), não se pode dizer que o questionário seja uma das técnicas mais representativas na investigação qualitativa, pois a sua utilização está mais associada a técnicas de investigação quantitativa. Contudo, o questionário, enquanto técnica de recolha de dados, pode prestar um importante serviço à investigação qualitativa. Esta técnica baseia-se na criação de um formulário, previamente elaborado e normalizado. O questionário escrito (Anexo I) foi desenvolvido com a finalidade de ser aplicado ao grupo de 35 alunos do 6º ano após a lecionação dos conteúdos de forma mais tradicional, e através do ensino da Matemática através da Arte, no sentido de averiguar do seu grau de aceitação face a uma e a outra situação. O questionário que se encontra no Anexo II é em tudo semelhante ao primeiro, mas adaptado aos conteúdos lecionados ao conjunto de alunos de 5º ano. Mantive o essencial das questões por uma questão de não introduzir mais diferenças entre os contextos em estudo do que aquelas que já se verificavam e que são intransponíveis, embora tivesse a consciência de que a formulação das questões pudesse ser de mais difícil descodificação para os alunos de 5º ano, quer pelo facto de serem mais jovens, quer por incluírem alunos menos bem sucedidos no que diz respeito a resultados académicos do que o grupo de alunos de 6º ano. Apercebi-me de algumas dificuldades na interpretação das questões, mas creio que, no essencial, os alunos conseguiram perceber o que lhes estava a ser perguntado. Escolhi este instrumento pois permitirá objetivar um aspeto que poderia ser difícil de averiguar através de outro instrumento que permita um maior grau de subjetividade e questões mais abertas, a que alunos de pouca idade, como são os alunos em causa, podem ter dificuldade em responder. Em contexto de entrevista, verifiquei que os alunos têm uma grande dificuldade em explicar por palavras suas os motivos pelos quais gostam mais desta ou daquela forma de lecionação, tendo, muitas vezes, dificuldade em responder-me, até, quando o que lhes é perguntado incide simplesmente sobre o que mais gostaram.

FONTES DOCUMENTAIS

Carmo e Ferreira (2008) refletem sobre a importância de uma pesquisa documental adequada, dizendo-nos que esta tem como principais propósitos selecionar, tratar e interpretar informação bruta. Estes autores referem a necessidade da recolha de todo o trabalho feito anteriormente que possa suportar o estudo em causa. Um dos propósitos do investigador, relativamente à pesquisa documental, deve ser o de lhe acrescentar algum valor e, posteriormente, "passar adiante o testemunho", à restante comunidade científica, para que outros possam tirar partido do seu trabalho. Estes autores olham este tipo de investigação como uma forma de gestão da informação, indispensável para se poder introduzir algum valor acrescentado à produção científica existente, limitando o risco de se vir a estudar o que já está estudado.

ENTREVISTAS INDIVIDUAIS

Meirinhos e Osório (2010), referem a opinião de Yin (2005), ao afirmar que uma das fontes de informação mais importantes e essenciais, nos estudos de caso, é a entrevista. A entrevista é um ótimo instrumento para captar a diversidade de descrições e interpretações que as pessoas têm sobre a realidade. O investigador qualitativo tem, na entrevista, um instrumento adequado para captar essas realidades múltiplas (Stake, 1999). A entrevista é considerada uma interacção verbal entre, pelo menos, duas pessoas: o entrevistado, que fornece respostas, e o entrevistador, que solicita informação para, a partir de uma sistematização e interpretação adequada, extrair conclusões sobre o estudo em causa. Nas entrevistas semi-estruturadas, o entrevistador estabelece os âmbitos sobre os quais incidem as questões. Meirinhos e Osório (2010) referem que Flick (2004), aponta algumas vantagens das entrevistas semi-estruturadas sobre as estruturadas, dado que estas últimas limitam o ponto de vista do sujeito ao impor quando, em que sequência e como tratar os assuntos. De entre as várias possibilidades de entrevistas (não estruturadas, semi-estruturadas e estruturadas), optei pela conceção de entrevistas semi-estruturadas individuais (Anexo III), para fazer uma análise prévia das conceções dos alunos relativamente à Matemática e à forma como é ensinada. A entrevista semi-estruturada pareceu-me a melhor opção, quando comparada com as entrevistas estruturadas e não estruturadas. Por um lado, a entrevista semi-estruturada surge como mais adequada do que a estruturada, na medida em que não segue uma ordem pré-estabelecida na formulação das perguntas, deixando maior flexibilidade para colocar essas perguntas no momento mais apropriado, conforme as respostas do entrevistado. Por outro lado, a entrevista semi-estruturada pareceu-me mais apropriada que a entrevista não estruturada, uma vez que permite orientar e focalizar as perguntas, evitando, desta forma, desvios em relação aos aspetos ou tópicos sobre os quais se quer obter informação. Inicialmente, pretendia realizar entrevistas semi-estruturadas a 10 dos alunos de cada um dos grupos, escolhidos de forma aleatória entre estes, no sentido de cruzar a informação com a obtida através dos questionários, assim como aprofundá-la. Estas entrevistas foram pensadas inicialmente para serem sido realizadas ainda antes de serem implementadas as estratégias referentes a este estudo de investigação, até como uma forma de realizar o diagnóstico. Posteriormente, consoante os resultados obtidos nas mesmas, seria de ponderar a aplicação de novas entrevistas aos alunos. No entanto, na prática, esta intenção não funcionou, pois quando tentei realizar as entrevistas a alguns dos alunos, eles possuíam um vazio de ideias em relação ao que seria aprender Matemática através da Arte e até mesmo em relação a opiniões acerca de qual a forma através da qual acham melhor que a Matemática seja ensinada, sendo sempre as suas respostas condicionadas pelas dicas que eu ia dando. Tentei, então, realizar estas mesmas entrevistas aos alunos após a implementação das estratégias, mas aí penso ter cometido um erro metodológico, uma vez que implementei os questionários primeiro, logo nas aulas seguintes, por uma questão de maior facilidade de organização do meu próprio trabalho e do trabalho dos alunos, mas fui surpreendida por respostas às entrevistas muito condicionadas pelos itens a que os alunos haviam respondido no questionário. Senti que os alunos estavam, de alguma forma, a reproduzir na entrevista aquilo que já haviam dito no questionário. Por um lado, acaba por ser uma forma de validar o questionário enquanto instrumento de recolha de dados, mas creio que o que se passou, em parte, foi que os alunos foram sugestionados pelas questões constantes deste. Trata-se de um aspeto a questionar e, talvez, a melhorar em futuros trabalhos, uma vez que tirei pouco partido de um recurso importante para cruzamento de dados e consequente triangulação, no sentido de tornar o estudo mais válido.

TÉCNICAS DE ANÁLISE DE DADOS A UTILIZAR

Meirinhos e Osório (2010) mencionam Rodríguez et al (1999), que definem a análise de dados como um conjunto de manipulações que implicam transformação, operação, reflexão e comprovação que o investigador deve realizar sobre os dados, a fim de retirar significados relevantes, relacionados com a questão de investigação. No mesmo sentido, os mesmos autores referem Vásquez e Angulo (2003), que dizem que a análise de dados não é um processo linear, mas sim contínuo e interativo, que implica reflexão, combinação, contraste e transformação, com o propósito de extrair significados relacionados com a investigação. Para Vásquez e Angulo (2003), em última instância, cada investigador tem de estabelecer os seus próprios processos e estratégias, não apenas para que estas sejam rentáveis e úteis, mas também para que os seus resultados possam ser revistos por outros investigadores e defendidos publicamente. Para Rodríguez et al (1999), a quantificação e a análise estatística são ferramentas analíticas que podem ser utilizadas pelo investigador no trabalho com dados qualitativos e podem ser utilizadas conjuntamente com outras ferramentas qualitativas. Relativamente aos dados obtidos através das entrevistas, procurarei fazer uma análise mais descritiva dos mesmos, ao passo que os dados conseguidos através do questionário serão analisados através de uma análise estatística conseguida através do programa Excel. Inicialmente pensei utilizar o programa SPSS, mas posteriormente verifiquei que os resultados obtidos justificavam uma análise mais simplificada, pelo que não senti utilidade na utilização de médias ou desvios padrão relativamente ao conjunto de dados analisado.

AMOSTRA A RECOLHER E PROCEDIMENTOS DE AMOSTRAGEM A UTILIZAR

Escolhi simplesmente os alunos aos quais lecionei, no ano letivo anterior e no presente, a disciplina de Matemática. Deste modo, creio poder considerar-se que a amostra é constituída por 31 alunos do 5º ano e 35 alunos do 6ºano, com idades compreendidas entre os 10 anos e os 13 anos, frequentando escolas da zona de Coimbra. O critério de escolha é, assim, de certa forma, aleatório.

DESCRIÇÃO DO TRABALHO DE CAMPO

De acordo com o planificado para a disciplina de Matemática, foi lecionada aos alunos de 6º ano, no 3ºPeríodo, a unidade: "Reflexão, Rotação e Translação", utilizando estratégias que recorriam ao ensino da Matemática através da Arte. Posteriormente, foi lecionada a unidade "Adição e Subtração de Números Inteiros Negativos e Positivos", recorrendo a estratégias que envolviam a transmissão das regras através das quais se fazem estas operações e posterior repetição dos exercícios.

Do mesmo modo, também de acordo com o planificado para a disciplina de Matemática, foi lecionado aos alunos de 5º ano, no 2º período, a unidade "Figuras no Plano", recorrendo a estratégias de ensino da Matemática através da Arte. Ainda no 1º período, foi lecionada a unidade "Números Naturais", em que a parte relativa às expressões numéricas foi lecionada através da transmissão das regras, através das quais se resolve corretamente uma expressão numérica e subsequente realização de exercícios, todos muito semelhantes.

O questionário foi aplicado aos alunos, na sequência do término da aplicação das metodologias anteriormente descritas em linhas gerais, na tentativa de procurar perceber em quais das situações referidas a aula agradou mais aos alunos e qual a posição dos alunos face a um maior recurso à Arte como forma de ensinar a Matemática. Por outro lado, este questionário pretendia também caraterizar os indivíduos em estudo no que diz respeito à sua atitude geral face à Matemática, no sentido de contextualizar uma posterior análise às reações conseguidas face à implementação das metodologias atrás descritas. As entrevistas realizadas posteriormente tiveram como finalidade conseguir algum cruzamento de informação, assim como um aprofundamento da informação conseguida através do questionário não tendo, no entanto, a meu ver, estas intenções sido concretizadas de forma eficaz devido a fatores que atrás já comecei por descrever e que descreverei com mais pormenor adiante.

Torna-se necessário salientar, no entanto, a dificuldade de delimitação no que diz respeito às estratégias de ensino que possam estar na origem das respostas quer aos questionários, quer às entrevistas. As respostas dos alunos serão, certamente, influenciadas por todo o seu percurso escolar, e por uma série de fatores muito difíceis de identificar. Considero, no entanto, que aqueles fatores que possivelmente influem mais nos resultados obtidos são as estratégias utilizadas mais recentemente, que eu própria terei implementado junto destes alunos. Deste modo, no âmbito desta dissertação, explicitarei as estratégias que são diretamente mencionadas no questionário, assim como mais algumas estratégias em que a Matemática é ensinada através da Arte e que terão influenciado de forma mais direta, sobretudo, as respostas aos questionários.

DESCRIÇÃO DAS ESTRATÉGIAS IMPLEMENTADAS AO GRUPO DE 35 ALUNOS DE 6º ANO:

Unidade: "Reflexão, Rotação e Translação"
1ª Atividade: conteúdo a lecionar: translação

A atividade em questão constava do manual dos alunos. Com base na obra "Pegasus" de Escher, em que, originalmente, as figuras são obtidas umas a partir das outras por translação, pretende-se que os alunos tentem compreender de que forma o autor da obra obtém umas figuras a partir das outras e, desse modo, chegar à definição de translação. Através da análise da posição relativa de porções idênticas de cada um dos desenhos, é suposto que os alunos percebam que é possível obter imagens geometricamente iguais a imagens dadas, se todos os pontos da figura original forem deslocados segundo a mesma direção, o mesmo sentido e a mesma distância.

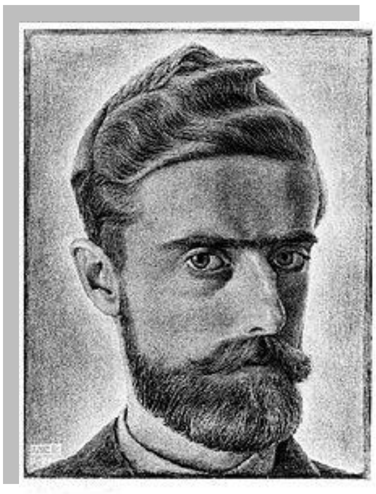
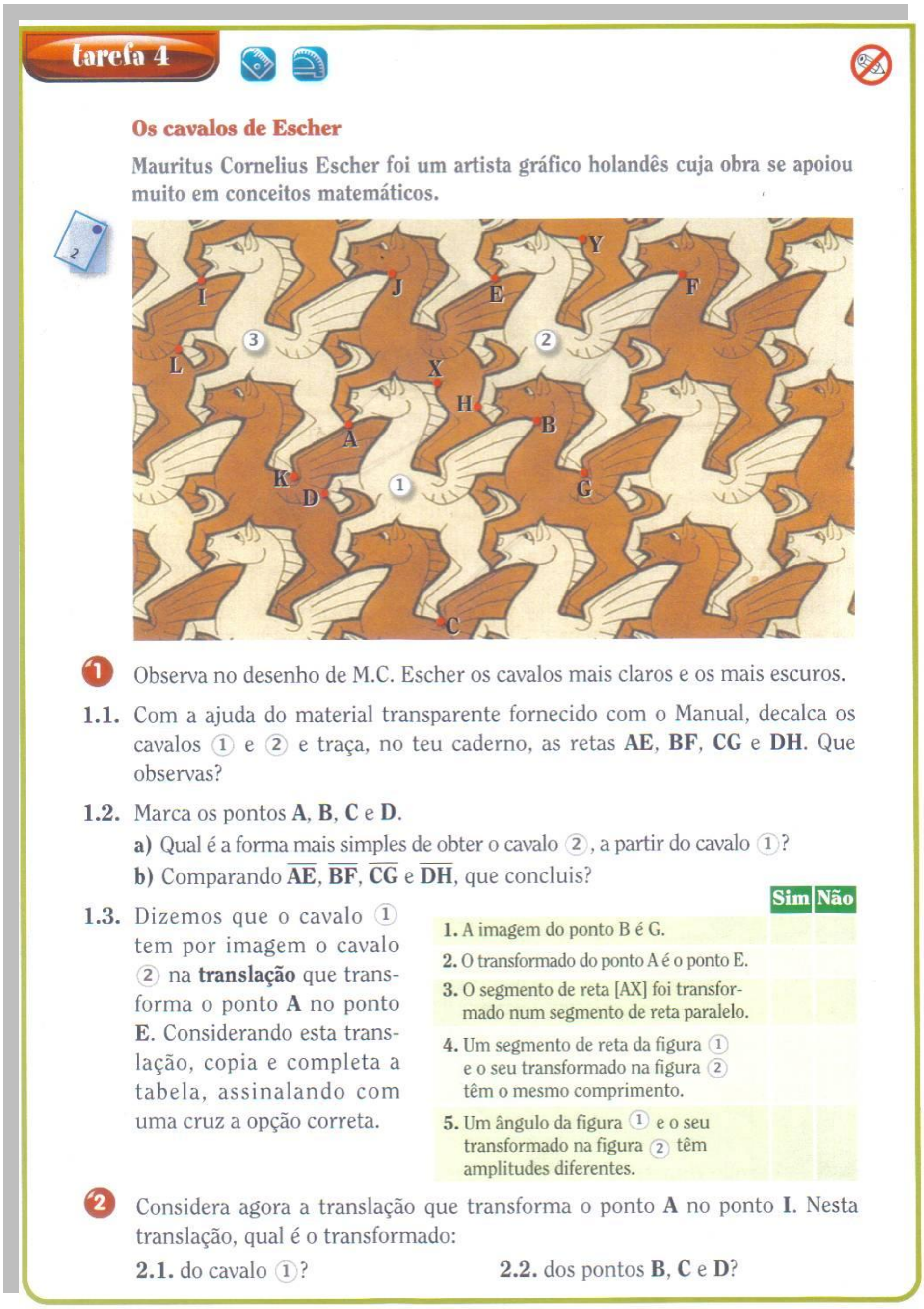


Figura 2: Mauritius Cornelius Escher (Auto-retrato, litografia, 1829)

Maurits Cornelis Escher (Leeuwarden, 17 de Junho de 1898 — Hilversum, 27 de Março de 1972) foi um artista gráfico holandês. É conhecido pelas suas inspirações matemáticas, aplicadas à xilogravura, litografia e meios-tons. Estas representam construções impossíveis, explorações do infinito, metamorfoses, arquitetura e padrões geométricos.



tarefa 4

Os cavalos de Escher

Mauritus Cornelius Escher foi um artista gráfico holandês cuja obra se apoiou muito em conceitos matemáticos.

1 Observa no desenho de M.C. Escher os cavalos mais claros e os mais escuros.

1.1. Com a ajuda do material transparente fornecido com o Manual, decalca os cavalos 1 e 2 e traça, no teu caderno, as retas **AE**, **BF**, **CG** e **DH**. Que observas?

1.2. Marca os pontos **A**, **B**, **C** e **D**.

a) Qual é a forma mais simples de obter o cavalo 2, a partir do cavalo 1?

b) Comparando $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CG}$ e $\overline{DH}$, que concluis?

1.3. Dizemos que o cavalo 1 tem por imagem o cavalo 2 na **translação** que transforma o ponto **A** no ponto **E**. Considerando esta translação, copia e completa a tabela, assinalando com uma cruz a opção correta.

	Sim	Não
1. A imagem do ponto B é G.		
2. O transformado do ponto A é o ponto E.		
3. O segmento de reta [AX] foi transformado num segmento de reta paralelo.		
4. Um segmento de reta da figura 1 e o seu transformado na figura 2 têm o mesmo comprimento.		
5. Um ângulo da figura 1 e o seu transformado na figura 2 têm amplitudes diferentes.		

2 Considera agora a translação que transforma o ponto **A** no ponto **I**. Nesta translação, qual é o transformado:

2.1. do cavalo 1?

2.2. dos pontos **B**, **C** e **D**?

Figura 3: Tarefa do manual dos alunos de 6º ano relacionada com a translação

Este manual vem acompanhado de um pequeno caderno de transparências, que os alunos foram solicitados a trazer para esta aula. Procuraram qual a transparência que se adequava a esta tarefa e encontraram uma que continha uma porção da imagem apresentada no manual. Os alunos tentaram reproduzir as figuras no caderno, utilizando as transparências, mas revelaram alguma dificuldade no seu manuseio, tendo havido poucos alunos que conseguiram, efetivamente, reproduzir os "cavalos voadores" nos seus cadernos. A maioria dos alunos seguiu a minha indicação de que, para poupar algum tempo, poderiam traçar as retas pedidas na questão 1.1 e fazer o restante exercício com base na imagem que é fornecida pelo manual.

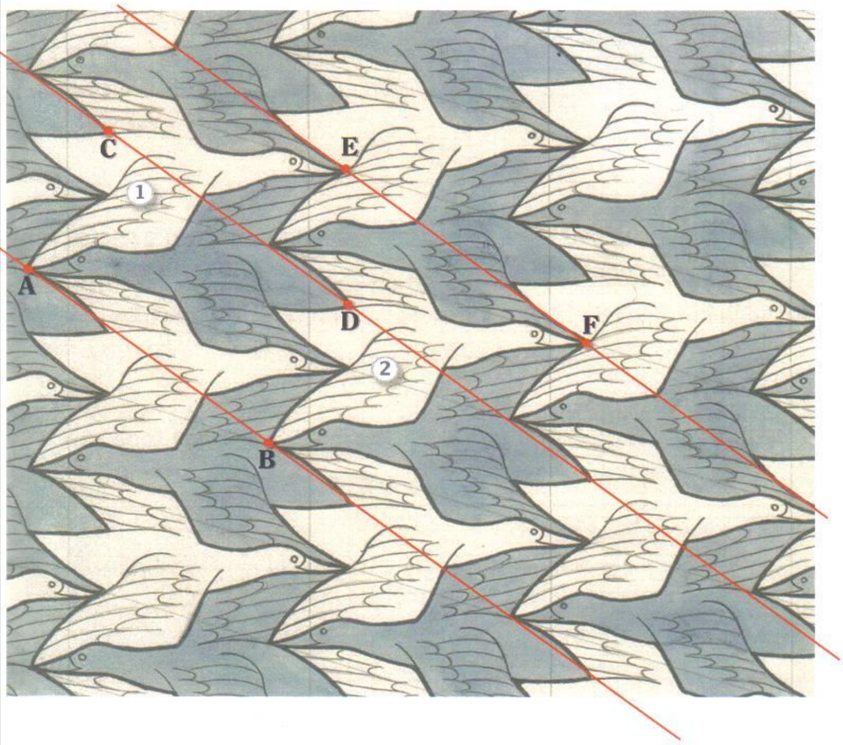
Na questão 1.1, os alunos facilmente chegaram à conclusão de que os segmentos de reta AE, BF, CG e DH têm todos o mesmo comprimento, pois unem partes análogas das figuras, tendo eu chamado a atenção para a posição relativa das retas delineadas, que os alunos identificaram como sendo retas paralelas. Seguidamente, na questão 1.2, os alunos são solicitados a marcar os pontos A, B, C e D, mas já o haviam feito na questão 1.1. Em a), os alunos conseguiram responder que a forma mais simples de obter o cavalo 2 a partir do cavalo 1, seria ir traçando segmentos de reta todos com o mesmo comprimento, a partir de cada um dos pontos do cavalo 1. Em relação à alínea b), esta havia já sido respondida anteriormente. Em seguida, os alunos preencheram a tabela da questão 1.3, em que os tópicos 2, 3 e 4 são respondidos com "sim", havendo dois tópicos, o 1 e o 5, cuja resposta é "não". Seguiu-se um momento de discussão, em que incentivei os alunos a sistematizar algumas propriedades das translações: qualquer segmento de reta é transformado num segmento de reta paralelo e com o mesmo comprimento; qualquer ângulo é transformado num ângulo congruente.

Na questão 2.1, os alunos concluíram que o transformado do cavalo 1, segundo a translação que transforma o ponto A no ponto I, é o cavalo 3, tendo, em seguida, na questão 2.2, identificado os transformados dos pontos B, C e D no cavalo 3, que são os pontos J, K e L.

Seguiu-se a leitura e análise da página seguinte do manual, que permitia a sistematização das conclusões a que se chegou através da exploração da tarefa anteriormente descrita. Mais uma vez, recorre-se a uma obra de M. C. Escher, cuja estrutura é semelhante, na sua essência, à estrutura da imagem que anteriormente foi apresentada aos alunos, só que em vez de "cavalos voadores", aqui temos aves:

Translação

Observa a imagem. É possível fixar uma figura que com uma deslocação segundo uma dada distância, direção e sentido, irá permitir que se obtenham outras que lhe são congruentes, ou seja, sem modificar a forma e o tamanho.



Todos os pontos da figura 1 e os respetivos transformados na figura 2:

- definem a **mesma direção**, pois as retas AB, CD, EF são paralelas;
- definem o **mesmo sentido**, de A para B, de C para D e de E para F;
- estão à mesma distância, porque os segmentos de reta [AB], [CD], [EF] têm todos o **mesmo comprimento**.

Dizemos que a figura 2 foi obtida por **translação** da figura 1.

Uma translação é uma transformação geométrica em que todos os pontos de uma figura e os respetivos transformados definem a mesma direção, o mesmo sentido e estão à mesma distância.

Figura 4: Página do manual dos alunos de 6º ano, que sistematiza as conclusões retiradas anteriormente

2ª Atividade: conteúdo a lecionar: rotação

tarefa 5

Peixes brancos e peixes pretos

M.C. Escher fez a xilogravura *Limite circular I*, em 1958.
Observa, no desenho de M.C. Escher, os peixes brancos e os peixes pretos.

1 Se colocarmos uma circunferência em torno dos peixes centrais, os peixes brancos dividem a circunferência em quantas partes iguais?

2 Utiliza o material transparente referente a esta tarefa onde está representado o peixe (1) e o centro O do desenho. Sobrepõe sobre a figura dada a transparência de forma a fazer coincidir os peixes (1). Roda a transparência, em torno do centro O:

2.1. 120º no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio. O peixe (1) vai dar origem a outra figura. Qual? Identifica no desenho como A', B' e C' os pontos transformados dos pontos A, B e C, respetivamente. Qual é o tranformado do segmento de reta [OA]? E do ângulo AOB?

2.2. 120º no sentido dos ponteiros do relógio. O peixe (1) vai dar origem a outra figura. Qual? Identifica no desenho como A'', B'' e C'' os pontos transformados dos pontos A, B e C, respetivamente. Qual é o transformado do segmento de reta [OA]? E do ângulo AOB?

3 Na rotação, há algum ponto que se mantenha fixo? Se sim, qual?

Figura 5: Tarefa do manual dos alunos de 6º ano relacionada com a rotação

Esta atividade recorreu, do mesmo modo que a anteriormente explicitada, ao caderno de transparências dos alunos. Depois de lhes ser indicado que resolvessem a tarefa nº 5, eles, de forma autónoma, recorreram ao caderno de transparências, tendo havido alunos que preferiram resolver a tarefa sem recurso a este suporte. Este aspeto foi interessante, pois verificou-se que os alunos que não recorreram ao caderno de transparências acabaram a ter mais dificuldade em identificar os movimentos de rotação possíveis de ser encontrados nesta xilogravura de Escher. A transparência relativa a esta tarefa apresentava, do mesmo modo que sucedeu anteriormente, a obra de Escher num suporte transparente, que permitia sobrepor à imagem do livro. A questão 1 foi facilmente compreendida pela generalidade dos alunos; muitos foram capazes de identificar rapidamente a circunferência definida pelos peixes localizados na zona central da gravura. No entanto, as respostas dividiram-se: alguns alunos entenderam que os peixes brancos dividiam a gravura em três partes iguais, enquanto outros entendiam que estes a dividiam em seis partes iguais. Depois de alguma discussão, concluímos que poderíamos encontrar, no centro da xilogravura, um padrão que se repete por seis vezes; no entanto, esse padrão não é delimitado por dois peixes brancos, sendo que nos intervalos destes podemos encontrar peixes pretos; assim, e uma vez que junto ao centro encontramos 3 peixes pretos, concluímos que os peixes brancos dividiam a figura em 3.

Seguiu-se a resolução da pergunta 2, que implicava a sobreposição das transparências à imagem do livro, e posterior rotação da transparência em torno do centro O. Devo referir que a generalidade dos alunos sentiu grande dificuldade em realizar esta tarefa. Estas dificuldades ficaram a dever-se à dificuldade que os alunos tiveram em fazer rodar a transparência da forma correta, pois tiveram dificuldade em perceber como rodar a figura 120º. Eu expliquei que, inicialmente, havíamos verificado que poderíamos subdividir a xilogravura em 3 partes, ou mesmo em 6 partes iguais, e que poderíamos utilizar essas subdivisões para encontrarmos os 120º pedidos na questão 2.1. Assim, se o círculo correspondente à xilogravura mede 360º, correspondente ao ângulo giro que define qualquer círculo, se dividirmos o círculo em 6 partes, também dividimos por 6 os 360º. Assim, como 360º: 6 = 60º, cada uma das 6 subdivisões do círculo mede 60º. À medida que eu ia explicando o raciocínio mencionado, ia realizando perguntas aos alunos, que demonstraram que, guiados por mim, conseguiram acompanhar. No entanto, a dúvida maior veio a seguir; quando eu expliquei que os 120º deveriam ser encontrados verificando a forma como duas dessas subdivisões rodavam em torno do centro O (60º + 60º = 120º). A generalidade dos alunos teve muita dificuldade em visualizar este movimento, pelo que eu fiz uma demonstração com o meu próprio caderno de transparências, de modo a que todos os alunos visualizassem o movimento de rotação pretendido. Penso que os alunos acabaram por perceber, mas de forma algo estática, pois muitos voltaram a sentir dificuldades na questão imediatamente a seguir, que pedia exatamente a mesma rotação, mas no sentido oposto.

Depois de explicada a ideia geral, tentei levar a que os alunos me dissessem qual a figura que o peixe 1 ia originar, em resposta ao que é perguntado na questão 2.1, ao que, após algum tempo e visível dificuldade, alguns alunos acabaram por me responder que seria o peixe 2. Depois desta confirmação, contudo, os alunos desbloquearam um pouco e começaram a sentir um pouco mais facilidade. Também a identificação dos transformados dos pontos A, B e C constituiu um desafio para os alunos, tendo a identificação do segmento de reta [OA'] sido feita com muita intervenção minha, que tive de explicar que o ponto O não tem transformado, por ser o centro do círculo, o mesmo sucedendo para o ângulo A'OB'.

Tal como já referi, quando passámos para a questão 2.2, voltaram a fazer-se sentir algumas dúvidas, mas já houve alguns alunos que foram capazes de responder às questões de forma autónoma. Concluíram que o transformado do peixe 1, no sentido contrário ao anteriormente contemplado, seria o peixe 3. A identificação do segmento de reta [OA"] e do ângulo A"OB" já não representou grande dificuldade, tendo-se verificado alguma resistência dos alunos à utilização da notação científica pedida no manual e à utilização do "linha".

No final da atividade, a questão 3 havia já sido respondida. O ponto que se mantém fixo é o ponto representativo do centro da xilogravura, não sendo possível que este sofra qualquer rotação.

Uma vez que a sistematização das conclusões desta atividade não recorreu a nenhuma obra em particular, entendi por bem não fazer constar essa parte da descrição das estratégias implementadas, uma vez que o essencial da atividade que seria solicitado aos alunos no questionário, seria o recurso às obras de Escher. Do mesmo modo também a lecionação da reflexão não recorreu a nenhuma obra de Arte, pelo que, pelos motivos atrás mencionados, também não a incluirei no âmbito deste trabalho.

Durante a implementação destas estratégias, senti que alguns alunos haviam tido dificuldade em visualizar aquilo que era pretendido e conseguir distinguir o que era pretendido nas imagens, tendo a xilogravura "limite circular" constituído uma dificuldade para um número mais ou menos significativo de alunos que, contudo, após um esforço inicial, acabaram a conseguir acompanhar com mais facilidade. Tenho a noção, no entanto, que houve alguns alunos que não conseguiram acompanhar sobretudo a atividade relativa à rotação. Estas transformações geométricas de figuras em outras congruentes - isometrias - são um assunto que há pouco tempo foi introduzido nos programas de 2ºCiclo, mais concretamente, do 6º ano. Em conversa com outros colegas, apercebi-me ser mais ou menos unânime a constatação da dificuldade que os alunos sentem no domínio destes conteúdos. Parece-me que a dificuldade essencial se prende com a capacidade de visualização, que requer também um certo esforço de imaginação, aplicada a essa mesma capacidade de visualização de figuras no espaço. Estas são capacidades que ainda se encontram pouco desenvolvidas nos alunos tão jovens, que são trabalhadas em anos anteriores através da contagem de arestas, vértices e faces de sólidos, por exemplo, e que encontram, nesta altura, um novo desafio pela frente.

Unidade: "Adição e Subtração de Números Inteiros"

1ª Atividade conteúdo a lecionar: adição e subtração de números inteiros positivos e negativos.

A aplicação desta estratégia foi muito simples. Depois de trabalhados os conceitos de número inteiro, número inteiro positivo e número inteiro negativo, sua representação na reta numérica, a comparação e ordenação de números inteiros, valor absoluto de um número, números simétricos, aos alunos foram simplesmente apresentadas as regras para adicionar e subtrair estes números, sem qualquer procedimento exploratório associado. Assim, os alunos leram no livro:

"A soma de dois números com o mesmo sinal, é um número com o mesmo sinal. O valor absoluto é a soma dos valores absolutos das parcelas."

"A soma de dois números de sinais diferentes é um número cujo valor absoluto é igual à diferença dos valores absolutos das parcelas. O sinal é igual ao da parcela de maior valor absoluto."

Seguidamente foi pedido aos alunos que aplicassem estas regras no seguinte exercício:

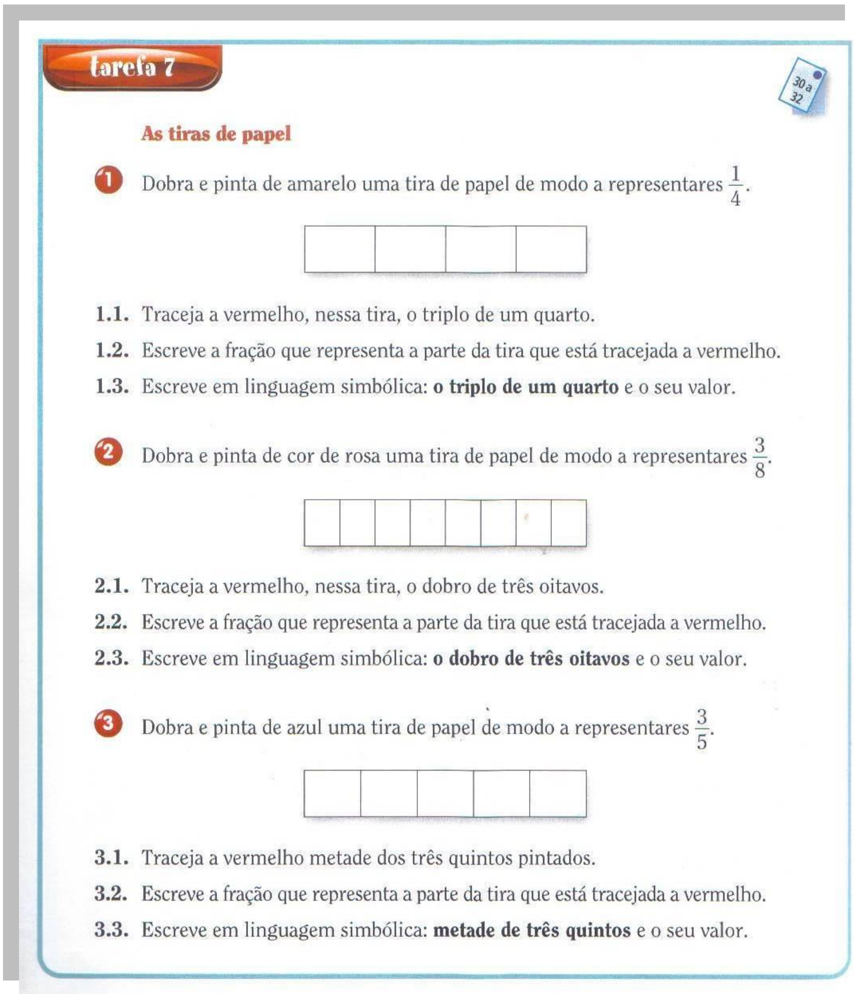
a) (+10) + (+10)
b) (+3) + (+5)
c) (+7) + (+70)
d) (-10) + (-20)
e) (-11) + (-8)
f) (-101) + (-134)
g) (-4) + (+6)
h) (+4) + (-6)
i) (+22) + (+21)
j) (-1) + (+3)

Em primeiro lugar, os alunos sentiram dificuldades em compreender a linguagem utlizada nas regras. Procurei explicitar, recordando os conteúdos que haviam sido abordados anteriormente. Embora os alunos tenham compreendido relativamente bem o conceito de número inteiro positivo e número inteiro negativo, de forma geral, os alunos tiveram dificuldade em realizar cálculos entre eles e de interiorizar estas regras. Essa mesma dificuldade ficou patente quando a ficha de avaliação foi realizada, uma vez que muitos alunos erraram a questão relativa a estes conteúdos.

OUTRAS ATIVIDADES REALIZADAS COM OS ALUNOS DE 6º ANO, NA DISCIPLINA DE MATEMÁTICA, COM RECURSO À ARTE

Manuseamento de instrumentos e utilização de técnicas ligadas à produção de Arte:

Conteúdo a lecionar: multiplicação de números racionais


tarefa 7

30 a 32

As tiras de papel

1. Dobra e pinta de amarelo uma tira de papel de modo a representares $\frac{1}{4}$.

1.1. Traceja a vermelho, nessa tira, o triplo de um quarto.

1.2. Escreve a fração que representa a parte da tira que está tracejada a vermelho.

1.3. Escreve em linguagem simbólica: **o triplo de um quarto** e o seu valor.

2. Dobra e pinta de cor de rosa uma tira de papel de modo a representares $\frac{3}{8}$.

2.1. Traceja a vermelho, nessa tira, o dobro de três oitavos.

2.2. Escreve a fração que representa a parte da tira que está tracejada a vermelho.

2.3. Escreve em linguagem simbólica: **o dobro de três oitavos** e o seu valor.

3. Dobra e pinta de azul uma tira de papel de modo a representares $\frac{3}{5}$.

3.1. Traceja a vermelho metade dos três quintos pintados.

3.2. Escreve a fração que representa a parte da tira que está tracejada a vermelho.

3.3. Escreve em linguagem simbólica: **metade de três quintos** e o seu valor.

[4]

Figura 6: tarefa do manual dos alunos de 6º ano relacionada com a multiplicação de números racionais

Foram distribuídas aos alunos folhas com barras de papel em tudo semelhantes às constantes do manual. Destas folhas, os alunos destacaram, por recorte, as barras necessárias para a realização do exercício. A primeira barra, referente à primeira

[4] Todas as atividades foram retiradas do manual de 6º ano adotado: MSI 6 - Matemática Sob Investigação - 6.º Ano; Alexandra Conceição, Matilde Almeida, Cristina Conceição, Rita Costa, Areal Editores

questão, teria de estar dividida em quatro. Inicialmente, os alunos pintaram 1/4 da barra com o lápis amarelo (uma das quatro partes). A dobragem visava reforçar a ideia de que a parte pintada representa 1/4 do total da barra. Ao pintarem a vermelho o triplo, os alunos incluíam a parte pintada a amarelo e pintavam mais duas novas partes a vermelho. Os alunos facilmente concluíram que a fração total é 3/4 da barra. Assim, concluíram que 1/4 x 3 = 3/4.

Na segunda questão, os alunos começaram por pintar de cor de rosa 3 partes de uma barra dividida em 8, correspondentes à fração 3/8. Depois, foram solicitados a encontrar o dobro de 3/8, de forma semelhante ao que sucedeu no primeiro exercício, concluindo que 3/8 x 2 = 6/8.

Na terceira questão, os alunos utilizaram a barra que está dividida em 5 partes e pintar de azul três dessas partes. Seguidamente, consideraram essas 3 partes como o seu "novo todo" e dividiram-no ao meio. Para conseguirem perceber qual a fração da barra inteira que fica assim representada, tiveram de procurar dividir o resto da barra da mesma forma. A barra ficou, então, dividida em 10 partes iguais, e os alunos concluíram que a fração da barra que pintaram corresponde a 3/10. Ou seja que3/5 x 1/2 = 3/10.

Perante estes resultados, os alunos observaram que o produto de dois números escritos sob a forma de uma fração se obtém multiplicando os numeradores, para obter o numerador da nova fração e multiplicando os denominadores, para obter o denominador do produto. Do mesmo modo, as primeiras questões permitem observar que, se multiplicarmos um número inteiro por uma fração, para obter o produto, multiplicamos esse mesmo número inteiro pelo numerador da fração, permanecendo o denominador igual.

Os alunos foram colando as barras nos seus cadernos, à medida que iam resolvendo as questões.

Esta atividade permitiu aos alunos atividades como o recorte das barras, a utilização dos lápis de cor, a dobragem das figuras para uma melhor compreensão das partes que as constituem, a colagem destas mesmas figuras no caderno. Obviamente, trata-se de uma utilização muito insipiente destas técnicas, mas permite diversificar as atividades dentro da aula e instalar um ambiente de trabalho mais ativo, permitindo, inclusivamente, maior liberdade corporal aos alunos, que podem levantar-se, ir despejar os papéis ao lixo, pedir emprestados alguns materiais aos colegas, etc. Esta atividade levou a que os alunos gostassem de a realizar, mas sentissem dificuldade em deduzir as regras matemáticas a partir das situações representadas nas barras; as duas primeiras questões não apresentaram problemas, mas a terceira foi para eles difícil de compreender, apesar de toda a concretização que a manipulação do material permitiu.

No entanto, creio que os motivos das dificuldades dos alunos transcendem os limites da Arte, e passam, sim, para o âmbito da manipulação de materiais no ensino da Matemática, algo que transcende também os limites deste estudo. No entanto, a atividade funcionou bastante bem, no sentido em que introduziu descontinuidade no ambiente de aula; os alunos foram recetivos a toda a atividade mais prática, tendo a parte do raciocínio lógico que se seguiu deixado os alunos menos recetivos. Esta constatação pode sugerir que as técnicas associadas ao próprio ensino artístico, no que diz respeito ao manuseamento de materiais, podem ser um suporte interessante na aprendizagem da Matemática através de materiais manipulativos.

PRODUÇÃO DE TEXTOS, POEMAS, BASEADOS EM PESQUISAS REALIZADAS ACERCA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Na sequência de um trabalho de pesquisa que os alunos realizaram, acerca da História da Matemática, incentivei-os, no âmbito da já extinta área curricular não disciplinar de Estudo Acompanhado, a realizarem textos e outro tipo de trabalhos, como forma de apresentação da pesquisa realizada. Surgiram trabalhos dos mais diversos tipos, tendo havido desde alunos que criaram Power Points, até alunos que construíram jogos. No entanto, para efeitos de constar deste estudo, creio ser mais pertinente a apresentação de alguns textos criados pelos alunos, pois tratou-se de uma experiência bastante diferente em relação ao que os alunos estavam habituados, que creio ter contribuído de forma substancial para ampliar o conceito de Matemática que os alunos tinham até aí.

Exemplos de textos produzidos por alunos de 6º ano:

"À DESCOBERTA DA MATEMÁTICA

Jonh é um homem solteiro que viaja à descoberta da Matemática pelo Mundo. Só que as viagens dele não eram normais. Jonh... viajava no tempo.

Um dia foi até ao Egipto, e para o receber, estavam Mamadeu e Xangu, à sua espera no Portal Mágico da História da Matemática. E levaram-no até à tribo Judá. Isto, no século XV a.C.

John conheceu toda a tribo. Adormeceu, para no dia seguinte, ir à descoberta da Matemática.

De manhã, ajudou Xangu a contar as ovelhas, com paus. Por exemplo, no dia anterior, tinha 11 paus, e se no dia seguinte tivessem apenas 10 paus, era sinal que faltava 10 ovelhas.

Ao meio-dia, foram almoçar. Depois, foram à procura de comida para ajudar nas tarefas da tribo, mas John encontrou um papel. Olhou-o mais de perto e reconheceu-o: era o Papiro de Rhind! Só que John nunca pensara ser ele a encontrá-lo!

De noite, John e os da tribo estiveram a contar histórias sobre animais. Os da tribo estiveram, com a ajuda de John, a desenhar figuras na areia. Eles atribuíram números a cada figura.

Entretanto, descobriram que, afinal, o Papiro de Rhind tinha um compartimento secreto, onde estavam guardadas há séculos as indicações de um tesouro. John tinha espírito aventureiro e, por isso, foi logo ter com o Mamadeu, para o ajudar a decifrar as indicações do mistério. Mamadeu descobriu que era um mapa do tesouro, e que o tesouro estava escondido numa das pirâmides. Mamadeu fez questão que, se ele não fosse, pelo menos, o ajudante, Xangu tinha de ir.

Então, lá foram eles à busca do tesouro. Foram a correr.

Quando chegaram à pirâmide, repararam que, em cada lado, havia uma numeração diferente. As numerações eram: babilónica, romana maia e egípcia.

De baixo de cada numeração, haviam portas, três más e uma boa. Para que John não ficasse ferido, abriu logo todas as portas. Na babilónica apareceu uma múmia, na romana apareceram morcegos, na maia apareceu um esqueleto e na egípcia apareceu o Papiro de Moscovo que era a chave para voltar ao presente.

De repente, John é acordado pela mãe. Será que foi tudo um sonho?"

"**HISTÓRIA DA MATEMÁTICA**

Há muito tempo, a Matemática foi descoberta;
E foi sempre muito importante;
Tinha na finalidade prática
determinar o possível e o impossível.

A Matemática existe em vários sítios;
Cada um tem a sua história, de como era dantes.
Todas as histórias são diferentes;
E de todos os países vou contar histórias brilhantes.

Egipto, China, Grécia...
Que países interessantes.
Vou começar com o Egipto,
Uma das histórias mais emocionantes.

No ano 3000 antes do nascimento de Cristo
Os egipcíos já tinham descoberto
Um sistema de pôr as coisas por escrito,
Com base em símbolos chamados hieróglifos.
Mesopotâmia significa "entre-os-rios";
Região a sul da Ásia,
Corresponde ao actual Iraque
Descoberta por Alexandre, o Grande
Não muito longe da Malásia!

A civilização chinesa desenvolve-se,
Depois torna-se estado feudal,
A seguir dinastia Han,
Isto não é lá muito banal!

Os egípcios e as fracções,
A China e os seus quadrados mágicos,
A Grécia e a sua Matemática dedutiva;
Os árabes e a Matemática aplicada à astronomia.
Todos juntos, história fizeram
E a Matemática como é hoje em dia.

Muitos sites fui visitar,
Tudo para vos agradar!

Espero que tenham gostado,
Muito e muito obrigado!"

DESCRIÇÃO DAS ESTRATÉGIAS IMPLEMENTADAS AO GRUPO DE 31 ALUNOS DE 5º ANO

Unidade: "Figuras no Plano"

Conteúdo a lecionar: posição relativa de retas.

Do manual destes alunos, constava uma atividade a realizar com base na pintura "Composição VIII", de Kandinsky:

"Muitos artistas usam elementos geométricos nas suas obras de Arte. Na pintura encontras retas paralelas? E perpendiculares? E oblíquas? Usa a régua e o esquadro para confirmares as tuas suposições."[5]

A exploração que realizei com base nesta atividade sugerida no manual, foi pedir aos alunos que, em casa, analisassem com os instrumentos adequados a pintura de Kandinsky, tendo sugerido que, aqueles que tivessem possibilidade, fossem à internet procurar pela pintura, aumentá-la de tamanho e, eventualmente, imprimi-la em tamanho grande, para levá-la para a aula com as retas identificadas, no sentido da troca de ideias entre os alunos.

[5] Atividade retirada do manual: MP.5, Matemática para pensar; Cecília Monteiro, Hélia Pinto, Sandra Ribeiro; Editora Leya/Sebenta

Neste conjunto de alunos, há muitos sem possibilidade de aceder à internet em casa mas, mesmo assim, houve alguns que trouxeram a imagem imprimida, outros procuraram-na na internet e analisaram-na diretamente no computador, enquanto outros a analisaram no próprio manual.

Depois desta preparação prévia em casa, na aula seguinte, projetei num quadro branco a pintura de Kandinsky; os alunos foram convidados a ir até ao quadro, cada um, identificar um par de retas e dizer se eram paralelas, perpendiculares ou oblíquas. Esta identificação era realizada fazendo passar o marcador preto por cima de um segmento das retas em causa; eu própria escrevia ao lado a palavra classificativa da posição relativa das retas uma em relação à outra. Os alunos participaram com grande entusiasmo nesta atividade que, embora muito simples, os motivou bastante. A parte que mais os entusiasmou, contudo, foi a parte final, em que a luz do projetor foi apagada e os alunos ficaram com a perceção da imagem que eles próprios haviam criado a partir da pintura de Kandinsky. Brincando, os alunos comentaram que haviam criado, também eles, a sua própria obra de Arte; eu salvaguardei que o processo criativo era pouco fértil para podermos considerar que havíamos criado uma verdadeira obra de Arte; no entanto, talvez estivéssemos no bom caminho!

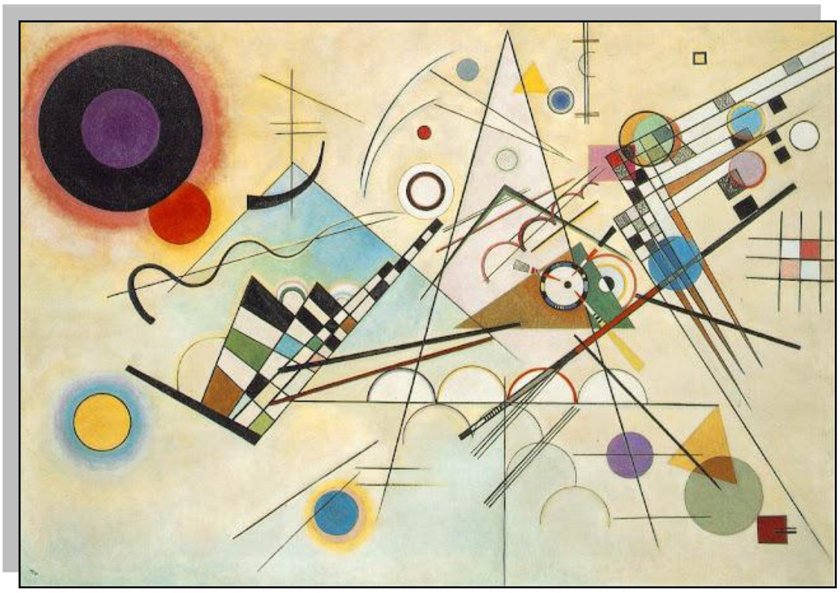


Figura 7: Composição “VIII”, Kandinsky

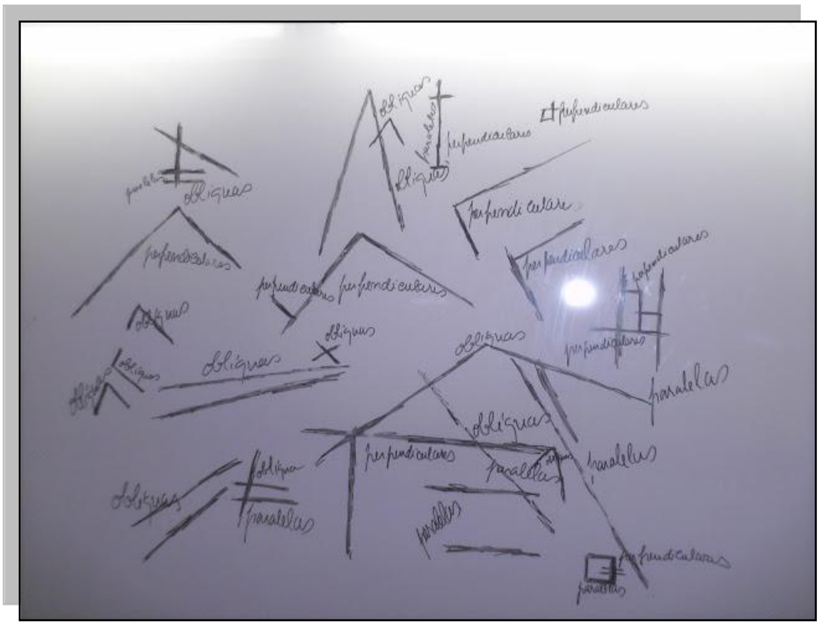


Figura 8: “Obra de Arte”, criada pelos alunos de 5º ano, a partir da Composição "VIII" de Kandinsky

Tive intenção de recorrer a outras obras de Kandinsky para treinar a identificação de ângulos obtusos, rasos e agudos sem recorrer ao uso do transferidor, mas isto não foi possível por questões de tempo. De qualquer forma, mostrei mais algumas obras deste pintor aos alunos e falei-lhes um pouco nele, de forma a contextualizar a atividade realizada.

À medida que os colegas iam identificando os seus pares de retas, os alunos que ficavam no lugar levantavam o braço para ajudar os colegas, dizer se concordavam ou não com as designações atribuídas e contribuindo para justificar o motivo pelo qual as retas identificadas seriam perpendiculares, paralelas ou oblíquas. Alguns alunos demonstraram bastantes dúvidas relativamente à identificação de retas perpendiculares e de ângulos retos, que aproveitei para trabalhar durante a realização desta atividade.

Figura 9: Wassily Kandinsky

Wassily Kandinsky (Moscovo, 16 de dezembro de 1866 – Neuilly-sur-Seine, 14 de dezembro de 1944) foi um artista russo, professor e introdutor da abstração no campo das artes visuais.

Unidade: "Números Inteiros"

Conteúdo a lecionar: expressões numéricas.

Depois de lecionadas as operações com números naturais, as propriedades das operações e regras operatórias, onde são trabalhados conteúdos como as potências, a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão de números inteiros, todos estes convergem e são necessários para o estudo das expressões numéricas. Trabalhei este conteúdo com os meus alunos enumerando as regras para a uma correta resolução destas expressões. Assim, os alunos receberam a seguinte informação:

- Calcular o valor das potências;
- Calcular o valor da ou das operações que estejam dentro de parêntesis;
- Calcular o valor das multiplicações e das divisões;
- Calcular o valor das adições e das subtrações.

A regra geral para realizar os cálculos numa expressão numérica, é a realização dos cálculos pela ordem em que aparecem, da esquerda para a direita. Essa regra deve, contudo, ser alterada quando surgem as situações acima mencionadas.

Seguidamente, foram indicadas algumas expressões numéricas onde os alunos procuram aplicar as regras que anteriormente lhes foram dadas a conhecer.

a) $16 \times (19 + 1) – 4 \times 2$

b) $100 – 8 + (10 \times 2 – 5)$

d) $3 \times (2^3 + 3^1) + 5$

e) $80 + 10 – 12 \times 5 \times 1$

f) $60 + 3 \times 2 + 5 – (3 \times 1 \times 0)$

g) $3^2 + 3 – 5 \times 1^{30} \times 2 – (8 – 2 \times 3)$

Os alunos sentiram, e continuam a sentir, muitas dificuldades em interiorizar estas regras. Não resolvem as operações pela ordem que lhes foi indicada, tendendo a agrupar os números e realizar em primeiro lugar as operações de forma relativamente aleatória. Também não apresentam ordenadamente os cálculos sob a forma de outras expressões, indicadas após o sinal de igual. A maioria dos alunos resolve as contas "em pé" e apresenta, no final, o resultado.

OUTRAS ATIVIDADES REALIZADAS COM OS ALUNOS DE 5º ANO, NA DISCIPLINA DE MATEMÁTICA, COM RECURSO À ARTE

Construção de sólidos a partir de planificações e construção de modelos de sólidos com recurso a palhinhas, paus de espetada, palitos e plasticina.

Relativamente à construção de sólidos a partir de planificações, esta foi uma atividade realizada como trabalho de casa, em que os alunos teriam de utilizar as planificações que encontrassem no caderno de materiais que acompanha o manual. Foi pedido aos alunos que destacassem as referidas planificações, que as dobrassem, que colocassem cola nas porções de cartão a isso destinadas e que unissem as diversas faces pelas arestas, até conseguirem montar os sólidos. Alguns alunos não tinham o caderno de atividades, o que lhes dificultou um pouco a tarefa, pois eu tirei fotocópia às planificações dos sólidos, entreguei-lhes as folhas simples, sem haver um suporte mais grosso, como sucedia nas planificações que se encontravam no manual. Alguns alunos tentaram montar os seus sólidos com base apenas no papel simples, mas nenhum foi bem sucedido, tendo alguns trabalhos de voltar para trás, com a recomendação de que novas folhas de planificações fossem coladas, pelo menos, em folhas de papel cavalinho. Alguns alunos pediram ajuda aos pais, mas os que não pediram tiveram bastantes dificuldades em conseguir montar os sólidos. Contudo, juntamente com a oportunidade da transformação de uma planificação de duas dimensões em um sólido com três, o que ajuda à visualização no espaço do próprio sólido, os alunos tiveram a oportunidade de manusear materiais e desenvolver capacidades relacionadas com a motricidade fina, ao mesmo tempo que aprimoram o corte, a colagem e a dobragem.

Exemplos de planificações para montar, semelhantes às que podiam ser encontradas no manual, mas em tamanho reduzido:

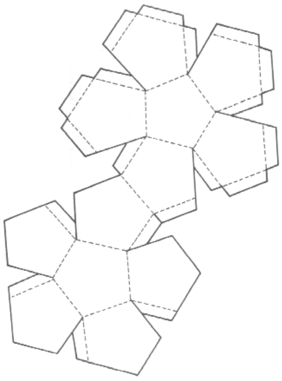


Figura 10: Dodecaedro

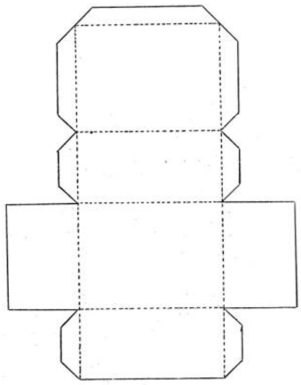


Figura 11: Paralelepípedo

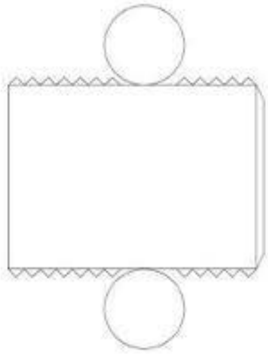


Figura 12: Cilindro

Figura 13: Sólidos montados por um dos alunos a partir das planificações

No que diz respeito à construção de modelos de sólidos com recurso a palhinhas, paus de espetada, palitos e plasticina, esta teve por base a resolução de uma ficha que pode ser encontrada em anexo (anexo IV).

Esta ficha utiliza uma pequena história inicial para contextualizar as atividades seguintes, em que dois irmãos descobrem que podem montar sólidos utilizando as palhinhas com que bebem o leite, com bolinhas de plasticina na extremidade. Depois, são colocadas diversas questões aos alunos e para resolução dessas mesmas questões, os alunos têm de montar sólidos com base no material que lhes é entregue. Os alunos foram dispostos em grupos de 3 a 4 elementos, para possibilitar não só a discussão de ideias, como também para facilitar a construção dos sólidos, uma vez que alguns deles exigiam bastante destreza, pois as construções realizadas com palhinhas ficam frágeis e é necessário que vários alunos segurem o sólido para que se consigam encaixar todas as palhinhas. À medida que o trabalho se ia tornando mais exigente, eu propus aos alunos que sempre que achassem necessário, poderiam solicitar-me paus de espetada ou palitos, no sentido de facilitar as construções. Por vezes, em alguns casos que verifiquei não afetarem muito o propósito inicial do problema colocado, permiti aos alunos misturarem palhinhas com paus de espetada ou paus de espetada com palitos, o que dava origem a comprimentos de aresta diferentes, embora, por regra, o que fosse pedido na ficha implicasse comprimentos de aresta idênticos. Fi-lo apenas na sequência de verificar que os alunos estavam com muita dificuldade em montar os sólidos tal e qual como eram pedidos na ficha. Seguem-se fotografias ilustrativas das respostas a cada uma das atividades de construção propostas na ficha; a atividade 4 não é mencionada uma vez que os alunos chegaram facilmente à resposta, não tendo havido construção de modelos de sólidos nessa atividade.

Resposta de um dos grupos à atividade nº 1 da ficha:

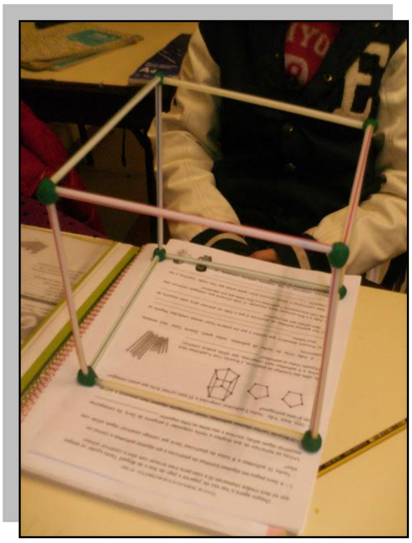


Figura 14: Cubo

Resposta de outro dos grupos à segunda atividade da ficha:

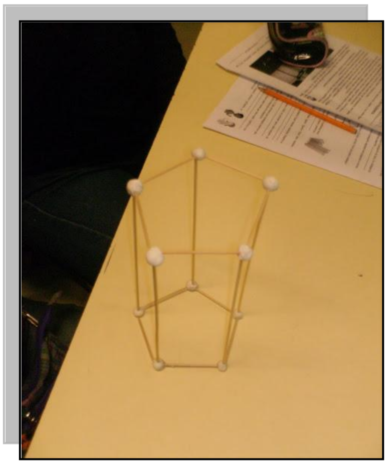


Figura 15: Prisma pentagonal

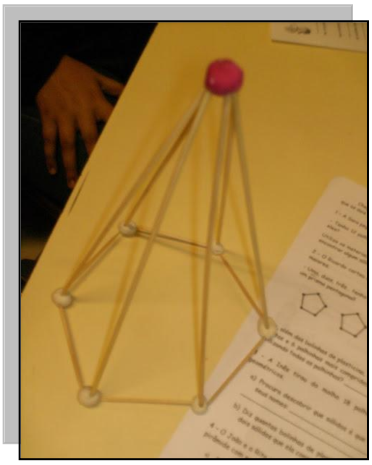


Figura 16: Pirâmide hexagonal

Uma possível resposta à terceira atividade:

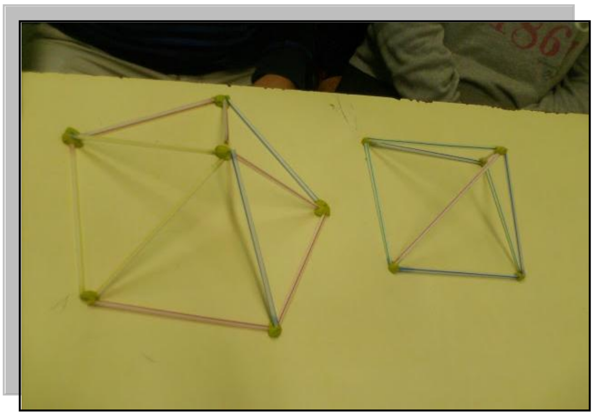


Figura 17: Pirâmide pentagonal e pirâmide quadrangular

QUESTÕES ÉTICAS

A realização de qualquer investigação, exige por parte do investigador o cumprimento de princípios éticos. Estes obrigam-no a informar, a respeitar e a garantir os direitos daqueles que participam voluntariamente no seu trabalho. Assim, no decurso da minha dissertação de mestrado, fiz uso de algumas das minhas aulas de Matemática, no sentido de aplicar um ensino da Matemática mais tradicional, em alguns conteúdos, e, por outro lado, em outros conteúdos, procurarei fazer um ensino através da Arte. A programação, em termos de leccionação de conteúdos, não sofreu qualquer alteração em termos do tempo previsto. O único aspecto em causa será a metodologia utilizada. Os alunos foram devidamente preparados para a ficha de avaliação e para quaisquer outros efeitos. Posteriormente, os alunos responderam a um questionário acerca do seu nível de motivação numa e noutra situação. Alguns alunos, que foram escolhidos aleatoriamente, responderam a entrevistas realizadas individualmente, de um modo que interfira o mínimo possível com as suas atividades normais.

O investigador deverá também primar pela honestidade, por estabelecer acordos de forma a serem explicitadas as responsabilidades quer do investigador, quer de quem colabora antes de iniciar a investigação, aceitar a decisão do voluntário/participante se este decidir desistir a meio do percurso e protegê-lo de quaisquer danos físicos, morais ou profissionais, algo que creio que ficará salvaguardado mediante os procedimentos acima explicitados.

Procurarei também garantir a confidencialidade e o anonimato da informação obtida; os questionários dos alunos serão anónimos e, obviamente, nenhuma possível resposta ou opinião manifestada relativamente às metodologias escolhidas, deverá influenciar no seu processo de avaliação.

Para além destes princípios, constituem regras fundamentais de toda a investigação científica, a fidelidade aos dados recolhidos e aos resultados a que se chega, de forma a não se configurar o enviesamento das conclusões tratadas. Procurarei, assim, ser o mais objectiva possível no subsequente tratamento dos dados.

Qualquer investigador deve ter a maturidade emocional e a integridade moral suficientes para saber gerir a situação de ambivalência sociológica que o confronta com o dilema da dupla fidelidade, à comunidade académica que lhe pede resultados cientificamente interessantes e à população - alvo que em si confiou um património de informações de acesso reservado. Deste modo, mesmo que, no final, venha a obter resultados distintos daqueles que espero, procurarei manter-me fiel aos dados resultantes do processo de recolha (Carmo e Ferreira, 1998).

4 - Resultados, sua Análise e Interpretação: a Arte se fez Matemática

O presente capítulo tem como objetivo apresentar, analisar e interpretar os resultados obtidos nesta investigação, a partir dos questionários realizados a 35 alunos de 6ºAno de uma escola do centro da cidade de Coimbra e a 31 alunos de 5ºAno de uma outra escola menos central.

Apresentação, análise e interpretação dos resultados do questionário realizado aos 35 alunos de 6ºAno

1 - Género

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Masculino	18	0,51
Feminino	17	0,49
Total	35	1,00

2 - Idade

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
11 anos	18	0,51
12 anos	17	0,49
Total	35	1,00

3 - Agrada-te frequentar a escola?

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Sim	25	0,71
Mais ou menos	9	0,26
Não	1	0,03
Total	35	1,00

4 - O que mais te agrada na escola?

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Aulas	1	0,03
Intervalos	9	0,26
Convívio com os coegas	23	0,66
Outros	1	0,03
Não responde	1	0,03
Total	35	1,00

Figura 18 - Tratamento dos dados relativo ao questionário aplicado aos alunos de 6º ano

5 - Gostas de aprender?

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Muito	12	0,34
Bastante	14	0,40
Mais ou Menos	7	0,20
Pouco	2	0,06
Total	35	1,00

6 - Gostas de estudar?

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Muito	1	0,03
Bastante	8	0,23
Mais ou Menos	20	0,57
Pouco	5	0,14
Nada	1	0,03
Total	35	1,00

7 - Agrada-te a disciplina de Matemática?

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Muito	12	0,34
Bastante	9	0,26
Mais ou Menos	12	0,34
Pouco	1	0,03
Nada	1	0,03
Total	35	1,00

8 - Se a Matemática agradar, é porque:

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Parece um jogo	9	0,17
É divertida	13	0,25
Tudo encaixa na perfeição	11	0,21
Facilidade	7	0,13
Imaginação/criatividade	9	0,17
Nunca agrada	2	0,04
Não responde	1	0,02
Total	52	1,00

Figura 18 – (continuação)

9 - Se a Matemática te desagrada, é porque:

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Aborrecida	3	0,08
Exige concentração	6	0,16
Muito estudo	4	0,11
Muita repetição	5	0,13
Nunca desagrada	15	0,39
Outro	1	0,03
Não responde	4	0,11
Total	38	1,00

10 - Como gostas mais de aprender/estudar Matemática?

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Repetir	7	0,15
Manipular materiais	11	0,23
Discutir	15	0,31
Fazer estudos	13	0,27
Textos, poemas, teatro	2	0,04
Total	48	1,00

11 - Aprender Matemática em ligação com outros saberes pode torná-la mais interessante?

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Muito	9	0,26
Bastante	18	0,51
Mais ou Menos	6	0,17
Pouco	1	0,03
Nada	1	0,03
Total	35	1,00

12 - Aprender Matemática em ligação com áreas artísticas pode ser interessante porque:

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Aprendem-se várias coisas	14	0,38
Utilidade da Matemática	11	0,30
É mais divertido	7	0,19
Aprender mais fácil	4	0,11
Não responde	1	0,03
Total	37	1,00

Figura 18 – (continuação)

13 - Preferiste estudar:

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Adição/Subtração	20	0,57
Isometrias	13	0,37
Ambas	2	0,06
Total	35	1,00

14 - Gostaste de ficar a conhecer algumas obras de Escher?

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Muito	12	0,34
Bastante	18	0,51
Mais ou Menos	3	0,09
Pouco	1	0,03
Nada	1	0,03
Total	35	1,00

15 - Gostaste de aprender através das obras de Escher?

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Muito	8	0,23
Bastante	18	0,51
Mais ou Menos	7	0,20
Pouco	1	0,03
Nada	1	0,03
Total	35	1,00

16 - Aprender através das obras de Escher:

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Amplia a cultura geral	12	0,34
Perceber melhor a matéria	17	0,49
Foi-lhe indiferente	2	0,06
Só confundiu mais	2	0,06
Outro	1	0,03
Nulo	1	0,03
Total	35	1,00

Figura 18 – (continuação)

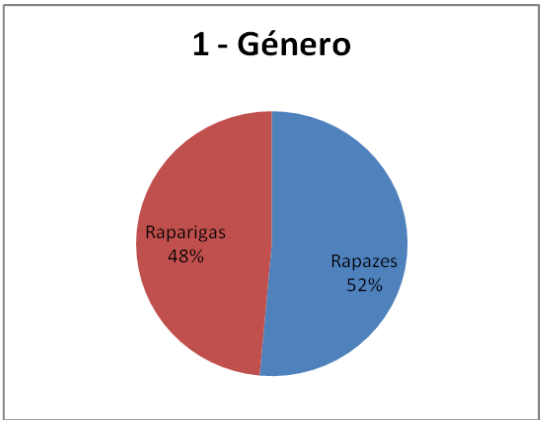


Gráfico 1: Género

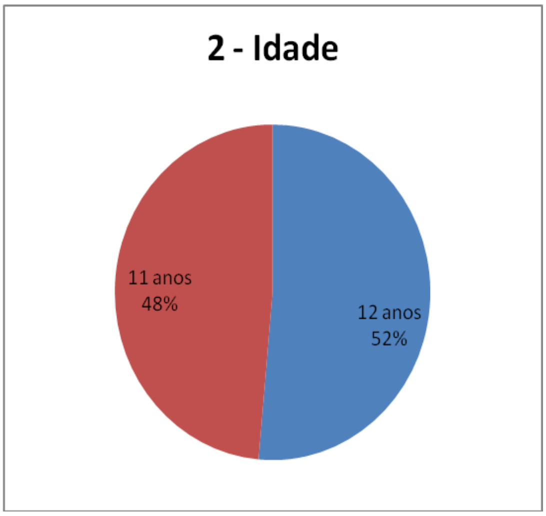


Gráfico 2: Idade

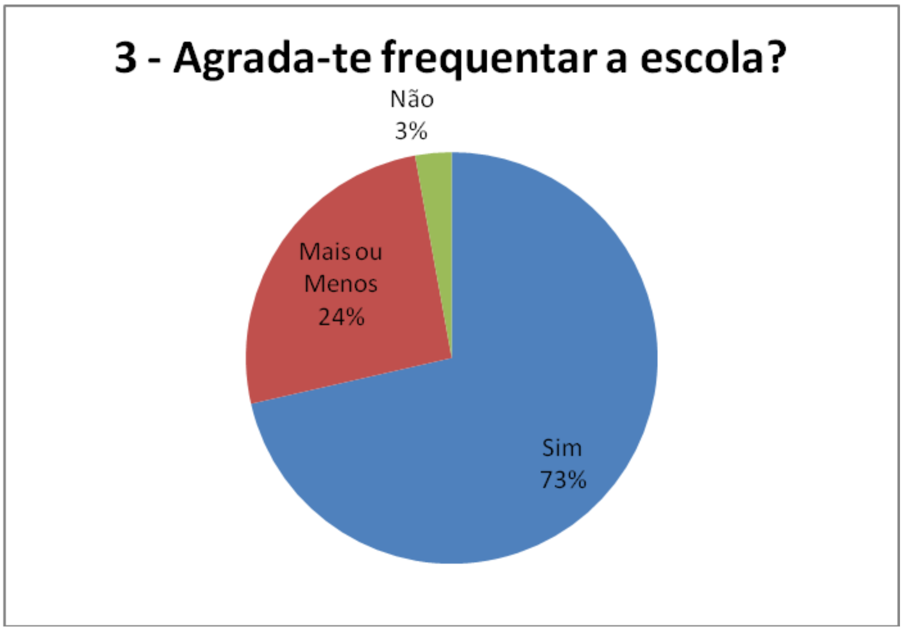


Gráfico 3: Agrada-te frequentar a escola?

Gráfico 4: O que mais te agrada na escola?

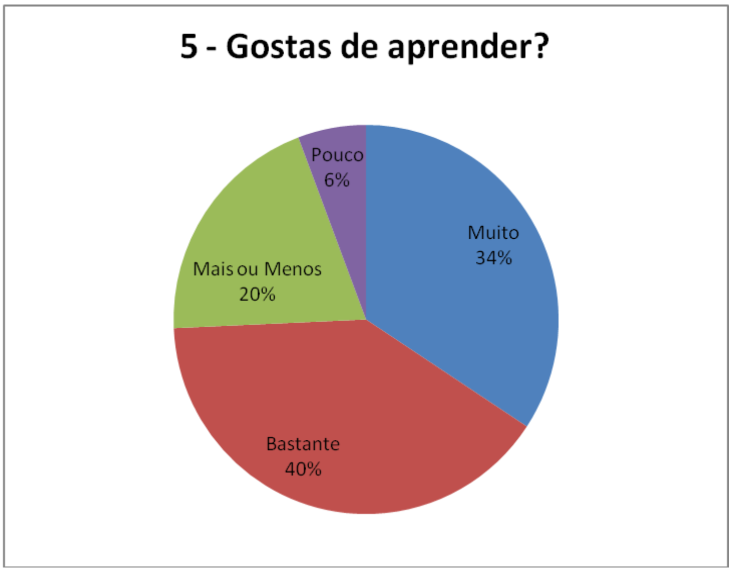


Gráfico 5: Gostas de aprender?

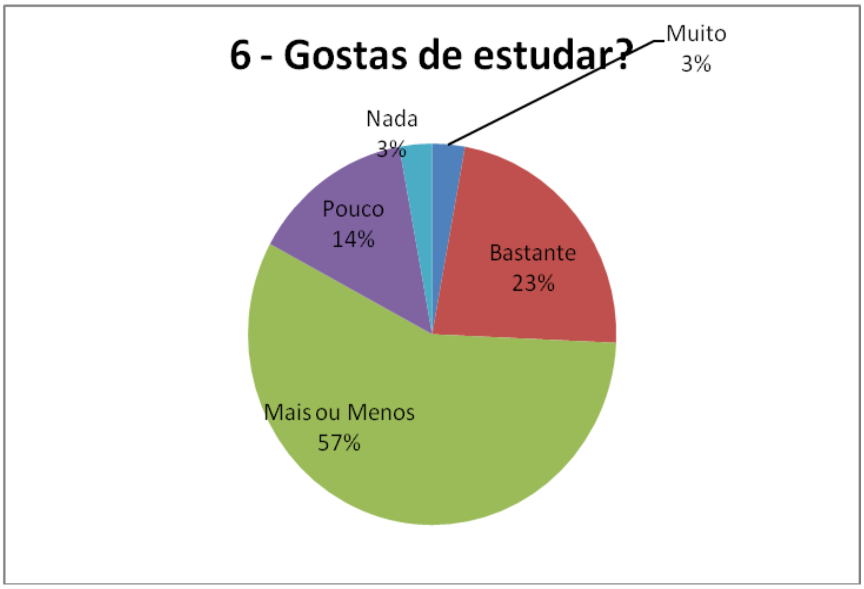


Gráfico 6: Gostas de estudar?

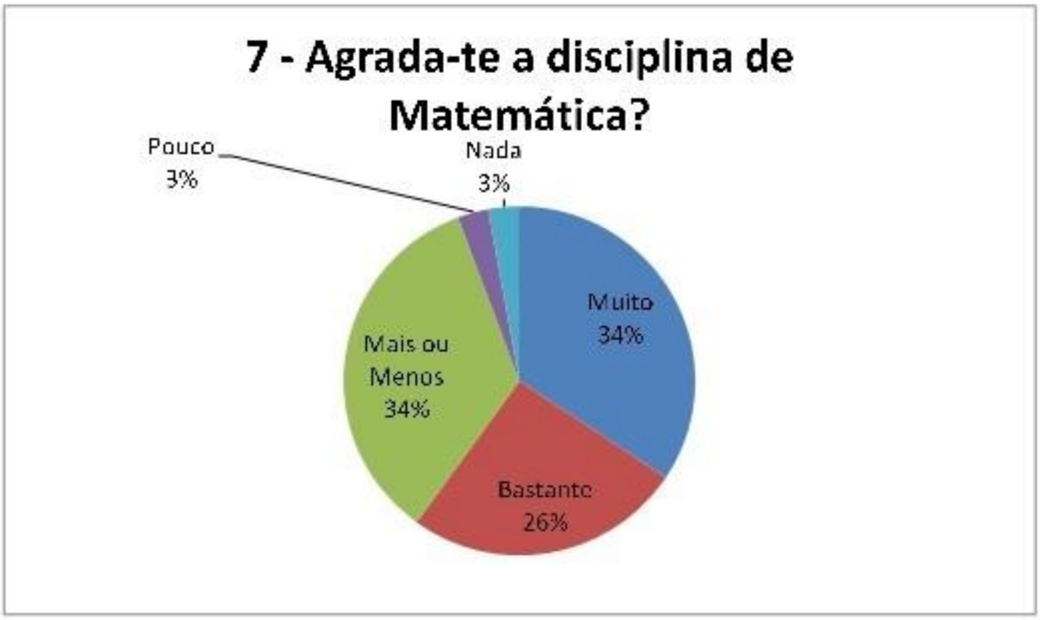


Gráfico 7: Agrada-te a disciplina de Matemática?

Neste conjunto de alunos, existe um número semelhante de rapazes e raparigas, em que as idades estão compreendidas entre os 11 e os 12 anos. À maioria destes alunos a escola agrada, com 73% dos alunos a afirmarem que gostam de a frequentar. No entanto, o que mais parece agradar a este conjunto de alunos não é propriamente a escola, mas sim o convívio com os colegas (65% dos alunos), e os intervalos (26% dos alunos) não sendo as aulas o que mais gostam (apenas 3% dos alunos referem as aulas como sua atividade favorita). No que diz respeito ao gosto pela aprendizagem, a maioria dos alunos afirma gostar muito ou bastante de aprender (30% e 42%, respetivamente). No entanto, quando questionados acerca do estudo, apenas 3% dos alunos (correspondente a apenas um aluno) refere gostar muito de estudar, estando a maioria das respostas na posição intermédia, "mais ou menos", com 55% das respostas, 24% dos alunos referindo gostar bastante de estudar e 15% dos alunos referindo gostar pouco de estudar. A disciplina de Matemática agrada muito a 33% dos alunos, agrada bastante a 9% e agrada "mais ou menos" a 33%, sendo que apenas 6% dos alunos referem gostar pouco ou nada da disciplina.

Assim, de modo geral, estes parecem ser alunos a quem a escola agrada, que gostam de aprender e que gostam da disciplina de Matemática.

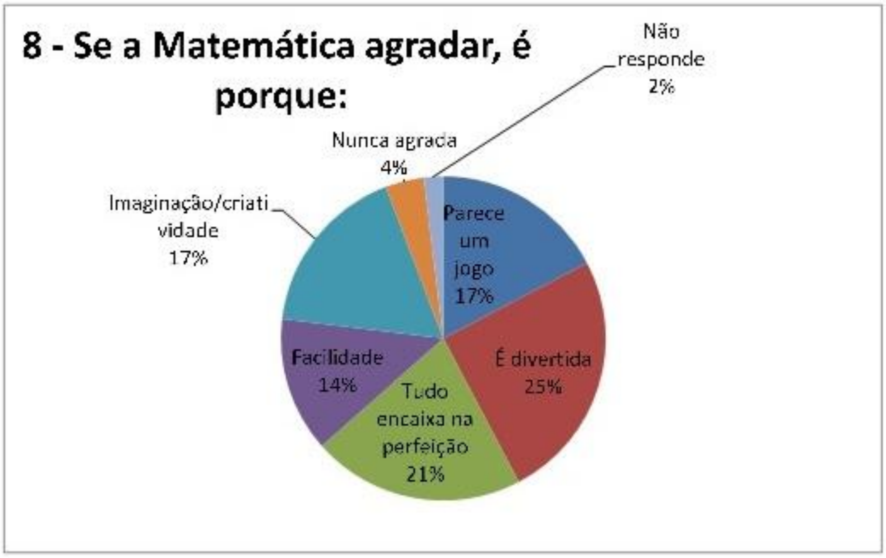


Gráfico 8: Se a Matemática agradar, é porque:

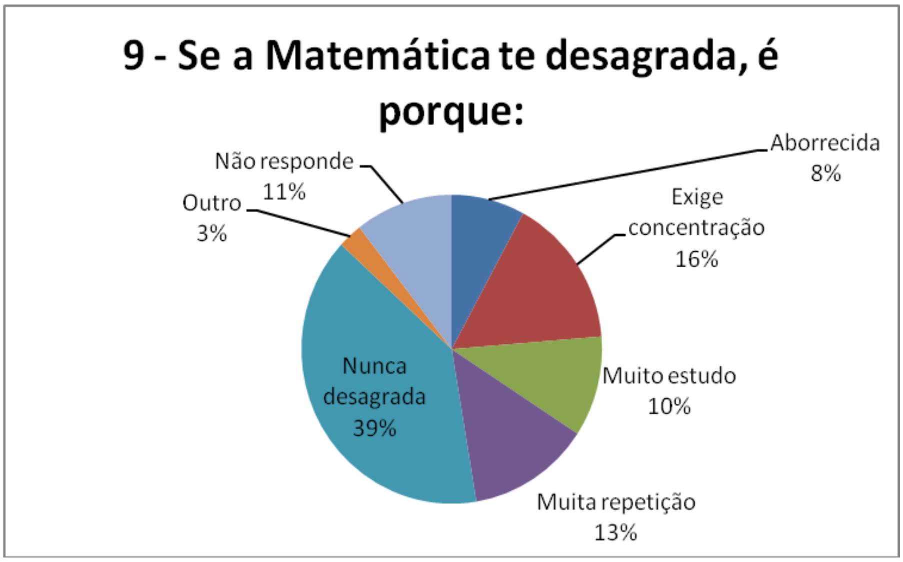


Gráfico 9: Se a Matemática te desagrada, é porque**:**

Neste conjunto de 35 alunos de 6º ano, a maioria refere que, quando gosta da Matemática, acha-a divertida (25% das respostas), seguindo-se a sensação de que tudo na Matemática encaixa com perfeição (21% das respostas) e a semelhança que esta pode ter com um jogo (17% das respostas), assim como o permitir a imaginação e a criatividade (17% das respostas). Nas outras alternativas, a incidência das respostas tem menos significado: apenas 14% das respostas vão para a facilidade que os alunos sentem nesta disciplina, havendo apenas 4% dos alunos que referem que esta disciplina nunca lhes agrada e 2% que não dão qualquer resposta a este item.

Nos momentos em que a Matemática desagrada, estes alunos referem o exigir muita concentração como principal obstáculo (16% das respostas), o requerer muita repetição já com uma percentagem pouco significativa (13% das respostas) e o requerer muito estudo com uma percentagem ainda menor (10% das respostas). A grande maioria dos alunos refere que a Matemática nunca desagrada (39% das respostas), e apenas 8% destes alunos acham que pode ser aborrecida. Onze por cento dos alunos não responde, e um aluno (3%) refere uma outra alternativa de resposta, dizendo que, na Matemática, a principal coisa que lhe desagrada é a Geometria.

Assim, a repetição é vista como um obstáculo apenas por 13% dos alunos (4 alunos). Poucos alunos consideram que a Matemática é aborrecida ou que exige muito estudo (cada uma destas respostas é dada por 3 alunos).

Estes alunos parecem, de modo geral, portanto, recetivos ao modelo através do qual a Matemática lhes tem sido ensinada, não a considerando aborrecida. Consideram-na divertida e muitos referem facilidades em aprendê-la.

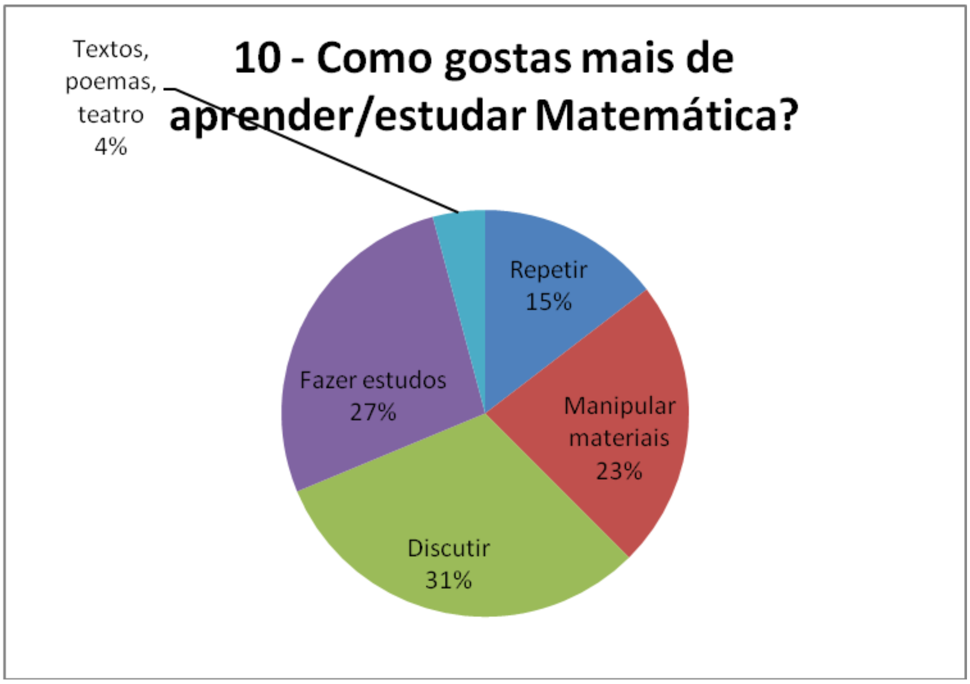
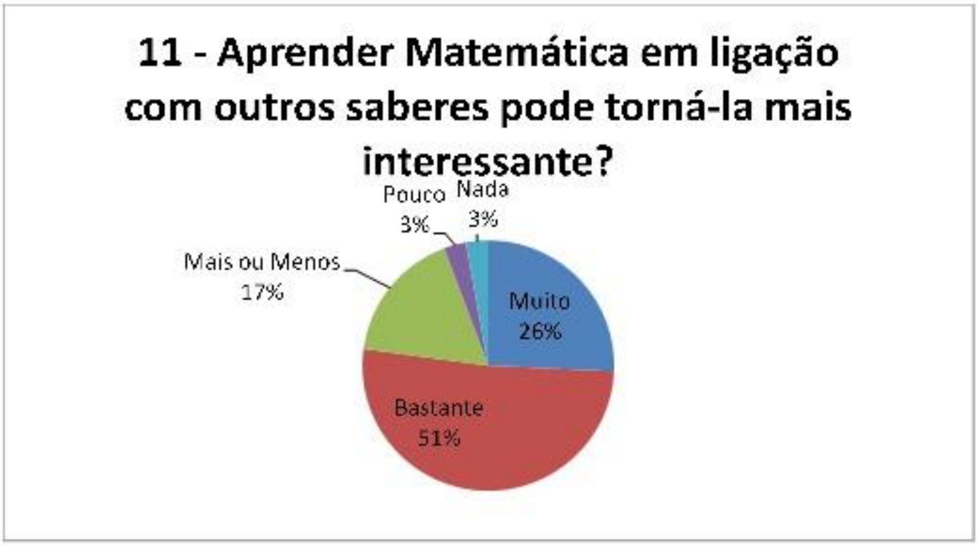


Gráfico 10: Como gostas mais de aprender/estudar Matemática?



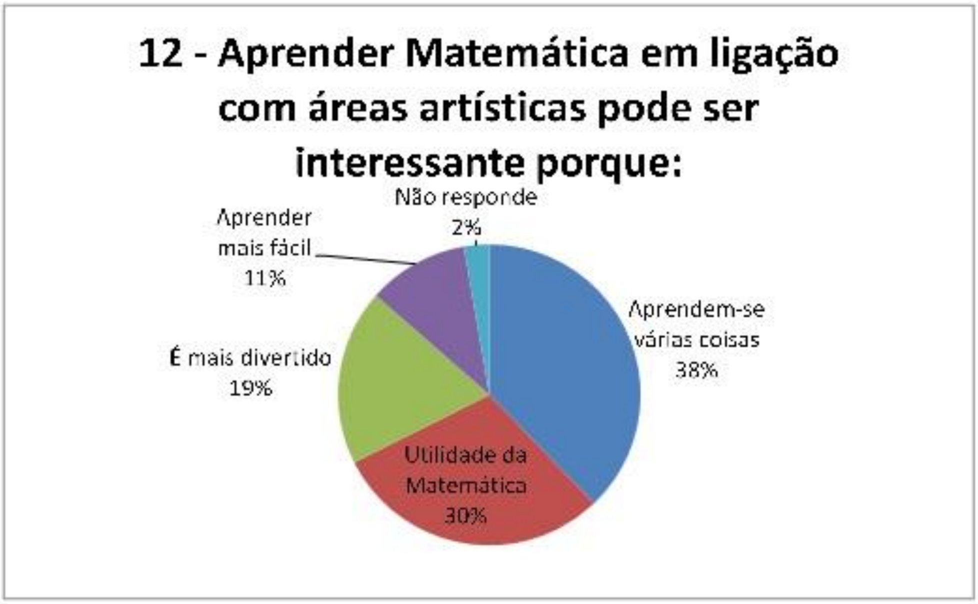
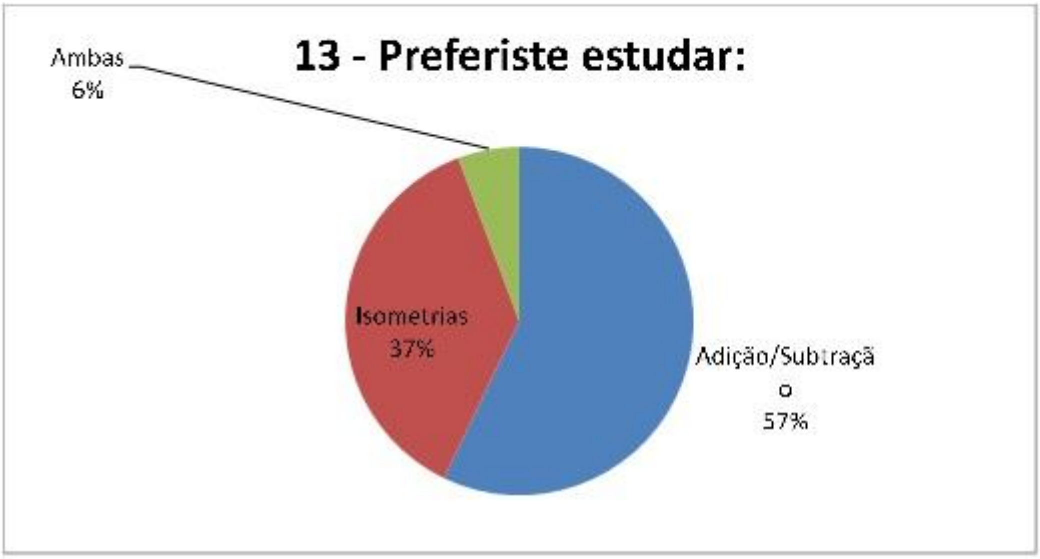


Gráfico 11: Aprender Matemática em ligação com outros saberes pode torná-la mais interessante?

Gráfico 12: Aprender Matemática em ligação com áreas artistícas pode ser interessante porque:



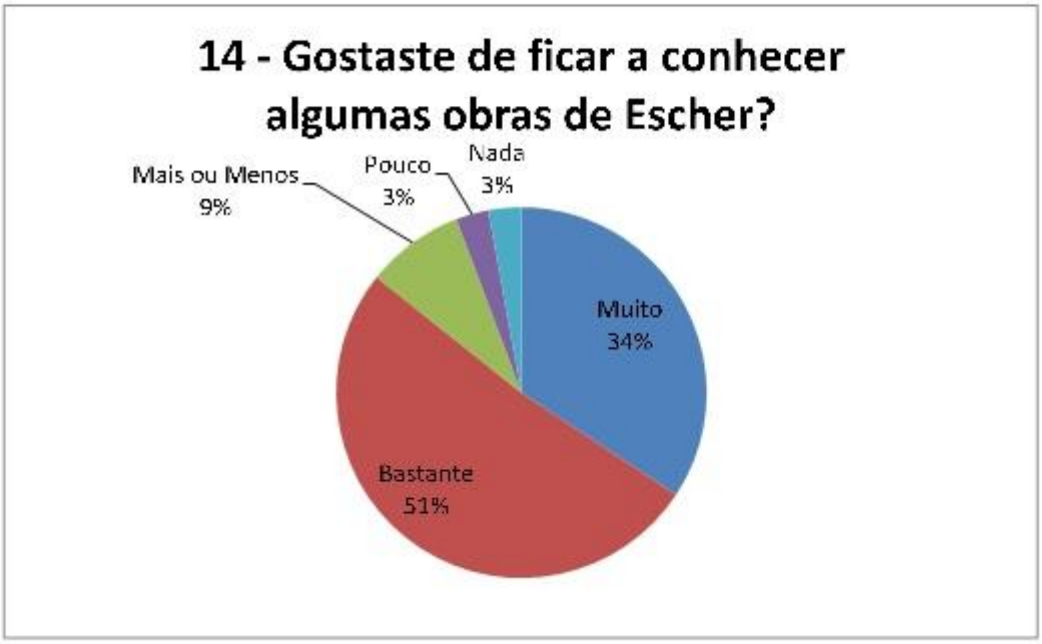
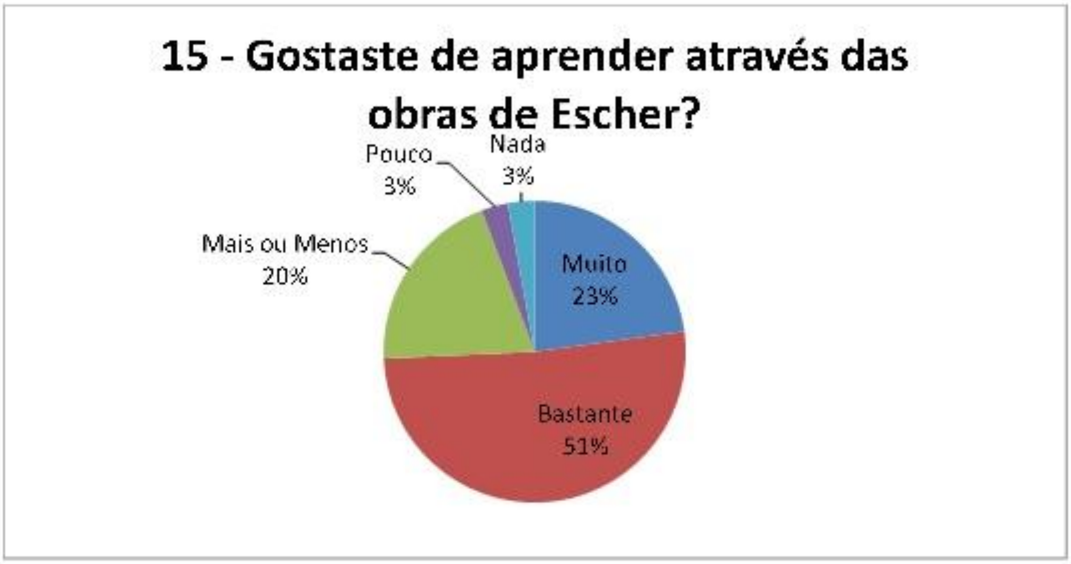


Gráfico 13: Preferiste estudar:

Gráfico 14: Gostas de ficar a conhecer algumas obras de Escher?



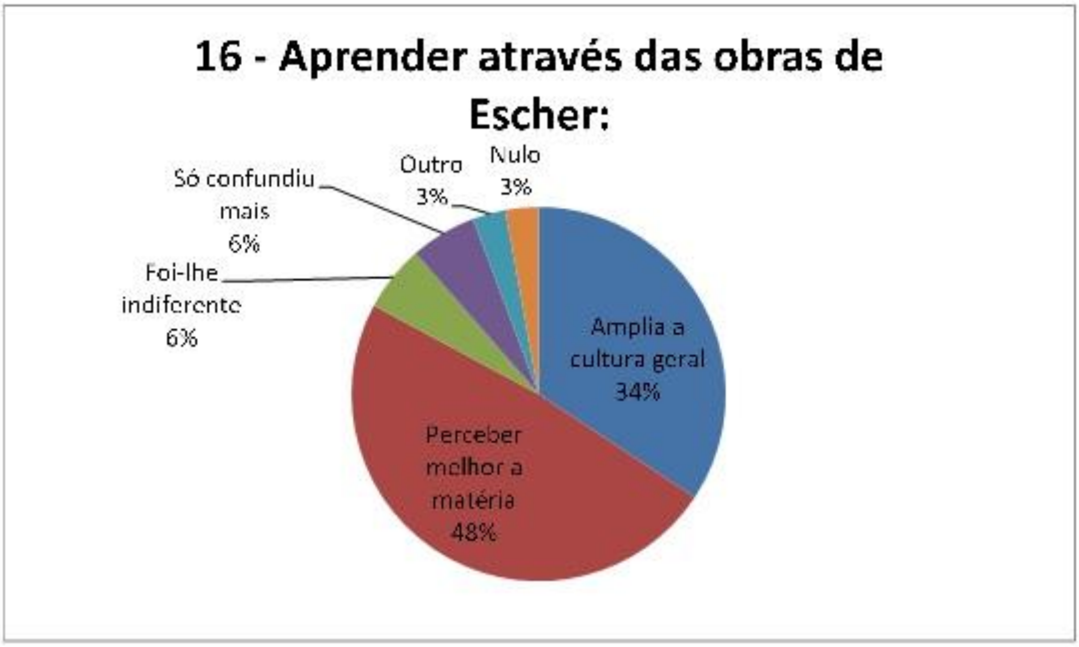


Gráfico 15: Gostas de apender através das obras de Escher?

Gráfico 16: Apender através das obras de Escher:

Estes alunos demonstram gostar principalmente de discutir com os colegas a resolução dos problemas (31%), o fazer estudos para deduzir regras (27%) e a manipulação de materiais (23%). Uma percentagem já pouco significativa diz que prefere repetir muitas vezes o mesmo tipo de exercício (15% das respostas), mas mesmo assim trata-se de uma percentagem superior à dos alunos que gosta de aprender Matemática através de atividades como o escrever textos, o fazer poemas, fazer letras de canções ou peças de teatro relacionados com a Matemática, sendo este item apenas indicado em 4% das respostas. Neste aspeto, creio que se poderá considerar a influência das estratégias que eu própria utilizo, enquanto professora, nas minhas aulas. Ao observar as respostas a estes questionários, constato que creio existir uma influência bastante grande da forma como levei a cabo a lecionação da disciplina. Todos estes 35 alunos são alunos a quem lecionei, tendo eu conseguido manter com eles uma boa relação e obtido algum feedback positivo no que diz respeito à recetividade dos alunos em relação ao tipo de aulas que realizei, em que me centro muito na discussão acerca da resolução de problemas que, nem sempre se podem considerar verdadeiros problemas, na conceção de alguns pedagogos, mas que eu tenho o cuidado de contextualizar de forma que considere motivadora pelos alunos e com ligação às suas realidades. É também frequente a utilização, nas minhas aulas, de estratégias que envolvem quer a manipulação de materiais, quer a dedução de regras matemáticas, ocorrendo algumas atividades de repetição de exercícios, mas raras. Assim, eles podem sentir que gostam mais daquilo que é utilizado com mais frequência nas aulas.

No entanto, estes dados conflituam, de certo modo, com a respostas dadas ao item 13, em que os alunos referem ter preferido estudar a adição e a subtração de números inteiros negativos e positivos, em vez de as isometrias, quando a adição e subtração de números inteiros exige muito mais repetição do que as isometrias, pelo menos da forma como foram lecionados. Embora eu tenha contemplado a possibilidade de os alunos mencionarem motivos diferentes dos indicados no questionário para o fato de terem gostado mais de um assunto ou de outro, a verdade é que nenhum aluno mencionou o facto de terem achado a adição e a subtração de números inteiros negativos e positivos um pouco mais fácil que as isometrias. Na questão 13, há 1 aluno que refere preferir a adição e a subtração de números inteiros negativos e positivos por achar o assunto mais interessante, enquanto que há outro aluno que indica preferir as isometrias por achá-las mais divertidas. Nota-se que não há uma preferência muito evidente dos alunos por um ou por outro assunto, havendo inclusivamente 6% dos alunos que não manifestam nenhuma preferência em particular, referindo ter apreciado as duas matérias. A adição e a subtração de números inteiros negativos e positivos recolhe 57% das preferências e as isometrias 37%; verifica-se assim uma diferença de 20% entre um assunto e outro, tendo os alunos, pelo menos aparentemente, concordado com os motivos indicados no questionário para preferirem uma ou outra matéria. A adição e a subtração de números inteiros é indicada como preferida por implicar apenas a repetição de regras e as isometrias são indicadas como assunto favorito por permitirem o contato com obras de artistas conhecidos.

De modo geral, creio que posso indicar como um obstáculo à realização desta pesquisa, a idade e uma certa imaturidade por parte dos alunos, que nem sempre têm consciência do que realmente gostam, habituados que estão a ser colocados numa posição de passividade em que é reforçada a atitude de agrado perante tudo o que lhes é oferecido. Ao analisar os questionários individualmente, constato algumas situações que podem ser consideradas incoerentes; por exemplo, o mesmo aluno que diz que a Matemática lhe desagrada por ter de repetir muitas vezes o mesmo tipo de exercícios, mas diz que gosta mais de aprender/estudar Matemática através da referida repetição. Questiono-me se o aluno em questão consideraria esta estratégia como menos agradável mas mais eficaz, ou se pura e simplesmente não sabe muito bem do que gosta realmente. Chamou-me também a atenção, num dos questionários, um aluno que revela ter gostado de conhecer as obras de Escher e ter gostado de aprender Matemática através destas mesmas obras, mas depois considera que a utilização destas estratégias só confundiu mais a matéria.

A maioria dos alunos considerou que aprender Matemática em conjunto com outros saberes pode torná-la mais interessante, havendo 26% dos alunos que consideram que aprender assim pode tornar a Matemática muito mais interessante, e 51% dos alunos bastante mais interessante. Dezassete por cento dos alunos situam-se na posição intermédia, respondendo "mais ou menos" e apenas 3% consideram que assim ela se torna pouco mais interessante, enquanto outros 3% consideram que a Matemática não se torna mais interessante ao ser aprendida em conjunto com outros saberes.

No item 12, esta aprendizagem interligada é concretizada, sendo os alunos questionados acerca do interesse que pode ter interligar a Matemática com as artes. Assim, apenas 2% dos alunos não respondem, 11% consideram tornar-se mais fácil a aprendizagem, 19% acham que as artes tornam a Matemática mais divertida, 30% sentem ser mais fácil verificar uma utilidade para a Matemática se esta se interligar com as artes, e 38% apreciam o aprender de forma mais integrada, vários assuntos ao mesmo tempo.

A maioria dos alunos apreciaram ficar a conhecer as obras de Escher, com 34% dos alunos referindo terem gostado muito, 51% referem ter gostado bastante, e apenas 9% falam em "mais ou menos", 3% pouco e 3% nada.

Quando os alunos são questionados acerca da aprendizagem através das obras de Escher, nota-se um grande aumento da percentagem de "mais ou menos" em relação ao item anterior, passando de 9% para 20%. Quando se trata de aprender através das obras, os alunos parecem revelar uma postura menos recetiva do que em relação a conhecê-las simplesmente. A percentagem de alunos que refere ter gostado muito de aprender através das obras de Escher, desce em relação à percentagem de alunos que refere ter gostado simplesmente de conhecer as suas obras; passa de 34% neste último caso, para 23%, quando diz respeito à aprendizagem através das obras. Já a percentagem dos que referem ter gostado bastante de aprender desta forma, mantém-se em relação à percentagem dos que gostaram de aprender através das obras de Escher, sendo 51% em ambos os casos. Para as respostas "pouco" e "nada" vão exatamente os mesmos 3% (para cada uma) que iam no tópico anterior.

Por fim, a maioria dos alunos referiu ter sentido que as obras de Escher ajudaram a ficar a perceber melhor a matéria (48% das respostas), tendo 34% dos alunos valorizado o aumento da cultura geral. Três por cento dos alunos, percentagem correspondente a um aluno, deu uma resposta alternativa às apresentadas, enquadrando-se na categoria "outros" na tabela e no gráfico. Posso acrescentar que este aluno referiu que as obras de Escher tornaram a matéria "mais leve". Seis por cento dos alunos sentem que o recurso às obras deste autor lhes foi indiferente, 6% referem tê-los confundido mais e 3% dos alunos deram respostas consideradas nulas.

APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS DO QUESTIONÁRIO REALIZADO AOS 31 ALUNOS DE 5ºANO

1 - Género

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Masculino	11	0,35
Feminino	20	0,65
Total	31	1,00

2 - Idade

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
10 anos	20	0,65
11 anos	8	0,26
12 anos	2	0,06
13 anos	1	0,03
Total	31	1,00

3 - Agrada-te frequentar a escola?

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Sim	22	0,71
Mais ou menos	8	0,26
Não	1	0,03
Total	31	1,00

4 - O que mais te agrada na escola?

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Aulas	5	0,16
Intervalos	5	0,16
Convívio com os coegas	15	0,48
Outros	1	0,03
Nulos	5	0,16
Total	31	1,00

Figura 19 - Tratamento dos dados relativo ao questionário aplicado aos alunos de 5º ano

5 - Gostas de aprender?

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Muito	15	0,48
Bastante	7	0,23
Mais ou Menos	9	0,29
Total	31	1,00

6 - Gostas de estudar?

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Muito	5	0,16
Bastante	6	0,19
Mais ou Menos	16	0,52
Pouco	2	0,06
Nada	2	0,06
Total	31	1,00

7 - Agrada-te a disciplina de Matemática?

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Muito	12	0,39
Bastante	10	0,32
Mais ou Menos	8	0,26
Pouco	1	0,03
Total	31	1,00

8 - Se a Matemática agradar, é porque:

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Parece um jogo	13	0,29
É divertida	13	0,29
Tudo encaixa na perfeição	6	0,13
Facilidade	2	0,04
Imaginação/criatividade	6	0,13
Nunca agrada	2	0,04
Outros	1	0,02
Não responde	2	0,04
Total	45	1,00

9 - Se a Matemática te desagrada, é porque:

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Aborrecida	5	0,12
Exige concentração	7	0,17
Muito estudo	6	0,15
Muita repetição	5	0,12
Nunca desagrada	9	0,22
Não responde	9	0,22
Total	41	1,00

Figura 19 – (continuação)

10 - Como gostas mais de aprender/estudar Matemática?

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Repetir	9	0,23
Manipular materiais	12	0,30
Discutir	11	0,28
Fazer estudos	7	0,18
Não responde	1	0,03
Total	40	1,00

11 - Aprender Matemática em ligação com outros saberes pode torná-la mais interessante?

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Muito	12	0,39
Bastante	7	0,23
Mais ou Menos	9	0,29
Pouco	1	0,03
Não sabe	2	0,06
Total	31	1,00

12 - Aprender Matemática em ligação com áreas artísticas pode ser interessante porque:

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Aprendem-se várias coisas	16	0,39
Utilidade da Matemática	8	0,20
É mais divertido	13	0,32
Aprender mais fácil	4	0,10
Total	41	1,00

13 - Preferiste estudar:

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Expressões numéricas	11	0,35
Posição relativa de retas	18	0,58
Não responde	2	0,06
Total	31	1,00

14 - Gostaste de ficar a conhecer algumas obras de Kandinsky?

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Muito	18	0,58
Bastante	5	0,16
Mais ou Menos	4	0,13
Pouco	2	0,06
Não responde	2	0,06
Total	31	1,00

Figura 19 – (continuação)

15 - Gostaste de aprender através da obra de Kandinsky?

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Muito	18	0,58
Bastante	6	0,19
Mais ou Menos	4	0,13
Pouco	1	0,03
Não responde	2	0,06
Total	31	1,00

16 - Aprender através da obra de Kandinsky:

	Freq.Absoluta	Freq. Relativa
Amplia a cultura geral	12	0,39
Perceber melhor a matéria	13	0,42
Foi-lhe indiferente	2	0,06
Só confundiu mais	3	0,10
Não responde	1	0,03
Total	31	1,00

Figura 19 – (continuação)

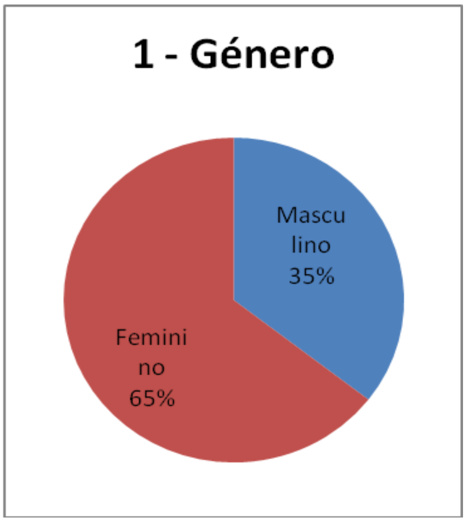


Gráfico 17: Género

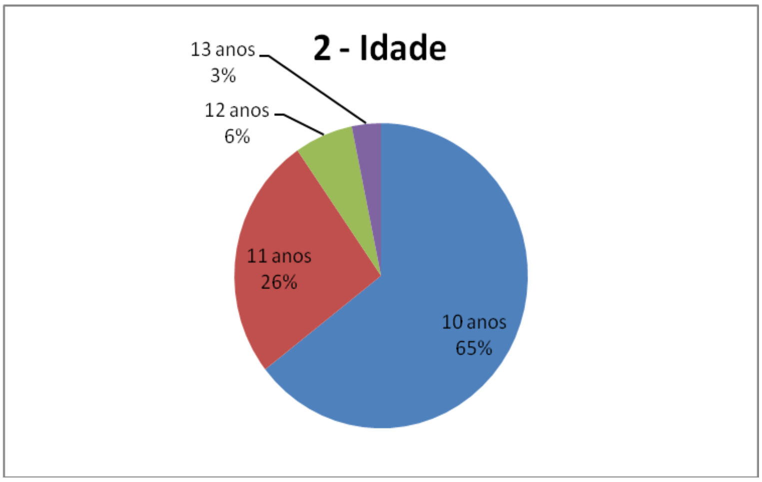


Gráfico 18: Idade

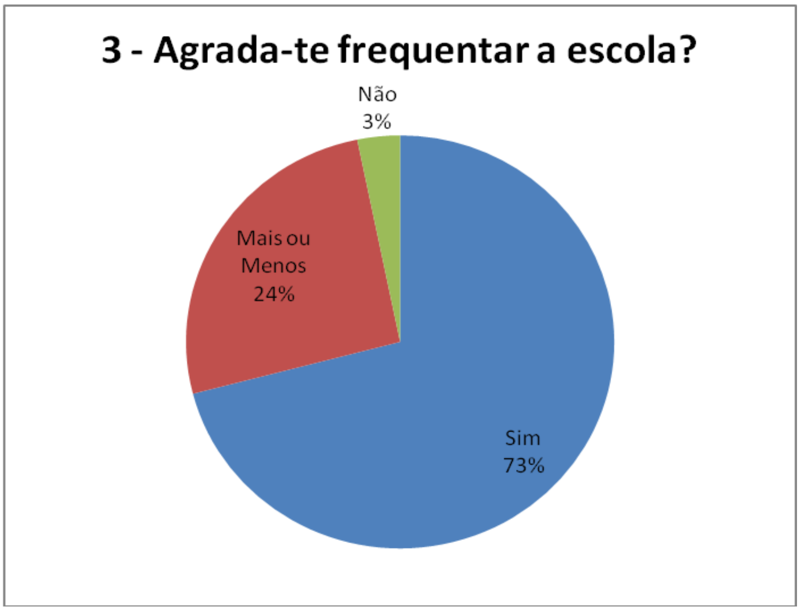


Gráfico 19: Agrada-te frequentar a escola?

Gráfico 20: O que mais te agrada na escola?

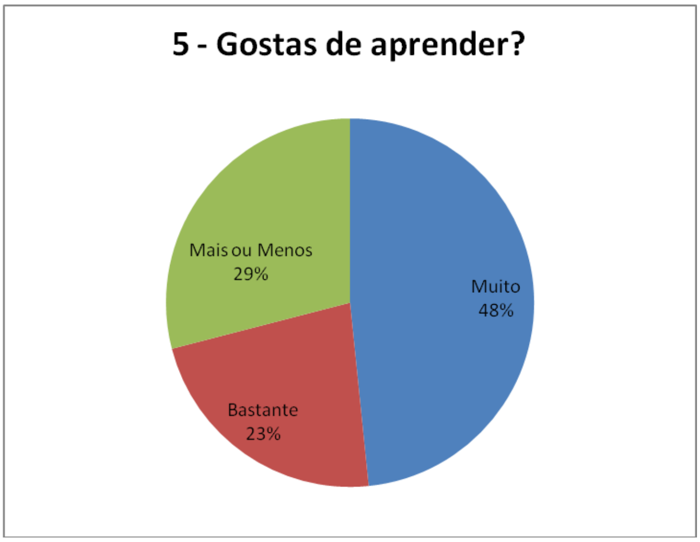


Gráfico 21: Gostas de aprender?

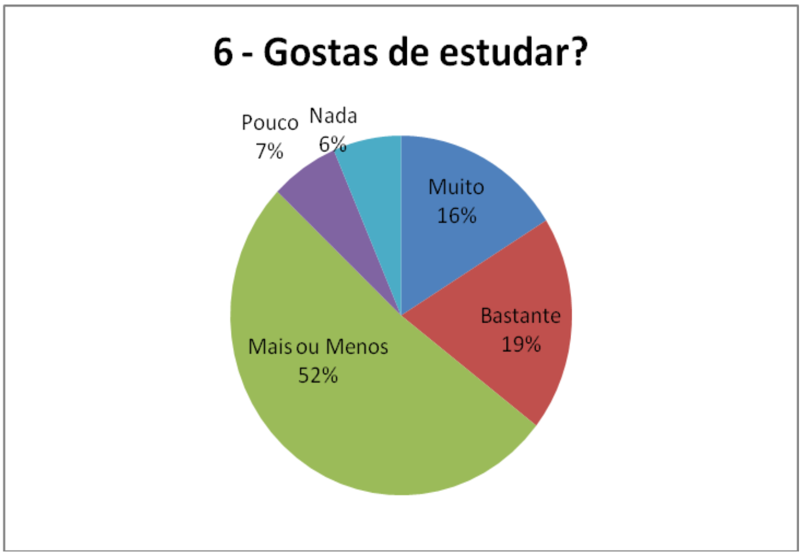


Gráfico 22: Gostasde estudar?

Neste conjunto de alunos, há bastante mais raparigas que rapazes (65% de raparigas e 35% de rapazes). As idades também são mais díspares do que no grupo de alunos de 6º ano, anteriormente analisado: há alunos desde os 10 anos até aos 13 anos. A maioria dos alunos tem 10 anos (65%), 26% tem 11 anos, há 6% com 12 anos e 3% com 13 anos. Tal como acontecia no conjunto de alunos anteriormente estudado, também aqui a escola agrada à maioria dos alunos, sendo a percentagem dos que gostam de a frequentar exatamente igual à do grupo anterior, 73%. Vinte e quatro por cento dos alunos afirmam gostar "mais ou menos" e apenas 3% afirmam não gostar de frequentar a escola. Mais uma vez, não são as aulas o que mais agrada a este conjunto de alunos, sendo o convívio com os colegas o que a maioria mais gosta (49%). Apesar de tudo, verifica-se uma incidência superior de alunos que dizem ser as aulas o que mais gostam (16%). Muitos alunos esqueceram-se da advertência que lhes havia sido feita no próprio questionário, de que só poderiam assinalar uma possibilidade, e muitos assinalaram mais do que um item, pelo que as suas respostas foram consideradas nulas (16%).

No que diz respeito ao gosto pela aprendizagem, a maioria dos alunos afirma gostar muito de aprender (48%), 29% afirmam gostar "mais ou menos" de aprender e 23% respondem que gostam bastante de aprender. Nenhum aluno diz que gosta pouco ou nada de aprender. No que toca a gostar de estudar, mais uma vez, as percentagens caem em relação ao gostar de aprender; a maioria refere gostar "mais ou menos" (52%), 19% dos alunos afirmam gostar bastante e os que gostam muito de estudar são apenas 16%. Há 7% de alunos que referem gostar pouco de estudar e 6% que dizem não gostar nada desta atividade. Entretanto, no entanto, o gosto pela disciplina de Matemática aumenta em relação ao grupo anterior; 39% dos alunos referem gostar muito desta disciplina, enquanto 32% dos alunos referem gostar bastante; 26% dizem gostar "mais ou menos desta disciplina" e apenas 3% dos alunos referem gostar pouco, não existindo respostas relativas a não gostar nada.

A situação geral, deste modo, mantém-se em relação ao grupo anterior; de modo geral, estes alunos gostam da escola, gostam de aprender e gostam da disciplina de Matemática, embora o gosto pelo estudo não seja muito.

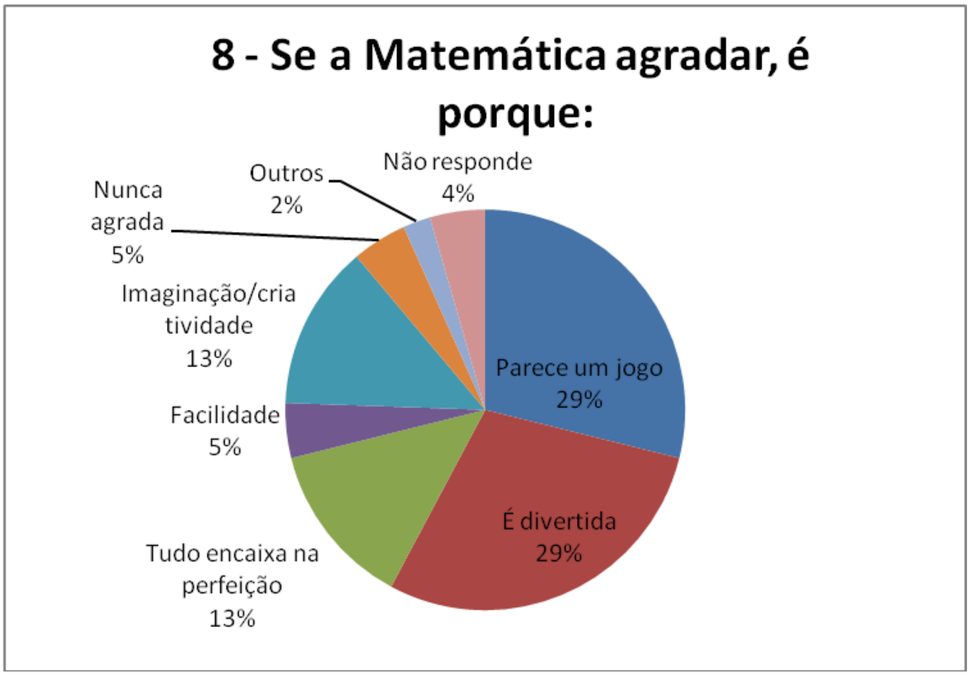


Gráfico 22: Se a Matemática agradar, é porque:

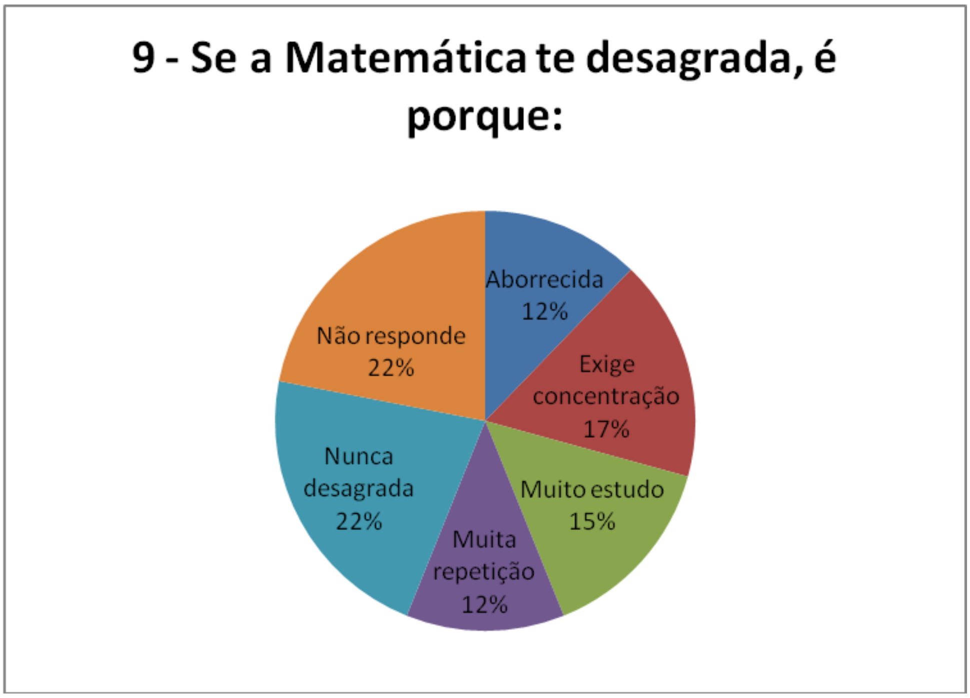


Gráfico 23: Se a Matemática te desagrada, é porque:

O motivo que mais leva os alunos a gostar da Matemática é a possibilidade de se parecer com um jogo (29%) e o ser divertida (ambas as respostas com 29% das respostas). Já os motivos pelos quais a Matemática menos agrada dividem bastante as opiniões, sendo que a maioria dos alunos refere que a Matemática nunca lhes desagrada

(22% das respostas). Treze por cento dos alunos consideram que a Matemática lhes agrada, quer por permitir a utilização da imaginação e da criatividade, quer pela sensação de que tudo encaixa na perfeição. Apenas 5% dos alunos referem ter mais facilidade na Matemática do que em outras áreas, tendo um aluno (2%) indicado que lhe agrada quando a Matemática se enquadra na vida real. Quatro por cento dos alunos não referem por que motivos a Matemática lhes poderá agradar. Vinte e dois por cento dos alunos não respondem quando lhes perguntam por que motivo a Matemática lhes desagrada, havendo 17% que referem o facto de exigir muita concentração, 15% o exigir muito estudo e 12% referem a repetição e o ser aborrecida como obstáculos.

Assim, neste conjunto de alunos obtém-se um resultado semelhante ao obtido no conjunto anterior de alunos; a repetição é vista como um obstáculo apenas por 12% dos alunos.

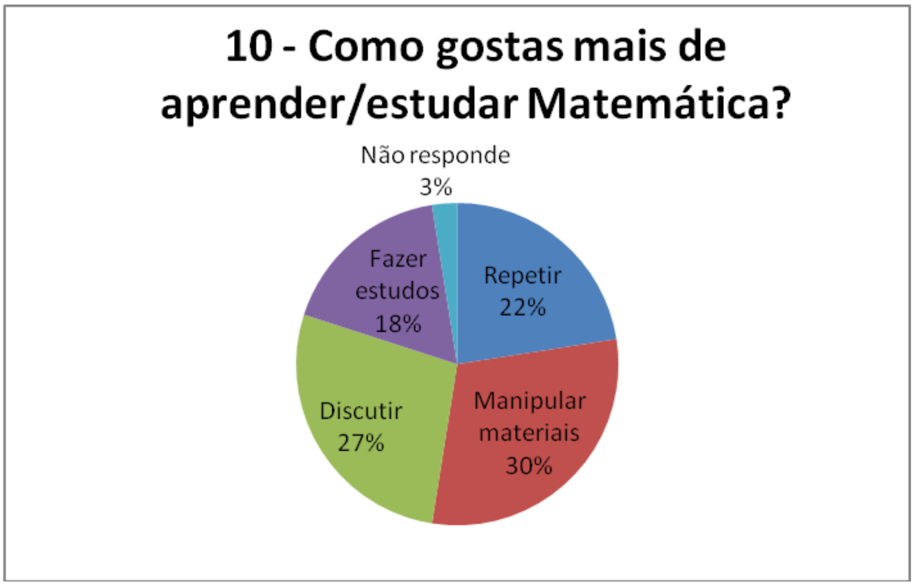


Gráfico 24: Como gostas mais de aprender/estudar Matemática?

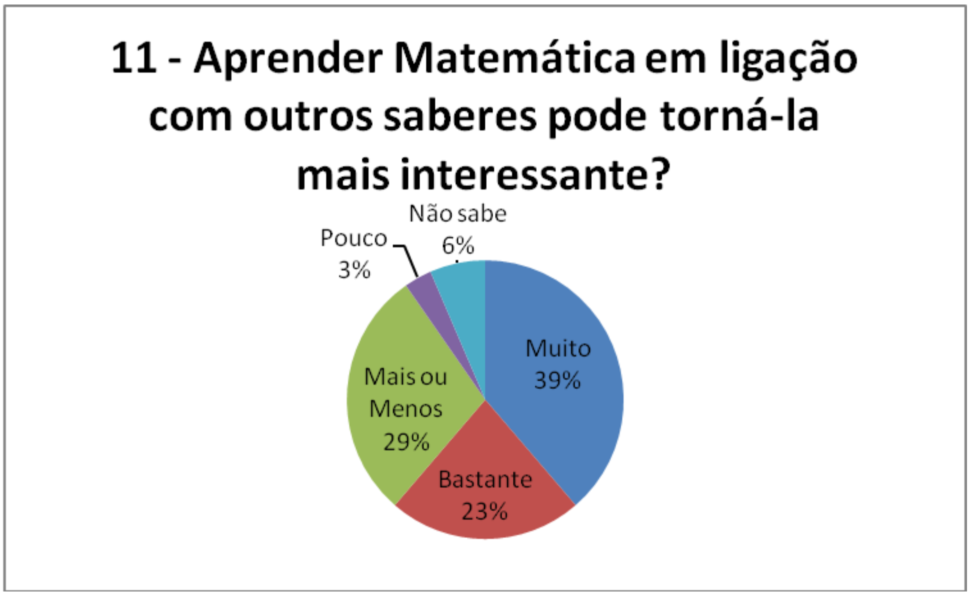


Gráfico 25: Aprender Matemática em ligação com outros saberes pode torná-la mais interessante?

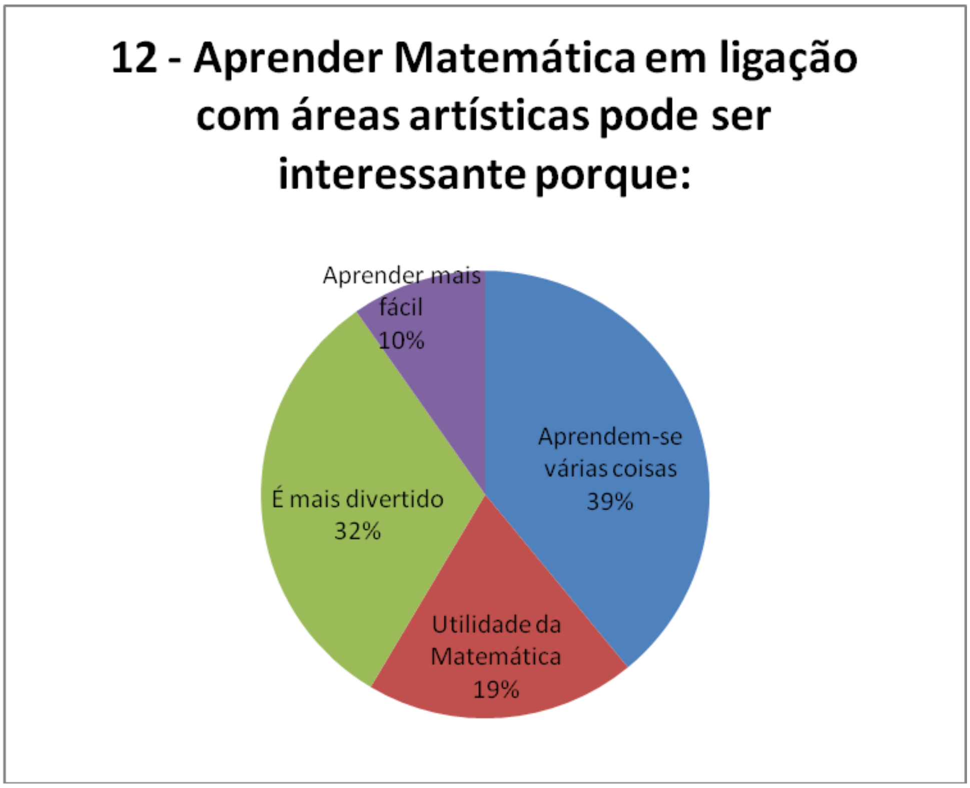


Gráfico 25: Aprender Matemática em ligação com áreas artísticas pode ser interessante porque:

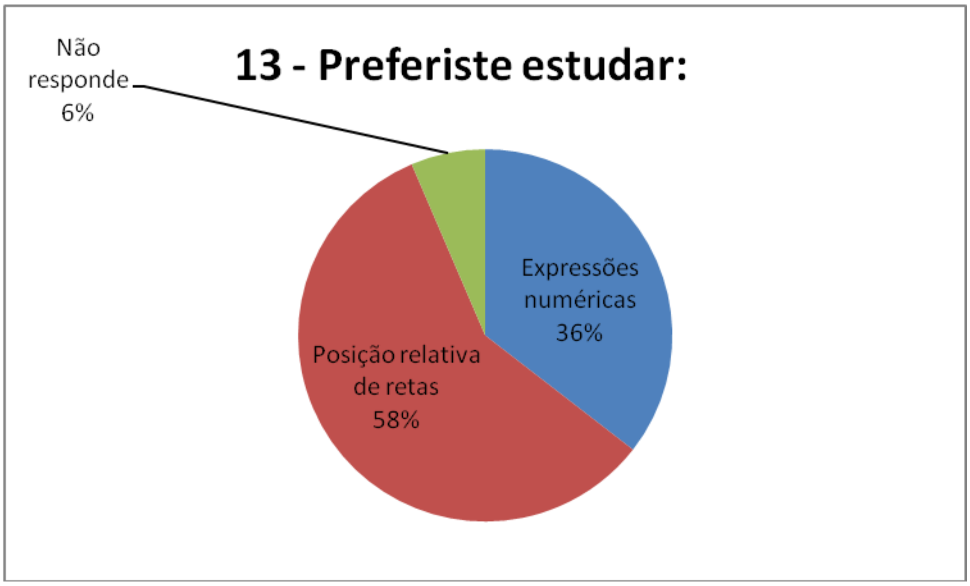


Gráfico 26: Preferiste estudar:

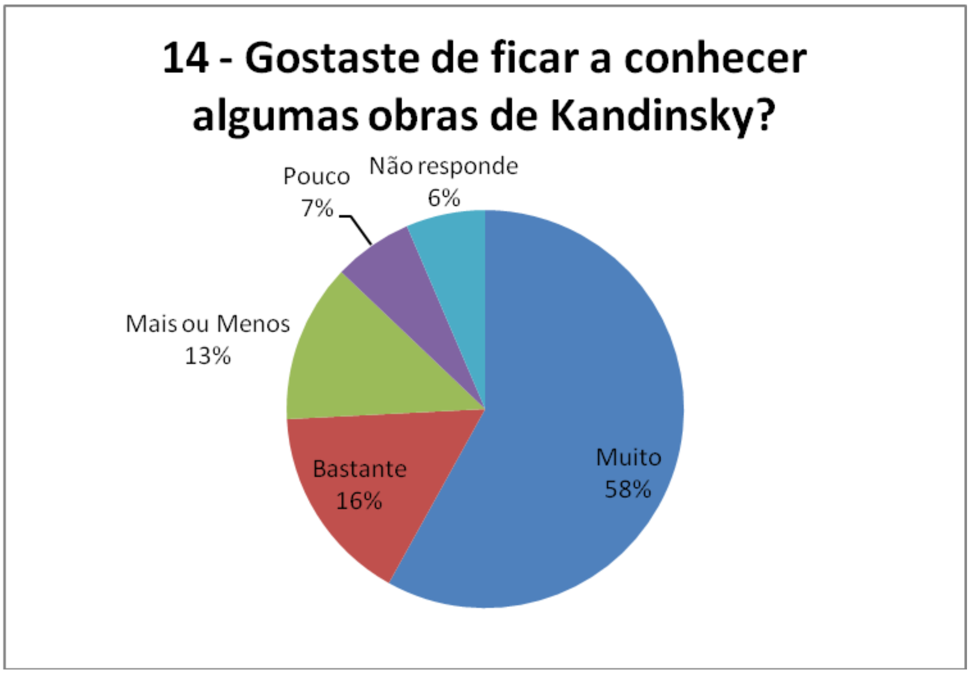


Gráfico 27: Gostaste de ficar a conhecer algumas obras de Kandinsky?

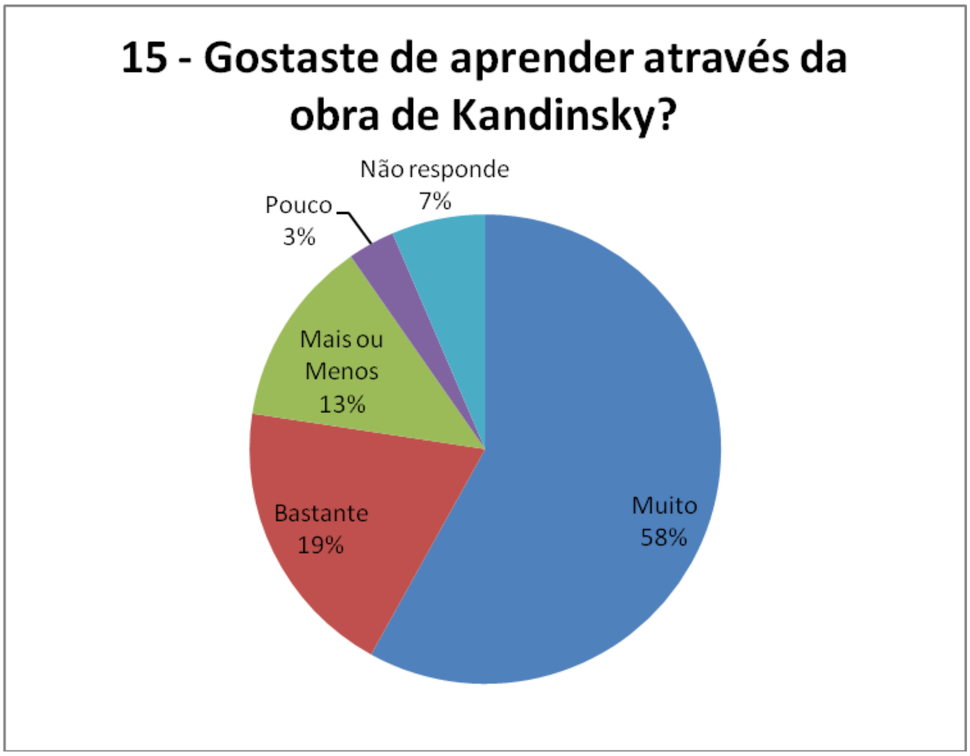


Gráfico 28: Gostaste de aprender através da obra de Kandinsky?

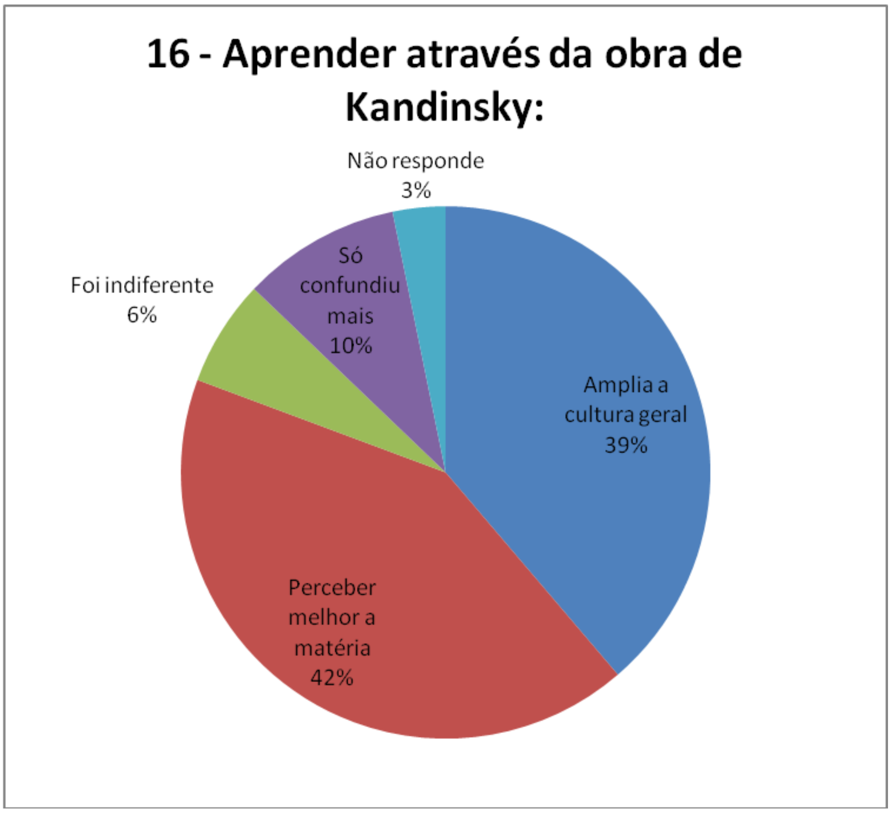


Gráfico 29: Aprender através da obra de Kandinsky:

Neste conjunto de 31 alunos de 5º ano, a maioria prefere manipular materiais (30%), seguindo-se as discussões acerca da resolução de problemas (27%), surgindo a resposta relativa à repetição de exercícios com uma incidência particularmente elevada, 22%, sendo os estudos para o deduzir de regras matemáticas a atividade que os alunos menos preferem, com apenas 18% das respostas. Três por cento dos alunos não respondem. Nenhum aluno menciona que o escrever textos, o fazer poemas, fazer letras de canções ou peças de teatro relacionados com a Matemática seja a sua forma favorita de aprender esta disciplina. Neste aspeto, o conjunto anterior de alunos tinha a vantagem de já ter realizado, comigo, atividades especificamente nesse sentido. No entanto, apesar de ter havido algumas respostas concordantes com essa possibilidade, a verdade é que, mesmo nessas circunstâncias, foram muito poucos os alunos a referi-lo.

Curiosamente, neste conjunto de alunos, em que há uma maior valorização dos exercícios com base na repetição, estes referem, no item 13, preferência pelos conteúdos que foram lecionados com base na pintura "Composição VIII" de Kandinsky, portanto, através da Arte, surgindo a posição relativa de retas com a grande maioria das preferências (58%), "contra" os 36% de preferências para as expressões numéricas, lecionadas com base na repetição de exercícios muito parecidos uns com os outros. Apenas 6% dos alunos não dão resposta a este item. A maioria dos alunos subscreve os motivos indicados no questionário, sendo as preferências pela posição relativa de retas atribuídas ao facto de se ter analisado obras verdadeiras de artistas conhecidos, e as preferências para as expressões numéricas devido ao aplicar das regras sempre da mesma forma. Alguns alunos, contudo, vão um pouco mais longe e indicam outros motivos para as preferências manifestadas: há um aluno que refere que a sua preferência pela posição relativa de retas se deve a gostar de desenhar e ver Arte, e outro que refere essa mesma preferência como sendo devida à facilidade inerente a esse conteúdo; entretanto, dois alunos referem que as expressões numéricas são mais divertidas.

No entanto, tal como no conjunto anterior de alunos, ao analisar individualmente cada um dos questionários, verifico algumas situações que se podem considerar incoerentes, pelo menos relativamente aos parâmetros definidos para este estudo. Há alunos que referem não gostar de repetir exercícios, mas que dizem ter preferido as expressões numéricas, enquanto outros referem gostar da repetição de exercícios como forma de aprender/estudar Matemática, mas que depois dizem ter preferido trabalhar a posição relativa de retas.

Estes alunos demonstram-se bastante recetivos ao ensino da Matemática através de outros saberes, havendo 39% dos alunos que consideram que aprender Matemática em ligação com outros saberes pode contribuir muito para torná-la mais interessante, 23% dos alunos respondem que pode contribuir bastante, 29% referem que pode contribuir "mais ou menos", 6% refere não saber e 3% referem poder contribuir pouco.

Este conjunto de alunos revelou-se particularmente recetivo à aprendizagem de várias coisas ao mesmo tempo e ao desenvolvimento de diversificadas capacidades em simultâneo, que a aprender Matemática através da Arte permite (39%), sendo o facto de a aprendizagem se tornar mais divertida (32%) mencionado logo em seguida. Uma melhor perceção da utilidade da Matemática é valorizada apenas por 19% dos alunos, havendo 10% dos alunos que consideram que a Matemática, assim, se torna mais fácil.

Também este conjunto de alunos revela ter gostado de ficar a conhecer algumas obras de Kandinsky, com 58% dos alunos a revelarem ter gostado muito, 16% bastante, 13% mais ou menos, 7% pouco e 6% não responde. Neste conjunto de alunos, contudo, a percentagem de alunos que revela ter gostado muito de conhecer as obras de Kandinsky, é a mesma de alunos que revela ter gostado de aprender através da obra deste autor (58%). Curiosamente, diminui a percentagem de alunos que referem ter gostado pouco de conhecer as obras de Kandinsky, 7%, em relação aos alunos que referem ter gostado de aprender através da sua obra (3% apenas). Dezanove por cento dos alunos refere ter gostado bastante, 13% refere ter gostado "mais ou menos" e 7% dos alunos não responde.

Tal como sucedeu no conjunto de alunos anterior, o facto de terem conseguido compreender melhor os conteúdos, foi o aspeto mais valorizado na utilização da obra de Kandinsky para lecionar conceitos matemáticos, com 42% a referirem terem sentido essa mesma facilidade. O ampliar da cultura geral também é valorizado, com 39% das respostas; 10% dos alunos referiram que esta estratégia confundiu mais a matéria, 6% demonstraram-se indiferentes e 3% não deram qualquer resposta.

APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS OBTIDAS ATRAVÉS DE ENTREVISTA

Devo salientar a grande dificuldade que encontrei em implementar as entrevistas aos alunos. Foi muito difícil conseguir momentos em que estivesse a sós com um só aluno. Nas aulas, é impossível criar esta situação e os alunos não se mostram recetivos a abdicar do intervalo. Inclusivamente, o prescindir do intervalo está associado a eventuais castigos que possam ser infligidos aos alunos, no caso de haver problemas de comportamento relativamente graves. Entretanto, mesmo quando consegui convencer os alunos a prescindir desse tempo, nunca me pude alargar muito, pois os alunos necessitavam lanchar e teriam de ter tempo para o fazer. Eu teria necessitado de mais tempo para conseguir explorar melhor a opinião de cada um dos alunos. No entanto, realizei muito menos entrevistas do que o inicialmente pensado, porque senti que estas não estavam a ter o efeito pretendido e não estavam a ser suficientemente esclarecedoras, uma vez que os alunos apresentam dificuldades em exprimir as suas opiniões sem o suporte do questionário, tendo havido influência desse mesmo questionário nas respostas que os alunos deram nas entrevistas. Deste modo, e uma vez que a realização de entrevistas exigia um esforço bastante grande, entendi por bem desinvestir um pouco da energia nesta estratégia de recolha de dados.

ENTREVISTA REALIZADA A UMA ALUNA DO 6ºANO:

- Gostas de estudar Matemática?

Sim.

- Qual a forma como preferes que os professores ensinem Matemática?

Gosto quando os professores explicam bem a matéria.

- Achas que a Matemática é importante?

Acho que sim, porque ela está um pouco por todo o lado à nossa volta.

- Com que tipo de estratégias utilizadas pelos professores ficas mais com a sensação de que a Matemática é importante?

Talvez quando fazemos contas e aprendemos maneiras de fazer contas de cabeça.

- Achas que a Matemática é divertida?

Sim, às vezes.

- Com que tipo de estratégias utilizadas pelos professores achas que a Matemática se torna mais divertida?

Acho divertido quando começamos a debater uns com os outros e a tentar convencer os nossos colegas que a maneira como estamos a pensar é a certa.

- Achas que a Matemática é útil?

Sim.

- Que tipo de estratégias utilizadas pelos professores te passam mais a ideia de que a Matemática pode ser útil?

Quando a professora dá problemas que falam sobre situações parecidas com o nosso dia-a-dia.

- Que tipo de estratégias utilizadas pelos professores torna a Matemática mais fácil para ti?

Nesta questão, a aluna sentiu dificuldade em dar resposta, pelo que reforcei a questão, perguntando se acha que, quando utilizámos a Arte, as coisas se tornaram um pouco mais fáceis; a resposta foi a seguinte:

Não, nem por isso... que dizer, ajudou um bocadinho a visualizar as coisas, mas a matéria era um bocado difícil...

Reforcei ainda, lembrando outros momentos que não apenas aquele sobre o qual a nossa entrevista deveria incidir, em que foi utilizada a Arte para ajudar a veicular conteúdos Matemáticos, como quando os alunos aprenderam a multiplicação de frações, e quando, nas aulas de Estudo Acompanhado, foram produzidos textos no âmbito da História da Matemática.

Eu achei interessante, mas não achei que ajudasse muito a compreender a matéria; aliás, nas frações até acho que complicou um bocadinho...

- Que tipo de estratégias utilizadas pelos professores torna a Matemática mais difícil para ti?

É tudo mais difícil quando os professores complicam muito as explicações...

Reforcei a questão, perguntando se achava que repetir muitas vezes o mesmo tipo de exercício torna mais difícil a aprendizagem da Matemática.

Não... às vezes até torna um pouco mais fácil, porque nem precisamos pensar muito, quando vamos responder nos testes.

Face às respostas dadas por esta aluna, considerei irrelevantes as últimas questões constantes da entrevista semi-estruturada que eu havia previamente concebido.

ENTREVISTAS REALIZADAS A ALUNOS DO 5ºANO:

Os resultados obtidos foram todos muito uniformes.

Todos os alunos responderam afirmativamente quando questionados se gostavam de estudar Matemática, se achavam que a Matemática é importante, se achavam a Matemática divertida, e se achavam que a Matemática é útil.

Quando questionei os alunos relativamente ao tipo de estratégias utilizadas pelos professores que lhes permitiriam ficar mais com a sensação de que a Matemática é importante, três deles sentiram muitas dificuldades em responder, havendo uma aluna que referiu ter a sensação de utilidade da Matemática quando fazem problemas que estão ligados a assuntos que lhes digam respeito, como as senhas de almoço, os horários do autocarro, etc.. As respostas em relação à utilidade da Matemática, foram em tudo semelhantes às conseguidas na questão acima mencionada, tendo a referido aluna pensado na utilidade como quase sinónima de importância. Quanto aos alunos que tiveram dificuldade em responder, questionei-os se achavam que a Arte poderia fazer com que a Matemática parecesse mais importante, ao que um deles respondeu que não, tendo os outros dois respondido que sim, mas não sido capazes de justificar esta mesma opinião.

Quando questionados relativamente a eventuais estratégias utilizadas pelos professores que tornem a Matemática mais divertida, todos eles mencionaram as atividades de construção de sólidos com palhinhas de refresco, palitos e pauzinhos de espetada que realizamos nas aulas.

Em relação a estratégias que podem tornar a Matemática mais fácil, um aluno falou em apresentações de Power Point, outro na realização de jogos, e outro mencionou o questionamento frequente levado a cabo pelo professor, tendo a aluna falado na realização de trabalhos de casa.

Relativamente a estratégias que tornam a Matemática mas difícil, dois dos alunos e a aluna mencionaram o facto de alguns professores falarem muito, durante muito tempo e o aluno que anteriormente havia chamado a atenção para o questionamento frequente por parte do professor, mencionou o facto de alguns professores não irem fazendo perguntas à medida que explicam a matéria.

Quando questionados relativamente às formas como preferem aprender Matemática, e aos motivos pelos quais isso sucede, três dos alunos mencionam a construção de sólidos e a manipulação de materiais, por ser mais divertido; entretanto há um aluno que diz perceber melhor a matéria quando esta é exposta recorrendo a Power Points com animações.

Relativamente aos alunos que falaram acerca das atividades de construção de sólidos, questionei-os acerca do porquê de acharem que essa atividade é mais divertida. Os alunos tiveram mais dificuldade em responder, tendo um deles respondido que se torna mais fácil visualizar os sólidos ao tê-los nas mãos e ao construí-los. A aluna mencionou também o facto de considerar divertido trabalhar em grupo com os colegas.

Por fim, perguntei aos alunos se acham que vale a pena aprender Matemática através da Arte. Todos eles responderam que sim, e quando questionados em relação aos motivos das suas respostas, todos mencionaram o facto de tornar a Matemática mais divertida, tendo a aluna explicado que é uma forma mais integrada de aprender, em que se aprendem várias coisas ao mesmo tempo, e ficando-se com uma ideia melhor acerca do geral da matéria.

5 - CONCLUSÕES: DAS ARTES APRENDIDAS E APREENDIDAS

Face ao exposto, pode concluir-se que os alunos em estudo se mostram mais recetivos a estratégias mais ativas, nomeadamente as que envolvem o ensino da Matemática através da Arte, sendo as estratégias de repetição menos valorizadas. Os resultados, de forma geral, não são muito díspares entre os dois grupos estudados. Nesta pesquisa, optei por não delinear nenhuma hipótese de trabalho; no entanto, como é natural num investigador, não consegui evitar formular as minhas próprias expectativas. Confesso que os alunos, apesar de tudo, demonstram o que é, a meu ver, um nível ainda demasiado elevado de recetividade à repetição. Creio que isto sucede porque, de acordo com os dados que esta pesquisa permitiu obter, apesar de os alunos considerarem, de forma geral, que as artes podem contribuir para tornar o ensino da Matemática mais interessante, não parecem considerar que isso a torne mais fácil. No item 12 do questionário, em que os alunos são confrontados com a possibilidade de que a

Matemática seja mais interessante quando em ligação com áreas artísticas por se aprender mais facilmente, apenas 11% das respostas do 6º ano e 10% das respostas dos alunos de 5º ano vão nesse sentido. Quando a consideram mais interessante ao ser interligada com as artes, os motivos apontados pela maioria dos alunos, são outros, que não a facilidade. No entanto, apesar disso, considero que o primeiro objetivo de pesquisa foi atingido na totalidade, uma vez que este se prendia com o verificar qual o grau de aceitação, por parte dos alunos, relativamente a eventuais estratégias que envolvam o ensino da Matemática através da Arte, em contraposição a estratégias tradicionais, envolvendo a repetição de exercícios e formas mais passivas e herméticas de aprendizagem, uma vez que as respostas dos alunos foram bastante claras no que diz respeito a uma maior aceitação de estratégias relacionadas com a Arte.

Através dos resultados desta pesquisa, podemos concluir, também, que a Matemática foi sentida como um pouco mais apelativa pelos alunos, pelo que se pode considerar ter sido atingido na totalidade o segundo objetivo de pesquisa. Este pretendia que se percebesse se o ensino da Matemática através da Arte contribui para tornar a primeira mais agradável aos olhos dos alunos, tendo estes mesmos alunos mostrado-se, de forma geral, recetivos às obras de Escher e de Kandinsky, e à aprendizagem através das mesmas, considerando que aprender Matemática através de áreas artísticas pode contribuir para torná-la mais interessante.

No entanto, quando são lecionados conteúdos, de forma concreta, utilizando a Arte como intermédio, os alunos não surgem como inequivocamente recetivos a estas estratégias, uma vez que os alunos de 6º ano demonstram preferência por conteúdos lecionados de forma repetitiva, aos conteúdos que foram lecionados através das obras de Escher. Assim, considero que o terceiro objetivo de pesquisa não foi totalmente atingido, uma vez que não foi possível compreender se a lecionação com o recurso à Arte realmente contribui para que os alunos gostem mais de determinado conteúdo (e assim dos conteúdos da disciplina de Matemática, de forma geral), simplesmente por este ter sido lecionado através da Arte. O terceiro objetivo de pesquisa pretendia averiguar se, após a implementação de estratégias ligadas ao ensino da Matemática através da Arte, os alunos sentiriam mais gosto pela disciplina, o que implica um maior gosto pelos seus conteúdos. Inicialmente, aquando da realização do projeto desta dissertação, pensei em lecionar o mesmo conteúdo de duas formas distintas - através da arte e de forma repetitiva, o que poderia ocasionar uma comparação mais eficaz, eliminando especificidades referentes aos próprios conteúdos. No entanto, acabei por concluir que, mesmo dessa forma, seria difícil fugir ao condicionamento que o próprio facto de se utilizar em primeiro lugar as estratégias mais tradicionais ou as estratégias através da Arte poderia ocasionar. Por outro lado, os já habituais condicionamentos em termos de tempo e de cumprimento do programa, também levaram a que não me fosse possível a implementação do projeto como eu inicialmente havia pensado, com a lecionação do mesmo conteúdo por duas vezes.

No entanto, se considerarmos apenas o grupo de alunos do 5º ano, não restam dúvidas de que os alunos preferiram os conteúdos associados a estratégias de ensino da Matemática através da Arte. No entanto, eu diria que, em grande parte, isto deve-se ao grau de facilidade inerente aos próprios conteúdos; um aluno chega a mencionar isso no seu questionário, mas eu diria que a sua opinião talvez fosse partilhada por mais alunos. Deste modo, mais uma vez concluo que o terceiro objetivo de pesquisa não se pode considerar totalmente atingido.

Quanto ao quarto objetivo de pesquisa, que pretendia a compreensão de quais os motivos que levam as crianças a preferir uma ou outra metodologia: o ensino da Matemática através da Arte ou as estratégias tradicionais; creio que este objetivo foi atingido parcialmente. De forma geral, os alunos consideraram que foi possível compreender a matéria melhor e de forma mais integrada com a utilização das artes, valorizando o ampliar da cultura geral. Parecem ser estes os principais motivos pelos quais alunos se sentem recetivos a um ensino através da Arte. Por outro lado, não ficou totalmente percetível o motivo pelo qual os alunos poderão, em certos contextos, estar mais recetivos às metodologias mais baseadas em estratégias mais tradicionais, assentes na repetição; no item 13, a grande maioria dos alunos que refere preferir a adição e subtração de números inteiros negativos e positivos, concorda com o motivo que é indicado no questionário "é só aplicar as regras sempre da mesma forma", não indicando nenhum outro motivo. Concluo que talvez possa ser por uma questão de facilidade que eles, em certos contextos, se podem revelar mais recetivos a estratégias mais repetitivas, mas, talvez, em futuros estudos e em futuros questionários, possa existir um item que aborde esta questão de forma mais direta, de modo a que este aspeto seja percebido de forma inequívoca. Assim, considero que o quarto objetivo de pesquisa foi atingido de forma parcial, tendo a primeira parte sido atingida, pois, dentro do conjunto de alunos em estudo, foi possível compreender quais os motivos que os levaram a preferir aprender através da Arte, mas não foi possível compreender inequivocamente, quando os alunos preferem aprender por estratégias mais passivas e tradicionais, por que motivo o preferem, ainda que tenham deixado a sugestão de que pudesse ser por questões de facilidade. Por experiência sei que os alunos, ao longo do seu percurso escolar, desenvolvem um certo fascínio por aquilo que "acontece do lado esquerdo do zero" (na reta numérica ordenada), esperando sempre com curiosidade para perceber quando é que começa a ser possível "tirar um número maior a um número mais pequeno". Eles acham muito interessante perceber a simetria existente entre números positivos e seus correspondentes negativos e o facto de, do lado esquerdo do zero, termos de raciocinar "ao contrário" daquilo a estamos habituados do lado direito. No entanto, apenas um aluno refere ter achado a adição e subtração de números inteiros e decimais mais interessante que as isometrias, sugerindo que o interesse inerente ao próprio conteúdo possa ter superado o interesse inerente à forma de lecionação. Mas mais nenhum aluno explicita esse ou outro aspeto. A dificuldade de trabalhar com crianças desta idade, é, precisamente, uma certa imaturidade que ainda os caracteriza, pelo que muitas vezes sentem de uma determinada maneira sem que sejam capazes de explicar o porquê. Isto torna-os mais influenciáveis pelos itens sugeridos no âmbito de eventuais questionários que lhes possam ser aplicados, mas a alternativa de deixá-los à vontade para responderem com base nas suas próprias ideias, pode resultar num vazio e na ausência de resposta, como sucedeu em relação às entrevistas realizadas.

No âmbito das entrevistas, senti que os alunos centravam as suas respostas em aspetos mais prosaicos e corriqueiros das aulas, do que propriamente as estratégias incidirem mais na repetição de exercícios todos do mesmo tipo ou no ensino da Matemática através da Arte. Se eu reformulava as questões de modo a perguntar-lhes diretamente algo a este respeito, rapidamente surgiam dificuldades em discorrer acerca do assunto, registando-se momentos de silêncio, hesitações e respostas algo vagas.

Quanto ao último objetivo de pesquisa, "concluir acerca da pertinência ou não do uso de estratégias ligadas ao ensino da Matemática através da Arte, em contraposição a estratégias tradicionais, mais repetitivas e herméticas, com base no caso específico em estudo", sinto alguma dificuldade em considerá-lo atingido, uma vez que se verificou aquilo que pode ser olhado como uma situação algo contraditória, em que os alunos, de forma geral, consideram que a Arte pode ser um modo de valorizar o ensino da Matemática mas depois, numa situação de ensino concreta, preferem os conteúdos que lhes foram lecionados de forma tradicional aos que foram lecionados através da Arte. No caso dos alunos de 5º ano, esta situação não se verifica e se estes alunos fossem os únicos em estudo, eu poderia considerar que este objetivo teria sido atingido; no entanto, penso que o grau de facilidade inerente aos conteúdos terá tido, também, um peso decisivo, a juntar ao facto de a Matemática ter sido ensinada através da Arte. Os conteúdos de 6º ano ensinados desta forma, apresentavam um grau de dificuldade bastante superior em relação aos conteúdos de 5º ano que também foram ensinados através da Arte.

De modo geral, parece-me que se pode concluir deste estudo que a utilização da Arte pode, efetivamente, funcionar como uma motivação positiva, no sentido de deixar os alunos mais recetivos aos conteúdos matemáticos, uma vez que se demonstram bastante recetivos aos aspetos ligados à Arte. Estes, em associação com a Matemática, parecem funcionar um pouco como uma forma de promover os conteúdos matemáticos e de ampliar a sua significação junto dos alunos, diminuindo atitudes de rejeição e, por arrastamento, ajudando a minorar o insucesso, aspeto que, apesar de fulcral no que concerne ao ensino da Matemática, transcende os limites deste estudo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Albuquerque, A. P. T. (2007). *Vivendo e aprendendo a brincar - a ludicidade e a arte no trabalho de ONGs: um caminho para a inclusão social?* Programa de Pós-Graduação em Educação, Salvador: Universidade Federal da Bahia. Recuperado a 1 de Março de 2013 de: http://www.bibliotecadigital.ufba.br/tde_arquivos/12/TDE-2010-04-06T080913Z-1546/Publico/Ana%20Paula%20Albuquerque%20Seg.pdf.

Almeida, G. C. E., **Moreira**, A. G., **Pego**, P. L. M. (2003). *A Arte dos Mosaicos Embelezando a Matemática*. Recuperado a 3 de Março de 2013 de: http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Html/minicursos.html.

Bastos, B. V. (s/d). *A Matemática como Arte*. Recuperado em 23 de Julho de 2011 de http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/arte/comentario.htm.

Bispo, J. N. M. (2009). *A ludicidade como motivação na aprendizagem*. Rio de Janeiro: Monografia apresentada ao Departamento de Educação da Faculdade de Formação de Professores da Universidade do Estado do Rio de Janeiro como requisito para obtenção de graduação em Licenciatura Plena em Pedagogia. Recuperado a 16 de Março de 2013 de http://www.ffp.uerj.br/arquivos/dedu/monografias/JNMB.2008.pdf.

Bogdan, R. & **Bilke**, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.

Brancher, V. R., **Ripplinger**, T. (2006). A aprendizagem significativa e o ensino da matemática. In *12ª Jornada Nacional de Educação. Educação e Sociedade.* Santa Maria: UNIFRA.

Bock, A. M. B. (1999). *Psicologias: uma introdução ao estudo de Psicologia*. 13ª ed. São Paulo: Saraiva.

Brown, H. D. (2000). *Principles of Language learning and Teaching*. New York: Longman.

Bronowsky, J. (1983). *Arte e Conhecimento: Ver, Imaginar, Criar*. Lisboa: Edições 70.

Caminha, I. O. (2008). *Liberdade pela Arte segundo Schiller*. Recuperado a 22 de Fevereiro de 2013 de:
http://www.ufpe.br/ppgfilosofia/images/pdf/liberdade_iraquitan.pdf.

Campos, A. (s/d). Apontamentos para uma estética não-aristotélica. In *Arquivo Pessoa*. Recuperado em 24 de Julho de http://arquivopessoa.net/textos/672.

Carmo, H. e **Ferreira**, M. M. (1998). *Metodologia da Investigação guia para a auto – aprendizagem*. Lisboa: Ed. Universidade Aberta.

Centro de Matemática da Universidade do Porto, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. *Arte e Matemática*. Recuperado em 25 de Julho de 2011 de http://cmup.fc.up.pt/cmup/arte/.

Chateau, J. (1987). *O* jogo e a criança. São Paulo: Summus.

Conceição, A., **Almeida**, M., **Conceição**, C., **Costa**, R. (s/d). Matemática Sob Investigação. Areal Editores.

Escher, M.C. (s/d). *Com Jeito e Arte*. Recuperado a 23 de Março de 2013 de: http://comjeitoearte.blogspot.pt/2012/06/m-c-escher-era-um-fascinado-pela.html

Fortaleza, S. M., **Consolaro**, M. M. (2007). *Estimulação das múltiplas inteligências por meio de jogos educativos em crianças da 3ª série*. In Pinho, S. Z., Saglietti, J. R. C. (Org.), *Núcleos de Ensino*. São Paulo: Cultura Acadêmica. Recuperado a 23 de Fevereiro de 2013 de
http://www.unesp.br/prograd/PDFNE2005/artigos/capitulo%2010/estimulacao.pdf.

Dooley, L. M. (2002). *Case Study Research and Theory Building*. Advances in Developing Human Resources (4), pp. 335-354.

Duarte, T. (2009). A possibilidade da investigação a 3: reflexões sobre triangulação (metodológica). In *Cies e-working* Paper n.º 60/2009.

Fernandes, S. S. (2006). *A Contextualização no ensino de Matemática - um estudo com alunos e professores do ensino fundamental da rede particular de ensino do Distrito Federal.* Universidade Católica de Brasília. Recuperado a 23 de Fevereiro de 2013 de: http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22006/SusanadaSilvaFernandes.pdf.

Flick, U. (2004). *Introducción a la investigación cualitativa*. Madrid: Morat.

Fonseca, Laerte Silva da (2002) *Aprendizagem em Trigonometria: O olhar da EducaçãoMatemática.* Dissertação do Mestrado, Aracaju: UFS.

Gomes, M. J. d. S. F. (2004). *Educação a distância. Um estudo de caso sobre a ormação contínua de professores via Internet*. Braga: Universidade do Minho.

González-pienda, J., **Nuñes**, J. C., **Solano**, P., **Silva**, E., **Rosário**, P., **Mourão**, R., Valle, A. (2006). Olhares de género face à Matemática: uma investigação no ensino obrigatório espanhol. In *Estudos de Psicologia*, 11, 2: 135 - 141. Recuperado em 22 de Março de 2012 de: http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1413-294X2006000200002&script=sci_arttext.

Latorre, A., **Rincón**, D., **Arnal**, J. (2003). *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Barcelona: Ediciones experiencia.

Lima, S. V. (2008). *A importância da motivação no processo de aprendizagem*. Recuperado em 9 de Fevereiro de 2012 de: http://www.artigonal.com/educacao-artigos/a-importancia-da-motivacao-no-processo-de-aprendizagem-341600.html.

Lucena, F. A. (2010). *Matemática em Prosa e em Verso*. Recuperado a 5 de Março de 2013 de:
http://www.sbemrn.com.br/site/III%20erem/relatos/doc/RE_Assis_Lucena.pdf.

Lockhart, P. (2002). *A Mathmatician's Lament*. Recuparado a 12 de Março de: http://www.maa.org/devlin/LockhartsLament.pdf

Martins, Amílcar. (Coordenação). (2002). *Didáctica das Expressões*. Lisboa: Universidade Aberta.

Massagardi, F. M. M. e **Miorim**, M. A. (2006). *O ensino da Matemática através da arte: um processo de desenvolvimento perceptivo e compreensão global***.** Recuperado em 9 de Fevereiro de 2012 de:
http://www.sbpcnet.org.br/livro/58ra/JNIC/RESUMOS/resumo_1364.html.

Mateus, P. (s/d). *O Fim da Arte e a Dissolução dos Ideais Revolucionários*. Recuperado em 26 de Julho de 2011 de http://www.cfh.ufsc.br/~wfil/danto.htm.

Meirinhos, M. e **Osório**, A. (2010). *O estudo de caso como estratégia de investigação em educação*. Recuperado em 23 de Março de 2012 de:
https://bibliotecadigital.ipb.pt/bitstream/10198/3961/1/O%20estudo%20de%20caso%20como%20estrat%C3%A9gia%20de%20investiga%C3%A7%C3%A3o%20em%20educa%C3%A7%C3%A3o.pdf.

Melo, José Osmar de (2004). *"O inventor e a aeronave": a alegoria da criação literária em Vida e morte de M. J. Gonzaga de Sá, de M. J. Gonzaga de Sá Lima Barreto*. Recuperado a 9 de Fevereiro de 2013 de:
http://www.ich.pucminas.br/cespuc/Revistas_Scripta/Scripta15/Conteudo/N15_Parte02_art05.pdf

Miranda, D. (2012). *História do ensino da Matemática na sala de aula*. Recuperado em 17 de Março de 2012 de:

mailto:http://educador.brasilescola.com/estrategias-ensino/a-historia-ensino-matematica-na-sala-aula.htm#.

Monteiro, C., **Pinto**, H., **Ribeiro**, S. (s/d). *Matemática para pensar*. Sebenta. Editora Leya.

Moura, V. L. L. (2010). *Motivar para aprender – eis a questão. Uma experiência pedagógica na formação de professores em Língua Estrangeira.* Recuperado em 14 de Novembro de 2011 de:
http://www.cce.ufsc.br/~clafpl/67_Vera_Lucia_Moura.pdf.

Moreira, M. I. (2007). *A Ludicidade no Ensino da matemática*. Recuperado em 23 de Março de 2012 de:
http://www.webartigos.com/artigos/a-ludicidade-no-ensino-da-matematica/1474/

Oliva, L. (2006). *Matemática sem traumas, para todos*. nº 13, pp.16-19. São Paulo; Direcional Escolas.

Oliveira, V. M. (1985). *O que é Educação Física?* São Paulo: Brasiliense.

Pillão, D. (2009). *A pesquisa no âmbito das relações didáticas entre matemática e música: estado da arte*. Dissertação de Mestrado apresentada à Universidade de São Paulo. São Paulo: Faculdade de Educação.

Ponte, J. P. (1994). Uma disciplina condenada ao insucesso? In *Noesis*, nº 32, pp. 24-26.

Ponte, J. P. (2003). O ensino da Matemática em Portugal: Uma prioridade educativa? In *O ensino da Matemática: Situação e perspectivas*, pp. 21-56. Lisboa: Conselho Nacional de Educação.

Rodríguez, G. G., **Flores**, J. G., & **Jiménez**, E. G. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa.* Málaga: Ediciones Aljibe.

Silva, J. (1991). Ensino da Matemática: Um problema de hoje e de sempre. In *Noesis*, nº 21, pp. 16-19.

Silva, Luiz-Olyntho Telles da (2012). MANANTIAL, um recurso metonímico. Recuperado em 9 de Fevereiro de 2013 de: http://seer.uniritter.edu.br/index.php/nonada/article/viewFile/697/522

Sousa, M. V. D., **Lima**, H. J. F., **Medeiros**, K. (2009). *A importância da motivação no processo de ensino-aprendizagem da Matemática.* Recuperado em 13 de Novembro de 2011 de: http://www.inicepg.univap.br/cd/INIC_2009/anais/arquivos/1022_1349_01.pdf.

Sprinthall, N. e **Sprinthall**, R. (1993). *Psicologia Educacional*. Lisboa: McGraw-Hill.

Stake, R. E. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.

Sullivan, John William Navin (1956). *Mathematics as an Art.* Recuperado em 12 de Setembro de 2012 de: http://www.unz.org/Pub/NewmanJames-1957v03-02015

Tatto, F., **Scapin**, I. J. (2004). Matemática: Por que o nível elevado de rejeição? In Westphalen, F., *Revista de Ciências Humanas*, n. 5. RS: Editora URI. Recuperado em 24 de Março de 2012 de: http://connepi.ifal.edu.br/ocs/index.php/connepi/CONNEPI2010/paper/viewFile/799/517.

Teixeira, J. (2009). *A matemática que você não sabia que sabia*, n. 2100, pp.128-130. São Paulo: Veja.

Teixeira, J. (2009). *Arte e Ludicidade na Educação e na Vida*. Recuperado em 26 de Março de 2012 de: http://www.webartigos.com/artigos/a-ludicidade-no-ensino-da-matematica/1474/.

Vásquez. R. R. e **Angulo**, R. F. (2003). *Introducción a los estudios de casos. Los primeros contactos con la investigación etnográfica*. Málaga: Ediciones Aljibe.

Vital, J. (2011). *Ensino Tradicional da Matemática x Resolução de Problemas*. Recuperado em 14 de Fevereiro de 2013 de: http://www.recantodasletras.com.br/artigos/3183824.

Yin, R. (1993). *Applications of case study research. Beverly Hills*. CA: Sage Publishing.

Yin, R. (2005). *Estudo de Caso. Planejamento e Métodos*. Porto Alegre: Bookman.

Záboli, G. (1999). *Práticas de Ensino e Subsídios para a Prática Docente*. 10.ed. São Paulo: Editora Ática.

http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/arte/comentario.htm

http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/arte/traducao.htm

http://pt.wikipedia.org/wiki/Wassily_Kandinsky. Recuperado a 25 de Março de 2013.

ANEXOS

ANEXO I - QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS DE 6º ANO

Universidade Aberta

Junho 2012

Questionário

Este questionário é um instrumento de recolha de dados para um trabalho de investigação sobre a forma como o ensino da Matemática através da Arte pode influenciar a motivação dos alunos para a aprendizagem desta mesma disciplina.

As instruções de resposta às questões colocadas são fornecidas durante o questionário.

Este questionário é individual, anónimo e confidencial. Não existem respostas certas ou erradas, por isso responde sempre com sinceridade; o questionário pretende simplesmente conhecer a opinião de cada aluno.

Obrigada pela tua colaboração!

Helena Susana Pires Alves

Responde assinalando com uma cruz (x) a resposta que mais se adequa ao teu caso.

(Escolhe apenas uma em cada tópico)

1 - Género:

Masculino ( )

Feminino ( )

2 - Idade:

9 anos ( )

10 anos ( )

11 anos ( )

12 anos ( )

Outro: _________________

3 - Agrada-te frequentar a escola?

Sim ( )

Mais ou menos ( )

Não ( )

4 - O que mais te agrada na escola?

As aulas ( )

Os intervalos ( )

O convívio com os colegas ( )

Estudar ( )

Outro: ________________

5 - Gostas de aprender?

Muito ( )

Bastante (   )

Mais ou menos (   )

Pouco (   )

Nada (   )

6 - Gostas de estudar?

Muito (   )

Bastante (   )

Mais ou menos (   )

Pouco (   )

Nada (   )

7 - Agrada-te a disciplina de Matemática?

Muito (   )

Bastante (   )

Mais ou menos (   )

Pouco (   )

Nada (   )

Nas questões que se seguem, podes escolher mais que uma hipótese:

8 - Se a Matemática te agradar, é porque:

Parece um jogo (   )

É divertida (   )

Tudo na Matemática encaixa com perfeição (   )

Tem mais facilidade nesta área do que noutras (   )

Dá para se imaginar outras coisas e ser criativo (   )

A Matemática nunca me agrada (   )

Outro:

____

9 - Se a Matemática te desagrada, isso é porque:

É aborrecida (   )

Exige muita concentração e sente dificuldade em consegui-la (   )

Não dá espaço à imaginação e à criatividade (   )

É preciso estudar muito para conseguir percebê-la (   )

É preciso repetir muitas vezes os exercícios para saber Matemática (   )

A Matemática nunca me desagrada (   )

Outro:

____

10 - Como gostas mais de aprender/estudar Matemática:

Repetir muitas vezes o mesmo tipo de exercício (   )

Manipular materiais que permitam concretizar conceitos

matemáticos (pintar, cortar, colar, etc.) (   )

Discutir com os colegas a resolução de problemas (   )

A fazer estudos e tentar deduzir regras matemáticas a partir de casos particulares (   )

Através de atividades como escrever textos, fazer poemas, fazer letras de canções ou fazer peças de teatro acerca de assuntos relacionados com a Matemática (   )

Outro:

____

11 - No seu entender, aprender Matemática em ligação com outros saberes, como a Música, o Teatro, a Expressão Corporal, a Expressão Plástica, torna-a mais interessante? (Nesta questão, escolha apenas uma resposta)

Muito (   )

Bastante (   )

Mais ou menos (   )

Pouco (   )

Nada (   )

Não sabes (   )

12 - Aprender Matemática em ligação com áreas artísticas poderá ser interessante porque:

Aprendem-se várias coisas ao mesmo tempo e desenvolvem-se diversas capacidades ( )

Percebe-se mais facilmente a utilidade da Matemática (   )

É mais divertido (   )

Aprende-se mais facilmente (   )

Outro: ____

13 - Preferiste estudar:

Adição e subtração de números inteiros negativos e positivos, porque era só aplicar as regras sempre da mesma forma (   )

Isometrias, porque analisámos obras verdadeiras de artistas conhecidos (   )

Adição e subtração de números inteiros por outro motivo (   ) Indica o motivo:
____

Isometrias por outro motivo (   ) Indica o motivo:
____

Nas seguintes questões, escolhe apenas uma resposta:

14 - Gostaste de ficar a conhecer algumas obras de Escher:

Muito (   )

Bastante (   )

Mais ou menos (   )

Pouco (   )

Nada (   )

15 - Gostaste de aprender Matemática através das obras de Escher:

Muito (   )

Bastante (   )

Mais ou menos (   )

Pouco (   )

Nada (   )

16 - Aprender através das obras de Escher:

Permitiu-te ampliar a minha cultura geral (   )

Permitiu-te perceber a matéria um pouco melhor (   )

Foi-te indiferente (   )

Só confundiu mais a matéria (   )

Outro: ____

ANEXO II - QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS DE 5º ANO

Responde assinalando com uma cruz (x) a resposta que mais se adequa ao teu caso.

(Escolhe apenas uma em cada tópico)

1 - Género:

Masculino (   )

Feminino (   )

2 - Idade:

9 anos (   )

10 anos (   )

11 anos (   )

12 anos (   )

Outro: ________________

3 - Agrada-te frequentar a escola?

Sim (   )

Mais ou menos (   )

Não (   )

4 - O que mais te agrada na escola?

As aulas (   )

Os intervalos (   )

O convívio com os colegas (   )

Estudar (   )

Outro: _______________

5 - Gostas de aprender?

Muito (   )

Bastante (   )

Mais ou menos (   )

Pouco (   )

Nada (   )

6 - Gostas de estudar?

Muito (   )

Bastante (   )

Mais ou menos (   )

Pouco (   )

Nada (   )

7 - Agrada-te a disciplina de Matemática?

Muito (   )

Bastante (   )

Mais ou menos (   )

Pouco (   )

Nada (   )

Nas questões que se seguem, podes escolher mais que uma hipótese:

8 - Se a Matemática te agradar, é porque:

Parece um jogo (   )

É divertida (   )

Tudo na Matemática encaixa com perfeição (   )

Tem mais facilidade nesta área do que noutras (   )

Dá para se imaginar outras coisas e ser criativo (   )

A Matemática nunca me agrada (   )

____

Outro: ____

____

9 - Se a Matemática te desagrada, isso é porque:

É aborrecida ( )

Exige muita concentração e sente dificuldade em consegui-la ( )

Não dá espaço à imaginação e à criatividade ( )

É preciso estudar muito para conseguir percebê-la ( )

É preciso repetir muitas vezes os exercícios para saber Matemática ( )

A Matemática nunca me desagrada ( )

Outro: ____

10 - Como gostas mais de aprender/estudar Matemática:

Repetir muitas vezes o mesmo tipo de exercício ( )

Manipular materiais que permitam concretizar conceitos

matemáticos (pintar, cortar, colar, etc.) ( )

Discutir com os colegas a resolução de problemas ( )

A fazer estudos e tentar deduzir regras matemáticas a partir de casos particulares ( )

Através de atividades como escrever textos, fazer poemas, fazer letras de canções ou fazer peças de teatro acerca de assuntos relacionados com a Matemática ( )

Outro: ____

11 - No seu entender, aprender Matemática em ligação com outros saberes, como a Música, o Teatro, a Expressão Corporal, a Expressão Plástica, torna-a mais interessante? (Nesta questão, escolha apenas uma resposta)

Muito ( )

Bastante ( )

Mais ou menos ( )

Pouco (   )

Nada (   )

Não sabes (   )

12 - Aprender Matemática em ligação com áreas artísticas poderá ser interessante porque:

Aprendem-se várias coisas ao mesmo tempo e desenvolvem-se diversas capacidades (   )

Percebe-se mais facilmente a utilidade da Matemática (   )

É mais divertido (   )

Aprende-se mais facilmente (   )

Outro: ____

13 - Preferiste estudar:

Expressões numéricas, porque era só aplicar as regras sempre da mesma forma (   )

Posição relativa de retas, porque analisámos obras verdadeiras de artistas conhecidos (   )

Expressões numéricas, por outro motivo (   ) Indica o motivo:

____

Posição relativa de retas por outro motivo (   ) Indica o motivo:

____

Nas seguintes questões, escolhe apenas uma resposta:

14 - Gostaste de ficar a conhecer algumas obras de Kandinsky:

Muito (   )

Bastante (   )

Mais ou menos (   )

Pouco (   )

Nada (   )

15 - Gostaste de aprender Matemática através da obra de Kandinsky:

Muito (   )

Bastante (   )

Mais ou menos (   )

Pouco (   )

Nada (   )

16 - Aprender através da obra de Kandinsky:

Permitiu-te ampliar a minha cultura geral (   )

Permitiu-te perceber a matéria um pouco melhor (   )

Foi-te indiferente (   )

Só confundiu mais a matéria (   )

Outro: ____

ANEXO III - GUIÃO DE ENTREVISTA

BLOCOS	OBJETIVOS	QUESTÕES
A. Legitimação da entrevista e motivação	Informar, em traços gerais, sobre o trabalho de investigação; Sensibilizar os entrevistados para a participação no estudo; Garantir a confidencialidade das informações transmitidas	
B. Averiguar do grau de aceitação, por parte dos alunos, relativamente a eventuais estratégias que envolvam o ensino da Matemática através da Arte, em contraposição a estratégias tradicionais.	- Procurar averiguar do interesse demonstrado pelos alunos em actividades "clássicas" utilizadas na aula de Matemática. - Procurar averiguar do interesse demonstrado pelos alunos em actividades mais ativas, através da Arte, utilizadas na aula de Matemática.	- Gostas de estudar Matemática? - Qual a forma como preferes que os professores ensinem Matemática? - Achas que a Matemática é importante? - Com que tipo de estratégias utilizadas pelos professores ficas mais com a sensação de que a Matemática é importante? - Achas que a Matemática é divertida? - Com que tipo de estratégias utilizadas pelos professores achas que a Matemática se torna mais divertida? - Achas que a Matemática é útil? - Que tipo de estratégias utilizadas pelos professores te passam mais a ideia de que a Matemática pode ser útil? - Que tipo de estratégias utilizadas pelos professores torna a Matemática mais fácil para ti? - Que tipo de estratégias utilizadas pelos professores torna a Matemática mais difícil para ti?

C. Averiguar dos motivos que levam as crianças a preferir uma ou outra metodologia: o ensino da Matemática através da Arte ou as estratégias tradicionais.	- Procurar averiguar dos motivos que levam as crianças a preferir estratégias mais tradicionais. - Procurar averiguar dos motivos que levam as crianças a preferir estratégias de aprendizagem da Matemática através da Arte.	- Por que motivos preferes aprender Matemática da forma como referiste anteriormente? - Por que motivos te parece que as estratégias que referiste fazem a Matemática parecer mais importante? - Por que motivos te parece que as estratégias que referiste fazem a Matemática parecer mais divertida? - Por que motivos te parece que as estratégias que referiste fazem a Matemática parecer mais útil? - Por que motivos te parece que as estratégias que referiste fazem a Matemática parecer mais fácil?

Anexo IV - Ficha de Trabalho de construção de modelos de sólidos

CONSTRUÇÃO DE MODELOS DE POLIEDROS

A Ana estava na cozinha a beber um copo de leite, quando o seu irmão Miguel apareceu:

- Então, Miguel, que estás a fazer? – Perguntou a Ana.

- Não estás a ver? Encontrei ali esta plasticina que costumávamos usar quando éramos mais pequenos! Estou a tentar conseguir moldar alguma coisa com ela…

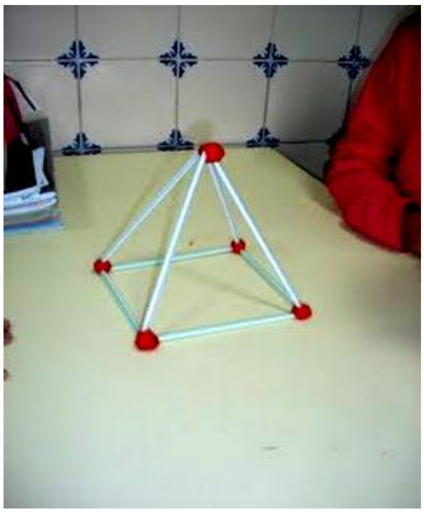
- Humm… acho que, com o teu jeito, não vais conseguir fazer nada! – Disse a Ana ao irmão, que ficou um pouco zangado. Pegando numa bolinha pequena de plasticina que havia feito, tapou a palhinha pela qual a Ana bebia, deliciada, o seu leite.

- Ei, que estás a fazer? Como vou beber o leite assim?

- Bem, isso não sei, mas acho que acabei de inventar um jogo! Repara… - E o Miguel dirigiu-se ao armário, para tirar mais palhinhas. Recolhendo e limpando a palhinha da irmã, encaixou, na bolinha de plasticina que havia colocado no seu topo, uma outra palhinha. Assim que percebeu a ideia do irmão, a Ana exclamou:

- Uau, podemos construir qualquer coisa que nos apeteça assim!

Pegando na plasticina e em todas as palhinhas que existiam no armário, a Ana e o Miguel começaram a fazer todo o tipo de construções. No final, os dois irmãos tiraram fotografias aos sólidos que conseguiram. Eis dois exemplos:



Tendo em conta o que já conheces acerca dos sólidos geométricos, diz a que elementos dos sólidos correspondem:

- as palhinhas: _______________; - as bolas de plasticina: __________________

Chegou agora a tua vez de jogares o jogo da Ana e do Miguel! Tenta ajudar os amigos que os dois irmãos chamaram lá a casa para irem brincar com eles a construir sólidos:

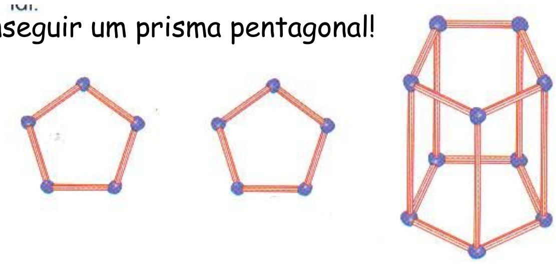
1 – A Sara pegou em algumas bolinhas de plasticina e em algumas palhinhas e contou-os:

- Tenho 12 palhinhas e 8 bolas de plasticina! Será que consigo construir algum sólido com eles?

Utiliza os materiais de que dispões e tenta responder à pergunta da Sara. Se conseguires encontrar algum sólido, escreve o seu nome na linha seguinte: ____

2 – O Ricardo cortou algumas palhinhas, tendo conseguido algumas mais pequenas e outras maiores.

- Uma, duas, três… tenho 5 palhinhas compridas e 10 mais curtas! Acho que posso conseguir um prisma pentagonal!



Se, além das bolinhas de plasticina, o Ricardo tiver 6 palhinhas mais curtas e 6 palhinhas mais compridas, que sólido poderá construir, utilizando todas as palhinhas? ____________________________

3 – A Inês tirou do molho 18 palhinhas, todas iguais. Queria fazer dois modelos geométricos.

a) Procura descobrir que sólidos é que ela poderia fazer nessas condições. Regista os seus nomes:

   ____

b) Diz quantas bolinhas de plasticina é que a Inês vai precisar para cada conjunto de dois sólidos que ela construir. ____

4 – O João e a Rita estavam numa discussão. O João afirmava que conseguia construir uma pirâmide com exactamente 7 palhinhas e a Rita disse que era impossível.

a) Sem construíres o sólido, procura dizer quem achas que tem razão. Justifica a tua resposta.

b) ____
   ____

c) Procura comprovar a tua resposta anterior utilizando as palhinhas e bolinhas de plasticina.