

# Raciocínio e Representação do Conhecimento

## PVP 3 - Inferência

Gracinda Carvalho,  
José Coelho, 2023



PVP 3 – Inferência de Gracinda Carvalho e José Coelho é disponibilizado sob a Licença *Creative Commons-  
Atribuição - NãoComercial-Compartilha Igual 4.0  
Internacional*

# Índice

1. Lógica proposicional vs 1ª ordem
2. Modus Ponens generalizado
3. Unificador mais geral
4. Provas com Modus Ponens generalizado
5. Provas com Resolução

# Lógica proposicional vs 1ª ordem

- Conversão de lógica 1ª ordem em lógica proposicional: proposicionalização
  - Predicados são símbolos proposicionais
  - Variáveis quantificadas universalmente
  - Variáveis quantificadas existencialmente
- Utilizar inferência na lógica proposicional
- Problemas
  - Função
  - Tamanho

$\forall_x \text{Ciclista}(x) \Rightarrow \text{Atleta}(x)$   
 $\forall_x \text{Atleta}(x) \Rightarrow \text{Pessoa}(x)$   
 $\text{Atleta}(\text{Pedro}) \wedge \neg \text{Atleta}(\text{João})$   
 $\exists_x \text{Pessoa}(x) \wedge \neg \text{Ciclista}(x)$



$\text{Ciclista}(\text{Pedro}) \Rightarrow \text{Atleta}(\text{Pedro})$   
 $\text{Ciclista}(\text{João}) \Rightarrow \text{Atleta}(\text{João})$   
 $\text{Atleta}(\text{Pedro}) \Rightarrow \text{Pessoa}(\text{Pedro})$   
 $\text{Atleta}(\text{João}) \Rightarrow \text{Pessoa}(\text{João})$   
 $\text{Atleta}(\text{Pedro})$   
 $\neg \text{Atleta}(\text{João})$   
 $\text{Pessoa}(\text{Skolem}_0) \wedge \neg \text{Ciclista}(\text{Skolem}_0)$



$A \Rightarrow B$   
 $C \Rightarrow D$   
 $B \Rightarrow E$   
 $D \Rightarrow F$   
 $B$   
 $\neg D$   
 $E \wedge \neg A \vee F \wedge \neg C$

# Modus Ponens generalizado

- Modus Ponens generalizado
  - Várias premissas, uma conclusão
  - Substituição que torne premissas iguais
  - Aplicar a substituição à conclusão
- Unificação
  - Dois termos são unificáveis?
  - Qual a unificação mais geral?

$$\begin{array}{l} \forall_x \text{Ciclista}(x) \Rightarrow \text{Atleta}(x) \\ \forall_x \text{Atleta}(x) \Rightarrow \text{Pessoa}(x) \\ \text{Atleta}(\text{Pedro}) \wedge \neg \text{Atleta}(\text{João}) \\ \exists_x \text{Pessoa}(x) \wedge \neg \text{Ciclista}(x) \end{array}$$

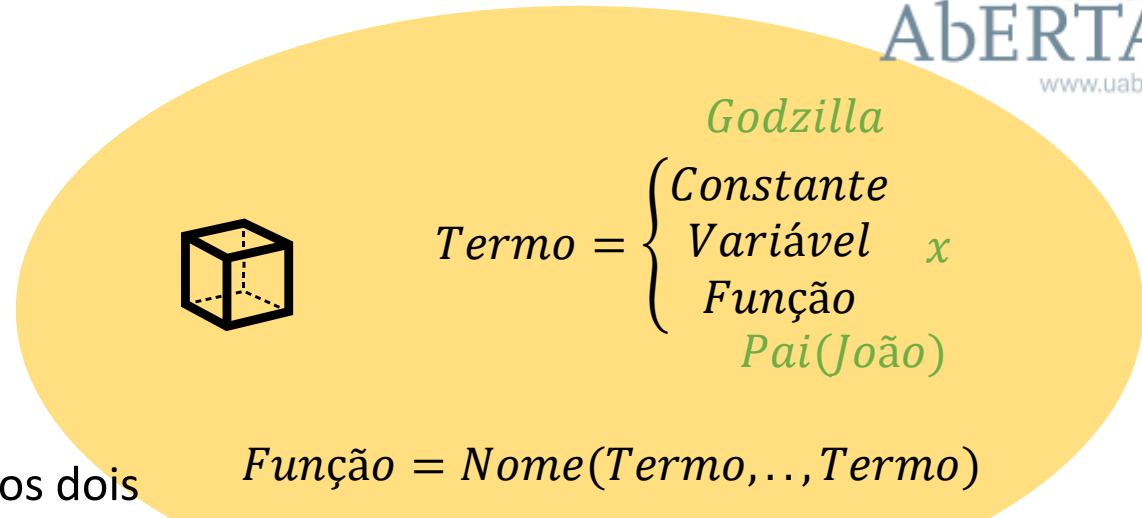
$$\frac{\alpha \wedge \dots \wedge \gamma \Rightarrow \beta, \alpha', \dots, \gamma'}{\beta'}$$

$$\begin{array}{l} \alpha \wedge \dots \wedge \gamma \Rightarrow \beta \\ \neg(\alpha \wedge \dots \wedge \gamma) \vee \beta \\ \neg\alpha \vee \dots \vee \neg\gamma \vee \beta \end{array}$$

$$\frac{\forall_x \text{Atleta}(x) \Rightarrow \text{Pessoa}(x), \text{Atleta}(\text{Pedro})}{\text{Pessoa}(\text{Pedro}), \{x/\text{Pedro}\}}$$

# Unificador mais geral

- Algoritmo:
  - Iniciar:
    - Duas pilhas 1 e 2 de termos, com os dois termos a unificar
    - Um conjunto vazio de substituições
  - Extrair o primeiro termo de cada pilha:
    - No caso de duas constantes  $A, B$ :
      - Se  $A \neq B$ : FALHA
    - Caso de duas funções
      - $F_1(t_1, \dots, t_N), F_2(t_1', \dots, t_M')$ :
        - Se  $F_1 \neq F_2 \vee N \neq M$ : FALHA
        - c.c. adicionar os argumentos às respetivas pilhas
    - Caso de uma variável  $x$ ,  $Termo$ :
      - Se  $x \in Termo \wedge x \neq Termo$ : FALHA
      - c.c. adicionar a substituição:  $x/Termo$



*Godzilla*

$$Termo = \begin{cases} Constante \\ Variável & x \\ Função \\ & Pai(João) \end{cases}$$

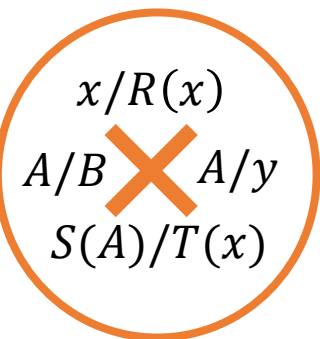
$Função = Nome(Termo, \dots, Termo)$

Suponha que tem que unificar as duas expressões seguintes:

- $S(R(x), A, z)$
- $S(R(A), y, B)$

Calcule o unificador mais geral.

Passo	Pilha 1	Pilha 2	Substituição
1	$S(R(x), A, z)$	$S(R(A), y, B)$	$\{\}$
2	$R(x), A, z$	$R(A), y, B$	$\{\}$
3	$x, A, z$	$A, y, B$	$\{\}$
4	$A, z$	$y, B$	$\{x/A\}$
5	$z$	$B$	$\{x/A, y/A\}$
6			$\{x/A, y/A, z/B\}$



# Provas com Modus Ponens generalizado

- Remoção de quantificadores
  - Universais: índice nas variáveis
  - Existenciais:
    - Constante de skolem com índice
    - Função de skolem com índice
      - Argumentos:
        - variáveis universais
- Restantes operações válidas
  - Unificação:
    - sempre que necessário

Suponha que tem a seguinte base de conhecimento:

- R1  $\forall_x \text{Inscrito}(x) \Rightarrow \text{Estudante}(x)$
- R2  $\forall_x \text{EntregaAFs}(x) \Rightarrow \text{Estudou}(x)$
- R3  $\forall_x \text{ColocaDuvidas}(x) \Rightarrow \text{Estudou}(x)$
- R4  $\forall_x \text{Aprovacao}(x) \Rightarrow \text{Estudou}(x)$
- R5  $\text{Inscrito}(\text{Artur}) \wedge \neg \text{Estudou}(\text{Artur})$

Mostre utilizando a regra de inferência Modus Ponens generalizada, que se pode concluir  $\neg \text{Aprovacao}(\text{Artur})$ .

1.  $\forall_x \text{Inscrito}(x) \Rightarrow \text{Estudante}(x)$
2.  $\forall_x \text{EntregaAFs}(x) \Rightarrow \text{Estudou}(x)$
3.  $\forall_x \text{ColocaDuvidas}(x) \Rightarrow \text{Estudou}(x)$
4.  $\forall_x \text{Aprova\c{c}\~{a}o}(x) \Rightarrow \text{Estudou}(x)$
5.  $\text{Inscrito}(\text{Artur}) \wedge \neg \text{Estudou}(\text{Artur})$

6. [R4]  $\text{Aprova\c{c}\~{a}o}(x_4) \Rightarrow \text{Estudou}(x_4)$  - remoção de quantificadores
7. [R6]  $\neg \text{Estudou}(x_4) \Rightarrow \neg \text{Aprova\c{c}\~{a}o}(x_4)$  - contraposição
8. [R7-R5B,  $x_4/\text{Artur}$ ]  $\neg \text{Aprova\c{c}\~{a}o}(\text{Artur})$  - Modus Ponens

1.  $\exists_y \forall_x \text{Pessoa}(x) \Rightarrow \text{GostaDesporto}(x, y)$
2.  $\forall_x \exists_y \text{Pessoa}(x) \Rightarrow \text{GostaDesporto}(x, y)$

3. [R1]  $\text{Pessoa}(x_1) \Rightarrow \text{GostaDesporto}(x_1, \text{Skolem}_1)$
4. [R2]  $\text{Pessoa}(x_2) \Rightarrow \text{GostaDesporto}(x_2, \text{Skolem}_2(x_2))$

# Provas com Resolução

1. Remoção de quantificadores
2. Conversão para CNF
  - Passo 1 – eliminar as equivalências
  - Passo 2 – eliminar as implicações
  - Passo 3 – mover as negações para junto das variáveis
  - Passo 4 – aplicar a distributividade para obter CNF
3. Inserir o complemento do que se pretende provar
4. Aplicar a regra de resolução
  - Unificação sempre que necessário
  - Se concluir falso, então a prova é válida
  - Repetir o passo

$$\frac{A_1 \vee \dots \vee A_k \vee \mathbf{C}, B_1 \vee \dots \vee B_k \vee \neg \mathbf{C}}{A_1 \vee \dots \vee A_k \vee B_1 \vee \dots \vee B_k}$$

Suponha que tem a seguinte base de conhecimento em lógica de primeira ordem:

- R1  $\forall x \text{Ciclista}(x) \Rightarrow \text{Atleta}(x)$
- R2  $\forall x \text{Atleta}(x) \Rightarrow \text{Pessoa}(x)$
- R3  $\text{Atleta}(\text{Pedro})$
- R4  $\exists x \text{Pessoa}(x) \wedge \neg \text{Ciclista}(x)$

Converta o conhecimento para CNF, removendo os quantificadores universais e existenciais.

5.  $\text{Ciclista}(x_1) \Rightarrow \text{Atleta}(x_1)$
6.  $\text{Atleta}(x_2) \Rightarrow \text{Pessoa}(x_2)$
7.  $\text{Atleta}(\text{Pedro})$
8.  $\text{Pessoa}(\text{Skolem}_4) \wedge \neg \text{Ciclista}(\text{Skolem}_4)$

9.  $\neg \text{Ciclista}(x_1) \vee \text{Atleta}(x_1)$
10.  $\neg \text{Atleta}(x_2) \vee \text{Pessoa}(x_2)$
11.  $\text{Atleta}(\text{Pedro})$
12.  $\text{Pessoa}(\text{Skolem}_4) \wedge \neg \text{Ciclista}(\text{Skolem}_4)$

# Prova com Resolução

0

1.  $\forall x \text{Inscrito}(x) \Rightarrow \text{Estudante}(x)$
2.  $\forall x \text{EntregaAFs}(x) \Rightarrow \text{Estudou}(x)$
3.  $\forall x \text{ColocaDuvidas}(x) \Rightarrow \text{Estudou}(x)$
4.  $\forall x \text{Aprova\c{c}\~{a}o}(x) \Rightarrow \text{Estudou}(x)$
5.  $\text{Inscrito}(\text{Artur}) \wedge \neg \text{Estudou}(\text{Artur})$

3

16.  $\text{Aprova\c{c}\~{a}o}(\text{Artur})$

4

17.  $[14,16, x_4/\text{Artur}] \text{Estudou}(\text{Artur})$
18.  $[15B,17]$  Falso

2

11.  $\neg \text{Inscrito}(x_1) \vee \text{Estudante}(x_1)$
12.  $\neg \text{EntregaAFs}(x_2) \vee \text{Estudou}(x_2)$
13.  $\neg \text{ColocaDuvidas}(x_3) \vee \text{Estudou}(x_3)$
14.  $\neg \text{Aprova\c{c}\~{a}o}(x_4) \vee \text{Estudou}(x_4)$
15.  $\text{Inscrito}(\text{Artur}) \wedge \neg \text{Estudou}(\text{Artur})$

1

6.  $\text{Inscrito}(x_1) \Rightarrow \text{Estudante}(x_1)$
7.  $\text{EntregaAFs}(x_2) \Rightarrow \text{Estudou}(x_2)$
8.  $\text{ColocaDuvidas}(x_3) \Rightarrow \text{Estudou}(x_3)$
9.  $\text{Aprova\c{c}\~{a}o}(x_4) \Rightarrow \text{Estudou}(x_4)$
10.  $\text{Inscrito}(\text{Artur}) \wedge \neg \text{Estudou}(\text{Artur})$

# Recursos utilizados

- Microsoft Power Point
- Clipchamp, voz de síntese Fernanda
- Vimeo
- Russell, S. J. & Norvig, P. (2010). Artificial intelligence: A modern approach (3rd ed). Prentice Hall.