

# Raciocínio e Representação do Conhecimento

## PVP 4 – Conhecimento Incerto e Raciocínio

Gracinda Carvalho,  
José Coelho, 2023



PVP 4 – Conhecimento Incerto e Raciocínio de Gracinda Carvalho e José Coelho é disponibilizado sob a Licença *Creative Commons-Atribuição - NãoComercial-Compartilha Igual 4.0 Internacional*

# Índice

1. Quantificação da incerteza
2. Regra de Bayes
3. Redes de Bayes
4. Atividades formativas

# Quantificação da Incerteza

## • Incerteza

- Proposição – verdadeiro/falso
- Evento - probabilidade de ocorrer

## • Decisões racionais

- Utilidade de cada cenário
- Ação que maximiza o valor esperado

## • Eventos: pares de variáveis/valor

- Variáveis; Valores; Domínios das variáveis

### • Exemplos:

- **Idade** com domínio  $\{jovem, adulto, idoso\}$

- $P(Idade = jovem) = 0,3 = P(jovem)$
- $P(Idade = adulto) = 0,4 = P(adulto)$
- $P(Idade = idoso) = 0,3 = P(idoso)$
- $P(Idade) = \langle 0,3; 0,4; 0,3 \rangle$

- **Acidente** com domínio  $\{verdadeiro, falso\}$

- $P(Acidente = verdadeiro) = 0,1$
- $P(Acidente) = \langle 0,1; 0,9 \rangle$

## • Notação

- $\Omega$  – conjunto de mundos/realidades possíveis;
- $\omega \in \Omega$  – um mundo/realidade possível;
- $\phi \subset \Omega$  – proposição, evento - identifica um subconjunto dos mundos/realidades

## • Modelo probabilístico

- $P: \Omega \rightarrow [0; 1]$
- $\sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) = 1$
- $P(\phi) = \sum_{\omega \in \phi} P(\omega)$  - probabilidade incondicional, ou à priori

## • Evidência

### • Informação observada:

- Uma proposição/evento é conhecido, restringindo os mundos/realidades

- $P(a|b) = \frac{P(a \wedge b)}{P(b)}$  - probabilidade condicional, ou à posteriori

# Quantificação da Incerteza

$P(\text{Idade}, \text{Acidente})$	jovem	adulto	idoso
<i>acidente</i>	0,10	0,05	0,08
$\neg$ <i>acidente</i>	0,20	0,35	0,22

- Probabilidades conjuntas

- $P(\text{Idade} = \text{jovem} \wedge \text{Acidente} = \text{verdadeiro}) = P(\text{jovem}, \text{acidente}) = P(\text{jovem} | \text{acidente})P(\text{acidente})$
- $P(\text{Idade} \wedge \text{Acidente}) = P(\text{Idade}, \text{Acidente})$ 
  - todos os pares de valores 3x2 – distribuição conjunta

- Distribuição conjunta completa

- Define todo o modelo probabilístico
- Idêntico à tabela de verdade

- Axiomas

- $P(a) = 1 - P(\neg a)$
- $P(a \vee b) = P(a) + P(b) - P(a \wedge b)$

- Inferência com conhecimento distribuição conjunta completa

- $P(X|e) = \alpha P(X, e) = \alpha \sum_y P(X, e, y)$

- Independência

- $P(a|b) = P(a)$
- $P(a \wedge b) = P(a)P(b)$
- Não faz sentido a distribuição conjunta entre duas variáveis independentes

$$P(\text{Acidente} | \text{adulto}) = \alpha P(\text{Acidente}, \text{adulto}) = \alpha \langle 0,05; 0,35 \rangle = \langle 0,125; 0,625 \rangle$$

# Regra de Bayes

- Probabilidade condicional:

- $P(a|b) = \frac{P(a \wedge b)}{P(b)} \equiv P(a|b)P(b) = P(a \wedge b) = P(b|a)P(a)$

- $P(a|b)P(b) = P(b|a)P(a) \equiv P(b|a) = \frac{P(a|b)P(b)}{P(a)}$

- Regra de Bayes:

- $P(b|a) = \frac{P(a|b)P(b)}{P(a)}$

## Aplicação:

- $P(\text{causa}|\text{efeito})$  - diagnóstico para identificar a causa, após observação do efeito
- $P(\text{efeito}|\text{causa})$  - efeito causal, conhecido com base em dados históricos da causa

## Médico:

- $P(\text{doença}|\text{sintomas})$  - o que se pretende saber
- $P(\text{sintomas}|\text{doença})$  - o que é conhecido

# Regra de Bayes

- Independência condicional

- $P(X, Y|Z) = P(X|Z)P(Y|Z)$
- $P(X|Y, Z) = P(X|Z)$

- Modelo naive de Bayes

- $P(Causa, Efeito_1, \dots, Efeito_n) = P(Causa) \prod_{i=1, \dots, n} P(Efeito_i|Causa)$
- $P(Causa, e) = \alpha \sum_y P(Causa, e, y) =$ 
  - $\alpha \sum_y P(Causa) P(y|Causa) \prod_{i=1, \dots, n} P(e_i|Causa) =$
  - $\alpha P(Causa) \prod_{i=1, \dots, n} P(e_i|Causa) \sum_y P(y|Causa) =$
  - $\alpha P(Causa) \prod_{i=1, \dots, n} P(e_i|Causa)$

- Classificação de texto

- Causa – texto de uma determinada categoria
- Efeito – texto contém uma palavra

# Rede de Bayes

## • Grafo:

- Variáveis nos nós
- Arcos orientados com relações causa-efeito
- Cada nó tem a probabilidade condicional da variável relativamente aos pais
- Grafo orientado sem ciclos

## • Vantagens:

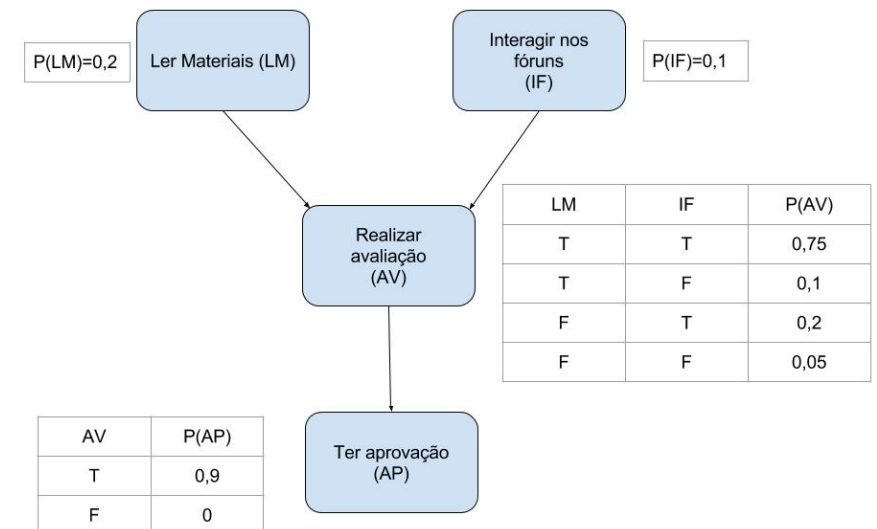
- Visualização das dependências entre variáveis
- Espaço necessário
- Baixo número de estimativas
- Equivalente à distribuição conjunta completa

Considere o seguinte conhecimento:

- Numa unidade curricular, a taxa de aprovação dos alunos avaliados é de 90%. No entanto, apenas 20% dos estudantes leem os materiais, e somente 10% interagem nos fóruns.
- A probabilidade de fazerem atividades de avaliação, é de 5% para quem não lê os materiais nem interage nos fóruns, 10% para quem lê os materiais, 20% para quem apenas interage mas não lê os materiais, e de 75% para quem lê os materiais e interage nos fóruns.

Construa uma rede de Bayes, que represente este conhecimento.

Calcule taxa de aprovação de alunos inscritos.



# Atividades formativas

## Atividades Formativas:



T2.1 Regra de Bayes

Marcar como concluída



T2.2 Redes de Bayes

Marcar como concluída



Na população dos países, observou-se que: dado que tem altos gastos públicos, a probabilidade de ter políticas de investimentos em infraestrutura é de 92%; 17% dos países têm altos gastos públicos; a probabilidade de ter políticas de investimentos em infraestrutura é de 30%. Pretende-se obter, a probabilidade de ter altos gastos públicos, dado que os países tem políticas de investimentos em infraestrutura.



Considerando os seguintes eventos na população dos países: A - ter políticas de investimentos em infraestrutura; B - ter altos gastos públicos. Sabe-se que:  $P(A)=30\%$ ,  $P(B)=17\%$ ;  $P(A|B)=92\%$ . Solicita-se  $P(B|A)$ . Pela fórmula de Bayes sabemos que  $P(B|A)=P(A|B)*P(B)/P(A)$ , logo,  $P(B|A)=0,92*0,17/0,3=0,521333$ . Ou seja, na população dos países a probabilidade de ter altos gastos públicos, dado que os países tem políticas de investimentos em infraestrutura é de 52%.

Resposta correta: 0,5213

# Recursos utilizados

- Microsoft Power Point
- Clipchamp, voz de síntese Fernanda
- Vimeo
- Russell, S. J. & Norvig, P. (2010). Artificial intelligence: A modern approach (3rd ed). Prentice Hall.