Universidade Aberta

Ana Paula Alves Rodrigues

A literatura para crianças, meio de potenciar aprendizagens em Matemática

Dissertação de Mestrado em Ensino das Ciências:
Especialização em Ensino da Matemática

Orientadora: Professora Doutora Raquel Reis

Lisboa, 2008

RESUMO

Com este estudo pretendemos reunir informação investigando a eficácia da utilização de uma história para crianças assim como de um conjunto de tarefas, construídas para as aulas experimentais no cenário de uma história, num ambiente de trabalho em comum, na compreensão e capacidade de aplicar os Números Racionais na resolução de problemas, ao nível do 5º ano do Ensino Básico. Como consequência dos resultados obtidos elaboramos também um conjunto de recomendações que possam contribuir para que os professores do 2º Ciclo do Ensino Básico melhorem as suas práticas profissionais promovendo a estreita relação entre o acto de ensinar os Números Racionais e o de realizar aprendizagens significativas por parte dos alunos.

Para tal recolha optou-se por uma Metodologia de Investigação Quasi-Experimental, com design do grupo de controlo não equivalente. Estudámos duas turmas intactas do 5º ano de escolaridade de um colégio do distrito de Coimbra, do ano lectivo 2006/2007, com a mesma professora de Matemática.

As sessões da turma de controlo foram dinamizadas pela professora das turmas, seguindo o método tradicional de ensino. Os conteúdos estudados foram expostos por essa professora em cada sessão e os alunos trabalharam individualmente realizando exercícios no seu lugar da sala de aula, com recurso ao manual adoptado e corrigidos no quadro pela professora ou pelos alunos.

As sessões da turma experimental, foram construídas e dinamizadas pela investigadora. Partiu-se da leitura da história "Ainda não estão contentes?" de António Torrado, como meio para motivar e contextualizar o estudo dos Números Racionais. Construíram-se várias tarefas no contexto da história, que incluíam problemas. Estas tarefas foram fundamentadas, sobretudo, no trabalho desenvolvido pelo Rational Number Project (1973-2007). Os problemas serviram de ponto de partida para ensinar e aprender os temas tratados. O ambiente de trabalho em comum, implementado na turma experimental, promoveu a interacção entre alunos e entre estes e a investigadora, mediada pelos conteúdos em estudo. Promoveu também a negociação de significados, a resolução de tarefas com recurso a diferentes materiais manipuláveis (como círculos fraccionados, tiras de papel para dobragens, tampas de plástico), a comunicação, apresentação e discussão de resultados, visando a compreensão e construção do conceito

em estudo. As tarefas iniciadas por pares ou ternos de alunos terminaram sempre com a apresentação e respectiva discussão no grande grupo. Assim, a discussão com toda a turma conduziu ao refinamento das ideias, terminando numa síntese do tema tratado.

Foram dinamizadas quinze sessões na turma de controlo e catorze na turma experimental, tendo cada sessão a duração de noventa minutos.

Os temas trabalhados nas duas turmas foram os que constam no programa de Matemática para o 5º ano do Ensino Básico, na unidade dos Números Racionais (Dec. Lei nº 286/89), a saber: "Números Racionais, as fracções, comparação e ordenação de números, fracções equivalentes e adição e subtracção de números racionais", este último foi trabalhado na turma experimental sem recurso ao algoritmo, valorizando o sentido de número através da estimativa.

Para avaliar a eficácia dos métodos de ensino utilizados realizaram-se e aplicaram-se dois testes de avaliação de conhecimentos sobre Números Racionais. O primeiro teste, Pré - Teste, foi aplicado às duas turmas imediatamente antes do início do estudo, o segundo, Pós Teste, foi aplicado, igualmente às duas turmas, imediatamente após o fim das sessões experimentais.

Prosseguindo os objectivos do estudo formularam-se as seguintes questões de investigação: 1ª) Haverá diferença significativa na compreensão dos Números Racionais entre a turma que foi ensinada com recurso a tarefas desenvolvidas no cenário de uma história para crianças num ambiente de trabalho em comum e a turma que foi ensinada segundo o método tradicional? 2ª) Haverá diferença significativa na capacidade de aplicação dos Números Racionais na resolução de problemas entre a turma que foi ensinada com recurso a tarefas desenvolvidas no cenário de uma história para crianças num ambiente de trabalho em comum e a turma que foi ensinada segundo o método tradicional? 3ª) Que diferenças e semelhanças poderão ser detectadas nos resultados obtidos nas duas turmas, no que diz respeito à consecução, por parte destes alunos, dos objectivos considerados essenciais para a compreensão e capacidade de aplicação na resolução de problemas dos Números racionais?

Para dar resposta às duas primeiras questões de investigação, foram testadas ao nível de significância 0,05 as Hipóteses 1 e 2 na forma nula, utilizando o teste T para amostras não correlacionadas.

Para dar resposta à terceira questão de investigação foi feita a análise das frequências referentes ao número de alunos que, em cada um dos grupos atingiu cada um dos objectivos previamente seleccionados e considerados essenciais para a compreensão e capacidade de aplicação dos Números Racionais na resolução de problemas.

A análise dos dados obtidos nos testes de avaliação de conhecimentos sobre Números Racionais permite-nos concluir não existirem diferenças significativas ao nível da compreensão e capacidade de aplicação dos Números Racionais para resolver problemas, nas duas turmas envolvidas neste estudo.

No que diz respeito à consecução dos objectivos previamente seleccionados e considerados essenciais para a compreensão e capacidade de aplicação na resolução de problemas dos Números Racionais, verificou-se que os alunos da turma experimental revelaram superioridade em relação aos da turma de controlo em doze objectivos, enquanto os alunos da turma de controlo foram superiores em sete objectivos.

Neste trabalho ficou claro que a história utilizada nas aulas da turma experimental foi do agrado dos alunos, tendo mesmo dado origem à tomada de posições, à formulação de conjecturas e à criação de diferentes soluções para o problema apresentado na história. Ficou igualmente claro que os alunos da turma experimental, confrontados com a necessidade de resolverem tarefas num ambiente de trabalho em comum evidenciaram muitas dificuldades ao nível da autonomia, cooperação e da utilização das competências sociais básicas. Pensamos que este facto significa que estes alunos não estão habituados a ter um papel activo no processo de aprendizagem em sala de aula. Também o facto de ter sido a investigadora a dinamizar as sessões na turma experimental, poderá ter contribuído para que as diferenças entre as turmas não fossem tão expressivas. No entanto, foi visível o entusiasmo e a boa adesão aos trabalhos propostos, nomeadamente pelos alunos com piores classificações à disciplina. Neste sentido, e atendendo à franca melhoria das classificações obtidas no teste final de avaliação de conhecimentos sobre números racionais, consideramos que a utilização da história e das tarefas criadas no seu cenário, realizadas num ambiente de trabalho em comum revelaram-se ferramentas poderosas para auxiliar os alunos a

compreender o conceito de Número Racional e também a aplicar os seus conhecimentos sobre este tema na resolução de problemas.

Os resultados deste estudo poderão contribuir para a compreensão da importância da utilização no estudo dos Números Racionais de ferramentas que auxiliam o desenvolvimento da imaginação, da criatividade e da construção de imagens mentais e fornecem um contexto de trabalho comum a todos os alunos, como as histórias para crianças. Poderão igualmente contribuir para motivar os docentes a implementar este tipo de ferramentas, abrindo assim o caminho para um ensino que possibilite ao aluno um papel activo e construtor do seu saber e onde a reciprocidade de saberes e competências assume um papel fundamental na aprendizagem.

Os resultados deste trabalho levantam novas questões susceptíveis de outras pesquisas. Interessa perceber, num estudo mais alargado, de que modo é que o método de ensino utilizado e o papel do professor enquanto agente facilitador de aprendizagens, influencia a construção dos aspectos específicos ligados ao conceito de Número Racional e também aos aspectos ligados às expectativas sobre a aprendizagem dos conteúdos da disciplina de Matemática.

Palavras Chave: Aprendizagem; Histórias para Crianças; Interacção; Número Racional; Problema.

SUMMARY

With this study we want to gather information and obtain data that would assess the effectiveness of the use of a children's story and the effectiveness of a set of tasks, built for the experimental classes within the stories context, in a working together environment, in the understanding and applying capabilities of Rational Numbers in problem solving, at the 5 th year of Basic Education. As a result of the results obtained we also developed a set of recommendations that can contribute for teachers of the 2 nd cycle of Basic Education to improve their professional practices promoting a close relationship between the act of teaching Rational Numbers and the realization of significant learning by the students.

We have chosen a methodology of research Quasi-Experimental, with design of the control group not equivalent. We studied two intact classes of the 5 th year from a college of the district of Coimbra, during the school year 2006/2007, with the same Mathematics teacher.

The sessions of the control class were conducted by the class teacher, following the traditional method of teaching. The contents studied were exposed by the teacher at each session, students worked individually doing exercises in there place, using the adopted manual and corrected at the blackboard by the teacher or the students.

The classroom sessions of the experimental class, were built and taught by the researcher. We started by reading the story "Are you still not happy?" written by António Torrado, as a way to motivate and create a scenario in which to study Rational Numbers. Various tasks where built in the scenario of the story, which included problems. These tasks were based mainly on the work of the Rational Number Project (1973-2007). The problems served as a starting point for teaching and learning the subjects treated. The working together environment, implemented in the experimental class, encouraged interaction between students and between them and the researcher, mediated by the content under study. It promoted negotiation of meanings, the resolution of tasks using different manipulative materials (such as circles fractions, strips of paper for folding, plastic caps), communication, presentation and discussion of results, leading too the understanding and construction of each concept under study. The tasks performed in small groups always ended with the presentation and the discussion

within the large group. This discussion with the entire class led to the refinement of ideas, ending in a summary of the subject treated.

Fifteen sessions were held in the control class and fourteen in the experimental class, with each session lasting ninety minutes.

The subjects worked in the two classes are those that belong to the program of mathematics for the 5 th year of Basic Education, in the Rational Numbers unit (Dec. Lei nº 286/89), namely: Rational Numbers, fractions, number comparison and sorting, equivalent fractions and addition and subtraction of rational numbers, the latter being worked in the experimental class without the use of the algorithm, enhancing the sense of numbers through estimation.

To evaluate the effectiveness of teaching methods, two tests where applied for the evaluation of knowledge about Rational Numbers. The first test, Pre Test, was applied to the two classes immediately before the start of the study, the second, Post Test, was applied equally to the two classes, immediately after the end of the experimental sessions.

Pursuing the objectives of the study, the following research questions where made: 1 st) Is there a significant difference in the understanding of Rational Numbers between the group of students who were taught using tasks within the context of the children's story, in a working together environment and the group that was taught by the traditional method? 2 nd) Is there a significant difference in the ability for the application of Rational Numbers in problem solving between the group of students who were taught using tasks within the context of the children's stories in a working together environment and the group that was taught by the traditional method? 3 rd) What differences and similarities can be detected in the results obtained in the two groups, with regard to the students achievement, of the objectives considered essential for the understanding and applying capabilities for Rational Number problem solving?

To respond to the first two questions of the research, testes where held at the significance level of 0.05 for the Assumptions 1 and 2 in the null form, using the T test for unrelated samples.

To answer the third question of research, analysis where made of the frequency considering the number of pupils, in each of the groups, who met each of the objectives previously selected and considered essential for the understanding and ability to implement Rational Number problem solving.

The analysis of data obtained in the evaluation tests of Rational Numbers allows us to conclude that there are no significant differences at the level of understanding and applying capabilities of Rational Numbers problem solving, in the two classes involved in this study.

Regarding achievement of the objectives previously selected and considered essential for the understanding and application capability of Rational Number problem solving, it was found that the students in the experimental class showed superiority in relation to the control class in twelve goals, while students of the control class were higher in seven goals.

In this work it seems to be clear that the story used in the experimental class, was very much appreciated by the students, and has even given rise to the taking of positions, the formulation of conjecture and the creation of different solutions to the problem presented in story. It was equally clear that the students, of the experimental class, faced with the need to solve tasks in a working together environment emphasized many difficulties considering autonomy, cooperation and use of basic social skills. We think that this means that these students are not used to play an active role in the process of learning in the classroom. Also the fact that it was a researcher that conducted the sessions in the experimental class, may have contributed to the inexpressive differences between classes. However, the enthusiasm was evident and there was a good accession to the proposed work, especially by students with the worst discipline standings. Accordingly, and given the frankly improved scores in the final evaluation test, we believe that the use of the story and the tasks set in its scenario, held in an atmosphere of working together proved to be powerful tools in helping students understand the concept of Rational Number and also to apply their knowledge on this issue for problem solving.

The results of this study may contribute for the understanding of the importance in using, for the study of Rational Numbers, tools which assist the development of

imagination, creativity and the construction of mental images and provide a context of a working together environment to all students, as the children stories. It may also help to motivate teachers to implement this type of tools, thus opening the way for an education that allows the student an active role and builder of his knowledge and where the reciprocity of knowledge and skills assumes a fundamental role in learning.

The results of this study raise new issues which could lead to further investigations. It’s important to understand, in a broader study, in what way the instruction method used, and the role of the teacher as an agent that facilitates learning, influences the construction of specific aspects related to the concept of Rational Number and also aspects related to the expectations on learning the content of the discipline of Mathematics.

Keywords: Learning; Stories for Children; Interaction; Rational Number; Problem.

AGRADECIMENTOS

À Professora Doutora Raquel Reis, pela disponibilidade, estímulo e sabedoria com que me orientou neste estudo.

Ao Director do Colégio onde decorreram as sessões experimentais, Sr. Prof. Doutor Padre José Lopes, pela receptividade e interesse que desde logo manifestou por este trabalho e pela amabilidade e simpatia que me dispensou.

À professora Isabel Pires e aos seus alunos pela colaboração e disponibilidade, que em muito facilitou a realização deste trabalho.

Num plano mais íntimo e pessoal, quero agradecer aos meus pais, não apenas pelas infinitas ajudas, mas sobretudo pelo amor que me deram e dão e que, certamente, fez de mim uma pessoa capaz de levar a cabo desafios como este.

Ao Professor Eduardo Sá por tudo que me permitiu aprender, pelo incentivo, e acima de tudo pelo bem precioso que me concedeu que considero inigualável, a sua amizade.

À Francisca minha amiga de sempre, pelos conselhos amigos que ao longo deste trabalho me ajudaram a superar dificuldades e que tanto me ensinaram.

À minha amiga Paula pelo ombro amigo sempre disponível.

Ao Emanuel pela paciência, tolerância, compreensão e ajuda que me dedicou ao longo das diferentes fases de realização deste trabalho...

À Leonor e ao Martim, os meus filhos queridos, pela alegria e força de viver que me dão a cada dia e que tanto me motivam para aprender, e a quem eu dedico este trabalho.

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

ÍNDICE DE TABELAS

Capítulo I. Introdução

I-1 Justificação da escolha do tema

O conceito de número racional e fracção, estão entre os conceitos mais complexos, multifacetados e matematicamente significativos que os alunos encontram no Ensino Básico (Berh, Lest, Post & Silve, 1983). O conhecimento sobre fracções não é uma simples extensão do conhecimento sobre números inteiros (Mamede, Nunes e Bryant, 2005). Actualmente, apesar de no dia a dia os alunos realizarem várias experiências informais que se poderiam inserir no contexto das fracções (basta considerar a divisão equitativa de um bolo por dois irmãos), mesmo antes de entrarem para o Ensino Básico, as dificuldades na compreensão deste conceito persistem. Bezuk & Cramer, (1989) referem que estas dificuldades constituem, provavelmente, uma das maiores barreiras ao "amadurecimento matemático dos alunos".

Investigações desenvolvidas por Nunes, Bryant et al (2004) ilustram o modo como o significado de fracção difere através de diferentes situações propostas e como essas diferenças podem afectar as estratégias e os argumentos que as crianças utilizam para avaliar a equivalência de duas fracções.

Alguns investigadores (Berh, Lesh, Post & Silver, 1983) vão mais longe, referindo que muitas das dificuldades sentidas em álgebra resultam de um entendimento deficiente das ideias básicas de fracção e ainda que a importância do estudo dos números racionais pode ser vista segundo várias perspectivas: a) numa perspectiva prática porque a capacidade de lidar com este conceito melhora a capacidade para compreender e tratar com situações do mundo real; b) numa perspectiva psicológica porque providenciam um campo no qual as crianças podem desenvolver e expandir as estruturas mentais necessárias ao desenvolvimento intelectual, c) numa perspectiva matemática, porque a compreensão deste conceito constitui a base na qual assentam mais tarde as operações algébricas sobre os números racionais.

Stewart (2005, citando Wi (2001)) refere que, a introdução precoce do pensamento algébrico ou a qualidade do trabalho desenvolvido em álgebra não são relevantes enquanto o ensino das fracções e dos números decimais não for radicalmente revisto (p. 1).

Berh, Lesh, Post & Silver, (1983), referem que, encontrar maneiras eficazes de ensinar este tema, continua a ser, pois, de extrema importância. Por um lado porque o dia a dia contempla várias situações onde os números racionais estão presentes, como as medições, estabelecimento de proporções, transformações geométricas, partilhas equitativas, entre outras, e por outro, porque os alunos evidenciam muitas dificuldades na aprendizagem deste tema. Bezuk & Cramer (1989), referem que as fracções são um dos temas mais difíceis de aprender no Ensino Básico, referindo mesmo que o desempenho dos alunos no cálculo com fracções é baixo e aparentemente efectuado com pouca compreensão. Estas autoras enumeram alguns aspectos que evidenciam a complexidade do conceito de número racional dos quais salientamos três:

a) é necessário compreenderem que, por exemplo, se uma tarte é dividida em três partes iguais cada uma destas partes é mais pequena do que quando dividimos uma tarte do mesmo tamanho em apenas duas partes iguais, isto é, com fracções quanto maior o número de partes iguais, menor o tamanho de cada parte;

b) para ordenar fracções com o mesmo numerador, os alunos aprendem que $\frac{1}{3}$ é menor do que $\frac{1}{2}$, em contraste com os números inteiros em que 3 é maior do que 2;

c) as regras para ordenar fracções com o mesmo numerador não se aplicam às fracções com o mesmo denominador, nas quais os alunos podem aplicar os seus conhecimentos sobre contagens e afirmar que a fracção $\frac{5}{7}$ é maior do que a fracção $\frac{2}{7}$ pois 5 é maior do que 2.

De acordo com a perspectiva de Mamede, Nunes e Bryant (2005), a relação enunciada na alínea c é mais simples do que a enunciada na alínea b, porque na b as crianças têm de pensar numa relação inversa entre o denominador e a quantidade representada pela fracção (p.282).

Behr & Post, 1992-B, afirmam que, para compreender os números racionais os alunos devem ter uma compreensão sólida das operações com números inteiros e a sua ordenação, assim como um bom entendimento do conceito de medida. De facto, os números racionais são o primeiro conjunto de números que os alunos aprendem que não se baseiam em algoritmos de contagem experienciados por eles (não há o sucessor do número racional ao contrário do que acontece com os números inteiros em que cada número inteiro $n \neq 1$ é sucessor de um outro número $n-1$).

Estudos provenientes do "The National Assessement of Educational Progress (NAEP) (Carpenter, Coburn, Reys, & Wilson, 1976; Carpenter et al. , 1980, citados por Behr & Post, 1992-B) indicam que muitos alunos com treze e dezassete anos, têm dificuldades nos conceitos mais elementares sobre números racionais, como por exemplo estimar a soma de $\frac{12}{13}$ com $\frac{7}{8}$ seleccionando a resposta correcta de entre 1, 2, 19 e 21. Os resultados indicam que 19 e 21 obtiveram vinte e oito por cento e vinte e sete por cento, respectivamente, das respostas dadas pelos alunos de treze anos intervenientes no estudo. Um dos aspectos apontados para justificar estas dificuldades é o facto dos alunos não entenderem as fracções como um número, representando um único valor, mas antes como dois números cada um com um valor e significados diferentes.

De facto, o ensino dos números racionais deveria conduzir os alunos a pensar que, como $\frac{12}{13}$ é quase 1 e $\frac{7}{8}$ é quase 1, e que, consequentemente, a soma de $\frac{12}{13}$ com $\frac{7}{8}$ deverá ser aproximadamente 2. Pensar qualitativamente sobre fracções passa por fornecer aos alunos "ferramentas" que lhes permitam compreender o valor relativo das fracções. Para isso Bezuk & Cramer (1989) referem que estes devem ser capazes de

a) ordenar fracções com o mesmo denominador ou com o mesmo numerador e avaliar se uma dada fracção é maior ou menor do que $\frac{1}{2}$,

b) ordenar fracções familiares como $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$ e conhecer as fracções equivalentes a $\frac{1}{2}$. Ainda segundo estas autoras, para adquirirem estas competências os alunos devem ter oportunidade de trabalhar com modelos físicos (materiais manipuláveis como círculos fraccionados, cuiseneire, tiras de papel para dobragens, conjuntos de objectos), através de situações que envolvam as suas próprias experiências, valorizando sempre a compreensão em detrimento dos procedimentos, que por vezes são mecanizados sem qualquer significado para o aluno. Bezuk & Cramer (1989) sugerem que as operações formais com fracções sejam ensinadas apenas no 6º ano de escolaridade, depois dos alunos terem desenvolvido os conceitos de ordem e equivalência, nos dois anos anteriores.

Mais recentemente, os resultados do "The National Assessement of Educational Progress (NAEP) de 2003, indicam que 51% dos alunos do quarto ano testados obtiveram pontuação abaixo do nível "Satisfatório" numa pergunta de desenvolvimento sobre fracções equivalentes e apenas 35% dos alunos testados do oitavo ano foram capazes de ordenar correctamente três fracções irredutíveis (National Center for Education Statistics (NCES), 2004, citado por Stewart, 2005).

Estes resultados em países industrializados como os E.U.A. mostram que há um longo caminho a percorrer no sentido de promover a compreensão dos conceitos envolvidos no estudo dos números racionais.

Em Portugal, a escola que hoje temos deriva de um modelo curricular e organizativo pensado para um conjunto muito homogéneo de alunos: "todos como se fossem um", provenientes de um único sector da população com objectivos muito bem definidos: aceder às funções sociais mais elevadas (Roldão, 1999, p. 27). No entanto, com a massificação do ensino e a tomada de consciência de que era necessário escolarizar a população, reduzir o analfabetismo e preparar para qualquer que fosse a actividade profissional a desempenhar, alterou a coerência deste modelo organizativo. Não obstante, o modelo de escola no seu essencial não tem sido posto em causa pois persistimos em aplicar um tipo de escola idêntico no que diz respeito aos planos organizativo e curricular, a uma situação completamente diferente o que, segundo Roldão (1999, p. 31) justifica a "crise" da escola, hoje em dia tão debatida e tão pouco solucionada!

A face visível desta crise é o insucesso escolar entendido, quase sempre, como insucesso no aproveitamento escolar computorizado dos alunos. No entanto, será que este insucesso não leva a por em causa "a escola como organização, o currículo como conteúdo da aprendizagem, os métodos de ensino e organização do trabalho escolar"? (Roldão, 2003, p. 28). E os professores, como lidam eles com o facto dos seus alunos não aprenderem aquilo que, supostamente, eles lhes ensinaram? Quantos se apoiam na convicção de ausência de conhecimentos dos seus alunos quando pretendem ensinar-lhes algo? E quantos ainda pensam que o insucesso escolar pode ser evitado se os alunos trabalharem mais persistindo em não mudar de práticas? (César, 2001).

Parece ser consensual que, para ensinar matemática não basta saber matemática. Sem dúvida que o saber matemático do professor influencia o que os alunos aprendem, mas é fundamental relacionar esse saber com a pedagogia e reflectir, analisar, reformular (se assim se verificar necessário), sobre o resultado do ensino que se ministra. Ser professor exige um vasto conjunto de conhecimentos específicos e organizados sobre a área cientifica que se lecciona mas também, e não menos importante, sobre pedagogia e didáctica, como afloraremos no ponto II do nosso trabalho.

Na realidade escolar portuguesa o cálculo algorítmico, as regras e os procedimentos impostos, assumem grande relevo, ficando os processos impulsionadores da compreensão e a resolução de problemas concretos relegados para terceiro plano. De facto no 2º ciclo, exercícios como a redução ao mesmo denominador para poder ordenar, comparar, adicionar e subtrair fracções, são tarefas que ocupam a maior parte do tempo destinado ao ensino dos números racionais. Mas aprender é um processo bastante mais complexo e certamente não se espera que ocorra sem compreensão, sem envolvimento, sem interpretação e relacionamento das vivências e dos aspectos pessoais que têm significado para cada um. De facto tal como refere Jacquard (1985) citado por César (2001) "compreender é tão importante para cada um de nós como é amar. É uma actividade que não se delega. Não deixamos ao Casanova a missão de amar. Não deixamos aos cientistas [a missão] de compreender em vez de nós" (p. 255).

Consubstanciando-me no que foi dito enfatizaremos uma consequência que é comum todos os anos em todas as escolas, institutos e até universidades e que estamos convictos se baseia da deficiência de conhecimento do conceito de número racional: o tratamento das denominadas indeterminações $\frac{0}{0}$ e $\frac{\infty}{\infty}$. Raquel Reis chama a atenção para este facto no artigo "*Vírus on Mathematics – The indetermination* $\frac{0}{0}$ *and the impossibility* $\frac{k}{0}(k \neq 0)$*; Boletim L'tudies on Higher Education, CEPES, Publications UNESCO, 2001".* Neste artigo, a autora foca o facto de grande número de estudantes chegarem à universidade sem saberem distinguir uma indeterminação ($\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$) duma impossibilidade ($\frac{k}{0}(k \neq 0)$) e seus respectivos significados. Segundo a sua exposição no artigo acima citado, toda a dificuldade (e confusão confessada dos alunos) se baseia no facto destes não pensarem que o raciocínio a fazer para a análise de tais "símbolos" (de representação análoga a uma fracção ou número racional propositadamente escolhida pelos matemáticos) se deve basear no algoritmo da divisão à semelhança do que se faz habitualmente para a determinação de qualquer número racional: $\frac{8}{4}$, $\frac{12}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, etc. Defende ainda que tal se deve à não interiorização do conceito de número racional e à deficiente compreensão do algoritmo da divisão.

Raquel Reis insere o artigo num campo mais vasto "*Virús on Mathematics*" tratado ao nível mundial por Kosa Andros (*Virusok A Matematikaban; Kiado; Budapest, 1994*) e que foi objecto de seminários ocorridos na Universidade Aberta em 2001.

A justificação da escolha do tema não ficaria completa se não disséssemos algo sobre a razão porque ligámos o estudo dos números racionais à leitura e respectiva interpretação da literatura dita infanto – juvenil. Na verdade, esta ligação não é recente apesar de pouco explorada e ainda menos utilizada nas aulas de Matemática do 2º ciclo do ensino básico, em Portugal.

No entanto, cada vez mais se tem vindo a acentuar a análise matemática feita à conhecida obra "*Alice no País das Maravilhas"* de Lewis Carroll, o reverendo e matemático Charles Lutwidge Dodgson, (1832 – 1898), chamando mais uma vez a atenção para o raciocínio formalmente representado pelas álgebras de Boole e as estruturas algébricas mais pobres que formalizam o raciocínio de quem (como as crianças) não raciocinam utilizando todas as operações lógicas inerentes àquelas álgebras.

Figura 1. Auto-retrato de Lewis Carrol.

Lewis Carroll com *"Alice no País das Maravilhas",* um dos mais famosos romances para todas as idades, e também com "*Alice do outro lado do espelho"*, que dá continuidade às aventuras da pequena *Alice*, tornou-se um escritor consagrado. De acordo com a perspectiva de vários autores (Pombo, 2007, Lima, 2007, Mendes et al, 2007) o sucesso destas obras deve-se (entre outros factores) não só à maneira peculiar como Carrol penetra no mundo da imaginação e explora as suas potencialidades e segredos, mas também ao papel desempenhado pela matemática na forma de jogos lógicos, charadas sem resposta e jogos de linguagem, que constantemente irrompem nas aventuras descritas.

Charles Lutwidge Dodgson, professor em Oxford[1] tinha uma enorme preocupação com a aprendizagem dos seus alunos e chegou mesmo a indispor-se com o sistema de ensino vigorante. O poema que a seguir transcrevemos, critica o sistema ineficaz de ensino daquela época e segundo Mendes e tal (2007), terá sido enviado por carta a uma das suas irmãs.

"O ponto mais importante, como vocês sabem, é que o tutor mantenha uma postura digna e uma certa distância do aluno, que por sua vez deve ser rebaixado ao

[1] Oxford, a mais antiga universidade da Inglaterra, verificou um grande desenvolvimento a partir de 1167.

máximo – senão, vocês sabem, ele não terá a humildade necessária. Assim, eu sento numa extremidade da sala; do lado de fora da porta (que permanece fechada) fica o servente; do lado de fora da porta do salão principal (também fechada) fica o subservente; na escada que leva para o andar térreo fica o subsubservente; e lá no pátio fica o aluno. Cada um grita as perguntas para o outro, e as respostas voltam da mesma forma... A aula procede mais ou menos assim:

Tutor: Quanto é duas vezes três?

Servente: Quantas gruas tem o xadrez?

Subservente: Qual é o dia do mês?

Subsubservente: Quanto ganha um marquês?

Aluno (timidamente): Muitas moedas de ouro!

Subsubservente: Música para o mouro!

Subservente: Morte ao touro!

Servente: Não seja tolo!

Tutor (parece ofendido, mas tenta outra questão): Cem divididos por vinte!

Servente: Sempre o sabido tinge!

Subservente: Somente o perdido finge!

Subsubservente: A mente do bicho range!

Aluno (surpreso): Como assim?

Subsubservente: Onde é o festim?

Subservente: E o espadachim?

Servente: Viva arlequim!

E assim prossegue a aula."

(Cohen, 1995, p. 74, citado por Mendes et al, 2007).

Esta preocupação com o ensino da matemática e com a incompreensão das matérias leccionadas evidenciada pelos alunos é ainda expressa por Carroll no capítulo 12 do seu livro *"Sylvia and Bruno Conclued"* de 1890, reproduzido por Cohen (1995, p.

112) e citado por Mendes et al (2007), do qual citamos a seguinte passagem: "– Nosso professor preferido tornava-se mais obscuro a cada ano que passava... Bem, seus alunos não conseguiam entender absolutamente nada de... [filosofia moral], mas sabiam tudo de cor e, quando chegava a hora dos exames, eles colocavam tudo aquilo no papel, e os examinadores diziam "Lindo! Que profundidade! – Mas o que os alunos faziam com aquilo depois? [pergunta o interlocutor.] – Ora, você não vê? – respondeu Mein Herr. – Depois chegava a vez de eles serem os professores, e eles repetiam todas aquelas coisas, e os alunos deles escreviam tudo aquilo de novo, e os examinadores aceitavam, e ninguém tinha a menor ideia do que queria dizer!". (http :// www . fae . ufmg . br : 8080 / ebrapem / completos / 11-20 . pdf).

Esta visão aguçada e inquieta de Carroll, ocorre num período socialmente conturbado da sociedade Inglesa, que tem início nas primeiras décadas do sec. XIX. Walter Pater (1866), um ensaísta inglês, descreveu este período nos seguintes termos: "o pensamento moderno distingue-se do antigo pelo cultivo do espírito relativo ao invés do absoluto. A filosofia antiga procurou envolver todos os objectos num contorno eterno, fixar o pensamento numa fórmula necessária e as variedades de vida em tipos ou géneros eternos. Para o espírito moderno nada é ou pode ser correctamente conhecido, a não ser relativamente e sob determinadas condições" (http : // www . geocities . com / Athens / Atrium /2466 / nonsense.html).

No que se refere concretamente à matemática, por volta de 1869, em Inglaterra, começaram a ser divulgadas e discutidas as Geometrias Não Euclideanas, surgidas quatro a cinco décadas antes. Ao mesmo tempo, a nova concepção de Lógica, proposta por Boole, no fim de 1840, desenvolvia e superava os postulados vigentes. Tal como refere Lima (2007), todas estas novas propostas e descobertas se inseriam num novo espírito que buscava uma ética, uma nova teoria do conhecimento. (http://www.geocities.com/Athens/Atrium/2466/nonsense.html). Neste cenário vivia-se uma atitude de descrédito não só nos meios científicos como também pelo público letrado em geral, face à matemática como ciência absolutamente verdadeira. Parecia possível descobrir o "*non-sense*"[2] que ameaçava os seus fundamentos.

É este o contexto social, filosófico e matemático em que Lewis Carroll desenvolve as suas obras.

Para melhor compreender a presença da matemática nas obras *"Alice no País das Maravilhas"* e *"Alice do Outro Lado do Espelho",* faremos de seguida uma breve análise seguindo o caminho proposto por alguns autores como Pombo (2007), Lima (2007) e Mendes et al (2007).

"Alice no País das Maravilhas" começa quando *Alice* adormece e sonha que entrou num outro país, o País das Maravilhas, onde tudo é muito estranho, incluindo os próprios habitantes. Ao longo da aventura, Alice encontra um Coelho Branco sempre atrasado, um Chapeleiro que toma um chá interminável com a Lebre de Março, ouve os conselhos de uma Lagarta Azul, conhece o Rei e a Rainha de Copas com o seu exército de cartas e as aventuras sucedem-se.

No capítulo V, desta obra, - *Conselhos de uma Lagarta – Alice*, após conversar com a Lagarta Azul, come um pedaço de cogumelo que faz com que o seu pescoço cresça demasiado. Uma Pomba que ia a passar no céu assusta-se e grita:

-Uma serpente!

Desenrola-se então o seguinte diálogo:

"- Eu... Eu sou uma menina! Disse Alice, não muito segura, ao lembrar-se do número de mudanças que sofrera, só naquele dia.

- Uma bela história, na verdade! - respondeu a Pomba com profundo desprezo.

- Tenho visto muitas meninas na minha vida, mas nunca vi *nenhuma* com um pescoço assim! Não, não! Tu és uma serpente, e não vale a pena negá-lo. Creio que me vais dizer a seguir que nunca provaste um ovo!

- Claro que já comi muitos ovos! - respondeu Alice, que dizia sempre a verdade.

---

[2] *Non-sense*, termo francês utilizado para designar algo *"sem sentido*", irreal, fora dos parâmetros comuns, desprovido de razão.

- Mas as meninas comem ovos, tal como as serpentes, percebes? Continuou Alice.

- Não acredito! Respondeu a Pomba. - Mas se assim é, nesse caso elas são uma espécie de serpentes, é tudo o que posso dizer." (Carroll, 1990, pp. 53 – 54).

Do ponto de vista formal, a Pomba tinha razão:

S= As serpentes têm pescoço comprido;

A= Alice também tinha o pescoço comprido;

Portanto, Alice era uma serpente (conclusão).

No entanto,

R= Alice é uma rapariga;

O= as raparigas comem ovos, tal como as serpentes;

Portanto, por subordinação, Alice não é uma serpente (S>R>A).

Neste pequeno episódio podemos ver como o professor de lógica Lewis Carroll contaminou, com questões lógicas, a literatura infantil que escreveu.

É de notar que, tal como refere Ruivo et al (1976), "para que uma afirmação seja considerada uma proposição no sentido utilizado em lógica terá que lhe ser associado um (e um só) dos dois valores lógicos V ou F. Esse valor lógico poderá ser determinado pelo significado absoluto da própria afirmação como ainda lhe poderá ser atribuído convencionalmente. Assim, nada nos impede de considerar como proposições verdadeiras, como faz *Lewis Carroll* no seu livro *L'ógique sans peine*, afirmações do género:

Todos os gatos falam francês

ou

Alguns frangos são gatos." (p. 11).

Continuando a nossa análise, no capítulo VI - *O Porco e a Pimenta* – podemos assistir a um diálogo na casa da *Duquesa*, entre o Criado-Peixe e o Criado-Rã que "recria as situações de jogos de palavras que Carroll tanto apreciava" (Pombo, 2007). Passamos a citar:

"O Criado-Peixe começou por tirar debaixo do braço uma grande carta, quase do seu tamanho, que estendeu ao outro num tom solene:

- É para a Duquesa. Um convite da Rainha para jogar croquet.

No mesmo tom solene, e trocando apenas a ordem das palavras, o Criado-Rã disse:

- Da Rainha. Um convite para a Duquesa jogar croquet." (Carroll, 1990, p. 57).

No capítulo seguinte, Capítulo VII – *Um Lanche Maluco*, os exemplos da utilização da lógica Booleana sucedem-se. Passamos a transcrever:

"Ao ouvir isto, o Chapeleiro abriu muito os olhos, mas tudo o que disse foi:

- Em que se parece um corvo com uma secretária?

"Finalmente vamos divertir-nos!", pensou Alice. "Ainda bem que eles começaram a dizer adivinhas."

- Acho que sei essa - acrescentou em voz alta.

- Queres dizer que sabes qual é a resposta? - perguntou a Lebre de Março.

- Exactamente isso! - disse Alice. (...)

- Já sabes a resposta da adivinha? - perguntou o Chapeleiro voltando-se de novo para Alice.

- Não. Desisto - respondeu Alice - Qual é a resposta?

- Não faço a menor ideia! - disse o Chapeleiro.

- Nem eu! - acrescentou a Lebre de Março." (Carroll, 1990, pp. 70 – 72).

Figura 2. *Um Lanche Maluco***,** ilustração de *"Alice no País das Maravilhas"***.**

Lewis Carroll não apresentou a resposta a esta adivinha no livro, no entanto Pombo (2007) expõe a solução que transcrevemos a seguir:

"- Em que se parece um corvo (raven) com uma secretária?

Resposta: Ambos podem produzir algumas notas. Numa secretária podemos produzir (escrever) algumas notas. O corvo, enquanto ave, também pode produzir (palrar) algumas notas. Na secretária nunca se escreve de trás para a frente e no corvo a palavra nunca (nevar) escreve-se de trás para a frente (raven). (http:/www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminário/Alice/influencias.html).

Ainda no "*Lanche Maluco",* podemos encontrar um enigma designado por Mendes et al (2007) por o *enigma dos relógios*. Passamos a transcrever:

"O Chapeleiro foi o primeiro a quebrar o silêncio.

- Em que dia do mês estamos? – perguntou, voltando-se para Alice.

Tirara o relógio e olhava-o, inquieto, abanando-o de vez em quando e levando-o ao ouvido.

Alice pensou e depois respondeu: - A quatro.

- Dois dias atrasado! – disse o Chapeleiro com um suspiro. – Bem te disse que a manteiga não lhe faria bem! – acrescentou, lançando à Lebre de Março um olhar furibundo. (…)

Alice estivera a observar o relógio por cima do seu ombro, com alguma curiosidade.

- Que relógio engraçado! – comentou. – Indica o dia do mês mas não indica as horas! - Porque haveria de o fazer? – disse o Chapeleiro entre dentes. – O *teu* indica o ano em que estamos? - Claro que não – respondeu Alice muito depressa - , mas isso é porque um ano dura muito tempo.

- O que é exactamente o caso do *meu* – disse o Chapeleiro.

Alice sentiu-se terrivelmente confusa. O comentário do Chapeleiro parecia não ter qualquer significado e, contudo, ele não dissera nenhuma palavra errada." (Carroll, 1990, pp. 71 – 72).

Quanto à resposta a este enigma, apresentada por Mendes et al (2007), comecemos por observar o quadro seguinte que sintetiza, para vários dias, os minutos que o relógio que se atrasa um minuto por dia, atrasa:

Dias	Minutos atrasados
1	1
2	2
30 (um mês)	30 (meia hora)
60 (dois meses)	60 (uma hora)
90 (três meses)	90 (uma hora e meia)
120 (quatro meses)	120 (duas horas)

Em cada dois meses o relógio atrasa uma hora. Como o relógio pode, marcando qualquer hora, representar duas horas diferentes do mesmo dia (seis horas e dezoito horas, por exemplo), é suficiente que ele atrase 12 horas para representar uma hora exacta. Assim, 12 horas × 2 meses/cada = 24 meses. Isto é, o relógio que atrasa um minuto por dia só dará a hora certa novamente depois de dois anos. Em compensação qualquer relógio parado está certo duas vezes por dia. (http : // www . fae . ufmg . br : 8080 / ebrapem / completos / 11-20.pdf).

Em nosso entender, este excerto constitui, também, um poderoso recurso didáctico para ensinar as unidades de tempo, a alunos do 1º ciclo, sendo natural e necessária a discussão sobre as relações entre anos, meses, dias, horas, minutos, podendo ser estes conceitos tomados como fracção de um mesmo todo.

Ainda em *Alice no País das Maravilhas, n*o capítulo IX - *A História da Falsa Tartaruga* -, podemos ler um diálogo entre *Alice*, o *Grifo* e a *Falsa Tartaruga* que passamos a transcrever: Passamos a transcrever esse diálogo:

"A Falsa Tartaruga prosseguiu:

- Fomos educados da melhor maneira... De facto, íamos à escola todos os dias...

- Eu também vou à escola todos os dias. Disse Alice.

- Não é preciso envaideceres-te tanto com isso. Continuou ela.

- E tinhas disciplinas suplementares? Perguntou a Falsa Tartaruga ansiosamente.

- Tinha. Aprendíamos Francês e Música. Respondeu Alice, indignada.

- E lavagem de roupa? – perguntou a Falsa Tartaruga.

- Claro que não! – respondeu Alice, indignada.

-Ah! Então a tua escola não era lá muito boa! - disse a Falsa Tartaruga, muito aliviada. (...)

- Segui apenas o curso normal. Prosseguiu a Falsa Tartaruga.

- Em que consistia? Inquiriu Alice.

- Reler e Escrevinhar, é claro, para começar – respondeu a Falsa Tartaruga - e depois os diferentes ramos da Aritmética: Ambição, Distracção, Desfeamento e Escárnio. Respondeu a Falsa Tartaruga.

- Nunca ouvi falar de Desfeamento! Atreveu-se Alice. (…)

- E quantas horas de aulas tinham por dia? – perguntou Alice, desejosa de mudar de assunto.

- Dez horas, no primeiro dia, nove no segundo, e assim sucessivamente – respondeu a Falsa Tartaruga. (…)

- Nesse caso, ao décimo primeiro dia era feriado, não é verdade?

- Claro que era – disse a Falsa Tartaruga.

- E o que faziam no décimo segundo? – perguntou Alice com ansiedade.

- Já chega de aulas por agora – interrompeu o Grifo num tom decidido." (Carroll, 1977, pp. 99 – 100).

Este excerto além de constituir um excelente recurso didáctico para ensinar os números negativos, evidencia mais uma vez, a importância que a escola tinha para Carroll e a sua insatisfação perante a escola da época. Tal como refere Pombo (2007) "apesar de ironizar com a Aritmética, Lewis Carroll mostra-nos quão importante é saber matemática. Até no fundo do mar ela faz parte de um curso que a Falsa Tartaruga e o Grifo frequentaram." (http : / www . educ . fc . ul . pt / docentes / opombo / seminário / Alice / influencias.html).

Tal como foi dito anteriormente, *"Alice do Outro Lado do Espelho"* dá continuidade às aventuras de *Alice* e é outra obra de Carroll onde a matemática marca presença.

A história começa num dia de Inverno, em que *Alice* adormece, aborrecida por estar a chover e por ter de ficar em casa. Desta vez, atravessa o espelho e encontra um mundo diferente: O Outro Lado do Espelho. Neste novo mundo de fantasia, *Alice* conhece novos amigos e companheiros de aventuras: fala com ovos, com as peças de Xadrez, com os animais e conhece os gémeos Tweedledee e Tweedledum. Uma aventura que não termina sem que Alice seja coroada Rainha.

Para além dos já habituais jogos de linguagem carrollianos, podemos encontrar aqui outros elementos matemáticos, tais como: a reflexão do espelho, o jogo de xadrez e as suas regras.

Tal como refere Pombo (2007), se traçarmos uma recta vertical no tabuleiro de xadrez (a unir os dois jogadores), dividindo-o em duas partes iguais, teremos uma relação de simetria entre as figuras, como se estivessem reflectidas num espelho. A duplicidade das peças brancas ou das peças vermelhas, excepto o Rei e a Rainha, é a mesma que ordena as acções de Tweedledee e Tweedledum e a imagem espelhada do poema JABBERWOCKY, que podemos encontrar nesta obra (http : / www . educ . fc . ul . pt / docentes / opombo / seminário / Alice / influencias.html).

Não podíamos terminar esta breve análise no que concerne à matemática presente nas duas obras referidas de Lewis Carroll sem apresentar o seguinte diálogo entre *Alice* e *Humpty Dumpty:*:

"- Quantos dias tem um ano?

- Trezentos e sessenta e cinco - disse Alice.

- E quantos dias de anos tens tu?

- Um.

- E, se tirares um de trezentos e sessenta e cinco quantos ficam?

- Trezentos e sessenta e quatro, claro.

Humpty Dumpty parecia duvidar.

- Gostava de ver essa conta feita num papel - disse ele.

Alice não pode deixar de sorrir, quando tirou a sua agenda do bolso e lhe fez a conta:

$$\begin{array}{r} 365 \\ \underline{-1} \\ 364 \end{array}$$

Humpty Dumpty pegou na agenda e pôs-se a olhar com toda a atenção.

- Parece estar certa... - começou ele.

- Estás a vê-la de pernas para o ar! - interrompeu Alice.

- Pois claro que estava! – disse Humpty Dumpty, alegremente, quando ela lha endireitou. - Estava-me a parecer um pouco estranho. Como ia dizendo, *parece* estar certa, apesar de eu não ter agora tempo para conferir, e isto prova que há trezentos e sessenta e quatro dias em que podes receber presentes por não fazer anos...” (Carroll, 1996, p. 84).

Humpty Dumpty, apesar de saber muito de semântica, de acordo com a perspectiva de Pombo (2007), “representa todos aqueles que têm dificuldades em matemática, nomeadamente no cálculo e na abstracção. Só consegue verificar as contas quando as vê no papel e, mesmo assim, ainda duvida.” (http : / www . educ . fc . ul . pt / docentes / opombo / seminário / Alice / influencias.html). Trata-se de uma personagem que certamente representa muitos alunos que continuamos a encontrar nas nossas escolas mas também representará alguns adultos que, por várias razões, não tiveram oportunidade de “estreitar” a sua relação com a matemática.

Lewis Carroll conseguiu juntar, em “*Alice no País das Maravilhas*” e em “*Alice do Outro Lado do Espelho*”, dois ingredientes que, aliados, fizeram o sucesso destas obras: o *non-sense* e a matemática. (http : / www . educ . fc . ul . pt / docentes / opombo / seminário / Alice / influencias.html). De acordo com a perspectiva defendida por Pombo (2007), aspectos como as constantes mudanças de tamanho de Alice, as suas incertezas transformadas em dúvidas, as imagens invertidas e reflectidas, a assimetria figurada no Tweedledum e no Tweedledee são alguns dos aspectos desenvolvidos em *Alice* e que contribuem fortemente para revelar um clima de incerteza que decorre da crise dos fundamentos da matemática então em curso e que certamente influenciou as obras de Carroll.

Figura 3. *Humpty Dumpty*, ilustração de "*Alice do Outro Lado do Espelho*".

Ponbo (2007), considera também que *Humpty Dumpty*, o ovo, é um bom exemplo do questionamento proposto por Carroll das regras lógicas pelo *non-sense* e pelo paradoxo. De facto, *Humpty Dumpty*, sendo um ovo, tenta manter o equilíbrio em cima de um muro. O seu formato oval acaba por se constituir como símbolo da instabilidade e da vertigem e também o questionamento da concepção axiomatista. "Face à *queda dos absolutos matemáticos*, o axiomatismo vem defender a lógica dos significantes, a arbitrariedade dos signos, a apropriação da linguagem pelo poder da convenção." (http : / www . educ . fc . ul . pt / docentes / opombo / seminário / Alice / influencias.html). Deste modo fica claro o papel de *Humpty Dumpty* quando argumenta com *Alice* que as palavras significam exactamente aquilo que ele "quer que signifiquem", por isso importa saber quem manda para que se decida qual o significado que as palavras irão ter. "É que, se da indecisão todos somos súbditos, na convenção é quem mais pode, quem mais manda, que submete todos os outros". (Pombo, 2007, http : / www . educ . fc . ul .pt / docentes / opombo / seminário / Alice / influencias.html).

Sendo as obras atrás abordadas um exemplo, por excelência, onde a literatura e a matemática se suportam mutuamente, outros exemplos há que aludem de uma ou outra forma a conteúdos matemáticos. "*O homem que sabia contar"*, história repleta de problemas, de *Malba Tahan* é também um bom exemplo de uma obra onde a matemática assume um papel primordial. *Malba Tahan,* pseudónimo de Júlio César de Mello e Sousa, um professor brasileiro do século XX (1895- 1974), dotado de um invulgar talento para contar histórias e de uma imaginação prodigiosa, era à semelhança de Carroll, um professor particularmente preocupado com o ensino da matemática, tendo sido bastante inovador nesta área, nomeadamente com a utilização das suas próprias histórias.

No entanto, para se promover aprendizagens de conteúdos matemáticos, em sala de aula, com recurso a uma história, não é absolutamente necessário que esta contenha algum conteúdo da disciplina de matemática. Textos que apresentem um problema, possível de ser modelado matematicamente, ou uma situação suficientemente aberta onde se possam formular problemas, com um contexto que desperte interesse a quem o lê e a quem ouve ler, é sem dúvida o bastante para que constituam um recurso valioso para ensinar matemática (no capítulo II – 4, é abordado este tema). No apêndice V, podemos encontrar uma tabela, por nós construída, com algumas histórias com as quais é possível trabalhar vários conteúdos matemáticos. É de notar que o estudo das álgebras de Boole veio aconselhar o estadio etário ao qual as histórias se destinam.

Na verdade, a escolha deste tema, que relaciona a matemática com a literatura infantil tem vindo a ser tratado por mim há já alguns anos. Permanentemente confrontada com as dificuldades de compreensão dos alunos que fui conhecendo em contexto de trabalho e também informalmente, na maior parte das vezes com uma auto-estima muito baixa em relação às suas capacidades para aprender os temas tratados nas aulas de Matemática, com consequências muito graves em relação às suas opções de estudo para o futuro, resolvi encetar uma pesquisa de meios, técnicas, metodologias de ensino, na esperança de encontrar algo que pudesse dar resposta às minhas inquietações e necessidades. Assim, e como resultado das pesquisas efectuadas, surgiram as histórias para crianças e a sua utilização nas aulas de matemática dos diferentes níveis de ensino. Da reflexão sobre os resultados das pesquisas e da conexão efectuada com as minhas expectativas, saberes, dúvidas e motivações, dei início, em 2003, à dinamização de oficinas de formação, destinadas a professores do ensino Pré-Escolar, 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico, que constituíram o "trampolim" para a realização desta dissertação de

Mestrado que, longe de terminar este trabalho, pretende fornecer uma "prova científica" daquilo que tenho vindo a assistir nestes anos, com muito sucesso, realizado essencialmente ao nível do ensino Pré-Escolar e 1º ciclo do ensino básico, pelos formandos das minhas oficinas de formação. Por isso, foi com satisfação que vi a Sociedade Portuguesa de Matemática promover, no Pavilhão do Conhecimento, em colaboração com o Plano Nacional de Leitura, uma palestra sobre este mesmo tema, dinamizada pela escritora Isabel Alçada e o matemático Pedro Freitas, intitulada "A Matemática das Histórias Infantis". Este evento traz mais um parâmetro de incentivo à minha pesquisa.

I - 2 Objectivos do estudo

Com este estudo pretendemos reunir informação e obter dados que permitissem:

a) Avaliar a eficácia de uma história para crianças, num ambiente de trabalho em comum, na compreensão e capacidade de aplicação dos Números Racionais na resolução de problemas, ao nível do 5º ano do Ensino Básico.

b) Avaliar a eficácia de um conjunto de tarefas, previamente construídas para as aulas experimentais no cenário de uma história para crianças, na compreensão e capacidade de aplicação dos Números Racionais na resolução de problemas, ao nível do 5º ano do Ensino Básico.

c) Elaborar um conjunto de sugestões que possam contribuir para que os professores do 2º Ciclo do Ensino Básico melhorem as suas práticas profissionais promovendo a estreita relação entre o acto de ensinar os Números Racionais e o de realizar aprendizagens significativas por parte dos alunos.

I - 3 Desenvolvimento do estudo

Prosseguindo os objectivos do estudo procurámos dar resposta às seguintes questões:

Primeira Questão

Haverá diferença significativa na compreensão dos Números Racionais entre o grupo de alunos que foi ensinado com recurso a tarefas desenvolvidas no cenário de uma história para crianças num ambiente de trabalho em comum e o grupo que foi ensinado segundo o método tradicional?

Segunda Questão

Haverá diferença significativa na capacidade de aplicação dos Números Racionais na resolução de problemas entre o grupo de alunos que foi ensinado com recurso a tarefas desenvolvidas no cenário de uma história para crianças num ambiente de trabalho em comum e o grupo que foi ensinado segundo o método tradicional?

Terceira Questão

Que diferenças e semelhanças poderão ser detectadas nos resultados obtidos nos dois grupos, no que diz respeito à consecução, por parte destes alunos, dos objectivos considerados essenciais para a compreensão e capacidade de aplicação na resolução de problemas dos Números racionais?

Elaboraram-se testes de avaliação de conhecimentos, Pré e Pós testes de Avaliação de Conhecimentos sobre Números Racionais, respectivamente, (Apêndice II) que foram passados aos alunos que colaboraram neste estudo. Os resultados obtidos nestes testes foram posteriormente analisados estatisticamente, para dar resposta às questões de investigação atrás enunciadas.

Para responder à primeira e segunda questões de investigação, foram testadas ao nível de significância 0,05 as Hipóteses de Investigação (consideradas na análise estatística as hipóteses nulas, respectivamente) a seguir definidas,

Primeira Hipótese de Investigação

Não há diferença significativa na compreensão dos Números Racionais entre o grupo de alunos que foi ensinado com tarefas criadas no cenário de uma história para crianças e num ambiente de trabalho em comum e o grupo de alunos que foi ensinado por recurso ao método tradicional.

Segunda Hipótese de Investigação

Não há diferença significativa na capacidade de aplicação dos Números Racionais para resolver problemas entre o grupo de alunos que foi ensinado com tarefas criadas no cenário de uma história para crianças e num ambiente de trabalho em comum e o grupo de alunos que foi ensinado por recurso ao método tradicional.

Para dar resposta à terceira questão de investigação foi feita a análise das frequências referentes ao número de alunos que, em cada um dos grupos atingiu, no Pós Teste de Avaliação de Conhecimentos, cada um dos objectivos previamente seleccionados e considerados essenciais para a compreensão e capacidade de aplicação na resolução de problemas dos Números Racionais.

I - 4 Importância do Estudo

O mercado de trabalho exige cada vez mais profissionais qualificados, versáteis, capazes de lidar com múltiplas informações e mudanças rápidas, capazes de trabalhar em equipa e de enfrentar incertezas, possuidores de um largo espectro de competências genéricas em disciplinas variadas. Estas novas exigências fazem emergir a discussão sobre a eficácia dos actuais processos de ensino, centrados em técnicas convencionais de transmissão de conhecimentos e na figura do professor expositor desses mesmos conhecimentos. Proporcionar aos alunos um papel mais activo, através de tarefas que vão ao encontro dos seus interesses, que despertem a sua curiosidade, que lhes permitam manipular materiais para resolver problemas e também discutir os seus raciocínios com os colegas e professor, parece ser absolutamente necessário. Nesta perspectiva cabe ao professor assumir um papel muito mais de planificador de tarefas, facilitador e guia de aprendizagens do que simplesmente transmissor de conhecimentos.

Assim, os objectivos definidos neste estudo são considerados relevantes para a elaboração dos instrumentos do estudo e para a planificação das sessões experimentais.

Apesar da pequena dimensão da amostra considerada, pode considerar-se representativa dos alunos do 5º ano do Ensino Básico que frequentam o Colégio onde o trabalho experimental foi realizado.

Os materiais e métodos adoptados são os que constam da maioria das investigações presentes na literatura da especialidade.

É uma expectativa que os resultados obtidos através de estudos deste género possam contribuir para melhorar o processo de ensino dos Números racionais.

Capítulo II. Revisão de Literatura

II-1 O tratamento do Tema no Currículo Oficial

O Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências essenciais (CNEB-CE) (ME, 2001) enquadra os programas escolares do Ensino Básico em vigor em Portugal, explicitando o conjunto de competências gerais e específicas de cada área disciplinar, consideradas essenciais em cada um dos ciclos de ensino e à saída do Ensino Básico. Apresenta também os tipos de experiências de aprendizagem que devem ser proporcionadas a todos os alunos.

Neste documento, *competência* é entendida como saber em acção ou em uso que integra conhecimentos, capacidades e atitudes. Para os seus autores a competência "não está ligada ao treino, para num dado momento, produzir respostas ou executar tarefas previamente determinadas." Diz respeito ao processo de activar conhecimentos, capacidades, estratégias, nomeadamente em situações problemáticas, estando, por isso associada ao desenvolvimento de "algum grau de *autonomia* em relação ao uso do saber" (p. 9).

Um dos aspectos que consideramos mais relevantes para o presente estudo, é a ênfase dada ao "desenvolvimento integrado de capacidades e atitudes que viabilizam a utilização dos conhecimentos em situações diversas", mais ou menos familiares aos alunos (p. 9). De facto, o que se preconiza não é apenas adicionar a um conjunto de conhecimentos um certo número de capacidades e atitudes. Interessa integrar, num conjunto mais amplo de aprendizagens, os conhecimentos que vão sendo adquiridos de forma progressiva colocando em primeiro lugar o desenvolvimento de capacidades de pensamento e de atitudes favoráveis à aprendizagem.

1.1 Algumas citações

Neste parágrafo, transcreveremos algumas partes, deste documento, que consideramos relevantes, atendendo aos objectivos que pretendemos alcançar no nosso estudo.

Como foi referido anteriormente, são especificadas as competências gerais à saída da educação básica e clarificada a sua operacionalização. Para cada competência geral encontramos "um conjunto de acções relativas à prática docente que se reconhecem essenciais para o adequado desenvolvimento dessa competência nas diferentes áreas e dimensões do currículo da educação básica" (p. 16).

Assim, salientamos de entre as competências gerais assinaladas no CNEB – CE as seguintes, juntamente com as respectivas acções relativas à prática docente:

(I) A capacidade de:

"(1) Mobilizar saberes culturais, científicos e tecnológicos para compreender a realidade e para abordar situações e problemas do quotidiano (...)

Para tal, algumas das acções relativas à prática docente que se reconhecem essenciais para o adequado desenvolvimento dessa competência, a desenvolver por cada professor são:

- Abordar os conteúdos da área do saber com base em situações e problemas
- Rentabilizar as questões emergentes do quotidiano e da vida do aluno
- Organizar o ensino com base em materiais e recursos diversificados (...)
- Organizar actividades cooperativas de aprendizagem, orientadas para a integração e troca de saberes
- (...)

(2) Usar adequadamente linguagens das diferentes áreas do saber cultural, científico e tecnológico para se expressar; (...)

Para tal, algumas das acções relativas à prática docente que se reconhecem essenciais para o adequado desenvolvimento dessa competência, a desenvolver por cada professor são:

• Organizar o ensino prevendo a utilização de linguagens de comunicação diversificadas

• Organizar o ensino com base em materiais e recursos em que são utilizadas linguagens específicas

• Promover intencionalmente, na sala de aula e fora dela, actividades diferenciadas de comunicação e de expressão

• (...)

• Apoiar o aluno na escolha de linguagens que melhor se adequem aos objectivos visados, em articulação com os seus interesses

• (...)

(5) Adoptar metodologias personalizadas de trabalho e de aprendizagem, adequadas a objectivos visados; (...)

Para tal, algumas das acções relativas à prática docente que se reconhecem essenciais para o adequado desenvolvimento dessa competência, a desenvolver por cada professor são:

• Organizar o ensino prevendo a experimentação de técnicas, instrumentos e formas de trabalho diversificados

• Organizar actividades cooperativas de aprendizagem

• Organizar o ensino com base em materiais e recursos diversificados, adequados às diferentes formas de aprendizagem

• (...)

(6) Pesquisar, seleccionar e organizar informação para a transformar em conhecimento mobilizável; (...)

Para tal, algumas das acções relativas à prática docente que se reconhecem essenciais para o adequado desenvolvimento dessa competência, a desenvolver por cada professor são:

• Organizar o ensino prevendo a pesquisa, selecção e tratamento de informação

• Promover intencionalmente, na sala de aula e fora dela, actividades dirigidas a pesquisa, selecção, organização e interpretação de informação

• Promover actividades integradoras dos conhecimentos, nomeadamente a realização de projectos

(7) Adoptar estratégias adequadas à resolução de problemas e à tomada de decisões; (...)

Para tal, algumas das acções relativas à prática docente que se reconhecem essenciais para o adequado desenvolvimento dessa competência, a desenvolver por cada professor são:

• Promover intencionalmente, na sala de aula e fora dela, actividades que permitam ao aluno fazer escolhas, confrontar pontos de vista e resolver problemas

• Promover intencionalmente, na sala de aula e fora dela, actividades de simulação e jogos de papeis que permitam a percepção de diferentes pontos de vista

• Promover a realização de projectos que envolvam a resolução de problemas e a tomada de decisões

(9) Cooperar com outros em tarefas e projectos comuns; (...)

Para tal, algumas das acções relativas à prática docente que se reconhecem essenciais para o adequado desenvolvimento dessa competência, a desenvolver por cada professor são:

• Organizar o ensino prevendo e orientando a execução de actividades individuais, a pares, em grupos e colectivas

• Promover intencionalmente, na sala de aula e fora dela, actividades dirigidas para o trabalho cooperativo, desde a sua concepção à sua avaliação e comunicação aos outros

• Propiciar situações de aprendizagem conducentes à promoção da auto-estima e da auto- confiança

• Fomentar actividades cooperativas de aprendizagem com explicitação de papeis e responsabilidades

• Organizar o ensino com base em materiais e recursos adequados a formas de trabalho cooperativo

• Apoiar o aluno na descoberta das diversas formas de organização da sua aprendizagem em interacção com outros" (pp. 18-25).

(II) No que diz respeito às competências específicas para a disciplina de Matemática a desenvolver ao longo dos ciclos, podemos igualmente ler no CNEB – CE:

"Todas as crianças e jovens devem ter possibilidade de:

(...)

• Desenvolver a capacidade de usar a matemática para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar, assim como a auto-confiança necessária para fazê-lo." (p. 57)

De acordo com este documento, a competência matemática que todos devem desenvolver, ao longo da educação básica, inclui:

"• A predisposição para raciocinar matematicamente, isto é, para explorar situações problemáticas, procurar regularidades, fazer e testar conjecturas, formular generalizações, pensar de maneira lógica;

• O gosto e a confiança pessoal em realizar actividades intelectuais que envolvem raciocínio matemático e a concepção de que a validade de uma afirmação está relacionada com a consciência da argumentação lógica, e não com alguma autoridade exterior;

• A aptidão para discutir com outros e comunicar descobertas e ideias matemáticas através do uso de uma linguagem, escrita e oral, não ambígua e adequada à situação;

(...)

• A predisposição para procurar entender a estrutura de um problema e a aptidão para desenvolver processos de resolução, assim como para analisar os erros cometidos e ensaiar estratégias alternativas;

• A aptidão para decidir sobre a razoabilidade de um resultado e de usar, consoante os casos, o cálculo mental, os algoritmos de papel e lápis ou os instrumentos tecnológicos;

(...)

• A tendência para usar a matemática, em combinação com outros saberes, na compreensão de situações da realidade, bem como o sentido crítico relativamente à utilização de procedimentos e resultados matemáticos." (p. 57)

Outro aspecto evidenciado neste texto refere-se à ênfase a colocar na matemática escolar:

"A ênfase da matemática escolar não está na aquisição de conhecimentos isolados e no domínio de regras e técnicas, mas sim na utilização da matemática para resolver problemas, para raciocinar e para comunicar, o que implica a confiança e a motivação pessoal para fazê-lo" (p. 58).

E reforça-se a ideia de que *competência matemática* é a " "predisposição" (para procurar regularidades ou para fazer e testar conjecturas), a "aptidão" (para comunicar as ideias matemáticas ou para analisar os erros cometidos e ensaiar estratégias alternativas) ou a "tendência" (para procurar ver a estrutura abstracta subjacente a uma situação) são componentes nucleares de uma *cultura matemática básica* que todos devem desenvolver, como resultado da sua experiência de aprendizagem escolar da Matemática, e não elementos que, supostamente, cresceriam de modo espontâneo ou que apenas seriam acessíveis a alguns."

(III) No domínio temático que diz directamente respeito à presente investigação, Números e Cálculo, encontramos a competência matemática que todos devem desenvolver ao longo de todos os ciclos:

"• A compreensão global dos números e das operações e a sua utilização de maneira flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis de manipulação dos números e das operações;

• O reconhecimento e a utilização de diferentes formas de representação dos elementos dos conjuntos numéricos, assim como das propriedades das operações desses conjuntos;

• Aptidão para efectuar cálculos mentalmente, com os algoritmos de papel e lápis ou usando a calculadora, bem como para decidir qual dos métodos é apropriado à situação;

•A sensibilidade para a ordem de grandeza dos números, assim com a aptidão para estimar valores aproximados de resultados de operações e decidir da razoabilidade de resultados obtidos por qualquer processo de cálculo ou por estimação;

•A predisposição para procurar e explorar padrões numéricos em situações matemáticas e não matemáticas e o gosto por investigar relações numéricas, nomeadamente em problemas envolvendo divisores e múltiplos de números ou implicando processos organizados de contagem;

•A aptidão para dar sentido a problemas numéricos e para reconhecer as operações que são necessárias à sua resolução, assim como para explicar os métodos e o raciocínio que foram usados." (p.60).

(IV) No que se refere concretamente ao 2º ciclo, são considerados os seguintes aspectos específicos,

"• O reconhecimento dos conjuntos dos números inteiros e racionais positivos, das diferentes formas de representação dos elementos desses conjuntos, e das relações entre eles, bem como a compreensão das propriedades das operações em cada um deles e a aptidão para usá-las em situações concretas;

• A aptidão para trabalhar com valores aproximados de números racionais de maneira adequada ao contexto do problema ou da situação em estudo;

• O reconhecimento de situações de proporcionalidade directa e a aptidão para usar o raciocínio proporcional em problemas diversos;

• A aptidão para trabalhar com percentagens e para compreender e utilizar as suas diferentes representações." (p. 61).

(V) Para permitir aos alunos o desenvolvimento da competência matemática, tal como é definida neste documento, são apresentados diversos tipos de experiências de aprendizagem, que todos os alunos devem ter oportunidade de viver:

"Resolução de problemas (...) constitui, em matemática, um contexto universal de aprendizagem e deve, por isso, estar sempre presente, associada ao raciocínio e à comunicação e integrada naturalmente nas diversas actividades. Os problemas são situações não rotineiras que constituem desafios para os alunos e em que, frequentemente, podem ser utilizadas várias estratégias e métodos de resolução – e não exercícios, geralmente de resolução mecânica e repetitiva, em que apenas se aplica um algoritmo que conduz directamente à solução. A formulação de problemas deve igualmente integrar a experiência matemática dos alunos.

Actividades de investigação (...), Realização de projectos (...), Jogos (...) Os jogos de equipa podem favorecer o trabalho cooperativo. A prática de jogos em particular dos jogos de estratégia, de observação e de memorização, contribui de forma articulada para o desenvolvimento de capacidades matemáticas e para o desenvolvimento pessoal e social. (...)." (pp. 68-69).

(VI) Além dos diversos tipos de experiências de aprendizagem que se preconiza que os alunos tenham acesso, "devem ser considerados aspectos transversais da aprendizagem da matemática, nomeadamente:

(1) Comunicação matemática

A comunicação matemática inclui a leitura, a interpretação e a escrita de pequenos textos de matemática, sobre matemática ou em que haja informação matemática. Na comunicação oral, são importantes as experiências de argumentação e de discussão em grande e pequeno grupo, assim como a compreensão de pequenas exposições do professor. O rigor da linguagem, assim como o formalismo, devem responder a uma necessidade sentida e não a uma imposição arbitrária.

(2) Prática compreensiva de procedimentos

A prática de procedimentos não deve constituir uma actividade preparatória, repetitiva, isolada e sem significado; porém, uma prática compreensiva pode promover a aquisição de destrezas utilizáveis com segurança e autonomia. O cálculo mental, o domínio de um algoritmo, (...) a manipulação de um instrumento, entre muitos outros procedimentos, são destrezas úteis que se adquirem com prática desde que não seja descurada a sua compreensão e a sua integração em experiências matemáticas significativas.

(3) Exploração de conexões

(...) a compreensão de relações entre ideias matemáticas, tanto entre diferentes temas de matemática como no interior de cada tema, e ainda de relações entre ideias matemáticas e outras áreas de aprendizagem (...). Actividades que permitam evidenciar e explorar estas conexões devem ser proporcionadas a todos os alunos. (...)". (p. 70).

(4) É ainda referido que os alunos devem ter oportunidades de utilizar recursos de natureza diversa, como:

"Utilização das tecnologias na aprendizagem da Matemática (...).

Utilização da materiais manipuláveis

Materiais manipuláveis de diversos tipos são, ao longo de toda a escolaridade, um recurso privilegiado como ponto de partida ou suporte de muitas tarefas escolares, em particular das que visam promover actividades de investigação e a comunicação matemática entre alunos. Naturalmente, o essencial é a natureza da actividade intelectual dos alunos, constituindo a utilização de materiais um meio e não um fim." (pp. 70-71).

1.2 Análise do Currículo Oficial

No CNEB - CE, sai reforçada a ideia de que aprender matemática não é apenas adquirir um conjunto de conhecimentos isolados e dominar regras e técnicas. Utilizar a matemática para resolver problemas, raciocinar e comunicar, com confiança e motivação de modo a que esta possa constituir "um modo de pensar e de aceder ao conhecimento" (p. 58), são aspectos que se adicionam à perspectiva da matemática como "*a ciência das regularidades e da linguagem dos números, das formas e das relações*" (p. 58).

Uma análise atenta das competências a alcançar pelos alunos ao longo do ensino básico, conduz-nos à evidência de que é impossível dissociar as competências sociais das competências cognitivas (no sentido de Piaget), dando relevo às competências sócio-cognitivas (no sentido de Vigotsky). Por outro lado, estas competências são sempre acompanhadas por acções a desenvolver pelo professor. Acções precisas e abertas que permitem aos professores imprimir o seu cunho pessoal, mas que fornecem um óptimo guia para proporcionar aos alunos experiências de aprendizagem diversificadas e significativas. Esta perspectiva rompe com as práticas de ensino assentes unicamente na transmissão de conhecimentos, de procedimentos e de regras num só sentido: professor – aluno e abre a necessidade, cada vez mais evidente nos alunos que hoje frequentam as Escolas, de integrar no ensino dos conhecimentos, das regras, dos procedimentos, fundamentais ao desenvolvimento matemático dos indivíduos, a dinamização de técnicas e de meios que permitam o desenvolvimento das competências sociais e afectivas dos alunos, que acreditamos serem essenciais para a validação, significação e capacidade de aplicação de todos os saberes que tradicionalmente a Escola transmite e em particular a disciplina de Matemática. Tal como refere Fernandes (2005) "as competências metacognitivas e socioafectivas desempenham um papel relevante no desenvolvimento das aprendizagens. (…) Ter ou desenvolver conhecimentos é uma condição necessária, mas não suficiente para que alguém se torne bom na resolução de problemas. É preciso integrar, relacionar e mobilizar conhecimentos e estratégias, é preciso saber gerir afectos, emoções e atitudes e saber quando e como utilizar esses saberes." (p. 26).

A competência matemática aproxima-se do conceito de literacia (a cultura geral que todos devem desenvolver) e "pressupõe a aquisição de um certo número de conhecimentos e a apropriação de um conjunto de processos fundamentais mas não se identifica com o conhecimento memorizado de termos, factos e procedimentos básicos, desprovido de elementos de compreensão, interpretação e resolução de problemas." (p. 58), desenvolvendo-se através de uma experiência matemática rica e diversificada e através da reflexão sobre essa experiência, de acordo com a maturidade dos alunos.

Estamos convictos de que alguma falta de maturidade e sobretudo a falta de hábitos de trabalho que implicam exercitar e desenvolver competências sociais, impede muitos alunos de realizar certas tarefas mais ricas e profícuas em termos de aprendizagem. Mas, esta falta de maturidade não pode justificar a não implementação do tipo de tarefas, recursos e dinâmicas preconizadas no documento em análise. O desenvolvimento cognitivo e social dos indivíduos não é linear e só ocorre através de boas e diversificadas oportunidades de aprendizagem. Tal como refere Cochito, "um aluno que hoje é considerado de 'baixo rendimento' numa disciplina pode rapidamente tornar-se proficiente se o ambiente educativo lhe proporcionar o 'salto'(...)" (2004, p. 44).

Como é sabido a matemática é unanimemente reconhecida como uma área do saber com vastas potencialidades que, possui métodos próprios de estudar, de pesquisar, de organizar informação e de resolver problemas. A combinação adequada desta especificidade com outras áreas do saber, divulgada no CNEB - CE, traduzir-se-á, certamente, num crescimento dos alunos tanto do ponto de vista da autonomia, responsabilidade e criatividade, como na perspectiva da cooperação e solidariedade, aspectos fundamentais para o desenvolvimento das competências cognitivas dos indivíduos.

II-2. As Normas (NCAME e NPEM)

As Normas para o Currículo e para a Avaliação em Matemática Escolar (*NCAME)* (1994), são a versão portuguesa do livro *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics (1989),* publicado pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Visando fornecer orientações a todas as pessoas empenhadas na transformação do ensino da matemática surgem 'As Normas Profissionais para o Ensino da Matemática' (*NPEM)*, documento elaborado, também, pelo NCTM, com o intuito de acompanhar a obra atrás referida. Estes dois documentos, vulgarmente designados por 'Normas', apresentam um conjunto de recomendações, de orientações "para uma mudança no sentido da excelência no ensino da matemática" (NCTM, 1994, p. 8) que, por isso, deverão estar na base da implementação do currículo e da dinamização do processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Nas Normas para o Currículo e para a Avaliação em Matemática Escolar (*NCAME)* a questão central é o "desenvolvimento do poder matemático em todos os alunos para dar resposta aos novos objectivos sociais da educação" (p.3). Estes novos objectivos requerem, segundo este documento, trabalhadores matematicamente alfabetizados, informados, capazes de aprender ao longo da vida, e ainda que a todos sejam proporcionadas oportunidades. O *poder matemático* inclui a capacidade para explorar, conjecturar e raciocinar logicamente; para resolver problemas não rotineiros; para comunicar sobre a matemática e através dela; e para estabelecer conexões dentro da matemática e entre a matemática e outros campos. Também envolve o desenvolvimento da auto-confiança e a predisposição para procurar, avaliar e usar informação quantitativa e espacial na resolução de problemas e na tomada de decisões (p. 6).

Assim, as orientações aparecem sintetizadas em cinco pontos principais:

1. Os alunos devem aprender a dar valor à matemática. Devem contactar com muitas e variadas experiências (...) de modo a poderem compreender o papel que a matemática desempenhou no desenvolvimento da nossa sociedade e explorar as relações entre a matemática e as disciplinas que ela serve;

2. Os alunos devem confiar nas suas próprias capacidades matemáticas. Em resultado de uma matemática escolar rica em experiências diversificadas, os alunos têm necessidade de utilizar o seu poder matemático crescente na tarefa de dar sentido a novas situações problemáticas que surgem no mundo que as rodeia e que os faz acreditar no seu próprio pensamento matemático;

3. Os alunos devem tornar-se capazes de resolver problemas de matemática no sentido de se tornarem cidadãos produtivos. Para desenvolver tal capacidade devem trabalhar em problemas (...) que podem ser tarefas relativamente simples, para serem resolvidas individualmente, outros devem envolver o trabalho em pequenos grupos ou mesmo em toda a classe a trabalhar em colaboração. "A resolução de problemas deve ser o foco da matemática escolar" (NCTM, 1980, p.2);

4. Os alunos devem tornar-se aptos a aprender a comunicar matematicamente. Utilizar situações problemáticas de modo que os alunos tenham oportunidade de ler, escrever, discutir e comunicar ideias, onde o uso de sinais, símbolos e termos matemáticos se torne natural, permita aos alunos clarificar, refinar e consolidar o seu pensamento matemático.

5. Os alunos devem aprender a raciocinar matematicamente. Formular conjecturas, procurar justificações, argumentar, são actividades fundamentais para fazer matemática. A explicitação de um bom raciocínio deveria ser mais valorizada do que a capacidade para encontrar respostas correctas.

No que concerne ao outro documento em análise, as Normas Profissionais para o Ensino da Matemática (*NPEM*) (NCTM, 1994), podemos afirmar que assentam em dois pressupostos de base. O primeiro refere-se aos professores como os principais protagonistas na mudança dos processos pelos quais a matemática é ensinada e aprendida nas escolas. O segundo alerta para a necessidade de acompanhar os professores em tais mudanças, através de apoio contínuo e recursos adequados.

Encontramos neste documento, imagens de ensino e aprendizagem necessárias para implementar o tipo de prática de ensino consonante com os objectivos de aprendizagem das *NCAME*. Orientando o desenvolvimento profissional no ensino da matemática, estão seis normas agrupadas sob quatro temas. São eles: **Actividades** (proporcionam os contextos intelectuais para o desenvolvimento matemático dos alunos); **Discurso** (formas de representar, pensar, falar, concordar ou discordar que professores e alunos usam para se envolverem nestas actividades); **Ambiente** (é a interacção entre os aspectos intelectuais, sociais e físicos que moldam os modos de conhecer e trabalhar que são encorajados e esperados na aula. Representa o contexto de aprendizagem.); **Análise** (Implica a observação contínua da vida da aula de modo a examinar a relação entre o que professor e alunos vão fazendo e o que os alunos vão aprendendo. Trata-se da reflexão sistemática em que os professores se envolvem) (NCTM, 1994, pp. 21-23).

De acordo com estes documentos "*o que os alunos aprendem está fundamentalmente relacionado com o modo como o aprendem*", além de que, "*o objectivo do ensino da matemática é ajudar todos os alunos a desenvolver poder matemático*", pois "*todos os alunos podem aprender a pensar matematicamente*". E no entanto é preciso ter sempre presente que "*ensinar é uma prática complexa e, consequentemente, não é redutível a receitas ou prescrições*" (NCTM; 1994, p.24).

O bom ensino exige que os professores raciocinem acerca da pedagogia de forma profissionalmente defensável, pois ensinar matemática assenta no conhecimento de diversos domínios como o conhecimento da matemática, de como os alunos têm diferentes ritmos de aprendizagem, de como aprendem matemática, dos contextos de sala de aula, escola e sociedade (NCTM; 1994, p.24).

Com estes pressupostos apresentados surgem as normas para o ensino da matemática - *NPEM* - sintetizadas em seis pontos:

1. Actividades matemáticas válidas. Projectos, problemas, construções, aplicações, exercícios baseados no conhecimento das aptidões, interesses e experiências dos alunos e desenvolvidos com diferentes recursos, como materiais manipuláveis, calculadoras, livros de texto, colectâneas de problemas. Boas propostas de actividades, seleccionadas tendo em conta o conteúdo matemático, os alunos e as suas formas de aprendizagem, podem ajudar a desenvolver a compreensão e aptidões matemáticas, podem estimular os alunos a estabelecer conexões e a desenvolver um enquadramento coerente para as ideias matemáticas. Actividades que exigem dos alunos que raciocinem e comuniquem matematicamente têm tendência a promover a capacidade de resolução de problemas.

2. O papel do professor no discurso. A maneira de representar, pensar, falar, concordar e discordar é fundamental para aquilo que os alunos aprendem sobre matemática. O discurso implica aspectos fundamentais do conhecimento e deve estar baseado na evidencia matemática. O professor deve dirigir o discurso colocando questões que desafiem o pensamento, ouvindo com atenção as ideias dos alunos, pedindo-lhes que clarifiquem e justifiquem as suas ideias, oralmente e por escrito, decidindo como e quando deve introduzir notações matemáticas e linguagem matemática a propósito das ideias dos alunos.

3. O papel do aluno no discurso. Promover o discurso na aula de modo que os alunos oiçam, respondam e façam perguntas ao professor e aos colegas, usem várias ferramentas para raciocinar, estabeleçam conexões, resolvam problemas e se convençam a si próprios e aos outros da validade de determinadas representações, soluções, conjecturas e respostas e ainda utilizem argumentos matemáticos para determinar a validade de afirmações, são alguns dos aspectos importantes que o professor deve promover.

4. Instrumentos para aperfeiçoar o discurso. Neste ponto a diversidade é grande e o professor pode socorrer-se de materiais manipuláveis, figuras, diagramas, tabelas, gráficos, histórias, explicações ou argumentos escritos e apresentações orais ou dramatizações. Os computadores e as calculadoras são também instrumentos valiosos de que o professor deve dispor para encorajar o aperfeiçoamento do discurso.

5. Ambiente de aprendizagem. Mais do que um contexto físico, o ambiente da sala de aula constitui um currículo escondido com mensagens sobre o que realmente conta na aprendizagem e no fazer matemática. Cabe ao professor criar um ambiente intelectual que tenha como regra um compromisso sério com o pensamento matemático que encoraje constantemente os alunos a trabalhar independentemente ou em colaboração de modo a dar sentido à matemática, dado que o meio ambiente da sala de aula constitui a base em que assenta a aprendizagem do aluno.

6. Análise do ensino e da aprendizagem. Tentar compreender, tanto quanto possível, os efeitos em cada aluno da aula de matemática é essencial para um bom ensino. Assim, torna-se imprescindível que o professor analise o ensino e a aprendizagem, observando, ouvindo e examinando os efeitos que as actividades, o discurso e o ambiente de aprendizagem determinam no conhecimento, aptidões e predisposição matemáticos dos alunos.

A necessidade de orientações precisas, mas ao mesmo tempo abertas, que permitam a cada professor imprimir o seu modo de ensinar sem nunca perder de vista os objectivos relevantes para a disciplina a que todos os jovens devem ter acesso, é sem dúvida uma mais valia para o desenvolvimento profissional dos docentes. Assim, conscientes da difícil tarefa de ensinar, subscrevemos esta visão do NCTM, quando refere que,

> "Os professores eficazes são aqueles que conseguem estimular os seus alunos a aprender matemática. A pesquisa em educação oferece forte evidencia de que os alunos apenas aprendem bem matemática quando constróem a sua própria compreensão da matemática. Para compreender o que aprendem, devem representar para si mesmos os verbos de que está impregnado o currículo de matemática: "examinar", "representar", "transformar", "resolver", "aplicar", "demonstrar", "comunicar". Isto acontece muito rapidamente quando os alunos trabalham em grupo, quando se envolvem em discussões, fazem apresentações e se encarregam por outras formas da sua própria aprendizagem."
>
> (*Everybody Counts,* National Research Council 1989, pp. 58-59, citado nas *Normas Profissionais para o Ensino da Matemática*, 1994, p. 2)

Após a análise destes dois documentos que "regem" o processo de ensino e aprendizagem da matemática escolar, pensamos que as opções assumidas nesta nossa investigação para abordar os Números Racionais estão completamente contextualizadas. De facto, a importância dada à resolução de problemas, à diversificação de experiências de aprendizagem, à utilização de diferentes recursos como os materiais manipuláveis, as histórias para crianças, promovendo a autonomia e o desenvolvimento das competências sociais dos alunos, aspectos sempre presentes nos objectivos a alcançar com o estudo da disciplina, e a forma como abordámos o estudo dos Números Racionais parece-nos estar plenamente justificada.

II-3. Introdução ao conceito de Número Racional

Neste capítulo abordaremos a definição de número racional bem como as suas diferentes interpretações (ou subconstructos) de acordo com a pesquiza desenvolvida pelo grupo de investigadores que integra o *Rathional Number Project* (*RNP*, 1979-2007).

São as noções aqui enunciadas que procuraremos transmitir aos alunos, motivando-os pela utilização da leitura de uma história e pelos vários problemas e tarefas formulados no cenário da mesma.

3.1 Definições e Notações

Considerando que três alunos resolvem comprar um chocolate que custa oitenta e cinco cêntimos e cada um deve contribuir com o mesmo valor para obter exactamente a mesma quantidade de chocolate, estes alunos, ao efectuarem a divisão, rapidamente concluem que esta não é exacta, pois o valor obtido é 28,3333... . Concluindo que a divisão de dois números inteiros pode por vezes não ser exacta o que conduz ao aparecimento de outros números que não os inteiros.

Como representar então o valor exacto que cada aluno tem que pagar pelo chocolate?

Como representar cada uma das partes em que o chocolate terá de ser dividido?

Para dar resposta a questões como esta, surgem novos números que se denominam Números Racionais e possuem uma notação própria.

Segundo Reis e Fonseca, na sua obra *Números e Operações* de 2000, temos

Definição 1: Denomina-se **Número Racional** todo o número da forma $\frac{a}{b}$ em que a e b representam números inteiros, sendo b diferente de zero. O conjunto destes números designa-se por **Conjunto dos Racionais,** que denotaremos por Q. Tem-se, pois,

Q= $\{\frac{a}{b} : a, b \in Z| \wedge b \neq 0\}$.

Tal como referem as mesmas autoras,

Observação 1: A par da notação indicada acima usa-se, também, por vezes, a notação (a, b) em substituição de $\frac{a}{b}$, que também se denomina **fracção**, sempre que não haja perigo de confusão, tendo-se, Q= $\{(a, b) : a, b \in Z| \wedge b \neq 0\}$.

Observação 2: Tomaremos $-\frac{a}{b} \equiv \frac{-a}{b} \vee -\frac{a}{b} \equiv \frac{a}{-b}$ de acordo com os cálculos a efectuar.

As fracções são usadas para representar diferentes situações concretas. Vejamos alguns exemplos,

1. Seis bombons que serão oferecidos a um menino, $\frac{6}{1}$, isto é, 6 . Temos $6 \equiv \frac{6}{1} \in Q$. Mais geralmente: $Z| \subset Q$ (todo o número inteiro é um número racional).

2. Uma parte de um bolo que foi dividido em 5 partes iguais representamos por $\frac{1}{5}$. Tem-se $\frac{1}{5} \equiv 0{,}2 \in Q$. Mais geralmente podemos escrever $\frac{1}{z_1} \equiv 0, z_2 \in Q,\ \forall z_1, z_2 \in Z|$.

3. Duas partes de um percurso, tomado como unidade, que foi dividido em seis partes iguais, $\frac{2}{6}$. Ora, $\frac{2}{6} \equiv 0{,}333... \in Q$. Nota-se por 0,(3). Mais geralmente escreve-se $0, z_1 z_1 ... \in Q, \forall z_1 \in Z|$. Nota-se por $0,(z_1)$.

4. A razão entre o saldo e o débito de uma conta bancária, $\frac{13}{-6}$. Tem-se que $\frac{13}{-6} \equiv -2{,}166... \in Q$. Nota-se por -2,1(6). Mais geralmente: $z_1, z_2 z_3 z_3 ... \in Q, \forall z_1, z_2, z_3, ... \in Z|$. Nota-se por $z_1, z_2(z_3)$.

Os números racionais podem também ser representados graficamente por um dos dois modos seguintes:

- Considerando o segmento de recta $\overline{01}$ como unidade e dividindo-o em doze fracções (por exemplo), cada uma dessas fracções associada a um número racional é representada por $\frac{1}{12}$.

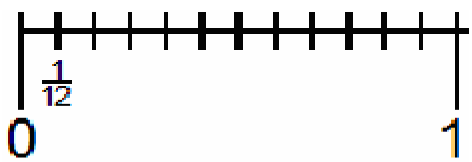


Figura 4. Segmento de recta $\overline{01}$, dividido em doze segmentos.

- Num referencial cartesiano XOY, tomando para unidade em cada um dos eixos OX e OY um segmento de recta arbitrário $\overline{01}$, podemos associar a cada par ordenado (a,b) o número racional $\frac{a}{b}$.

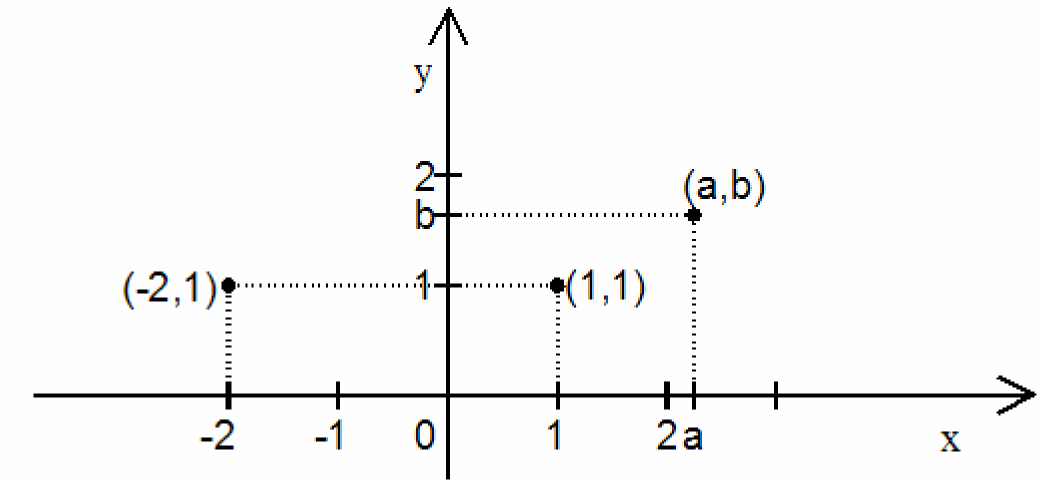


Figura 5. Referencial cartesiano XÔY.

Na sua forma mais geral, e ainda segundo Reis e Fonseca (2000),

Definição 2: Denomina-se dízima toda a expressão da forma $a_0, a_1a_2...a_n...$, com $a_0 \in Z|$, parte inteira da dízima, e $a_i \in |N_0 (i = 1,...,n,...)$ constituindo respectivamente o ante-período (que pode ou não existir) e o período (parte que se repete) podendo formalizar-se, pondo $a_0, a_1a_2...a_n... = a_0 + \frac{a_1}{10} + \frac{a_2}{10^2} + ... + \frac{a_n}{10^n} + ...$

- Se n é um número finito a dízima denomina-se **Dízima Finita** (Exemplo 2);
- Se a dízima é infinita e não possui ante-período denomina-se **dízima infinita periódica simples** (Exemplo 3, ou ainda outro exemplo: 0,(24)).

- Se a dízima é infinita e possui ante-período e período, denomina-se **dízima infinita periódica com ante-período ou periódica mista** (Exemplo 4, ou ainda outro exemplo: 31,4(3)).

Observação 3: As notações 0,(3) e 2,1(6), respectivamente dos exemplos 3 e 4 devem ser sempre entendidas como aí. Assim, 0,(3) - 2,1(6) deve sempre calcular-se pondo $\frac{2}{6}-\frac{13}{6}=-\frac{11}{6}=-1{,}8(3)$.

Observe-se que $0{,}3-2{,}16=-1{,}86\neq 1{,}8(3)$ e que, $-0{,}3\times 2{,}16\neq -\frac{2}{6}\times\frac{13}{6}$, o que exemplifica o cuidado a ter com o tratamento das notações usadas.

No exemplo 2, temos um caso particular de dízimas finitas, muito utilizadas em situações do dia a dia, como por exemplo, nas medidas de comprimento, que os alunos conhecem, pelo menos, desde o terceiro ano de escolaridade de Ensino Básico.

Reis e Fonseca (2000) definem,

Definição 3: Os números racionais representados por dízimas da forma $a_0,a_1a_2...a_k = a_0a_1a_2...a_k \times 10^{-k}$ (k finito) são vulgarmente designados por números decimais.

Deste modo podemos escrever,

Exemplos:

5. $1{,}5 = 15\times 10^{-1}$

6. $1{,}54 = 154\times 10^{-2}$

7. $1{,}547 = 1547\times 10^{-3}$

Um problema interessante é solicitar a um aluno que escolha para si a parte maior de um chocolate, sendo as opções $\frac{1}{4}$ ou $\frac{2}{8}$ do mesmo chocolate. Para responder a noção de fracção equivalente facilitará a opção a tomar.

Teremos então,

Definição 4: Se para um determinado número racional q se tem $q = \frac{a}{b}$ e $q = \frac{a_1}{b_1} (a, b, a_1, b_1 \in Z \mid, b, b_1 \neq 0)$ as fracções $\frac{a}{b}$ e $\frac{a_1}{b_1}$ denominam-se **Fracções Equivalentes** (Reis e Fonseca, 2000).

Um aluno em posse da noção de fracção equivalente, rapidamente compreende que é indiferente escolher $\frac{1}{4}$ ou $\frac{2}{8}$ do mesmo chocolate, pois $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = 0{,}25$. Ou seja, $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{8}$ são fracções equivalentes.

3.2 Compreender o conceito

São vários os investigadores que se têm debruçado sobre a importância da compreensão do conceito de Número Racional (Kieren, (1976); Novillis, (1976); Rappaport, (1962); Riess, (1964); Usaskin, (1976), Behr, Lesh, Post & Silver , (1983), Mack (1990, 1993, 2001), Nunes, Bryant, Pretzlik, Evans, Wade & Bell (2004), Nunes e Bryant (2005)).

Obter indicações sobre o modo como os conceitos se desenvolvem ao longo do tempo, quando os alunos são expostos a um plano de ensino bem estruturado, é crucial para promover a aprendizagem efectiva da matemática a todas as crianças. Este caminho tem vindo a ser trilhado pelo *Rational Number Project* desde 1979.

Pela sua importância, atestada nos numerosos trabalhos e sua repercussão na construção de um currículo para o ensino dos Números Racionais, abordaremos a análise conceptual do Número Racional desenvolvida no âmbito do projecto *Rational*

Number Project (projecto de cooperação inter-universidades, com maior longevidade da história da Educação Matemática).

Os fundamentos teóricos deste projecto assentam em quatro teorias separadas mas que se suportam mutuamente. A primeira é devida a Kieren (1976) e trata da análise dos Números Racionais em subconstructos, ou interpretações. A segunda reflecte a interpretação de Post e Reys's (1979) do trabalho de Dienes (1967) sobre os princípios de percepção e variabilidade matemática. O terceiro, refere-se à análise desenvolvida por Lesh's (1979) sobre a relação entre os modos de representação, a aquisição e o uso do conceito de Número Racional. Por último, a análise das estruturas de memorização desenvolvidas pelos alunos quando inseridos no ensino organizado de acordo com esta proposta.

Pelo exposto atrás, impõe-se uma abordagem ao trabalho desenvolvido por Kieren (1981).

Este autor identificou quatro subconstructos matemáticos de Número Racional: medida, quociente, razão e operador. Cada um providencia uma experiência quantitativa e relacional sobre os Números racionais. Estes subconstructos representam padrões de pensamento, matemática e psicologicamente dependentes. A equivalência e a partição são, segundo Kierem, mecanismos construtivos na construção do conhecimento dos Números Racionais que operam ao longo dos quatro subconstructos, alargando imagens e construindo as ideias matemáticas.

Analisemos os quatro subconstructos de Número Racional propostos por Kieren (1981).

1º. - As interpretações <u>parte-todo</u> e <u>medida</u> de Número Racional.

A interpretação <u>parte-todo</u> depende da capacidade de fazer a partição de uma quantidade contínua ou um conjunto de objectos discretos, em partes iguais ou subconjuntos iguais. Kieren (1981) considera este sub-constructo um importante gerador de linguagem e fundamental para o desenvolvimento do conceito de Número Racional.

Para representar fracções os modelos mais usados são o rectângulo, o círculo, as folhas de papel para dobragens, que envolve a compreensão da noção de área, conjuntos de objectos discretos e a recta numérica.

Notemos que Behr et al (1983) referem estudos realizados por Novillis-Larson (1980), com crianças do 7º ano de escolaridade, onde foi usado o modelo da recta numérica. Estes estudos mostram a dificuldade dos alunos em compreender a unidade de referencia, sobretudo quando o comprimento da recta tem duas unidades. Os resultados mostram também que as crianças não associam 'um terço' ao ponto da recta em relação ao qual a divisão faz corresponder 'dois sextos'.

2ª. - O Número Racional como Ratio, (razão), refere-se a uma relação que diz respeito a uma grandeza relativa. No entanto é mais correcto considera-lo como um índice comparativo ao invés de um número. Quando duas razões são iguais diz-se que estão na proporção de uma para outra. Nesta interpretação, o símbolo x/y refere uma relação entre duas quantidades, traduz "quanto há" de uma quantidade (x) em relação a outra quantidade (y), como por exemplo a razão entre a quantidade de areia e a quantidade de cimento num balde cheio, onde o valor da razão é a expressão numérica da comparação.

3º. - O Número racional como quociente (indicando divisão e também elemento de um campo quociente), corresponde a outra interpretação. O símbolo x/y que de acordo com a interpretação parte-todo representa uma parte de uma quantidade inteira de uma unidade, quando consideramos o subconstructo ratio, x/y representa a relação entre duas quantidades, mas, x/y pode ser usado para indicar uma operação. De facto x/y pode também ser usado como modo de escrever $x \div y$, que indica divisão, ou o quociente e corresponde a outra interpretação dos Números Racionais. Kieren (1976), considera que esta interpretação de número racional envolve, pelo menos, dois níveis de sofisticação. Um diz respeito à capacidade para estabelecer a equivalência entre, por exemplo, 4/2 e 2 e entre 1/3 e 0,(3). O outro, refere-se ao facto dos Números Racionais também se poderem considerar como elementos de um campo quociente e por isso poderem usar-se para definir equivalência, adição, multiplicação e outras propriedades numa perspectiva puramente dedutiva. Então, todos os algoritmos derivam de equações por via das propriedades do campo quociente.

4º. - Por último, surge o Número Racional interpretado como operador, que impõe uma interpretação algébrica. Aqui x/y é entendido como uma função que transforma figuras geométricas noutras semelhantes mas x/y vezes maiores, ou ainda, que transforma um conjunto com n elementos, noutro com nx/y elementos. Quando se aplica o operador x/y a um segmento de recta de comprimento uma unidade, o operador aumenta o tamanho do segmento x vezes e diminui-o por um factor y.

A interpretação operador é particularmente útil no estudo da equivalência de fracções e na operação multiplicação.

Behr et al (1983), fazem uma analogia entre este sub-constructo de Número Racional e uma máquina: "máquina função". Assim 3/4 é entendido como uma máquina de 3 para 4: um input de comprimento ou de cardinalidade 4 produz um autput de comprimento ou cardinalidade 3.

A análise desenvolvida por Behr et al (1983) dos subconstructos de Número Racional desenvolvidos por Kieren (1981), resultou numa redefinição de alguns e em algumas subdivisões de outros. Assim, estes investigadores consideram sete subconstructos que auxiliam os alunos a desenvolver os conceitos básicos sobre fracções. Passamos a descreve-los:

Fracção (fractional measure) representa a reconceptualização da noção parte-todo. Esta interpretação remete para a questão: quanto é que existe de uma quantidade relativamente a uma dada unidade dessa quantidade? Considerando 3 partes de uma unidade (bolo ou tarte, por exemplo) dividida em 4 partes iguais, ou quando se consideram 3 objectos de um conjunto de 4 objectos iguais, pode dizer-se 3/4 (três quartos) de uma unidade sendo 3 a quantidade a ter em conta e 4 a unidade considerada dessa quantidade.

Razão (Ratio) expressa a relação entre duas quantidades. Assim 3/4 lê-se 3 para 4 e indica, por exemplo a relação entre o número de ovos e o peso da farinha numa determinada receita culinária.

Taxa (Rate) define uma nova quantidade como resultado da relação entre duas outras quantidades. Os autores exemplificam com a velocidade, definida como a relação entre a distância e o tempo, por exemplo, '3/4 km por hora'.

Embora se adicionem rates, os ratios raramente se adicionam.

Quociente. Este subconstructo interpreta o número racional como um quociente. Isto é, x/y é interpretado como x dividir por y. Assim, considerando 3 bolos a dividir igualmente por 4 amigos cabe 3/4 a cada um e lê-se '3 a dividir por 4'.

Coordenada linear é um subconstructo semelhante ao descrito por Kieren como medida. Os Números Racionais são interpretados como pontos numa recta, enfatizando-se o facto de serem um subconjunto dos Números Reais. No sistema de coordenadas cartesiano 3/4 pode ser visto como uma linha que contém todos os pares ordenados (x,y) em que (x,y)=3/4.

Decimal. Este subconstructo enfatiza as propriedades associadas ao sistema de numeração decimal. Os números racionais reproduzem decimais quando representados na base 10.

Operador. Nesta interpretação o Número Racional é entendido como um transformador (ampliador ou redutor de uma figura geométrica, por exemplo), corresponde ao conceito de função.

Os subconstructos parte-todo e partição, baseados em quantidades contínuas e discretas, representam constructos fundamentais para o desenvolvimento do conceito de Número Racional. Constituem o ponto de partida para o ensino dos outros sub-constructos. A interpretação Ratio é entendida como a mais natural para promover a compreensão do conceito de equivalência e os subconstructos operador e medida são muito úteis para desenvolver a compreensão da multiplicação e da adição. Na figura seguinte estão sintetizadas estas perspectivas.

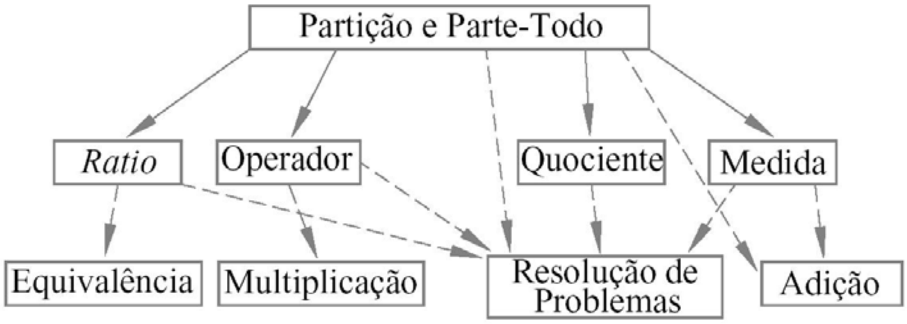


Figura 6. Esquema conceptual para o ensino dos Números Racionais, adaptado de Behr et al (1983)

Procurando descrever o papel que vários sistemas de representação dos Números Racionais (como os materiais manipuláveis, os símbolos escritos, a linguagem, as figuras) desempenham na aquisição e utilização dos conceitos de Número Racional, Lesh, Landan & Hamilton (1979) mostraram que os materiais manipuláveis são apenas uma componente no desenvolvimento dos sistemas de representação e que outros modos de representação, também, representam um papel importante na aquisição e uso dos conceitos. Uma vez que não existe um material manipulável que se considere o melhor para todos os alunos nem para todas as situações que envolvem o estudo dos Números Racionais, o grande propósito do ensino, segundo estes autores, é identificar actividades que envolvam manipulação, utilizando materiais cuja estrutura sirva a estrutura do conceito de Número Racional que está a ser ensinado. Lesh (1979) elaborou um modelo que sugere que as aprendizagens aumentam quando os alunos têm oportunidade de explorar ideias matemáticas através de múltiplas perspectivas, como os materiais manipuláveis, as figuras, os símbolos escritos e orais e os contextos da vida real. Este modelo também sugere que é a translação dentro e entre representações que possibilita aos alunos a aquisição das ideias com significado.

Surge assim um modelo interactivo para usar diferentes sistemas de representação de Número Racional, esquematizado na figura seguinte:

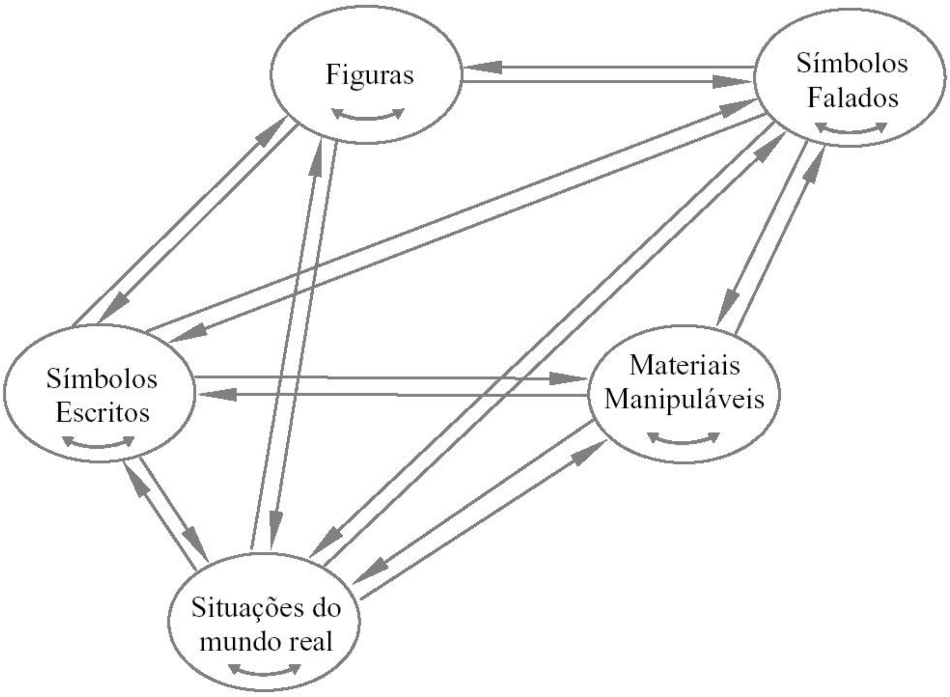


Figura 7. Modelo interactivo para usar sistemas de representação, adaptado de Behr el al. (1983).

Este modelo sugere que os alunos não trabalham apenas com uma representação para alcançar a solução de um problema. Sugere que os problemas da realidade são frequentemente resolvidos por tradução da situação real para algum sistema de representação, operando com esse sistema de representação de forma a produzir resultados ou previsões e traduzindo os resultados de volta à situação real. Também se conclui que muitos problemas são resolvidos utilizando sequências parciais de sistemas de representação como intermediários. Por exemplo, entre situações reais e as figuras ou, entre as figuras e os símbolos escritos.

Conceitos como: partição, equivalência, ordem e unidade (reconhecimento da unidade) são ferramentas de pensamento essenciais para compreender os Números Racionais (Behr et al, 1983). Tal como referem Behr & Post (1992), actividades desenvolvidas com recurso à interpretação parte-todo favorecem o trabalho com os conceitos de equivalência, ordem e operação com números racionais.

II-4. Usando as Histórias para Crianças

Uma história de dividir

Um divisor dividia
Muitíssimo devagar.
A divisão bem podia,
Dizia ele, esperar.

O dividendo, mais lesto,
não podendo perder tempo,
dia a dia ia perdendo
a paciência e o resto.

E, encarando o amigo,
falava-lhe duramente:
"Não posso contar contigo,
és um inquociente!"
Pina, M. A. (2001, p. 17).

Neste número abordaremos a utilização das histórias para crianças como meio para aumentar a motivação, estimular a curiosidade e estabelecer um cenário comum a todos, onde cada aluno possa contribuir com a sua especificidade, com as suas experiências pessoais, e construir significados para os diferentes conceitos matemáticos, trabalhados através de situações problemáticas criadas no cenário de uma história.

4.1 A literatura infanto-juvenil.

A literatura infanto-juvenil, mais vulgarmente designada por "histórias para crianças" tem, hoje, uma visibilidade significativa. Assiste-se a um crescente interesse pela importância do livro enquanto factor eminentemente lúdico e educativo (Bastos, 1999).

As designações "literatura para crianças" ou "livros para crianças" ou ainda "literatura infantil" e literatura infanto-juvenil, são, segundo Bastos (1999), expressões utilizadas para denominar o mesmo domínio. No sentido de clarificar o conceito, esta autora, apresenta a seguinte perspectiva de vários autores:

Bicchhonnier (1991) refere que, "o termo genérico "literatura para crianças" recobre duas realidades contraditórias: o mundo da literatura e o das crianças. Por literatura, entende-se geralmente escrita livre inspirada, uma estratégia pessoal de autor, não tendo a preocupação de agradar a ninguém em particular. É o mundo da literatura. É suposto um autor seguir o seu propósito sem se deixar desviar por um qualquer compromisso. Quando escrevemos para crianças, a estratégia é forçosamente muito diferente, uma vez que nos dirigimos a um público preciso (...)." (Bastos, 1999, p. 23).

Cervera (1991), explicita que uma definição de literatura infantil deve ser simultaneamente integradora e selectiva. Assim, propõe que na literatura infantil se integre "toda a produção que tenha como veículo a palavra com um toque artístico ou criativo e como destinatário a criança". (p. 23).

O conteúdo e a qualidade são dois componentes considerados essenciais por Judith Hillman (1995), para definir literatura para crianças. Esta autora destingue alguns aspectos relevantes para o conteúdo, como: as "experiências típicas da infância escritas na perspectiva da criança; caracteres infantis ou similares; intrigas simples e directas e centradas na acção; um sentimento de optimismo e inocência; uma tendência para combinar a realidade com a fantasia" (Bastos, 1999, p.25). No que diz respeito à qualidade, Hilmann, tal como refere Bastos (1999), "apresenta como características do literário o seu poder para satisfazer (o prazer do texto), explicar, convidar, concluindo que a literatura oferece palavras para descrever e explorar os nossos pensamentos, sonhos e histórias" (p. 25).

Ramos (2005) assume que "literatura infantil" compreende uma produção literária com um destinatário preferencial, definido sobretudo, por uma determinada faixa etária (...) que pode ser concebida como uma produção em tudo semelhante (do ponto de vista da qualidade, do rigor e do sentido estético e artístico) à que é produzida para adultos (...)." (p. 118).

Analisando as diferentes definições apresentadas, emergem dois aspectos. Um diz respeito à palavra como elemento chave de criação. Criação que se quer rigorosa, criativa, com grande sentido estético e artístico e que carece da inspiração de cada autor. O outro, indissociável, diz respeito ao destinatário, a criança. A fusão destes dois aspectos está na base das produções onde a palavra une sonhos, histórias, fornece cenários para imaginar, problematizar, reflectir, recriar e sobretudo dá prazer, abrindo caminho ao desenvolvimento da curiosidade e à vontade de conhecer mais palavras e 'realidades'.

Assim, aquilo a que neste trabalho designamos por "histórias para crianças" incorpora este domínio que "envolve alguma complexidade e pode abarcar realidades distintas, consoante o posicionamento que se tenha face às diferentes produções" (Bastos, 1999, p. 25).

4.2 Formas de usar a literatura para ensinar matemática

Nos últimos anos tem-se assistido a um crescimento do uso da ligação entre a matemática e as histórias para crianças. As razões para o aumento desta parceria são várias. Destacamos, a motivação (Usnick & McCarthy, 1998, citado por Haury, 2001), o aumento de interesse (Welch-man-Tischler, 1992, citado por Haury, 2001), a ajuda que fornece ao aluno a estabelecer conexões entre as ideias matemáticas, os conceitos e as suas experiências pessoais, além de promover o pensamento crítico (Murphy, 2000, citado por Haury, 2001), ou ainda, pelo facto de providenciar o contexto para usar a matemática para resolver problemas (Jacobs & Rak, 1997; Melser & Leitze, 1999, citado por Haury, 2001). Outro contributo é apresentado por Hebert and Furner (1997) , citados por Haury (2001) ao introduzirem a ideia de "biblioterapia" no sentido da literatura ajudar os alunos a ver a matemática como uma ferramenta para tornar a vida mais fácil.

Vários investigadores exploraram esta ligação com resultados animadores. Whitin and Whitin (2000), exploraram o modo como os alunos do quarto ano de escolaridade, usaram as histórias e a linguagem para desenvolver as competências do pensamento matemático. Estes autores apresentam na sua obra um conjunto de ideias para ensinar conceitos matemáticos e inspirar investigações com recurso à literatura para crianças. Também Smolle (2000) apresenta na sua obra *A Matemática na Educação Infantil,* um conjunto de experiências de exploração de histórias para promover aprendizagens em matemática ao nível do ensino Pré – Escolar e do 1º ciclo do ensino básico, muito profícuas em termos de desenvolvimento das competências matemáticas dos alunos.

A natureza interactiva de que se reveste a leitura de uma história é um factor de extrema importância para que a criança se integre no contexto da história, imagine, crie ou recrie o contexto onde esta decorre. De facto, a leitura de uma história, proporciona oportunidades de discussão livre e espontânea, encorajando as crianças a participar activamente nas sua aprendizagens (NAYEC, 1998; Smolkin & Donovan, 2000, citado por Cadima & Silva, 2005), além de fornecer o contexto comunicativo, possibilitador de aprendizagens significativas (Castro & Gomes, 2000, citado por Cadima & Silva, 2005).

Ligar a literatura para crianças à matemática pode permitir o contexto favorável para abordar noções matemáticas específicas, resolver problemas, envolver os leitores na matemática que a história contem ou que se percepciona, e facilitar aos leitores o uso, a generalização e a aplicação dos conteúdos matemáticos que contém. Welchman-Tischler (1992) dão a seguinte classificação dos modos de usar as histórias na aprendizagem da matemática:

1. Para fornecer o contexto ou modelo para uma actividade com conteúdos matemáticos.
2. Para introduzir materiais manipuláveis que serão usados de diversas formas (não necessariamente como na história).
3. Para inspirar experiências criativas com matemática.
4. Para propor um problema interessante.
5. Para preparar um conceito ou competência matemática.
6. Para explicar um conceito ou competência matemática.
7. Para rever um conceito ou competência matemática.

Smolle (2000), evidencia que a ligação matemática – literatura para crianças pode implicar,

"- relacionar ideias matemáticas à realidade, de forma a deixar clara e explícita a sua participação, presença e utilização nos vários campos da actuação humana, valorizando, assim, o uso social e cultural da matemática;

- reconhecer a relação entre diferentes tópicos da matemática relacionando várias representações de conceitos ou procedimentos umas com as outras;

- explorar problemas e descrever resultados usando modelos ou representações gráficas, numéricas, físicas e verbais." (p. 68).

4.3 A importância do contexto

Austin (1998), citado por Haury (2001), debruçou-se sobre os critérios para avaliar os livros com relações com a matemática. Esta autora afirma que os livros usados devem oferecer uma prazerosa e autêntica experiência literária bem como a oportunidade de usar a matemática com um propósito real. Para aquele autor (1998) o contexto é a chave.

A relação que os assuntos tratados, ou abordados, no livro têm com os interesses da criança, a existência de uma ou mais situações problemáticas ou problematizaveis que ofereçam diferentes possibilidades e níveis de solução e o nível de realidade que o contexto da história, pode trazer para a sala de aula, parecem-nos ser de extrema importância para o sucesso desta relação.

Yunes e Pondé (1989) citado por Smolle (2000) referem que "enquanto o ensino alimenta uma proposta distante, desarticulada e fragmentada da realidade do aluno, a literatura pode oferecer elementos dessa mesma realidade como auxílio para a compreender." (p. 68).

Se tradicionalmente se concebe e utilizam histórias para promover aprendizagens ao nível da Língua Portuguesa, nomeadamente no crescimento de vocabulário e da linguagem oral, no conhecimento das convenções do impresso e no gosto e motivação para a leitura (Dickinsin & Smith, 1994; Sipe, 2000; Smolking & Donavan, 2000, citados por Cadima & Silva 2005), a utilização de uma história para crianças, para potenciar aprendizagens em matemática ao nível do 2º ciclo do ensino básico não é uma prática comum, em Portugal. Mas, tal como afirma Vygotsky (1998), a imaginação e a fantasia constituem a base de toda a actividade criadora e manifestam-se por igual em todos os aspectos da vida cultural, possibilitando a criação artística, científica e técnica. Deste modo, a fantasia, como fonte de interpretação da realidade, podem marcar presença nas aulas de Matemática através da exploração matemática das histórias para crianças. Neste contexto, a escolha da história para trabalhar os Números Racionais, revelou-se complexa. Não por escassez de oferta de literatura para crianças, mas porque procurávamos satisfazer os vários requisitos atrás explanados. A escolha recaiu sobre a interessante obra "Ainda não estão contentes?", de António Torrado. Nesta história é inegável o sentido estético e artístico impresso pelo autor. Por outro lado, o contexto oferece-nos uma situação potencialmente real, pois passa-se num Jardim Zoológico, onde certamente, quase todas as crianças com pelo menos nove anos de idade já estiveram e do qual guardam boas recordações. Neste contexto, os caminhos a explorar e a problematizar são vários, pois a acção decorre, concretamente, numa aldeia de macacos de um qualquer Jardim Zoológico e centra-se na insatisfação manifestada pelos seus habitantes, os macacos. Esta obra centra-se num problema, tal como podemos ler: "Mas os macacos, a certa altura – e aqui é que começa propriamente, a nossa história – puseram-se a protestar que dez bananas não chegavam para vencer a fome." (Torrado, A. 1994, p. 25). Com alguma ironia, o autor vai apresentando, através da personagem do tratador, algumas soluções que continuam a não satisfazer os macacos, "- Ai não chegam? – resmungou o tratador. – Esperem que já vos arranjo! Pois, a partir de amanhã, vão passar a ter duas refeições." (Torrado, A. 1994, p. 25).

De um ponto de vista matemático, podemos dizer que António Torrado centra a acção da história num problema e adopta a estratégia "tentativa erro", devidamente adaptada (pois trata-se de um problema da vida real) para o resolver. O processo que escolhe para o efeito é a divisão da ração de bananas de cada macaco em partes (que vão aumentando a cada nova tentativa de resolução do problema), constituindo cada parte mais uma refeição para os macacos ao longo do dia. A estratégia adoptada pelo tratador não se revelou eficaz na resolução do problema, até porque as sucessivas interpretações feitas pelo tratador da solução obtida, era sempre algo satíricas. A história termina em aberto, " Entretanto, o tratador continua a fazer contas. Ele tem mais uma solução de reserva. Até segundo parece, já foi comprar uma faca de cortar bananas, prevendo novas possibilidades…". (Torrado, A. 1994, p. 25). Este fim traz consigo a necessidade de encontrar soluções para o problema da história, permitindo um "recomeço". Neste contexto, tirámos partido da perseverança do tratador, invertemos, de algum modo, o tom irónico que se percebe ao longo do texto na tomada de decisões do tratador e formulamos diferentes problemas e tarefas que serviram de ponto de partida para trabalhar os diferentes subconstructos do Número Racional e relacionar as ideias matemáticas (necessárias à resolução dos problemas formulados) com o uso social da matemática, facilitando a compreensão dos conceitos em estudo e a sua aplicação para resolver outros problemas propostos.

O primeiro problema formulado, que abriu caminho a todos os outros, foi o seguinte:

"O tratador, preocupado com a insatisfação dos seus macacos, resolveu convidar três amigos para lanchar e discutir com eles o seu problema.

Estes 4 amigos pediram uma tarte de maçã para cada um. Mas, azar dos azares, só havia 3! Resolveram então mandar vir as 3 tartes e dividi-las igualmente.

1.1 Que parte de tarte comeu cada amigo?

Descreve o processo que utilizaste para responder à pergunta. Para isso podes utilizar palavras, desenhos, esquemas, cálculos ou o material disponível na tua mesa de trabalho.

1.2 Cada amigo comeu mais ou menos do que uma tarte? Explica como pensaste."

(Apêndice I, Fichas de trabalho).

II-5. Aprender trabalhando em comum

> "A intenção é promover uma abordagem do ensino e da aprendizagem da matemática que atribua uma ênfase especial aos processos associados à resolução de problemas em contextos reais, tornando-os flexíveis ao tratamento matemático, usando conhecimento matemático relevante para os resolver e avaliando as soluções obtidas no seu contexto original. Se os alunos aprenderem a fazer estas coisas, ficarão mais preparados para darem uso aos seus conhecimentos e destrezas matemáticos ao longo da vida. Tornar-se-ão matematicamente literatos."(OCDE 2004, p. 10. 2005).

Neste capítulo abordaremos as opções que regeram o nosso trabalho de campo, quer ao nível da dinâmica desenvolvida em sala de aula, quer ainda ao nível das opções assumidas na abordagem aos números racionais.

Fá-lo-emos anteceder de algumas das visões de maior peso sobre a aprendizagem.

5.1 Aprender

Como é sabido, em Portugal a matemática é uma disciplina com uma taxa de insucesso bastante elevada, sendo rejeitada e temida por muitos alunos. Esta rejeição conduz muitos deles à exclusão, quer ao nível da sala de aula, quer ao nível do acesso a muitos planos vocacionais, que condicionam a sua vida futura. No entanto, estes alunos "quando integram um projecto de inovação pedagógica (Bastos, 1999, Guimarães, Canavarro e Silva, 1993; Ponte, Oliveira, Cunha, e Segurado, 1998) que altera as regras tradicionais do contracto didáctico e que implementa práticas de sala de aula diferentes das habituais, descobrem capacidades que nem sonhavam possuir e os professores que leccionavam as turmas em que se inserem ficam admirados com a qualidade dos raciocínios que eles conseguem efectuar (César 2000b, p. 6).

Se é certo que todo o indivíduo desenvolve um repertório considerável de conhecimento de modo espontâneo, no caso da matemática este conhecimento envolve não só conceitos como também processos intuitivos que dotam o indivíduo da capacidade de resolver vários tipos de problemas. A Escola, muitas vezes, não consegue tirar partido desse conhecimento, procurando que o aluno adquira um conhecimento predominantemente formal, completamente alheado do seu conhecimento espontâneo. Como resultado, os alunos não só revelam grande dificuldade em aprender os conteúdos que a Escola tem para lhe ensinar, como tendem a desvalorizar o seu conhecimento pessoal e intuitivo.

Mas, aprender é um processo reconhecidamente complexo, idiossincrático, que se reveste de um conjunto de exigências relacionadas com o próprio aprendente, com os diferentes ritmos de aprendizagem, as expectativas relativamente à Escola e às aprendizagens em geral, as motivações, e também, com factores psico-sociais como a natureza das tarefas propostas, o estatuto de quem as propõe, as instruções de trabalho fornecidas aos alunos, o modo como estes as interpretam, a situação em que se encontram, o tipo de interacções sociais que se estabelecem na sala de aula e o conjunto de regras que rege a relação didáctica estabelecida entre os diversos actores que interagem numa sala de aula. Assim se percebe a importância do ensino na aprendizagem. Sousa (2007), refere que "é na actividade de ensino que se convida o estudante a fazer relações mais gerais com a vida e com o conteúdo, onde a relação afectiva com o objecto estudado vem à tona." (p. 117).

5.1.1 Algumas perspectivas

Piaget (1990), considera que as estruturas mentais do indivíduo não são geometricamente determinadas, são construídas através do poder da acção. Segundo este autor, os novos conhecimentos vão sendo integrados em esquemas já existentes ou em novos esquemas, entretanto construídos, transformando-se os primeiros em esquemas cada vez mais significativos e complexos.

A aprendizagem é entendida, por este autor, como um processo organizado e cumulativo, de integração (e não sobreposição) de informação que se passa no interior da mente do indivíduo que aprende. No entanto, Piaget (1983) refere que o aluno não conseguirá fazer essa integração de informação enquanto não atingir um certo desenvolvimento intelectual, ou seja, a aprendizagem está dependente do desenvolvimento cognitivo do indivíduo em questão. Aprender, de acordo com esta perspectiva é um empreendimento individualista.

Para Piaget a sequência da apresentação do conhecimento deverá ser organizada de modo a adaptar-se ao desenvolvimento do aluno. Na sua perspectiva, os alunos aprendem gradualmente à medida que se vão desenvolvendo intelectualmente, sendo o crescimento do conhecimento resultado das suas construções individuais. Deste modo a aprendizagem surge como "uma tarefa de descoberta dando ao aluno um certo grau de autonomia e onde o conhecimento é adquirido através de uma gradual aquisição de saberes, a qual pode incluir o uso de manipuláveis, tarefas onde os alunos desafiam conceitos existentes e processos pensados, e técnicas interrogativas que sondam as concepções dos alunos e os encorajam" (Abdal-Haqq, 2001, p. 2).

Para este autor o sujeito necessita de construir o seu próprio conhecimento e fá-lo a partir das estruturas de compreensão que já possui, ou seja, do seu desenvolvimento cognitivo. Se os conhecimentos matemáticos que o aluno deve aprender são susceptíveis de ser por ele assimilados e acomodados, o aluno será capaz de os utilizar posteriormente. Porém, se o aluno se limitar a repetir procedimentos que não compreende, então Piaget afirma que não se pode considerar ter havido aprendizagem. Assim a memorização de um conjunto de algoritmos, de fórmulas, de designações matemáticas não constituem para este autor uma aprendizagem, pois não resistem a três aspectos essenciais: o aluno ser capaz de explicar o que fez; de resistir a contra-sugestões que pretendam por em causa as suas argumentações e de resolver situações problemáticas novas (César, 2001).

Ao contrário de Piaget, Vygotsky (1998) dá ênfase ao contexto social. Para ele "o que se aprende depende das ferramentas disponíveis e estas dependem da cultura na qual vivemos" esclarecendo que "se o meio intercultural não fizer novas exigências e não estimular o intelecto (...) o pensamento não conseguirá atingir os estádios de desenvolvimento mais elevados, ou atingi-los-á apenas com grande atraso" (p.82). Este autor defende que os seres humanos não só são produtos da biologia mas também das suas culturas.

Vygotsky considera que os alunos aprendem conceitos devido a um 'atrito' entre as suas noções quotidianas e os conceitos dos adultos. Tal como refere Abdal-Haqq, Vygotsky "enfatiza a educação para transformação social e reflecte uma teoria de desenvolvimento humano que situa o indivíduo dentro de um contexto sociocultural" (p. 3). Isto é, os alunos fazem generalizações e constróem significados das suas próprias experiências, conhecimento e estratégias. Este conhecimento refere-se ao que aprendeu no meio em que vive e ao que adquiriu na escola, sendo ambos valiosos.

Vygotsky atribui grande importância à interacção social e às relações interpessoais que é complementada pela sua ênfase na utilização de ferramentas culturais tais como símbolos matemáticos. Esta abordagem defende que o desenvolvimento cognitivo dos alunos deve ser entendido, não só como um acontecimento com suporte social em interacção com outros alunos, mas também como um envolvimento no desenvolvimento de capacidades com ferramentas desenvolvidas de uma forma sócio-histórica que medeia a actividade intelectual.

Noutra linha de pensamento, Bruner defende que a aprendizagem humana é participativa, proactiva, comunitária, colaborativa e mais votada à construção de significados do que à sua recepção. Esta perspectiva contraria a ideia de aprendizagem defendida por Piaget que, além de se tratar de um processo individualista, consiste na integração organizada e cumulativa de informação, dependente do desenvolvimento intelectual de cada indivíduo.

De facto, Bruner (2000) citado por Cochito (2004), defende quatro ideias de base sobre o modo como os alunos aprendem. A primeira é a ideia de *acção* ou a mente orientada para os problemas, centrada e selectiva que se desenvolve através de decisões e de processos heurísticos, de descoberta, aliada ao exercício de um maior controlo sobre a actividade mental, orientada para um produto. A segunda é a *reflexão*, fazer sentido, e ir além do que se aprendeu por meio de pensar sobre o seu próprio pensamento. A terceira é a *colaboração*, "porque a mente agenciadora não é apenas activa mas busca o diálogo e o discurso com outras mentes activas e é através dos processos dialógico e discursivo que se consegue conhecer o outro e os seus pontos de vista" (p. 21). A quarta é a *cultura*, o estilo de vida, o pensamento que construímos, negociamos e a que acabamos por chamar "realidade", o nosso sistema de representações.

Tanto Vigotsky como Piaget consideram que os símbolos são produzidos em interacção com o ambiente. Para Piaget, esse ambiente é unicamente composto de objectos, alguns dos quais são objectos sociais enquanto que para Vygotsky, este é composto de objectos e de pessoas que medeiam a interacção do aluno com os objectos. Para ele o indivíduo não emita nem constrói os significados como refere Piaget, mas reconstrói-os. Assim, Vygotsky desenvolve uma teoria integradora onde não há reestruturação sem acumulação associativa, nem associação sem estruturas básicas, os dois processos são interdependentes.

Tal como é referido por César (2001), esta abordagem teve o mérito de ver cada indivíduo ou sociedade como um ser com um percurso próprio, que era necessário compreender, o que levou à procura da diversificação dos métodos e estratégias de ensino, bem como à implementação de um papel cada vez mais activo para o sujeito.

5.1.2 Consequências para o ensino

A estrutura competitivo-individualista, que encontramos, ainda hoje, em muitas das nossas salas de aula, tende a acentuar as diferenças entre os alunos, pré-existentes à sua frequência. Além de ser potencialmente provocadora de conflitualidade e de indisciplina, estabelece as condições óptimas para que um pequeno grupo de alunos protagonize a maior parte das interacções enquanto que os outros dificilmente conseguem êxito e reconhecimento académico (Cochito, 2004). Tal como refere Santos "afectos e cognição são inseparáveis" (1997, p. 46) e assim se percebe que os alunos que em situação de sala de aula não se sentem apreciados e valorizados tenham mais dificuldades de aprendizagem.

À medida que a influência da teoria de Vygotsky foi crescendo, as interacções sociais ocuparam um lugar de maior relevo na investigação. Tomou-se consciência de que o desempenho dos indivíduos depende muito dos contextos sociais em que estão inseridos. Tornou-se inegável o papel primordial do aprendente no processo de aprendizagem bem como o papel do contexto, realçado pelos trabalhos deste autor. Assim, revelam-se pouco eficazes os métodos de ensino baseados na transmissão de conhecimentos, isto é, baseados na crença de que se o professor conseguir um encadeamento dos temas coerente e explicar bem as matérias, então os alunos (ou tal como refere César (2001) pelo menos o aluno médio, que ninguém sabe bem o que é e que podemos nunca encontrar), dispõem-se a aprender – ou são capazes de repetir? - aquilo que lhes pretendemos ensinar.

Nesta linha de pensamento que conjuga os contributos que as teorias de Piaget e Vygotsky podem dar para a compreensão dos mecanismos de apreensão de conhecimentos e aquisição de competências matemáticas e que vai ao encontro da concepção de aprendizagem defendida por Bruner, conceder aos alunos um papel activo na aprendizagem, na construção de conhecimento, proporcionando-lhes um conjunto de tarefas variadas e significativas, fomentando o conflito socio-cognitivo, por forma a que estes sejam capazes de gerir as posições de centração existentes entre eles, conduz a uma maior progressão nas aprendizagens, muito superior ao que se verifica nas situações de trabalho individual (César 2000b). O confronto com pontos de vista diferentes dos seus, ter de ser capaz de argumentar para defender o seu ponto de vista e "saber gerir, do ponto de vista social, a interacção estabelecida (quem lidera, quando o faz, quando se chega a um consenso, quando não abdicamos da nossa opinião) promove o desenvolvimento socio-cognitivo e facilita a apreensão dos conhecimentos e aquisição de competências" (César, 2000a, p. 9). Por seu lado, Carvalho (2001), afirma que o aluno antes de se debruçar sobre a tarefa que deve realizar, começa primeiro por interpretá-la em função das suas experiências passadas e da sua posição social. Se estiver a trabalhar na mesma tarefa com outro, pode acontecer que a situação esteja a ser vivida pelo seu parceiro de um modo diferente, o que os obriga a construir uma intersubjectividade.

Assim, os desempenhos dos alunos progridem quando se estabelecem interconexões fecundas entre as actividades mentais do sujeito e o meio (físico, social) envolvente, "pois não podemos esquecer que é através das interacções sociais que se estabelecem, dentro e fora da escola, que o aluno dá significado ao que aprende" (César, 2000a, p. 9). Isto corresponde a dizer que só se aprende quando se sabe interpretar, no seio do seu próprio sistema de pensamento, o conhecimento que pretendemos apropriar, ou seja, se não há aprendizagem sem a intervenção social, também ela não existe sem a contribuição do que é pessoal ou característico de cada indivíduo (potencialidades do sistema nervoso, um determinado desenvolvimento socio-cognitivo, uma história pessoal composta por diversas vivências e valores).

Tal como refere César (2000a), a origem social da inteligência a par do funcionamento e desenvolvimento dos processos sócio-cognitivos tem-se revelado tão frutuosa que os seus contributos não podem ser ignorados nem sequer por aqueles que optaram por um quadro de referência teórico diferente. Neste "quadro", impõe-se organizar o trabalho em sala de aula de modo que os alunos possam trabalhar a par ou em pequenos grupos utilizando as suas estratégias naturais de resolução e desenvolvendo as suas competências sociais, pois estas não podem ser desenvolvidas individualmente ou trabalhando num ambiente competitivo.

Wood et al. (1996), citado por Sousa (2005) referem que "O nosso papel como professores, ao estabelecer com os alunos um ambiente na aula que os encoraja a exprimir o seu pensamento e ao mesmo tempo permite que coloquem questões uns aos outros, cria, também para nós, um ambiente de aprendizagem. Não se trata apenas de um ambiente que encoraja pensamentos de ordem superior e actividades reflexivas aos nossos alunos, mas também a nós próprios."

5.2 Uma abordagem através de problemas

> "A aprendizagem da Matemática deve estimular a curiosidade e desenvolver a capacidade do aluno para formular e resolver problemas que contribuam para a compreensão, apreciação e poder de intervenção no mundo que nos rodeia; e, nesse processo, deve proporcionar-lhe a experiência e o prazer de enfrentar um desafio e o desenvolvimento da autoconfiança intelectual".
>
> (Associação de Professores de Matemática, 1995, p. 39)

Os problemas podem ser utilizados em contexto educativo com diferentes objectivos: quando se pretende dotar os alunos com estratégias de resolução tornando-os solucionadores de problemas cada vez mais aptos, ou, quando se pretende atender a aspectos matemáticos como explorar, questionar, descobrir e usar raciocínios plausíveis. É ainda possível utilizar os problemas como método de ensino para introduzir conceitos, envolvendo exploração e descoberta, de acordo com as finalidades do ensino da matemática, bem como factos e procedimentos matemáticos (Palhares et al, 2004).

Para melhor clarificação deste número daremos algumas das várias definições de *problema* que encontramos na literatura.

Kantowski, (1974) citado por Palhares (2004), refere que um indivíduo está perante um problema quando se confronta com uma questão a que não pode dar resposta ou uma situação que não sabe resolver usando o conhecimento imediatamente disponível. Para Pólya (1980) ter um problema significa procurar conscienciosamente alguma acção apropriada para atingir um objectivo claramente definido, mas não imediatamente atingível. Segundo Mayer (1985) um problema ocorre quando se é confrontado com uma situação inicial e se pretende chegar a outra situação final, sem se conhecer um caminho obvio para a atingir. Ou ainda, um problema é uma situação para a qual um indivíduo ou grupo é chamado a executar uma tarefa para a qual não tem acesso a um algoritmo que determine completamente o método de resolução (...) A situação não pode ser considerada um problema se a realização da tarefa não for desejada pelo indivíduo ou grupo (Lester, 1983 citado por Palhares, 2004).

Das diferentes definições de problema emergem algumas reflexões:

Se uma questão pode ser resolvida, sem suscitar qualquer tipo de dúvidas, utilizando procedimentos rotineiros e familiares, não interessando a complexidade dos procedimentos, então podemos considerar que se trata de um *exercício*. Por outro lado se a actividade tem questões abertas, menos elaboradas, onde o aluno pode participar na sua formulação (para construir um caminho de resolução a explorar, reformular e explorar outro, se for necessário) e utiliza estratégias difíceis de sistematizar, então estamos perante uma *actividade de investigação*. Neste tipo de actividades a ênfase é colocada no “caminho” e não no “destino” (Palhares et al, 2004).

Consideremos os seguintes exemplos.

Exemplo 1: Um tratador, preocupado com a insatisfação dos seus macacos, resolveu convidar três amigos para lanchar e discutir com eles o seu problema.

Estes 4 amigos pediram uma tarte de maçã para cada um. Mas, azar dos azares, só havia 3! Resolveram então mandar vir as 3 tartes e dividi-las igualmente.

- Que parte da tarte comeu cada amigo?

Este exemplo consiste numa tarefa estruturada, com uma questão bem definida, cuja resposta implica descobrir o caminho ou caminhos para a solução.

Exemplo2: O "Rectângulo das Fracções"

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$
$\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{10}$
$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{10}$
$\frac{4}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{10}$
$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{5}{10}$

A Ana disse "Neste rectângulo de fracções" encontrei 35 fracções que representam números menores do que 1".

Concordas com a Ana? Explica o teu raciocínio.

Descobre relações ou regularidades nas fracções do "Rectângulo". Explica as tuas descobertas.

Este exemplo não se enquadra nas definições de problema apresentadas. Trata-se de uma tarefa muito aberta, cujas estratégias de resolução são difíceis de sistematizar, sem uma pergunta bem definida e onde se revela necessário formular algumas questões para construir um caminho/resolução, como por exemplo: Onde se localizam as fracções menores que $\frac{1}{2}$? E as fracções que representam números decimais? Quais as fracções que representam a unidade? Quais as características das fracções que representam números maiores do que 1? Podemos escrevê-las na forma de numeral misto fraccionário?, etc.

De um modo geral, resolver problemas envolve levantar questões, analisar situações, realizar esquemas, formular conjecturas e tomar decisões.

Palhares et al, (2004) referem que na matemática, resolver um problema passa por combinar vários elementos, tais como:

- A organização da informação;
- O conhecimento de estratégias;
- As diferentes formas de representação;
- A tradução de linguagens;
- A aplicação de vários conhecimentos;
- A tomada de decisões;
- A interpretação da solução;
- Uma gestão e controlo de todos esses elementos.

Mas, existem outros factores que têm grande influência no processo de resolução de problemas, a saber: os aspectos cognitivos, os aspectos afectivos e as capacidades cognitivas de ordem superior. Os aspectos cognitivos interferem neste processo pois envolvem o recurso a procedimentos previamente adquiridos, bem como a sua escolha adequada, algo que se prende também com a autoconfiança do indivíduo. Os aspectos afectivos, inerentes ao aluno têm também um grande peso no processo de resolução de problemas, pois estão em jogo concepções como: "os problemas têm sempre uma solução e é única", ou, "os problemas têm que ser rapidamente resolvidos", ou ainda, "existe um só caminho para chegar à solução do problema", que se prendem com as experiências anteriores do aluno, que condicionam a sua auto estima e o conhecimento das próprias capacidades. Também o interesse pelo problema (e neste ponto os contextos onde os problemas estão inseridos têm grande influência), constitui um aspecto afectivo que tem grande influência no processo de resolução de problemas.

Quanto às capacidades cognitivas (ou capacidades de pensamento) de ordem superior, evidenciamos as capacidades de comunicação, de raciocínio e a utilização de estratégias de natureza metacognitiva (planear, auto-avaliar).

É importante que um problema faça sentido para o aluno, que tenha um enunciado compreensível. É igualmente importante que exija do aluno alguma criatividade e lhe permita relacionar o conhecimento que ele já tem exercitando-o e adaptando-o. Um problema pode servir para consolidar ideias ou conceitos matemáticos, mas também para introduzir, de forma desafiante e interessante importantes ideias, conceitos matemáticos (Palhares et al, 2004). Foi com este intuito que optamos por uma abordagem aos Números Racionais através de problemas.

Parece consensual a ideia de que as dificuldades sentidas pela maioria dos alunos na resolução de problemas, derivam da dificuldade que têm em mobilizar e aplicar os seus conhecimentos e capacidades na resolução de novas situações (Palhares et al, 2004). Fora do contexto escolar, os problemas e situações da vida real, para os quais os conhecimentos matemáticos podem ser úteis, não se apresentam de uma forma familiar. A maior parte das vezes é necessário traduzir essas situações ou problemas para que a pertinência e a utilidade da matemática se tornem evidentes. Neste sentido o conhecimento de modelos de resolução e de estratégias de resolução poderá constituir uma ajuda válida na organização do pensamento individual e, consequentemente, na procura de caminhos possíveis de resolução e exploração das situações.

Para isto, além dos problemas de aplicação de conhecimentos, deve dar-se atenção a problemas de cunho exploratório de modo a incentivar o aluno a colocar hipóteses, a testar conjecturas que no fim sejam discutidas por todos na aula.

Podemos encontrar, na literatura, várias tipologias de problemas. Na tipologia construída pelo Grupo de Investigação em Resolução de Problemas[3], encontramos quatro tipos de problemas e não pressupõe a inclusão de cada problema num e num só dos tipos.

[3] Este grupo de trabalho é constituído por Domingos Fernandes, António Borralho, Ana Leitão, Helena Fernandes, Isabel Cabrita, Isabel Vale, Lina Fonseca e Pedro Palhares.

Os Problemas de Conteúdo, são, de acordo com estes autores, os que requerem o conhecimento de conteúdos matemáticos, procedimentos, definições e conceitos. Os Problemas de Aparato Experimental, requerem a utilização de material, de modo a que o aluno possa exercer as suas acções. Sem concretização com os materiais necessários, dificilmente se resolvem este tipo de problemas. Interpretar e organizar dados, planificar, experimentar, analisar, tirar conclusões, são algumas das capacidades em jogo, na resolução deste tipo de propostas.

Os Problemas de Aplicação utilizam dados da vida real que são apresentados ao solucionador, ou por ele recolhidos. Para os resolver é imprescindível analisar os dados, tomar decisões e utilizar várias estratégias. Estes problemas podem admitir mais do que uma solução e necessitam bastante tempo para serem resolvidos.

Finalmente os Problemas de Processo que se resolvem, geralmente, pela aplicação directa de um algoritmo. Envolvem a utilização de diferentes estratégias, como: descobrir um padrão, fazer tentativas, trabalhar do fim para o princípio, usar dedução lógica, reduzir a um problema mais simples, fazer uma simulação, um desenho, um diagrama, gráfico ou esquema, ou ainda fazer uma lista organizada, ou uma tabela.

Outro aspecto de grande interesse na abordagem de um tema através de problemas é a formulação de problemas. Solicitar aos alunos que formulem problemas permite, à partida, o seu envolvimento em situações do seu contexto social. Este tipo de proposta permite que os alunos inventem problemas usando a sua própria linguagem dentro das suas próprias vivências e contextos. Adicionando a esta proposta uma outra de exploração dos problemas formulados, que passe pela apresentação e explicação dos mesmos e das diferentes estratégias que foram usadas para os resolver, colocando a ênfase nas referidas estratégias e solicitando esclarecimentos e registos (proporcionando assim, a utilização da linguagem matemática dotada de sentido), é, uma alternativa muito interessante ao ensino tradicional dos problemas.

A formulação de problemas pode ainda ser consequência da reformulação de um dado problema.

Formular problemas é uma actividade fundamental que contribui consideravelmente para a compreensão dos conceitos matemáticos pois proporciona uma revisão do processo necessário para resolver determinado problema e também dos conteúdos envolvidos. Tal como refere Ernest (1991) citado por Palhares et al (2004), a formulação de problemas encoraja a criação de conhecimento pelos alunos.

Este recurso, para além de encorajar a criação de conhecimento pelos alunos, permite a construção de uma elevada auto-estima e por parte do professor uma melhor compreensão do nível de desenvolvimento cognitivo dos alunos e consequente aproveitamento pedagógico.

Tal como podemos ler nas *NPEM*

> "O ensino da Matemática perspectivado para a resolução de problemas requer mais do que a resolução isolada de problemas não rotineiros ou de problemas típicos dos manuais escolares. Implica a ideia de que a verdadeira essência do estudo da matemática é precisamente uma actividade de exploração, de formulação de conjecturas, de observação e de experimentação, isto é, todos os aspectos da resolução de problemas." (p. 97)

5.3 Aulas com literatura infanto-juvenil

5.3.1 A história

> "Para que uma história possa prender verdadeiramente a atenção de uma criança, é preciso que ela a distraia e desperte a sua curiosidade. Mas, para enriquecer a sua vida, ela tem de estimular a sua imaginação (...)". Bettelheim (2002, p.11).

À volta de uma história para crianças, os professores podem desenvolver uma diversidade de actividades e efectuar uma multiplicidade de opções, de acordo com as competências que se pretendem desenvolver nas crianças. As histórias fornecem contextos poderosos para fazer do imaginário das crianças uma fonte inesgotável e, de facto, a matemática é uma disciplina na qual o imaginário intervém fortemente.

As aulas sobre Números Racionais, da turma experimental, que analisaremos no nosso trabalho tiveram como ponto de partida a leitura da história 'Ainda não estão contentes?' do conceituado autor António Torrado (Apêndice III).

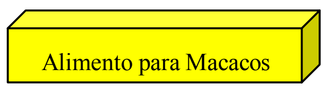
Alguns estudos desenvolvidos por Lonigan, Anthony, Dyer, & Samwel (1999) citados por Viana et al (2005), apontam para a vantagem da leitura continuada, que parece contribuir mais directamente para o desenvolvimento da compreensão oral. Ouvir atentamente para acompanhar a leitura suscita na criança desenvolvimento a nível da atenção e da concentração. Por outro lado, a leitura mais interactiva traz outros benefícios às crianças, nomeadamente a nível da expressão oral, por envolver uma participação mais activa por parte delas (Lonigan, Anthony, Dyer, & Samwel, 1999, citado por Viana et al, 2005).

Efectivamente, a criação de oportunidades para dialogar e o tipo de discussão à volta do livro, antes, durante ou depois da leitura, parecem ser mais preponderantes para o desenvolvimento da compreensão das crianças do que a forma como os professores lêem (Dickinson & Smith, 1994, citados por Viana et al, 2005).

Assim, optámos por ler a história aos alunos de uma só vez, sem interrupções, promovendo de seguida a discussão e a conversa sobre o enredo. Ficou claro para a investigadora que os alunos compreenderam o enredo e que gostaram da história.

Como já foi referido atrás, para dar sentido às diferentes interpretações de Número Racional formularam-se vários problemas no contexto da história atrás referida, que constam das fichas de trabalho da turma experimental (Apêndice I, Fichas de trabalho). Como a história termina sem solução para o problema à volta do qual se desenrola, criámos uma possível solução. Os problemas formulados foram integrados nesta perspectiva. Transcrevemos a seguir dois deles, que serviram de ponto de partida para trabalhar os subconstructos *parte-todo* e *razão*, respectivamente (Apêndice I, Fichas de trabalho):

"Depois de feitas as contas o tratador percebeu que podia dividir igualmente uma barra de "Alimento para Macacos" por 10 macacos.



4.1 Ajuda o tratador a descobrir que parte da barra dará a cada macaco.

Descreve o processo que utilizaste para responder à pergunta. Para isso podes utilizar palavras, desenhos, ou cálculos."

4.2 Cada macaco recebeu mais ou menos de meia barra de alimento para macacos? Explica como pensaste. (Tarefa 4 da Ficha de trabalho nº 1).

Na Tarefa 2 da Ficha de trabalho nº 3, podemos ler:

"Na festa, os visitantes podiam beber sumo de laranja fresquinho!

Para obter um sumo saboroso bastava juntar uma parte de concentrado de sumo de laranja para 3 partes de água.
Como os visitantes eram muitos, resolveram fazer uma grande quantidade de sumo, mas mantendo o sabor!

2.1 Sabendo que colocaram 4 medidas de concentrado de sumo de laranja, indica quantas medidas de água terão que juntar para obter o mesmo sabor.
2.2 Escreve a razão entre o concentrado de sumo de laranja e a água."

Estes problemas, além de abordarem as diferentes interpretações (subconstructos) dos Números Racionais, exigiram que os alunos conjecturassem, mobilizassem saberes, justificassem raciocínios, oralmente e por escrito, pois serviram de ponto de partida para ensinar e aprender os temas tratados.

5.3.2 O Número Racional

A abordagem ao Número Racional baseou-se no currículo do *Rational Number Project*, mais concretamente no artigo *Teaching abaut Fractions: What, When, and Haw?* (1989) de Nadine Bezzuk e Kathleen Cramer. Este currículo reflecte as seguintes convicções: as crianças aprendem melhor através de um envolvimento activo com vários modelos concretos; os materiais manipuláveis são apenas uma componente na aquisição dos conceitos, as representações verbal, pictórica, simbólica e realista também são importantes; os alunos devem ter oportunidade de conversar entre eles e com o professor sobre ideias matemáticas; o currículo deve centrar-se no desenvolvimento do conhecimento conceptual em vez do trabalho com símbolos e algoritmos (Cramer & Post, 1995).

Esta perspectiva enfatiza o desenvolvimento do sentido quantitativo de fracção em vez dos tradicionais procedimentos de papel e lápis para ordenar fracções, encontrar fracções equivalentes e operar fracções utilizando algoritmos.

Segundo Cramer & Post (1995) trabalhar os números racionais com compreensão explorando múltiplas perspectivas com recurso a diferentes materiais manipuláveis (como círculos fraccionados, barras cuiseneire, papel para dobragens conjuntos de objectos discretos), imagens, linguagem simbólica, verbalização da linguagem simbólica e problemas da vida real contextualizados, é um bom modelo para potenciar aprendizagens sobre este tema. Este modelo refere ainda que as transferências dentro e entre modos de representar fracções é que permitem aos alunos dar significado às ideias trabalhadas e aprender com compreensão.

Para Bezuk & Cramer (1989) o ensino dos Números Racionais deve basear-se na interpretação parte-todo do conceito de número racional utilizando primeiro modelos contínuos como os círculos fraccionados ou as barras cuiseneire e só depois o modelo discreto, relacionando-o com o modelo contínuo. As tarefas com estes materiais devem incluir solicitações para nomear fracções com denominadores inferiores ou iguais a oito, modelar ou desenhar fracções dadas por linguagem matemática, ou por extenso; usar as designações "três quartos", e só posteriormente introduzir a linguagem matemática simbólica $\frac{3}{4}$; introduzir actividades que envolvam o "conceito de unidade", isto é, actividades onde os alunos tenham que nomear os círculos fraccionados sendo a unidade diferente. Por exemplo, podemos estabelecer que um semicírculo é a unidade, em vez de tomar para ela o círculo. Assim, um quarto de círculo será agora designado por um meio, e assim por diante.

Um outro grande objectivo passa por fazer com que os alunos alarguem o conceito de número racional estabelecendo intuitivamente estratégias de ordenação de fracções e desenvolvendo a noção de fracções equivalentes. Bezuk & Cramer (1989) estabelecem um conjunto de sugestões, para trabalhar o número racional que passamos a descrever:

O trabalho com o conceito de número racional deve contemplar tarefas de resolução de problemas considerando diferentes unidades mas sempre com fracções com denominador inferior ou igual a doze, possibilitando deste modo a extensão do conceito de unidade. Por exemplo se uma fracção do círculo se designa por um terço, os alunos devem ser solicitados a encontrar a designação de outras fracções do círculo; o conceito de número racional pode ser estendido a outros modelos físicos (barras cuiseneire, as linhas numéricas) e também às outras interpretações. As tarefas para produzir fracções equivalentes devem ser introduzidas com materiais manipuláveis, e depois com diagramas. Em particular, fracções equivalentes a estas: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$, devem ser muito trabalhadas com particular ênfase na fracção $\frac{1}{2}$. A comparação de fracções com o mesmo denominador, $\frac{2}{7}$ e $\frac{3}{7}$ por exemplo, e com o mesmo numerador, por exemplo $\frac{2}{5}$ e $\frac{2}{9}$, devem ser trabalhadas com materiais manipuláveis de modo a que os alunos possam verbalizar regras para ordenar fracções com o mesmo numerador e com o mesmo denominador que não a regra de passar à fracção equivalente com o mesmo denominador. Ordenar pares de fracções comparando-as com $\frac{1}{2}$ ou com 1 deve ser outra meta a alcançar. De seguida providenciar-se-á que os alunos sejam capazes de explicar que $\frac{3}{10}$ é menor do que $\frac{2}{3}$ porque $\frac{3}{10}$ é menor do que $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{3}$ é maior do que

$\frac{1}{2}$ (note-se que neste caso, apesar das fracções não terem nem o mesmo numerador nem o mesmo denominador, a sua ordenação não foi feita através da substituição por fracções equivalentes com o mesmo denominador).

O ensino da adição e subtracção de fracções deve ser feito através dos materiais manipuláveis e diagramas, devendo enfatizar-se a análise dos raciocínios através das respostas.

No Plano de Organização do Ensino-Aprendizagem da Matemática, Volume II, Ensino Básico 2º ciclo (ME, 1991), para o 5º ano de escolaridade, na secção 6: Números Racionais, Adição e Subtracção, podemos ler como observações/sugestões metodológicas, o que a seguir se transcreve:

> " O estudo das fracções deve incluir diferentes tipos de representações gráficas. Sugere-se ainda a utilização de materiais manipuláveis: sectores circulares em papel, geoplano,. material cuisenaire, calculadores multibásicos... (...)
>
> Os cálculos com números na forma de fracção devem ser suficientemente simples para que os alunos possam efectuá-los apoiando-se, enquanto disso sentirem necessidade, em material concreto." (p. 24).

No que se refere aos temas a abordar e aos objectivos a alcançar podemos ler:

Especificação dos temas	Objectivos
1-Números Racionais. 2-Fracções. 3-Comparação e ordenação de números. 4-Fracções equivalentes. 5-Adição e subtracção de números racionais	1- Distinguir número inteiro de número fraccionário. 2- Comparar e ordenar números racionais representados de diversas formas. 3- Escrever fracções equivalentes a uma fracção dada. 4- Escrever, se possível, uma fracção decimal equivalente a uma fracção dada. 5- Converter uma fracção decimal em numeral com vírgula e vice-versa. 6- Adicionar e subtrair: • dois números representados por fracções com o mesmo denominador; • dois números representados por fracções com denominadores diferentes, sendo um deles múltiplo do outro; • dois números sendo um inteiro e outro fraccionário. 7- Resolver problemas simples em que intervêm números racionais.

Os temas referidos de Bezuk & Cramer (1989) vão ao encontro dos temas que encontramos no Programa de Matemática e no Plano de Organização do Ensino-Aprendizagem da Matemática, em vigor em Portugal e atrás citado. No entanto, consideramos que a visão defendida por estas autoras enfatiza o ensino para a compreensão e o desenvolvimento do sentido de número, algo que apesar de implícito, não fica claro nos objectivos e sugestões metodológicas que encontramos no Plano de Organização do Ensino-Aprendizagem da Matemática.

Assinalamos que, tal como referem Behr, Lehs, Post, and Silver (1983), o ensino dos números racionais baseado na compreensão do conceito de fracção, ordenação de fracções e fracções equivalentes é o pré-requisito para o sucesso no cálculo com fracções.

5.3.3 Dinâmica de sala de aula

Durante as últimas décadas vários investigadores estudaram o papel das interacções sociais na construção do conhecimento, sendo dada especial atenção ao papel que elas desempenham na sala de aula de Matemática (César, 1994, 1995, 1997, 1998; César e Torres, 1997, 1998; Fuchs, Hamelett e Karns, 1988, 1998; Perret-Clermont, 1985; Sternberg e Wagner, 1994, citados por César 2000a).

Nenhum destes trabalhos demonstrou ser mais eficaz trabalhar individualmente do que em grupo, antes pelo contrário. Estudos referidos por Carvalho (2001) revelam que o trabalho em díade favorece a manutenção de boas escolhas iniciais e as evoluções positivas, ao passo que, o trabalho individual, beneficia o abandono das primeiras escolhas correctas.

Se aparentemente os alunos que revelam mais dificuldades têm mais oportunidade de melhorar os seus desempenhos, neste tipo de dinâmicas de sala de aula, também para os alunos que apresentam desempenhos muito conseguidos pode ser útil ajudar os colegas, pois permite-lhes observar outros processos e reflectir sobre eles a um nível superior. Para isso, segundo Fernandes & Matos (2004), é preciso que a ajuda não se limite a dar informações mas envolva explicação. A ajuda pode também beneficiar os alunos com dificuldades desde que estes reconheçam a sua necessidade e tenham oportunidade de usar, de facto, as explicações recebidas.

As interacções sociais, nomeadamente as interacções entre pares, revelaram ser um elemento facilitador da apreensão de conhecimentos e na aquisição de competências matemáticas (César et al, 2000b). No entanto, é preciso ter presente que para que elas possam desempenhar um papel facilitador e não inibidor, é necessário criar um clima de sala de aula que propicie o estabelecimento de interacções ricas. Neste aspecto o contracto didáctico que segundo Schubauer-Leoni (1986), citado por Carvalho (2001) "é um conjunto de regras que rege a relação didáctica estabelecida entre os diversos actores que interagem numa sala de aula" (p. 166) assume um papel fundamental. Ainda segundo Carvalho (2001), é ele que legitima aquilo que cada um deles espera do outro e que explica muitos dos comportamentos e desempenhos que alunos e professores têm em contexto de sala de aula." (p.166).

Baseando-nos neste enquadramento teórico, estabelecemos nesta nossa pesquisa um contracto didáctico oral com os alunos. Nele ficou assente que o trabalho na sala de aula seria realizado em grupos que se formaram espontaneamente na primeira aula sobre Números Racionais aquando da leitura da história, promovendo a discussão em grande grupo das tarefas realizadas; a avaliação passaria a contar com mini-fichas de avaliação a realizar em interacção com os colegas de grupo, todas as semanas, e a respectiva defesa oral por um dos elementos do grupo, além dos habituais testes individuais; e haveria trabalhos para realizar em casa que a investigadora corrigiria individualmente e posteriormente devolveria.

O trabalho em pequenos grupos (de dois ou três elementos) motivado pelo envolvimento dos alunos no enredo da história, exigiu a atribuição de papeis específicos aos elementos do grupo, desempenhados alternadamente, a saber: Secretário/Porta-voz: quem regista a síntese do trabalho e quem comunica à turma o resultado desse mesmo trabalho; Gestor de Recursos e de Tempo: responsável por manter actualizados, em bom estado de conservação e de fácil acesso os materiais necessários para o trabalho. Garantindo que a tarefa é realizada no tempo previsto; Facilitador/Mediador: quem assegura que cada elemento do grupo contribui para a produção do trabalho do grupo, procura resolver os conflitos que possam surgir, não deixa passar os mal entendidos, encoraja comportamentos positivos e não permite comentários depreciativos nem ironias maliciosas (Cochito, 2004).

Nesta dinâmica os alunos trabalharam o conceito de número racional partindo de problemas, contextualizados na história "Ainda não estão contentes?" do autor António Torrado, tal como foi referido anteriormente, e, com recurso a materiais manipuláveis como os círculos fraccionados, as tiras de papel para dobragens, as tampas de plástico, e as imagens de fracções (produzidas num quadro de flanela, construído para as aulas), e também a símbolos, escritos e falados que surgiam pela necessidade de explicar raciocínios, opções de resolução dos problemas ou das tarefas propostas. Sempre interagindo entre eles e também com a investigadora.

As tarefas em pequeno grupo terminaram sempre com a apresentação e respectiva discussão em grande grupo. Esta discussão com toda a turma conduzia ao refinamento das ideias, terminando numa síntese do tema tratado.

Tendo por base as ideias atrás apresentadas procurámos sintetizar a dinâmica de abordagem aos números racionais na turma experimental no esquema que a seguir apresentamos. Este esquema pretende ser um resumo sintético do que foi a dinâmica de abordagem aos números racionais na turma experimental, as suas principais características e componentes. Inspirado nos Mapas Conceptuais, que segundo Novac e Godwin (1996) têm "por objectivo apresentar relações significativas entre conceitos na forma de proposições" (p. 31) e servem "para tornar claro, tanto a professores como a alunos, o pequeno número de ideias em que eles se devem focar para uma tarefa de aprendizagem (…), também podem funcionar como um mapa rodoviário visual, mostrando alguns trajectos que se podem seguir para ligar os significados de conceitos de forma a que resultem proposições." (p. 31). É neste último sentido de "mapa rodoviário visual" de conceitos, ferramentas utilizadas e principais características de abordagem ao conceito de Número Racional na turma experimental, que elaborámos este esquema, naturalmente pretendendo tornar claro as ideias subjacentes a estas aulas. Partindo do conceito mais geral, mais abrangente, situado no topo do esquema (Números Racionais), fomos especificando, quer ao nível dos conceitos, sucessivamente menos inclusivos, que foram colocados sob o primeiro, quer também ao nível das ferramentas utilizadas para trabalhar os referidos conceitos (ou subconstructos), como os materiais manipuláveis ou os símbolos escritos e falados, por exemplo.

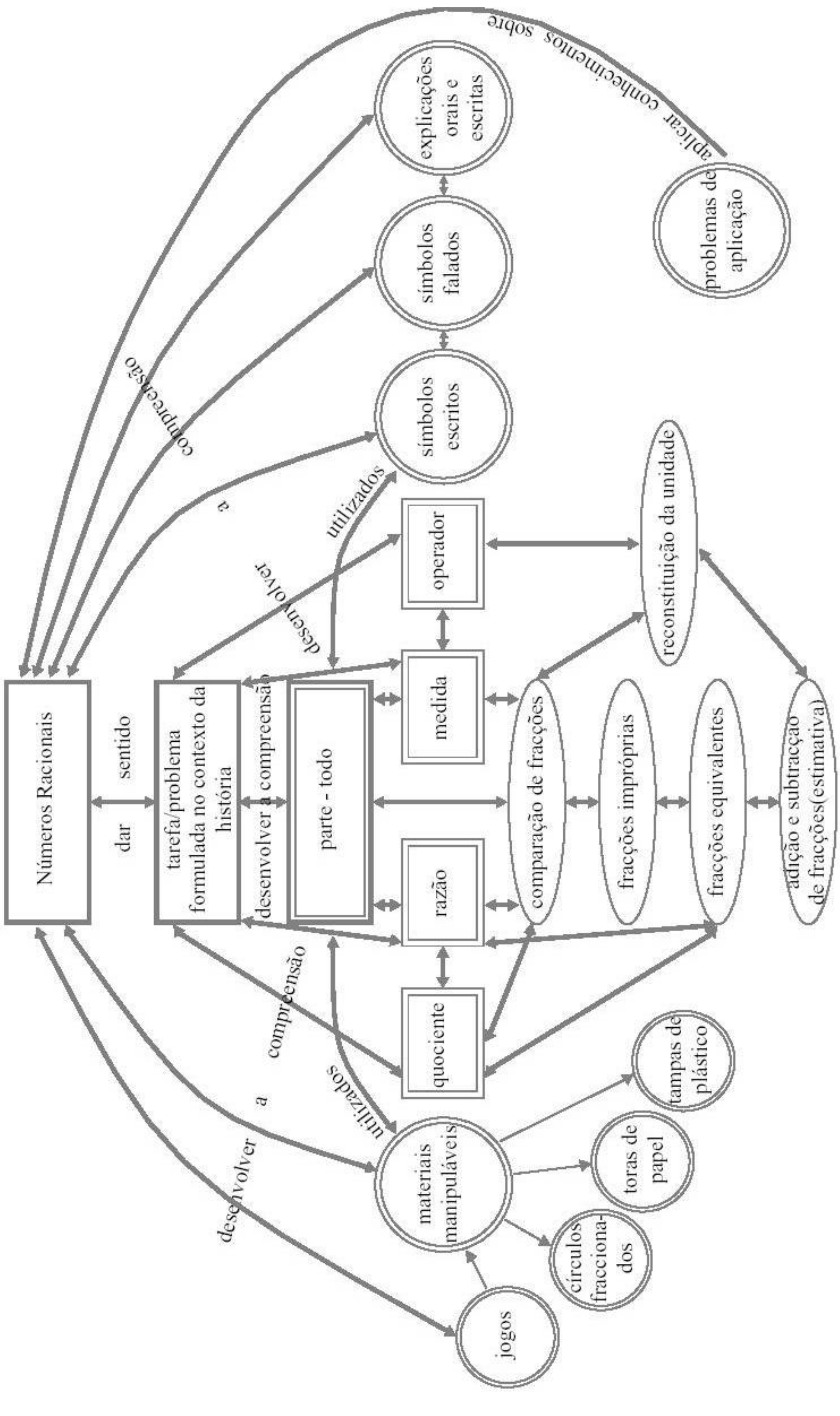


Figura 8. Dinâmica de abordagem aos Números Racionais na turma experimental.

A figura sugere a utilização dos subconstructos considerados relevantes para desenvolver a compreensão do conceito de Número Racional (com especial ênfase no subconstructo parte-todo) trabalhados partindo de problemas formulados no contexto da história “Ainda não estão contentes?” de António Torrado, para dar sentido, para potenciar a construção de um cenário de referência, significativo para os alunos. Foram também usadas várias ferramentas pedagógicas, no sentido de auxiliar a compreensão do conceito em estudo, como os materiais manipuláveis, os sistemas de representação dos Números Racionais (símbolos falados e escritos, imagens) e os de comunicação (explicações, justificações de raciocínios). Deste modo foram trabalhados os diferentes temas, sempre em interrelação com os anteriores e promovida a aplicação de conhecimentos, nomeadamente, através de problemas inseridos em diferentes contextos.

Ensinar de modo que os alunos aprendam, de modo a que conheçam os conteúdos programáticos, os saibam usar em novas situações e saibam pensar matematicamente é o grande desafio que se coloca a quem ensina.

De acordo com Wenger (1998), citado por Fernandes & Matos (2004) “a competência é criada e definida na acção”. Estes autores, referem que os participantes numa comunidade de prática devem ter oportunidades para desenvolver as suas competências, ou seja, devem ter ocasiões para aplicar habilidades, criar e partilhar soluções para problemas surgidos ou propostos e tomar decisões quer em pequeno grupo quer em grande grupo; ocasiões para apresentar o seu trabalho a outros e sujeitar-se a avaliação crítica; reconhecer diferentes estilos de fazer as coisas e confrontá-los com os seus próprios tirando daí implicações; “criar espaço e disponibilidade que encorajem a expressão da diferença integrando estilos e formas de trabalho diferentes” (p. 147).

Capítulo III. Metodologia

III-1. Sujeitos do estudo

A nossa investigação decorreu em duas turmas do 5º ano de escolaridade do Colégio da Imaculada Conceição, situado em Cernache, no distrito de Coimbra, do ano lectivo 2006/2007.

Atendendo à impossibilidade de selecção aleatória dos grupos, uma vez que as turmas são construídas de acordo com os critérios seleccionados pela instituição, o critério que presidiu à sua escolha foi o facto destes terem a mesma professora de Matemática. Estas turmas foram atribuídas aleatoriamente à mesma professora de Matemática (única professora da instituição que leccionava, no presente ano lectivo, duas ou mais turmas do 5º ano de escolaridade). Assim, foram usados dois grupos intactos, não-equivalentes.

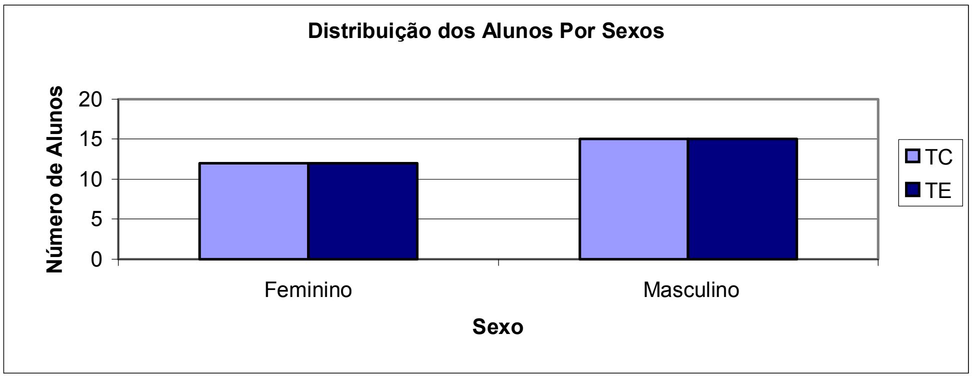
Seguimos o critério de Tuckman (1994): face a duas turmas intactas, para proceder à comparação entre as diferentes abordagens de ensino, o investigador deve comparar primeiro os grupos em termos de resultados no domínio científico, no início da experiência, e comparar as idades e o sexo, para garantir a equivalência dos grupos.

A análise dos resultados recolhidos pelo Pré-Teste da avaliação de conhecimentos sobre Números Racionais é apresentada no ponto 2.1 do Capítulo IV. Esta análise revelou não existirem diferenças estatisticamente significativas (com um nível de significância de 0.05), entre as duas turmas.

O número de alunos da Turma de Controlo (TC) era exactamente igual ao da Turma Experimental (TE), a saber, vinte e sete alunos.

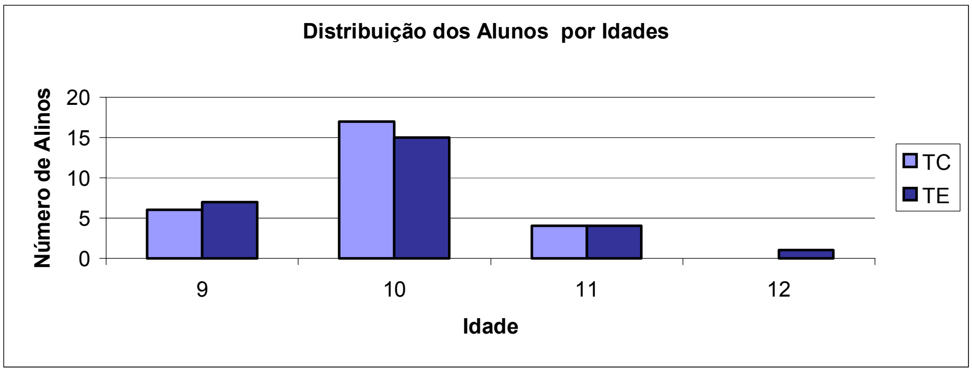
Para comparar as idades e o sexo dos alunos que constituem os dois grupos analisamos as Fichas Biográficas dos alunos, disponibilizadas pelos respectivos Directores de Turma (cujo modelo se encontra no Apêndice IV). Apurámos que há exactamente o mesmo número de raparigas e rapazes nas duas turmas, como se pode observar no gráfico 1.

Gráfico 1



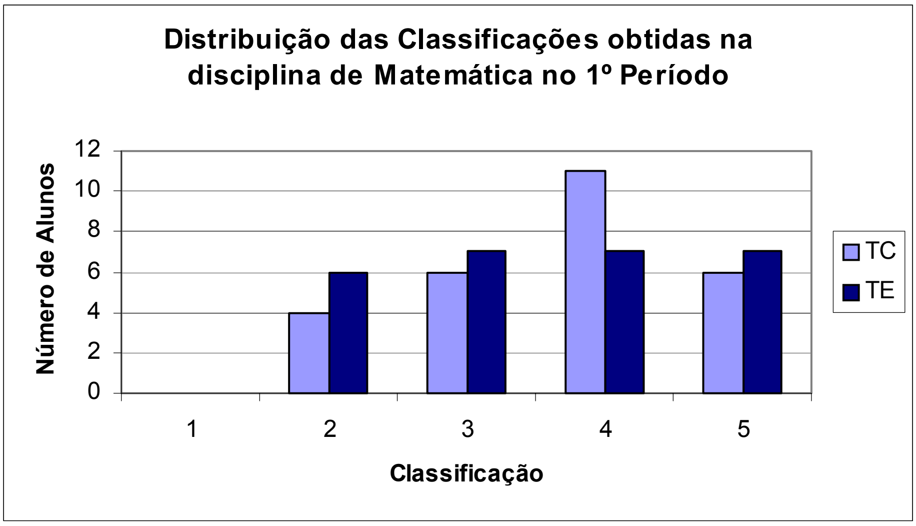
Quanto às idades dos alunos, verificamos que a maior parte dos alunos tem 10 anos, como se pode ver pelo gráfico 2. Regista-se apenas uma diferença de idades entre as turmas em dois elementos, o que nos leva a querer que não existem diferenças significativas, no que diz respeito à idade cronológica, entre os alunos da amostra em estudo.

Gráfico 2



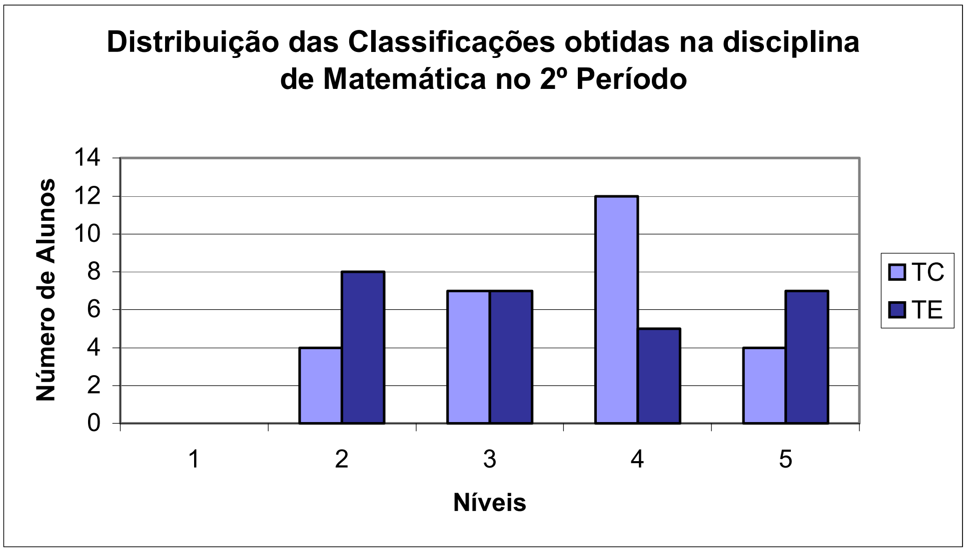
Da análise do gráfico 3 consideramos não haver motivos que nos levassem a considerar a existência de diferenças significativas no que se refere às classificações obtidas pelos dois grupos no fim do 1º período.

Gráfico 3



Relativamente às classificações obtidas no período anterior ao da realização deste estudo, que podemos observar no gráfico 4, verificaram-se algumas diferenças entre as duas turmas, nomeadamente ao nível das classificações de nível 2 e 4. No entanto considerámos que estas diferenças poderiam não ser significativas, uma vez que poderiam querer dizer apenas que os alunos da turma experimental revelaram mais dificuldade em compreender os conteúdos leccionados no 2º período.

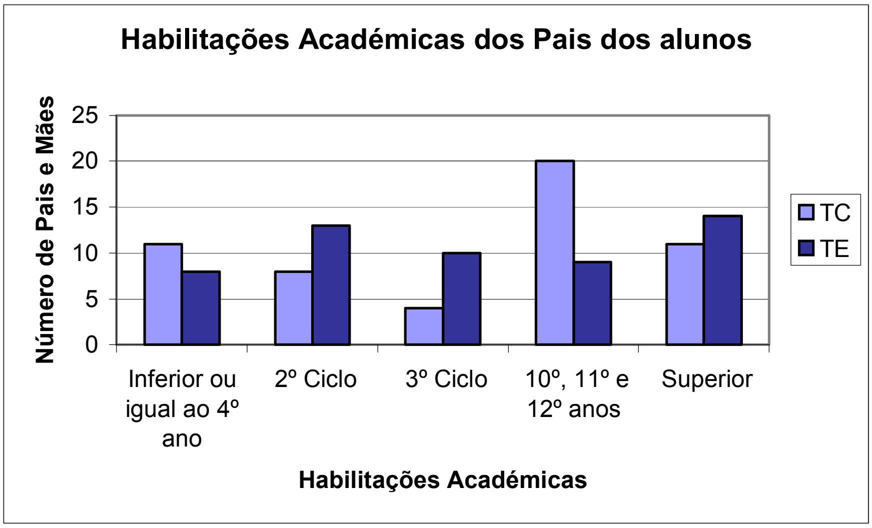
Gráfico 4



Para melhor compararmos as duas turmas analisámos as habilitações académicas dos pais e procurámos inferir sobre a estabilidade familiar dos sujeitos analisando o número de separações dos pais e eventuais situações de famílias destruturadas existentes, pois segundo um estudo realizado por Pessoa (2004) a estabilidade familiar, as habilitações académicas e a disponibilidade dos pais, são as variáveis que mais interferem no sucesso escolar em Matemática.

Analisando o gráfico 5, relativo às habilitações académicas dos pais dos alunos verificamos que na turma de controlo 28,7% dos pais tem habilitações académicas superiores ou iguais ao ensino secundário, ao passo que apenas 21,3% dos pais da turma experimental o têm.

Gráfico 5



Constatamos ainda com base nos dados recolhidos da mesma ficha, que o número de retenções do grupo experimental era mais do dobro do número verificado no grupo de controlo, a saber seis e dois, respectivamente.

Pensamos que os alunos do grupo de controlo tinham um nível sócio cultural mais elevado e maior estabilidade familiar o que se repercutia na importância que davam às tarefas escolares e no modo como cumpriam as suas obrigações. Pensamos também que era um grupo mais equilibrado em termos de objectivos e princípios.

III-2. Design do Estudo

Para compreender a eficácia da utilização de uma história para crianças num ambiente de trabalho em comum e de um conjunto de tarefas previamente construídas no cenário dessa história, na compreensão e capacidade de aplicação dos Números Racionais na resolução de problemas, ao nível do 5º ano do Ensino Básico, optamos por um design quasi-experimental com grupo de controlo não-equivalente. Pois tal como acontece muitas vezes na investigação em educação foi impossível seleccionar aleatoriamente os grupos para os tratamentos e impossível um total controlo experimental (Tuckman, 1994).

Os procedimentos inerentes a este design diferem dos de um design verdadeiramente experimental apenas na utilização de grupos intactos, em vez de grupos seleccionados aleatoriamente (Tuckman, 1994). Esta diferença cria um problema de controlo do enviesamento dos resultados. Torna-se, por isso, necessário demostrar a equivalência dos grupos intactos, relativamente à variável dependente o que implica a utilização de um pré-teste, que foi feito pelos grupos antes da administração dos tratamentos.

A professora das turmas que colaborou no estudo é efectiva no Colégio, fez a sua profissionalização em serviço e possui vinte anos de experiência de ensino.

Atendendo a que os grupos se consideraram equivalentes, o método de ensino experimental foi atribuído ao grupo escolhido pela instituição.

A referida professora leccionou na turma de controlo (TC), de acordo com o método de ensino que utiliza nas suas aulas, o Método Tradicional de Ensino e a investigadora leccionou na turma experimental (TE), por vontade da investigadora e preferência manifestada pela professora das turmas, de acordo com o método de ensino construído para o efeito: trabalho em comum. A dinâmica implementada nas sessões experimentais, bem como a abordagem feita aos conteúdos programáticos leccionados, foi explicada à professora das turmas. Na turma de controlo, o ensino do tema foi feito seguindo o manual escolar adoptado, de acordo com as opções da professora. Na turma experimental, as planificações, materiais e dinâmica das sessões foram elaboradas pela investigadora (Apêndice I).

O número de sessões experimentais foi ditado pelo número de sessões planificadas para leccionar os temas relativos à unidade dos Números Racionais. Assim, de acordo com as planificações foram leccionadas catorze aulas na TE e quinze na TC. Cada sessão teve a duração de 90 minutos.

A investigadora acompanhou todas as aulas de ambas as turmas desde o início do 2º, período de modo a tornar-se familiar para os alunos. Na turma de controlo foi esclarecendo dúvidas no lugar ou na secretária e colaborando sempre que solicitada. Deste modo, os grupos não tiveram conhecimento de que estavam a ser alvo de tratamento diferente.

Os Pós-Testes de avaliação de conhecimentos sobre Números Racionais foram passados às duas turmas no mesmo dia, primeiro à turma de controlo e imediatamente a seguir à turma experimental.

III-3. Recursos e procedimentos utilizados

Neste ponto descreveremos os recursos e procedimentos utilizados para a realização deste estudo.

3.1 Turma de controlo

O estudo dos números racionais levado a cabo ao longo de 15 sessões foi pautado pelas exposições dadas pela professora, que recorreu ao quadro e ao manual escolar adoptado. Os alunos trabalharam individualmente, resolvendo exercícios do manual escolar adoptado depois da professora expor e explicar cada conteúdo a aprender. A correcção dos exercícios propostos foi feita no quadro pelos alunos e pontualmente pela professora. Estas sessões obedeceram ao formato: Correcção do trabalho de casa, exposição por parte da professora do novo tema a trabalhar e resolução das tarefas do manual escolar e/ou do caderno de actividades do respectivo manual, sobre o tema leccionado. As sessões terminavam com a marcação dos exercícios do manual adoptado para realizar em casa.

3.2 Turma experimental

Na turma experimental, ficou claro o entusiasmo evidenciado pelos alunos com a história "Ainda não estão contentes?" do autor António Torrado. De facto, perante a acção da história, do desfecho em aberto e em particular perante as várias atitudes do tratador dos macacos, os alunos divertidos e entusiasmados, começaram a trocar opiniões sobre a inteligência do tratador e a conjecturar outros desfechos para a história, dizendo frases do tipo:

1. "Afinal o tratador foi buscar mais trabalho para ele pois tem de andar para trás e para a frente várias vezes!"

2. "O tratador era muito esperto pois conseguia ir calando as reclamações dos macacos com o mesmo número de bananas."

3. "Ele era muito brincalhão (…) qualquer pessoa percebe que a solução tem que ser outra…"

4. "Se eu fosse o tratador duplicava a ração de bananas a cada macaco!" Outro retorquiu: "Talvez o Jardim Zoológico não tivesse dinheiro para comprar tantas bananas."

Assim, surgiram espontaneamente grupos de alunos que dialogavam e conjecturavam diferentes soluções para o problema dos macacos tendo cada grupo um entendimento diferente sobre a postura do tratador face ao problema dos macacos e diferentes propostas para o resolver. Perante esta situação, a investigadora resolveu "alimentar" a existência dos grupos criados espontaneamente e a partir daí a turma passou a funcionar numa dinâmica de pequenos grupos de trabalho. A interacção entre alunos, que se estabeleceu na fase inicial do estudo dos Números Racionais, criada pelo envolvimento destes no enredo da história, prolongou-se por todo o estudo desenvolvido. Estabeleceu-se com os alunos um contracto didáctico oral, especificado no ponto 5.3.3 deste trabalho. A esta dinâmica de trabalho em sala de aula chamámos trabalho em comum.

Nesta turma os problemas inseridos no cenário da história de António Torrado foram sempre o ponto de partida para trabalhar os diferentes conteúdos. Estes problemas conduziram os alunos a conjecturar, discutir estratégias, ideias, a levantar questões e também a mobilizar saberes com o objectivo de os resolver. Estas tarefas motivaram os alunos a construir conhecimentos e também constituíram uma ponte para dar significado aos diferentes conteúdos tratados. O uso da história possibilitou aos alunos a imersão num contexto, facilitando a sua capacidade de recriação, de imaginação e por consequência a contribuição com as suas experiências pessoais.

A manipulação de materiais revelou-se uma poderosa ferramenta para auxiliar os alunos a construir o seu próprio conhecimento em interacção com os colegas, verificando conjecturas, levantadas muitas vezes pela resolução das tarefas inseridas na história, e suscitando outras. A par com os materiais manipuláveis, as explicações, justificações orais e escritas, os símbolos falados e escritos, as imagens e também os jogos, permitiram desenvolver um conjunto de imagens mentais e experiências que certamente fortaleceram o papel dos problemas na construção de significado e compreensão do conceito de número racional.

Todo este processo dinâmico de aprendizagem que aproveitou as estratégias informais dos alunos, que passaram pela construção de desenhos, esquemas e símbolos, e os conduziu à formalização foi francamente prejudicado pela dificuldade evidenciada pelos alunos em dar uso às competências sociais básicas. Competências básicas de formação, como não se levantar desnecessariamente, falar em voz baixa, ouvir com atenção, esperar pela sua vez para falar, encorajar o colega de grupo a participar, entre outras, revelaram-se extremamente complicadas de conseguir para alguns alunos, e em muitas aulas não foram alcançadas.

Sob a orientação da investigadora e com a presença da professora da turma, os alunos trabalharam com os diferentes recursos, relacionaram saberes, comunicaram raciocínios oralmente e por escrito, reinventaram estratégias em interacção com os colegas, dando de si, imprimindo o seu dinamismo e criatividade e sobretudo assumindo o papel principal na construção do seu próprio conhecimento.

3.3 Os materiais manipuláveis da turma experimental.

Na turma experimental utilizaram-se três tipos de materiais manipuláveis, construídos ou adaptados pela investigadora, a saber: os círculos fraccionados, as tiras de papel para dobragens e as tampas de plástico.

Os círculos fraccionados são constituídos por doze círculos com o mesmo raio, de diferentes cores, onde o de cor preta ficou inteiro e os restantes foram divididos em duas, três, quatro e assim sucessivamente até 12 partes iguais. Na figura 6 estão alguns desses círculos.

Com este material foram trabalhados vários conceitos e feitas várias experiências, como por exemplo, provar que um terço é maior que um quarto, pois ocupa uma área maior da unidade, ou ainda a equivalência entre um meio, dois quartos e cinco décimos, como se pode ver na figura 6 através das peças de cor amarela, verde escuro e lilás.

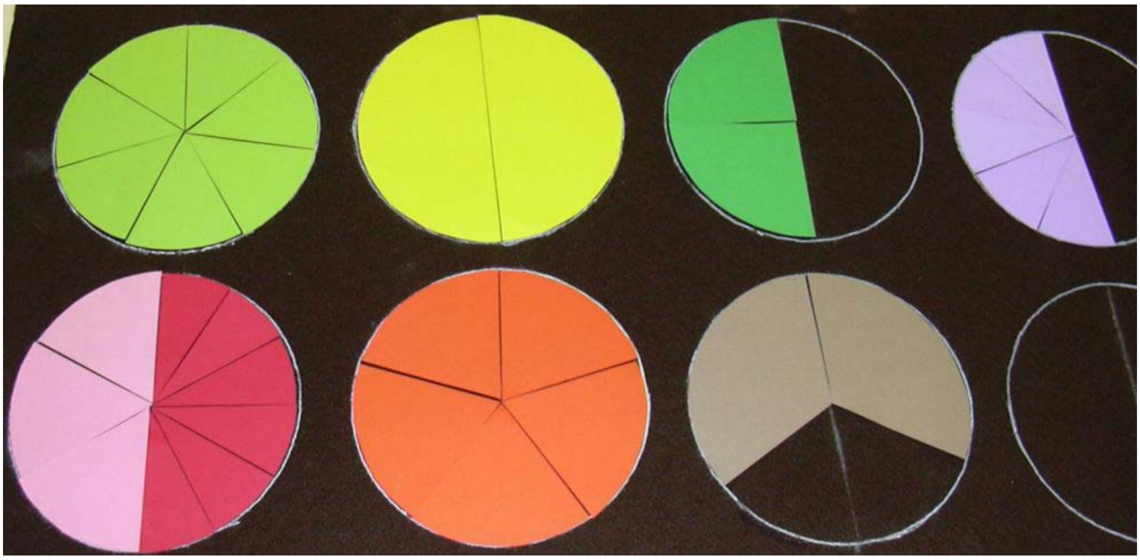


Figura 9. Alguns círculos fraccionados utilizados nas aulas da TE.

As tiras de papel, obtidas pelo corte longitudinal de folhas de papel A4, possuíam todas o mesmo comprimento e largura constituindo cada tira a unidade. Foram utilizadas para efectuar dobragens, representando cada parte obtida uma fracção da unidade e correspondendo, respectivamente, a diferentes números racionais. Sendo a unidade igual os grupos puderam comparar os resultados e justificar, explicar e argumentar sempre que se verificaram diferenças.

As tampas de plástico, que podemos observar na figura 7, constituíram os conjuntos discretos manipuláveis. Com este material foi possível trabalhar conceitos como reconstituição e partição de unidades discretas.

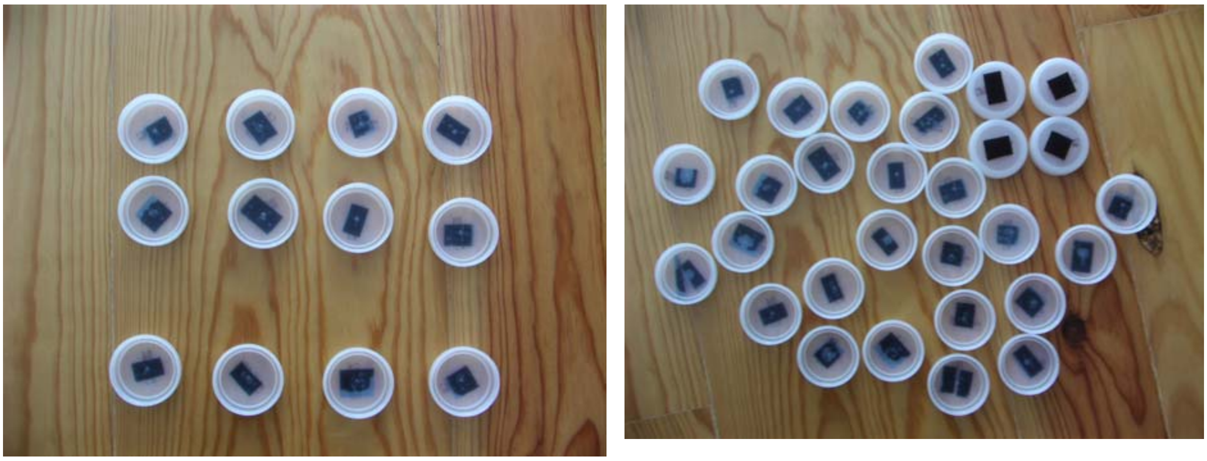


Figura 10. Tampas de plástico para manipular e colocar no quadro de flanela.

Estes materiais eram também afixados, observados e manuseados num quadro de flanela, construído para as aulas da turma experimental, colocado na sala de aula ao lado do quadro preto. Na figura 8 podemos observar as duas faces do referido quadro.

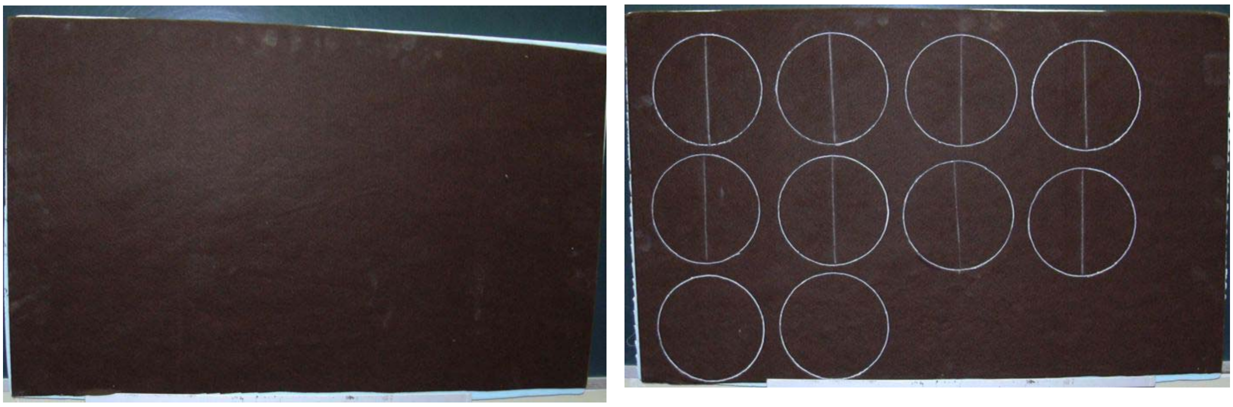


Figura 11. Quadro de flanela para servir de suporte aos materiais.

Cada grupo possuía uma pasta com os doze círculos fraccionados, como se pode ver na figura 12. As tiras de papel e as tampas de plástico foram disponibilizadas nas aulas em que as tarefas a realizar exigiam o seu manuseamento.

Figura 12. Pasta com os círculos fraccionados disponibilizada aos alunos da TE.

3.4 Testes de avaliação de conhecimentos sobre Números Racionais.

Tendo em conta os objectivos considerados essenciais para a compreensão e capacidade de aplicação na resolução de problemas dos Números Racionais (Apêndice II) elaboraram-se os Pré e Pós testes de avaliação de conhecimentos sobre Números Racionais. Para a sua realização retiraram-se informações fundamentais de algumas obras (Fernandes, D. 2005; Reis, R. 2004a; Reis, R. 200b) e consideraram-se, também, as seguintes fontes:

- Bezuk, N., & Cramer, K. (1989). Teaching About Fractions: What, When, and How? In *P. Trafton (Ed.), National Council of Teachers of Mathematics 1989 Yearbook: New Directions For Elementary School Mathematics (pp. 156-167).* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics;

- Ministério da Educação (1991). *Programa de matemática: plano de organização do ensino-aprendizagem – 2º ciclo do ensino básico (2º vol.)*. Lisboa: Imprensa Nacional;
- Monteiro, C. & Pinto, H. (2007) *Desenvolvendo o sentido de Número Racional*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Leedy L. (1996). *Fraction Action*. New York: Holiday House.
- Machado, N. J. (2004). *O Pirulito do Pato.* São Paulo: Editora Scipione.
- Cramer, K., Behr, M., Post, T., & Lesh, R. (1997a). The Rational Number Project: Fraction lessons for the middle grades, Level 1. Dubuque, IA: Kendall/Hunt Publishing Co.
- Cramer, K., Behr, M., Post, T., & Lesh, R. (1997b). The Rational Number Project: Fraction lessons for the middle grades, Level 2. Dubuque, IA: Kendall/Hunt Publishing Co.

Elaboraram-se os Pré e Pós Testes de avaliação de conhecimentos sobre Números Racionais, equivalentes na forma, no conteúdo e, tanto quanto possível, no nível de dificuldade.

Depois de redigidos, os testes foram submetidos à apreciação da professora orientadora deste estudo e experimentados com duas turmas de 21 alunos do 5º ano de escolaridade de uma escola de outra cidade, no 2º período do ano lectivo em que decorreu a experiência, 2006/2007. Pretendia-se averiguar a clareza da redacção, o tamanho do teste e o seu nível de dificuldade.

Pelos resultados obtidos consideramos que o teste correspondia ao que se pretendia e por isso não foi necessário efectuar alterações.

Relativamente à cotação, os testes foram cotados numa escala de zero a cem, sendo a cotação distribuída de acordo com a importância que lhe iria ser atribuída na leccionação do tema.

Capítulo IV. Análise e interpretação de resultados

IV-1. Análise dos dados

Para este estudo, baseámo-nos nos dados obtidos por aplicação dos Pré e Pós testes de avaliação de conhecimentos sobre Números Racionais.

A análise estatística foi efectuada com o software SPSS (v. 15, SPSS inc. Chicago, IL).

Foram testadas, ao nível de significância 0.05, três hipóteses, na forma nula, usando o teste T para amostras não correlacionadas, para dar resposta às Questões de Investigação número 1 e 2 a saber:

1ª Questão de investigação: Haverá diferença significativa na compreensão dos Números Racionais entre o grupo de alunos que foi ensinado com recurso a tarefas desenvolvidas no cenário de uma história para crianças num ambiente de trabalho em comum e o grupo que foi ensinado segundo o método tradicional?

2ª Questão de investigação: Haverá diferença significativa na capacidade de aplicação dos Números Racionais na resolução de problemas entre o grupo de alunos que foi ensinado com recurso a tarefas desenvolvidas no cenário de uma história para crianças num ambiente de trabalho em comum e o grupo que foi ensinado segundo o método tradicional?

Para responder à Questão 3 foram analisadas as frequências relativas ao número de alunos que em cada uma das turmas atingiu cada um dos objectivos seleccionados e considerados essenciais para a consecução na aprendizagem dos Números Racionais.

IV-2. Resultados do Estudo

Os resultados obtidos neste estudo referem-se aos objectivos previamente delineados de avaliar a eficácia da utilização de uma história para crianças num ambiente de trabalho em comum e de um conjunto de tarefas desenvolvidas no cenário dessa história na compreensão e capacidade de aplicação dos Números Racionais na resolução de problemas, ao nível do 5º ano de ensino básico e ainda de avaliar a eficácia desta proposta de ensino dos Números Racionais para a consecução dos objectivos de ensino seleccionados (constantes da matriz de objectivos dos Testes de avaliação de conhecimentos sobre Números Racionais – Apêndice II).

Prosseguindo o primeiro objectivo, procuramos dar resposta às Questões 1 e 2 deste estudo, testando três hipóteses, na forma nula ao nível de significância 0.05, usando o teste T para amostras não correlacionadas.

Para alcançar o segundo objectivo do estudo procurámos dar resposta à Questão 3 do mesmo, analisando as frequências referentes ao número de alunos que, em cada um dos grupos, alcançou cada um dos objectivos previamente seleccionados e considerados essenciais para a compreensão e capacidade de aplicação dos Números Racionais na resolução de problemas (constantes da matriz dos Testes de Avaliação de Conhecimentos sobre Números Racionais – Apêndice II).

2.1 Comparação das classificações médias obtidas pelas duas turmas no Pré-Teste.

O Pré-teste foi utilizado para averiguar a homogeneidade dos conhecimentos sobre o conceito de Número Racional das duas turmas envolvidas no estudo antes do início do mesmo e ainda para poder avaliar a eficácia do tratamento.

Vejamos a análise estatística do Pré-Teste:

Tabela1

Case Processing Summary

		Cases					
		Valid		Missing		Total	
	TC; TE	N	Percent	N	Percent	N	Percent
Pré-teste	TC	27	100,0%	0	,0%	27	100,0%
	TE	27	100,0%	0	,0%	27	100,0%

Tabela 2

Descriptives

	TC; TE			Statistic	Std. Error
Pré-teste	TC	Mean		28,074	2,2511
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	23,447	
			Upper Bound	32,701	
		5% Trimmed Mean		28,233	
		Median		28,500	
		Variance		136,821	
		Std. Deviation		11,6971	
		Minimum		4,0	
		Maximum		51,5	
		Range		47,5	
		Interquartile Range		11,5	
		Skewness		-,481	,448
		Kurtosis		,145	,872
	TE	Mean		27,500	2,6272
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	22,100	
			Upper Bound	32,900	
		5% Trimmed Mean		27,159	
		Median		27,500	
		Variance		186,365	
		Std. Deviation		13,6516	
		Minimum		,0	
		Maximum		64,5	
		Range		64,5	
		Interquartile Range		16,0	
		Skewness		,308	,448
		Kurtosis		1,046	,872

Tabela 3

Tests of Normality

	TC; TE	Kolmogorov-Smirnov(a) Statistic	df	Sig.	Shapiro-Wilk Statistic	df	Sig.
Pré-teste	TC	,158	27	,083	,956	27	,303
	TE	,106	27	,200(*)	,974	27	,709

* This is a lower bound of the true significance.
a Lilliefors Significance Correction

Tabela 4

Test of Homogeneity of Variance

		Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Pré-teste	Based on Mean	,439	1	52	,510
	Based on Median	,447	1	52	,507
	Based on Median and with adjusted df	,447	1	50,914	,507
	Based on trimmed mean	,450	1	52	,505

Tabela 5

Group Statistics

	TC; TE	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pré-teste	TC	27	28,074	11,6971	2,2511
	TE	27	27,500	13,6516	2,6272

Tabela 6

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Upper	Lower
Pré-teste	Equal variances assumed	,439	,510	,166	52	,869	,5741	3,4598	-6,3684	7,5166
	Equal variances not assumed			,166	50,806	,869	,5741	3,4598	-6,3723	7,5205

As tabelas 1 e 2 apresentam o resumo da estatística descritiva da variável em estudo, isto é, da classificação média obtida no Pré-Teste de avaliação de conhecimentos sobre Números Racionais, respectivamente na TC e na TE. Por análise da tabela 3 podemos afirmar que a distribuição das duas amostras provêm de uma população normal, pois quer para a TC, quer para a TE o valor-p correspondente à estatística de teste é superior ao nível de significância do teste (0,05). Pela análise da tabela 4, somos conduzidos a não rejeitar a hipótese nula, a saber: As variâncias populacionais estimadas a partir das duas amostras são homogéneas; pois à estatística de teste D=0,439, corresponde o valor-p=0,510, superior ao nível de significância do teste (0,05). A tabela 5 apresenta as medidas descritivas da variável. A tabela 6 apresenta o resultado do teste T para amostras não correlacionadas, onde se testou a hipótese nula: Não existem diferenças entre as classificações médias obtidas no Pré-Teste pelas duas turmas, contra a hipótese alternativa: Existem diferenças entre as classificações médias obtidas no Pré-Teste pelas duas turmas. A sua análise permite afirmar que não existe evidência estatística que nos possibilite rejeitar a hipótese nula, pois à estatística de teste T=0,166 corresponde um valor-p=0,869, muito superior ao nível de significância do teste. Assumimos assim, a hipótese nula verdadeira, ou seja, não existem diferenças significativas entre as classificações médias obtidas pelas duas turmas no Pré-Teste, ao nível de significância 0,05.

2.2 Comparação das classificações médias obtidas pelas duas turmas no Pós-Teste.

Prosseguindo o objectivo de averiguar a eficácia da utilização de uma história para crianças num ambiente de trabalho em comum e de um conjunto de tarefas desenvolvidas no cenário da história na compreensão e capacidade de aplicação dos Números Racionais na resolução de problemas, ao nível do 5º ano do ensino básico, analisaram-se os resultados do Pós-Teste de avaliação de conhecimentos.

Nas tabelas 7, 8 e 9 que se seguem, podemos observar o resumo da estatística descritiva da variável.

Tabela 7

Case Processing Summary

		Cases					
		Valid		Missing		Total	
	TC; TE	N	Percent	N	Percent	N	Percent
Pós-teste	TC	27	100,0%	0	,0%	27	100,0%
	TE	27	100,0%	0	,0%	27	100,0%

Tabela 8

Descriptives

	TC; TE			Statistic	Std. Error
Pós-teste	TC	Mean		55,41	3,631
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	47,94	
			Upper Bound	62,87	
		5% Trimmed Mean		55,05	
		Median		54,00	
		Variance		355,962	
		Std. Deviation		18,867	
		Minimum		23	
		Maximum		98	
		Range		76	
		Interquartile Range		25	
		Skewness		,209	,448
		Kurtosis		-,246	,872
	TE	Mean		59,44	4,476
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	50,24	
			Upper Bound	68,65	
		5% Trimmed Mean		59,52	
		Median		53,50	
		Variance		541,045	
		Std. Deviation		23,260	
		Minimum		21	
		Maximum		97	
		Range		76	
		Interquartile Range		43	
		Skewness		,117	,448
		Kurtosis		-1,391	,872

Tabela 9 Group Statistics

	Turma	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pós-teste	A	27	55,41	18,867	3,631
	B	27	59,44	23,260	4,476

Tabela 10 Tests of Normality

		Kolmogorov-Smirnov(a)			Shapiro-Wilk		
	TC; TE	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Pós-teste	TC	,091	27	,200(*)	,984	27	,945
	TE	,189	27	,015	,920	27	,039

* This is a lower bound of the true significance.
a Lilliefors Significance Correction

Aplicaram-se os testes de ajustamento de Kolmogorov-Smirnov e Shapiro-Wilk (este último utilizado para amostras mais pequenas) para testar, ao nível de significância 0,05, a hipótese nula: Os dados obtidos no Pós-Teste provêm de uma população com distribuição normal, contra a hipótese alternativa: Os dados obtidos no Pós-Teste não provêm de uma população com população normal.

Pela análise da tabela 10, podemos afirmar que não há evidência estatística que nos leve a concluir que os dados da TC não provêm de uma população com distribuição normal. No que refere aos dados da TE, somos conduzidos a rejeitar a hipótese nula, pois o valor-p=0,039, correspondente à estatística de teste S=0,920, é inferior ao nível de significância do teste α=0,05. Assim podemos afirmar que os dados da TE não provêm de uma população com distribuição normal, no que se refere à classificação média obtida no Pós-Teste. Segundo Maroco (2007) “diversos estudos de simulação demosntram que a potência do teste não é consideravelmente afectada quando a violação da normalidade é devida unicamente ao enviésamento da distribuição” (p. 138). Deste modo, quando um determinado grupo não apresenta distribuição normal, deve dar-se preferência ao teste de Levene para testar a homogeneidade das variâncias, em particular à formula que recorre à mediana (Maroco & Bispo, p. 207. 2003).

Tabela 11

Test of Homogeneity of Variance

		Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Pós-teste	Based on Mean	4,515	1	52	,038
	Based on Median	2,951	1	52	,092
	Based on Median and with adjusted df	2,951	1	51,810	,092
	Based on trimmed mean	4,542	1	52	,038

Atendendo aos cálculos do *output* do SPSS, apresentado na tabela 11 para a mediana, podemos afirmar que não há evidência estatística que nos permita afirmar que as variâncias populacionais não são homogéneas (à estatística de teste L=2,951, corresponde o valor-p=0,092>0,05). Assumimos a hipótese nula como verdadeira, com um nível de significância 0,05.

Tabela 12

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Upper	Lower
Pós-teste	Equal variances assumed	4,515	,038	-,700	52	,487	-4,037	5,764	-15,603	7,529
	Equal variances not assumed			-,700	49,877	,487	-4,037	5,764	-15,615	7,541

Pela análise da tabela 12 podemos ver o resultado do Teste T, ao nível de significância 0,05, para testar a hipótese nula que afirma: Não há diferenças entre as classificações médias obtidas pelas duas turmas no Pós-Teste, contra a hipótese alternativa que afirma: Existem diferenças entre as classificações médias obtidas pelas duas turmas no Pós-Teste. Assumimos a hipótese nula como verdadeira (pois à estatística T=0,700, corresponde o valor-p=0,487>0,05) ou seja, ao nível de significância 0.05, não há evidência estatística que nos permita afirmar que há diferenças significativas nas classificações médias obtidas pelos dois grupos no Pós-Testes.

2.2.1 Comparação das classificações médias obtidas no Pós-Teste pelas duas turmas relativamente aos objectivos de compreensão.

Prosseguindo os objectivos previamente delineados, testámos ao nível de significância 0.05 a hipótese nula: Não há diferenças entre as classificações médias obtidas em cada turma nos objectivos de compreensão no Pós-Teste, contra a hipótese alternativa: Existem diferenças entre as classificações médias obtidas em cada turma nos objectivos de compreensão no Pós-Teste.

Tabela 13

Case Processing Summary

		Cases					
		Valid		Missing		Total	
	TC; TE	N	Percent	N	Percent	N	Percent
Comp.PÓS	TC	27	100,0%	0	,0%	27	100,0%
	TE	27	100,0%	0	,0%	27	100,0%

Tabela 14

Descriptives

	TC; TE			Statistic	Std. Error
Comp.PÓS	TC	Mean		24,02	2,211
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	19,47	
			Upper Bound	28,56	
		5% Trimmed Mean		23,62	
		Median		22,50	
		Variance		131,932	
		Std. Deviation		11,486	
		Minimum		6	
		Maximum		51	
		Range		45	
		Interquartile Range		14	
		Skewness		,433	,448
		Kurtosis		-,128	,872
	TE	Mean		27,37	2,663
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	21,90	
			Upper Bound	32,84	
		5% Trimmed Mean		27,15	
		Median		25,00	
		Variance		191,511	
		Std. Deviation		13,839	
		Minimum		7	
		Maximum		51	
		Range		44	
		Interquartile Range		22	
		Skewness		,212	,448
		Kurtosis		-1,335	,872

Tabela 15

Tests of Normality

		Kolmogorov-Smirnov(a)			Shapiro-Wilk		
	TC; TE	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Comp.PÓS	TC	,113	27	,200(*)	,971	27	,621
	TE	,160	27	,075	,929	27	,064

* This is a lower bound of the true significance.
a Lilliefors Significance Correction

Tabela 16

Test of Homogeneity of Variance

		Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Comp.PÓS	Based on Mean	3,191	1	52	,080
	Based on Median	2,658	1	52	,109
	Based on Median and with adjusted df	2,658	1	51,848	,109
	Based on trimmed mean	3,171	1	52	,081

Tabela 17

Group Statistics

	TC; TE	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Comp.PÓS	TC	27	24,02	11,486	2,211
	TE	27	27,37	13,839	2,663

Tabela 18

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Upper	Lower
Comp. PÓS	Equal variances assumed	3,191	,080	-,968	52	,337	-3,352	3,461	-10,297	3,593
	Equal variances not assumed			-,968	50,294	,337	-3,352	3,461	-10,303	3,599

Nas tabelas 13 e 14 podemos ver o resumo da análise descritiva da variável em estudo. A tabela 17 apresenta as medidas descritivas da variável. Analisando as tabelas 15, 16 e 18 podemos afirmar com uma probabilidade de erro de 0.05 que a distribuição populacional das duas amostras é uma distribuição normal (tabela 15), que as variâncias populacionais estimadas a partir das duas amostras são homogéneas (tabela 16) e que não há evidência estatística que nos permita rejeitar a hipótese de igualdade entre as classificações médias obtidas pelas duas turmas no que se refere aos objectivos de compreensão no Pós-Teste (tabela 18), pois à estatística de teste T=-0,968 corresponde um valor-p=0,337>0,05. Assume-se a hipótese nula como verdadeira, ou seja, não há diferenças significativas na classificação média obtida nas perguntas relativas aos objectivos de compreensão.

2.2.2 Comparação das classificações médias obtidas no Pós-Teste pelas duas turmas relativamente aos objectivos de aplicação.

Para averiguar se existem diferenças entre as classificações médias obtidas pelas duas turmas relativamente aos objectivos de aplicação no Pós-Teste, testamos ao nível de significância 0.05 a hipótese nula: Não há diferenças entre as classificações médias obtidas em cada turma nos objectivos de compreensão, contra a hipótese alternativa: Existem diferenças entre as classificações médias obtidas em cada turma nos objectivos de compreensão.

Tabela 19

Case Processing Summary

		Cases					
		Valid		Missing		Total	
	TC; TE	N	Percent	N	Percent	N	Percent
Aplic.PÓS	TC	27	100,0%	0	,0%	27	100,0%
	TE	27	100,0%	0	,0%	27	100,0%

Tabela 20

Descriptives

	TC; TE			Statistic	Std. Error
Aplic.PÓS	TC	Mean		31,39	1,542
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	28,22	
			Upper Bound	34,56	
		5% Trimmed Mean		31,43	
		Median		31,00	
		Variance		64,160	
		Std. Deviation		8,010	
		Minimum		16	
		Maximum		47	
		Range		31	
		Interquartile Range		12	
		Skewness		-,168	,448
		Kurtosis		-,372	,872
	TE	Mean		32,07	1,989
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	27,99	
			Upper Bound	36,16	
		5% Trimmed Mean		32,43	
		Median		28,50	
		Variance		106,821	
		Std. Deviation		10,335	
		Minimum		9	
		Maximum		47	
		Range		38	
		Interquartile Range		17	
		Skewness		-,218	,448
		Kurtosis		-,751	,872

Tabela 21

Tests of Normality

		Kolmogorov-Smirnov(a)			Shapiro-Wilk		
	TC; TE	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Aplic.PÓS	TC	,110	27	,200(*)	,974	27	,697
	TE	,154	27	,101	,939	27	,117

* This is a lower bound of the true significance.
a Lilliefors Significance Correction

Tabela 22

Test of Homogeneity of Variance

		Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Aplic.PÓS	Based on Mean	4,232	1	52	,045
	Based on Median	2,884	1	52	,095
	Based on Median and with adjusted df	2,884	1	49,139	,096
	Based on trimmed mean	4,281	1	52	,044

As tabelas 19 e 20 fornecem um resumo da estatística descritiva da variável em estudo. Analisando a tabela 21 podemos afirmar, com um nível de significância 0.05, que a distribuição populacional das duas amostras é normal. Pela análise da tabela 22 verificamos que as variâncias populacionais estimadas a partir das amostras não são homogéneas (à estatística L=4,232, corresponde o valor-p=0,045<0,05, logo rejeita-se a hipótese nula).

Assim, procedeu-se à realização do teste Wicoxon-Mann-Whiteney ou simplesmente, teste de Mann-Whitney. Este teste é o teste não paramétrico adequado para comparar as funções de distribuição de uma variável, pelo menos, ordinal medida em duas amostras independentes. Além disso "pode ser utilizado como alternativa ao teste t-Student para amostras independentes, nomeadamente quando não é possível, ou desejável, evocar a robustez do teste devido à violação dos seus pressupostos (o que acontece quando as amostras são de pequena dimensão ou muito diferentes, as distribuições são muito enviesadas ou platicúrticas e/ou as variâncias são muito heterogéneas" (Maroco, 2007, p. 219). Na presente situação as distribuições das amostras em estudo apresentam variâncias heterogéneas o que justifica a utilização do teste de Mann-Whitney, como alternativa ao teste t-Student para amostras independentes, uma vez que não se verifica uma das condições necessárias para a sua aplicação.

Tabela 23 **Mann-Whitney Test**

Ranks

	0-TC; 1-TE	N	Mean Rank	Sum of Ranks
Aplic.PÓS	0	27	26,65	719,50
	1	27	28,35	765,50
	Total	54		

Tabela 24 **Test Statistics(a)**

	Aplic.PÓS
Mann-Whitney U	341,500
Wilcoxon W	719,500
Z	-,398
Asymp. Sig. (2-tailed)	,690

a Grouping Variable: 0-TC; 1-TE

Analisando as tabelas 23 e 24 que apresentam os resultados obtidos pela aplicação do teste de Mann-Whitney, podemos afirmar que as diferenças das classificações médias registadas entre as duas turmas nos objectivos de aplicação no Pós-Teste não são estatisticamente significativas (U=341,5; W=719,5; valor-p=0,690>0.05) Assim, não rejeitamos a hipótese nula.

A figura 13, ilustra a distribuição das classificações obtidas pelos dois grupos no que diz respeito aos objectivos de aplicação do Pós-teste. Pela sua análise, podemos ver que na TC as classificações estão mais concentradas em torno da mediana do que na TE. Também se observa que o menor valor registado na TE é bastante inferior ao verificado na TC, sendo igualmente de notar que, os valores observados na TE no terceiro quartil estão significativamente mais dispersos do que os observados na TC. De um modo geral podemos afirmar que a distribuição em estudo é mais assimétrica na TE do que na TC.

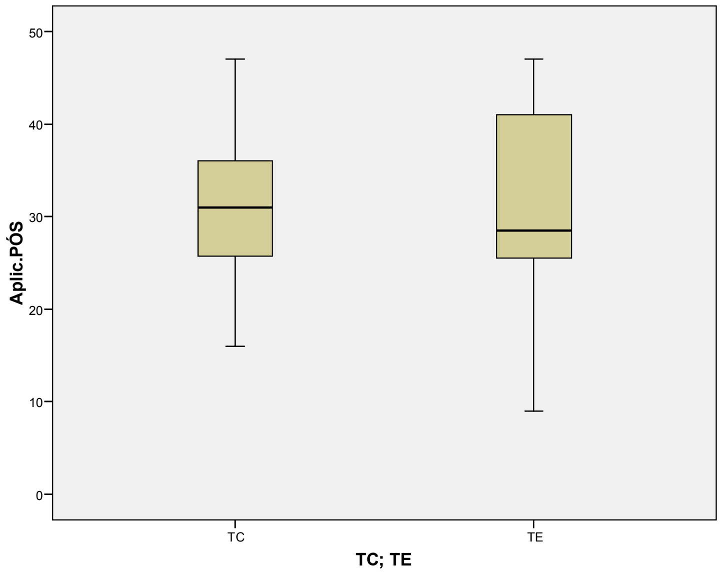


Figura 13. Diagrama de extremos e quartis das classificações obtidas por cada turma (TC e TE) nos objectivos de aplicação do Pós-Teste.

2.3 Comparação das classificações obtidas no Pré-Teste e no Pós-Teste para a mesma turma.

Para averiguar a eficácia do tratamento testou-se, utilizando o teste T para amostras correlacionadas, ao nível de significância 0.05, a hipótese nula: Não existem diferenças entre a média obtida no Pré-Teste e no Pós-Teste, para cada uma das turmas, contra a hipótese alternativa: Existem diferenças entre a média obtida no Pré-Teste e no Pós-Teste, para cada uma das turmas.

2.3.1 Turma Experimental (TE).

Tabela 25

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Pré-teste	27.500	27	13.6516	2.6272
	Pós-teste	59.444	27	23.2604	4.4765

Tabela 26

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	Pré-teste & Pós-teste	27	.681	.000

Tabela 27

Paired Samples Test

	Paired Differences							
				95% Confidence Interval of the Difference				
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	Lower	Upper	t	f	Sig. (2-tailed)
Pair 1 Pré-teste - Pós-teste	-31.9444	17.1668	3.3038	-38.7354	-25.1535	9.669	6	.000

As tabelas 25, 26 apresentam as medidas descritivas da variável em estudo. A tabela 27 apresenta o resultado do teste T para amostras correlacionadas. Pela sua análise, podemos rejeitar a hipótese nula, a um nível de significância 0.05, pois à estatística T=9,669, corresponde um valor-p= 0<0,05. Assim, podemos afirmar que existem diferenças significativas entre as classificações obtidas no Pré-Teste e no Pós-Teste na TE. Podemos também afirmar que o valor médio das classificações obtidas no Pós-Teste é significativamente superior ao obtido no Pós-Teste.

2.3.2 Turma de Controlo (TC)

Tabela 28 Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Pré-teste	28.074	27	11.6971	2.2511
	Pós-teste	55.41	27	18.867	3.631

Tabela 29 **Paired Samples Correlations**

	N	Correlation	Sig.
Pair 1 Pré-teste & Pós-teste	27	.733	.000

Tabela 30 **Paired Samples Test**

	Paired Differences							
				95% Confidence Interval of the Difference				
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	Lower	Upper	t	f	Sig. (2-tailed)
Pair 1 Pré-teste - Pós-teste	-27.3333	13.0104	2.5038	-32.4801	-22.1866	-10.917	6	.000

As tabelas 28, 29 apresentam as medidas descritivas da variável em estudo. Por análise da tabela 30 que apresenta os resultados do teste T para amostras correlacionadas, podemos rejeitar a hipótese nula ao nível de significância 0.05, pois à estatística de teste T=-10,917 corresponde o valor-p=0<0,05. Podemos afirmar que as classificações médias obtidas no Pré-Teste e no Pós-Teste na TC, são significativamente diferentes. O valor médio das classificações obtidas no Pós-teste é significativamente superior ao obtido no Pré-Teste.

2.4 Efeitos na consecução dos objectivos considerados essenciais

Para dar resposta à ultima questão de investigação, que perguntava, "que diferenças e semelhanças poderão ser detectadas nos resultados obtidos nos dois grupos, no que diz respeito à consecução, por parte destes alunos, dos objectivos considerados essenciais para a compreensão e capacidade de aplicação na resolução de problemas dos Números racionais" (Cap. I, p. 6), analisaram-se as frequências referentes ao número de alunos que, em cada grupo, atingiram cada um dos objectivos definidos.

Considerou-se que o aluno atingiu um objectivo quando respondeu correctamente às questões de compreensão e aplicação relativas ao referido objectivo, no Pós-Teste.

Apresentam-se, na tabela seguinte, os objectivos considerados relevantes para a consecução da aprendizagem deste tema, que são os que constam da matriz de objectivos dos testes de Números Racionais (Apêndice II).

Tabela 31

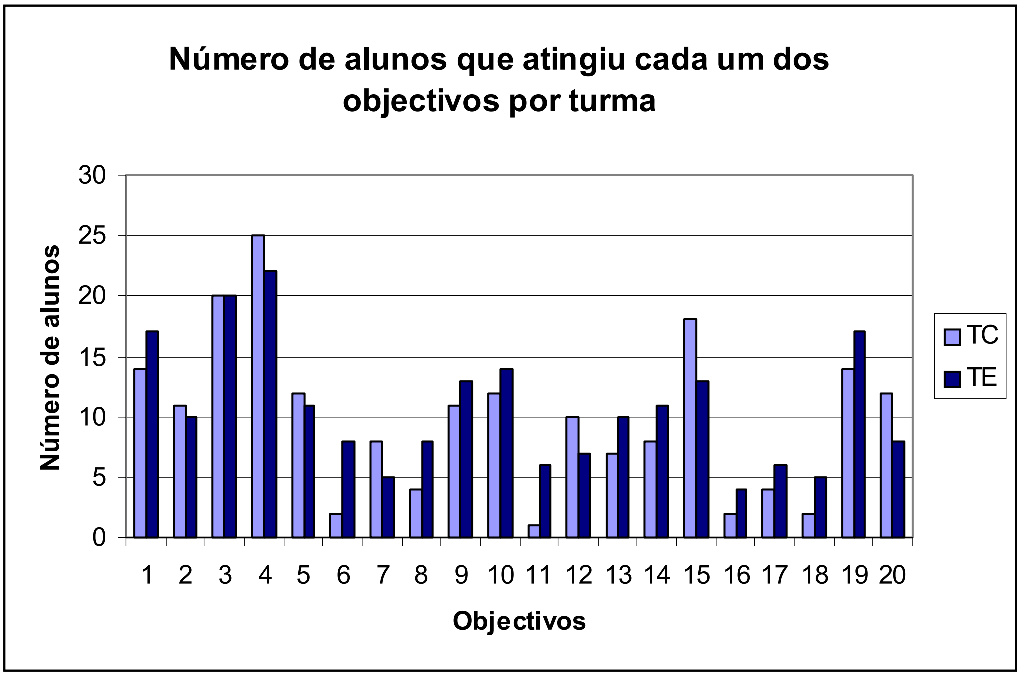
Nº	Objectivos considerados relevantes para a consecução da aprendizagem deste tema
1	Identificar fracção como quociente de dois números inteiros a e b com b $\neq$ 0.
2	Comparar fracções com a unidade e com a metade no cenário de um problema e identificar fracções que representam a unidade e as que representam um número maior ou menor que o numeral decimal 0,5
3	Identificar fracção como relação parte todo.
4	Identificar diferentes formas de representar fracções e suas designações.
5	Reconhecer fracções equivalentes no cenário de um problema e Identificar fracções equivalentes.
6	Identificar fracção como razão entre dois números inteiros.
7	Comparar números racionais escritos nas diferentes formas (fracções próprias, fracções impróprias, numerais mistos fraccionários, numerais decimais)
8	Usar fracção como operador partitivo multiplicativo.
9	Reconstruir a unidade particionada.
10	Estimar a ordem de grandeza de fracção imprópria.
11	Representar números racionais na recta numérica.
12	Identificar fracção como medida, tomando uma medida de massa/comprimento como unidade.
13	Estimar o resultado de adições e subtracções de fracções.
14	Calcular a soma de duas fracções próprias com denominadores múltiplos
15	Identificar fracções que representam números inteiros.
16	Identificar fracções que representam números fraccionários não decimais.
17	Identificar fracções que representam números fraccionários decimais.
18	Identificar fracções impróprias e conhecer a sua representação escrita na forma de numeral misto fraccionário.
19	Reconhecer número racional como sendo todo o número que se pode representar por uma fracção.
20	Identificar fracções irredutíveis

Na tabela seguinte podemos ver o número de alunos que atingiu cada um dos objectivos em cada um dos grupos.

Tabela 32

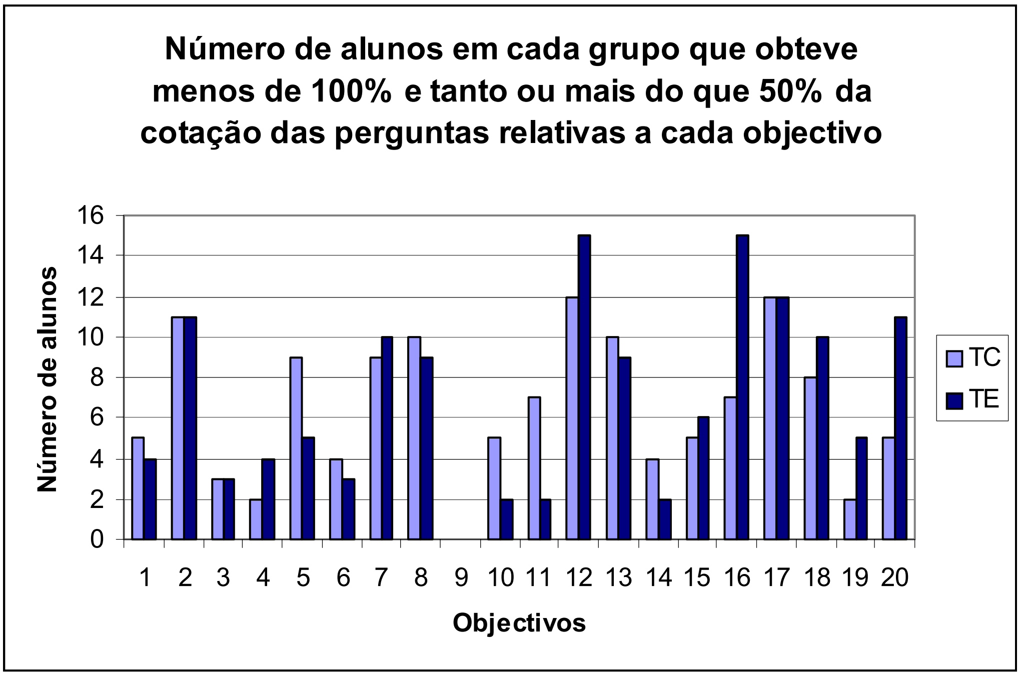
	Número de alunos	
Objectivos	TC	TE
1	14	17
2	11	10
3	20	20
4	25	22
5	12	11
6	2	8
7	8	5
8	4	8
9	11	13
10	12	14
11	1	6
12	10	7
13	7	10
14	8	11
15	18	13
16	2	4
17	4	6
18	2	5
19	14	17
20	12	8
	Total=27	Total=27

Gráfico 6



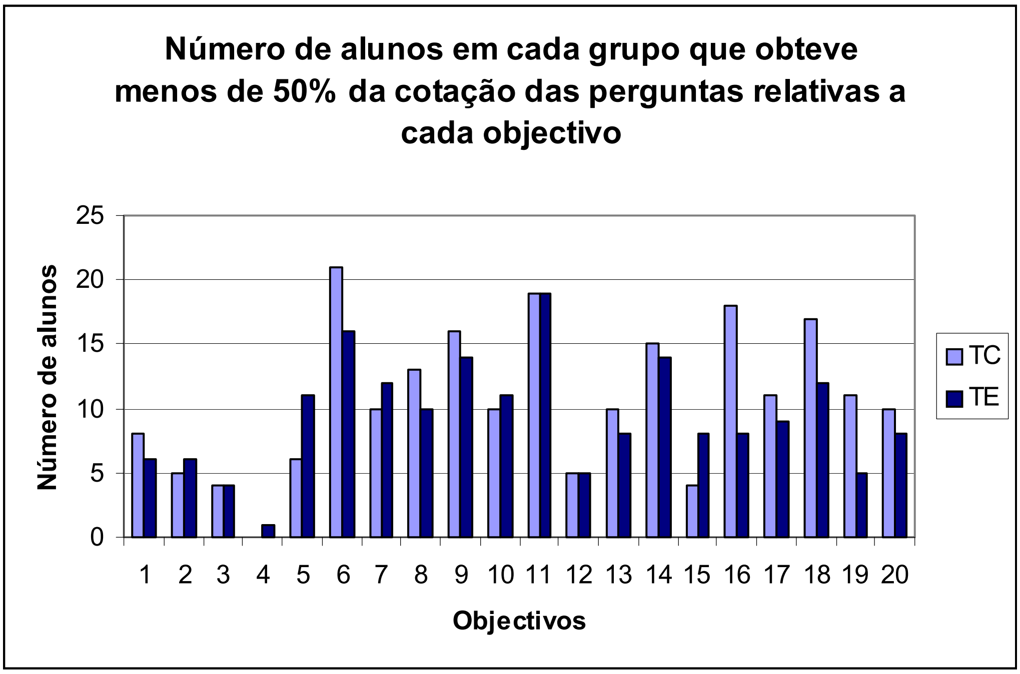
Pela análise da tabela 32, através da qual elaboramos o gráfico 6 podemos concluir que os objectivos 3 (Identificar fracção como relação parte todo) e 4 (Identificar diferentes formas de representar fracções e suas designações) foram atingidos por um maior número de alunos de ambas as turmas. Os objectivos 6 (Identificar fracção como razão entre dois números inteiros), 11 (Representar números racionais na recta numérica), 16 (Identificar fracções que representam números fraccionários não decimais), 18 (Identificar fracções impróprias e conhecer a sua representação escrita na forma de numeral misto fraccionário), revelaram-se particularmente difíceis de alcançar, sobretudo para a turma de controlo. Salienta-se a grande diferença entre o número de alunos da TE e da TC que atingiram o objectivo 6 (Identificar fracção como razão entre dois números inteiros). Verifica-se que os alunos da TC apresentam maior facilidade na consecução dos objectivos 2 (Comparar fracções com a unidade e com a metade no cenário de um problema e identificar fracções que representam a unidade e as que representam um número maior ou menor que o numeral decimal 0,5), 4 (Identificar diferentes formas de representar fracções e suas designações), 5 (Reconhecer fracções equivalentes no cenário de um problema e Identificar fracções equivalentes), 7 (Comparar números racionais escritos nas diferentes formas (fracções próprias, fracções impróprias, numerais mistos fraccionários, numerais decimais)), 12 (Identificar fracção como medida, tomando uma medida de massa como unidade) 15 (Identificar fracções que representam números inteiros, 20 (Identificar fracções irredutíveis) do que os alunos da TE, registando-se a maior diferença no objectivo 15, com 5 alunos. O objectivo 3 revelou-se com igual nível de facilidade para os dois grupos. Para os restantes doze objectivos considerados relevantes para a consecução, verifica-se que os alunos da TE apresentaram maior facilidade que os da TC, sendo a maior diferença registada no objectivo 6, com 6 alunos a mais da TE a alcançar o referido objectivo.

Gráfico 7



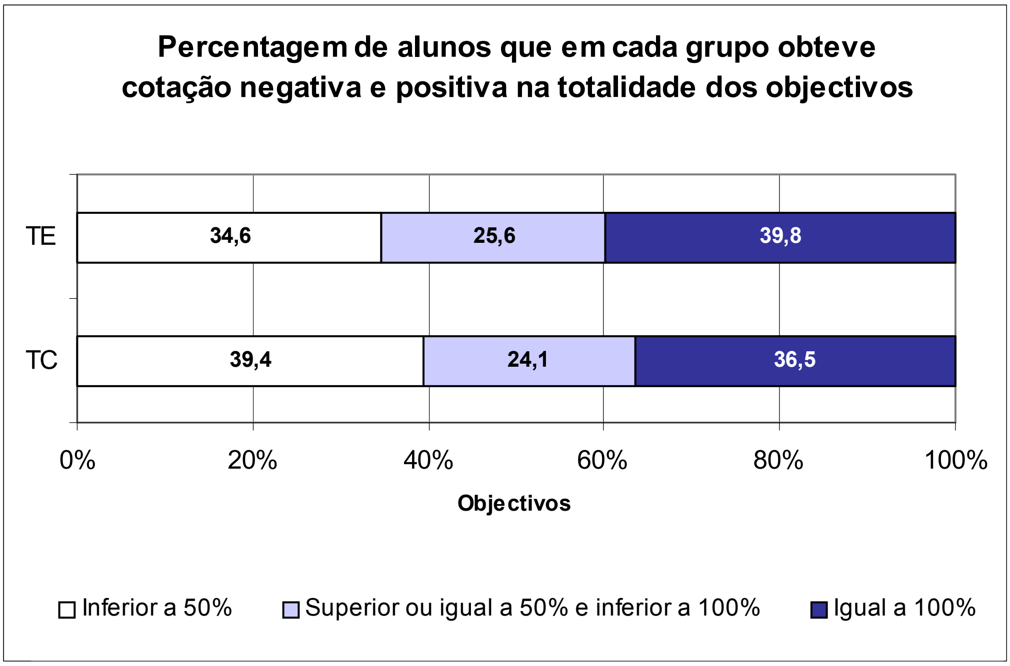
Pela análise do gráfico 7 podemos fazer algumas observações sobre a quantidade de alunos que em cada turma atingiu classificação positiva a cada um dos objectivos, mas inferior a 100%. Verifica-se que o objectivo 12 (Identificar fracção como medida, tomando uma medida de massa como unidade) foi o que apresentou maior número de alunos com classificação positiva inferior a 100% para as duas turmas, embora com superioridade para a TE (mais três alunos). Verificou-se uma grande discrepância no objectivo 16 (Identificar fracções que representam números fraccionários não decimais) e 20 (Identificar fracções irredutíveis) onde mais do dobro dos alunos da TE em relação aos da TC, conseguem classificação positiva e inferior a 100%. Relativamente aos objectivos 10 (Estimar a ordem de grandeza de fracção imprópria e 11 (Representar números racionais na recta numérica) verificou-se que há uma diferença de mais do dobro dos alunos da TC relativamente aos da TE que obtiveram classificação positiva inferior a 100%.

Gráfico 8



Pela análise do gráfico 8, que nos dá informação sobre o número de alunos, em cada turma, que obteve classificação negativa a cada um dos objectivos, verifica-se que a maioria dos alunos apresentou dificuldades na consecução dos objectivos 6 (Identificar fracção como razão entre dois números inteiros) e 11 (Representar números racionais na recta numérica). Verifica-se que relativamente aos objectivos 1 (Identificar fracção como quociente de dois números inteiros a e b com b $\neq$ 0), 6 (Identificar fracção como razão entre dois números inteiros), 8 (Usar fracção como operador partitivo multiplicativo), 9 (Reconstruir a unidade particionada), 13 (Estimar o resultado de adições e subtracções de fracções), 14 (Calcular a soma de duas fracções próprias com denominadores múltiplos), 16 (Identificar fracções que representam números fraccionários não decimais), 17 (Identificar fracções que representam números fraccionários decimais), 18 (Identificar fracções impróprias e conhecer a sua representação escrita na forma de numeral misto fraccionário), 19 (Reconhecer número racional como sendo todo o número que se pode representar por uma fracção) e 20 (Identificar fracções irredutíveis) há um maior número de alunos com classificação negativa na TC do que na TE. O objectivo 4 (Identificar diferentes formas de representar fracções e suas designações) foi o que apresentou maior facilidade, com apenas um aluno a obter classificação negativa.

Gráfico 9



Pela análise do gráfico 9 verifica-se que para a totalidade dos objectivos considerados relevantes para a consecução 39,44% dos alunos da TC e 34,63% da TE obtiveram classificações inferiores a cinquenta por cento. Relativamente às classificações positivas mas diferentes de cem por cento, verificou-se apenas uma diferença de 1,48% sendo a TE a que apresenta superioridade. Relativamente à percentagem de alunos que alcançou a totalidade da cotação em alguns dos objectivos considerados relevantes para a consecução, verificou-se uma superioridade da TE com 39,81%, relativamente à TC com 36,48%. Podemos afirmar que se verificou superioridade da TE em relação à TC, na aquisição dos objectivos considerados relevantes para a consecução da aprendizagem deste tema.

2.5 Síntese dos dados obtidos

Em síntese, podemos afirmar com base na análise dos dados obtidos neste estudo que:

1. Os resultados obtidos no Pré-Teste mostraram não haver diferenças estatisticamente significativas a um nível de significância 0.05, entre as duas turmas.
2. Os resultados obtidos no Pós-Teste mostraram não haver diferenças estatisticamente significativas entre os dois métodos de ensino utilizados, a um nível de significância 0.05.
3. No que se refere aos resultados obtidos no Pós-Teste relativamente aos objectivos de compreensão e de aplicação a análise estatística indica não haver diferenças significativas, ao nível de significância 0.05, entre as duas turmas.
4. As diferenças entre as classificações do Pré e Pós testes em cada uma das turmas mostraram que os alunos realizaram grandes progressos ao nível da compreensão e capacidade de aplicação dos Números Racionais para resolver problemas, verificando-se do Pré-Teste para o Pós-Teste uma subida na média das classificações de 31,94% na TE e 27,34% na TC.
5. Relativamente à consecução dos objectivos considerados relevantes para a aprendizagem dos Números Racionais concluiu-se que a maioria dos alunos revelou grande dificuldade em atingir os objectivos 11, 16 e 18 (a saber, respectivamente: representar números racionais na recta numérica; Identificar fracções que representam números fraccionários não decimais e identificar fracções impróprias e conhecer a sua representação escrita na forma de numeral misto fraccionário). Mostrou também que os alunos revelaram muita facilidade em alcançar os objectivos 3 e 4 (identificar fracção como relação parte todo; identificar diferentes formas de representar fracções e suas designações). Verificou-se que aproximadamente 50% dos alunos alcançaram os objectivos 1, 9, 10, 15, e 19 (a saber, respectivamente: identificar fracção como quociente de

dois números inteiros a e b com b $\neq$ 0; reconstruir a unidade particionada; estimar a ordem de grandeza de fracção imprópria; identificar fracções que representam números inteiros; reconhecer número racional como sendo todo o número que se pode representar por uma fracção). Os alunos da TE revelaram maior sucesso que os da TC em doze dos objectivos, verificando-se que os alunos da TC foram superiores em sete objectivos considerados relevantes para a consecução. Mais de metade dos alunos obteve classificação positiva a quinze dos objectivos, registando-se apenas em cinco objectivos menos de metade dos alunos com classificação positiva. Verificou-se que 39,81% dos alunos da TE e 36,48% na TC obtiveram a classificação máxima a alguns dos objectivos, verificando-se superioridade na TE em relação à TC.

Capítulo V. Discussão: Conclusões, Limitações e Recomendações

Neste capítulo apresentam-se as conclusões do estudo, limitações e recomendações.

V-1. Conclusões

Com base na análise dos dados obtidos neste estudo e tendo em conta os objectivos que motivaram a realização do mesmo, concluiu-se que:

◙ Os resultados obtidos no Pré-Teste mostraram não haver diferenças significativas a um nível de significância 0.05, entre as duas turmas. No entanto a análise qualitativa feita a partir do conhecimento das características de cada uma das turmas indica a existência de algumas diferenças entre elas. As classificações obtidas no período anterior ao da experiência, o ambiente familiar e as ajudas e acompanhamento extra-escolares são factores que poderão influenciar os resultados. De acordo com Pessoa (2004), as variáveis que mais interferem no sucesso escolar em matemática são as variáveis estruturais que se referem à estabilidade e disponibilidade familiar e também às habilitações académicas dos pais.

◙ As diferenças entre as classificações do Pré e Pós testes em cada um dos grupos mostraram que os alunos realizaram grandes progressos ao nível da compreensão e capacidade de aplicação dos Números Racionais para resolver problemas, permitindo concluir que o ensino foi eficaz nas duas turmas.

Neste estudo, a utilização da história "Ainda não estão contentes?" do autor António Torrado, nas sessões da turma experimental através duma dinâmica de trabalho em comum, permitiu o apelo a experiências anteriores, à imaginação e à integração destas com a realidade. Este facto contraria a ideia descrita por Smole (2000) como uma limitação das aulas de matemática, em geral, quando refere que "as acções pedagógicas ligadas à matemática escolar traçam uma fronteira que não permite que fantasia e realidade se articulem como seria desejável" (p. 70). Na verdade, a acção pedagógica que utilizámos iniciando o estudo de um conceito matemático contando uma história simples mas cativante, eliminou a barreira que se forma geralmente quando se introduz o conceito de Número Racional. Por outro lado, Cramer et al (1997) referem que os alunos beneficiam das oportunidades para conversar com outros e com o professor sobre fracções para construírem o seu próprio entendimento sobre o conceito. Referem também que os materiais de ensino devem centrar-se no desenvolvimento do conhecimento conceptual antes do conhecimento formal com símbolos e algoritmos. Estas perspectivas vão ao encontro do que Micotti (1999) afirma quando escreve "Cabe ao trabalho didáctico integrar as relações entre o saber científico e o contexto pedagógico. O ensino, como parte do processo educacional, envolve intervenção coerente – o compromisso de considerar a perspectiva dos alunos, em sua interacção com o objectivo de estudo, não exclui o compromisso com o acesso ao saber." (p. 165).

Em nosso entender, o método de ensino implementado na turma experimental, motivado por uma história interessante, tão do agrado dos alunos, rodeada de uma certa perspectiva detectivesca sobre qual seria a próxima decisão do tratador, vai ao encontro desta visão. Assim, concluímos que a história para crianças utilizada, contextualizando problemas, situações imaginárias, onde a compreensão e a interligação de conceitos foram colocadas em primeiro plano e potenciadas pela dinâmica de trabalho em comum, foi eficaz, pois produziu resultados positivos ao nível da compreensão e capacidade de aplicação dos Números Racionais.

◙ Os resultados obtidos no Pós-Teste mostram não haver diferenças significativas entre os dois métodos de ensino utilizados, a um nível de significância 0.05. No que se refere aos resultados obtidos no Pós-Teste relativamente aos objectivos de compreensão e à capacidade de aplicação dos Números Racionais para resolver problemas, a análise estatística indicou não haver diferenças significativas ao nível de significância 0.05, entre as duas turmas.

No entanto, pensamos que as diferenças entre as duas turmas poderiam ter sido mais expressivas se a proposta de ensino implementada na turma experimental tivesse sido aplicada à turma de controlo, ou se a professora titular das turmas fosse a investigadora, usufruindo assim de outro tipo de relação com os alunos, ou ainda, se esta experiência tivesse ocorrido no início do ano lectivo, onde as expectativas dos alunos relativamente às aprendizagens na disciplina de Matemática seriam, por ventura, mais elevadas, atendendo ao aumento das diferenças verificadas nas classificações obtidas pelos alunos das duas turmas do primeiro para o segundo períodos anteriores ao da realização do estudo.

Uma proposta de ensino que parte da resolução de problemas como método para construir e compreender o conceito em estudo não nos parece fácil de incorporar num curto espaço de tempo, mas, tal como refere Palhares et al (2004) "oferece uma oportunidade única de mostrar a relevância da matemática no quotidiano dos alunos, apesar de toda a dificuldade que resolver problemas reveste" (p. 7). Esta dificuldade ficou evidente nas sessões da turma experimental, sobretudo quando perante um problema grande parte dos alunos mostrou uma postura de fragilidade descrita por Smole (2000), quando refere que o aluno "ao deparar com um problema em que não identifica a operação a ser utilizada, só lhe resta desistir e esperar a resposta do professor ou de um colega" (p. 73). Consideramos que a resolução de problemas é uma actividade complexa que envolve, entre outros aspectos, coordenação do conhecimento, intuição, confiança, persistência, análise e comparação e que por isso "não pode ser reduzida a um algoritmo, através do qual o aluno chegue a uma solução seguindo regras preestabelecidas." (Smole 2000, p.73). Vários autores (Cramer et al, 1997; César, 1999, 2000; Onuchic, 1999; Palhares, 2004; Serrazina, 1999; Smole, 2000), referem a necessidade evidenciada por muitos alunos de usar modelos concretos para desenvolver imagens mentais necessárias para pensar nos conceitos que envolvem as fracções. Foi com base nesta evidência que pensamos em utilizar modelos concretos vindos de histórias infantis, nomeadamente esta que utilizamos onde António Torrado usa macacos e bananas. A questão que pusemos a nós próprios foi: será que esta história promoverá o "desenvolvimento de imagens mentais necessárias para pensar no conceito de fracção?". Estas imagens, provenientes da história, associadas às tarefas propostas, à manipulação dos materiais construídos para as aulas da turma experimental (os círculos fraccionados, as tiras de papel para dobragens, as tampas de plástico) foram certamente potenciadoras deste objectivo. Onuchic (1999), lembra que "no mundo real, aprender é muitas vezes um processo compartilhado e que o progresso em direcção a um objectivo vem através de esforços combinados de muita gente.” (p. 216). A leitura da história “Ainda não estão contentes?”, motivou extraordinariamente os alunos que recorriam frequentemente à comparação do modelo matemático que ela encarava (o fraccionamento de um conjunto finito de objectos) com novos temas e novos problemas por eles formulados, como por exemplo: “Lá em casa somos três irmãos e comemos seis iogurtes por dia. Se a minha mãe comprasse quinze iogurtes por dia e cada um de nós comesse o mesmo número de iogurtes, que parte é que cada um comia? E como os podíamos dividir ao longo do dia?”, ou ainda: “Quando a minha mãe faz um bolo, o meu irmão mais velho quer come-lo todo. A mãe diz sempre - Têm que o partir em fatias iguais e todos comem o mesmo número de fatias!”. Em nosso entender, estes exemplos trazidos para a aula pelos alunos, evidenciam a combinação das experiências do dia a dia com a fantasia trazida pela história em uso e ainda com o tema em estudo, os Números Racionais.

A combinação de todos estes aspectos, leva-nos a concluir a eficácia das tarefas construídas para a turma experimental no cenário da história para tirar partido da interacção entre pares, da manipulação de materiais, do registo escrito e da comunicação, possibilitando ao aluno um papel activo na construção do seu próprio conhecimento na sala de aula. Afinal “na Matemática, como na vida, não é por se aceder às soluções que se aprende a resolver um problema. Sempre que se resolve um problema não se fica mais competente para descobrir novas soluções mas, pelo contrário, para não se fugir de novos problemas.” (Sá, 2000, p. 113)

◙ Relativamente à consecução dos objectivos considerados essenciais para a aprendizagem dos Números Racionais concluiu-se que, para a totalidade dos objectivos, 39,44% dos alunos da turma de controlo e 34,63% da turma experimental obtiveram classificações inferiores a cinquenta por cento. Relativamente às classificações positivas mas diferentes de cem por cento, verificou-se apenas uma diferença de 1,48% sendo a turma experimental a que apresenta superioridade. Quanto à percentagem de alunos que alcançou a totalidade da cotação em alguns dos objectivos, verificou-se uma superioridade da turma experimental, com 39,81%, relativamente à turma de controlo com 36,48%.

Os alunos da turma experimental revelaram maior sucesso que os da turma de controlo em doze dos objectivos, verificando-se que os alunos da turma de controlo foram superiores em sete objectivos considerados essenciais para a consecução. Mais de metade dos alunos obteve classificação positiva a quinze dos objectivos, registando-se apenas em cinco objectivos menos de metade dos alunos com classificação positiva.

V-2. Limitações

Neste estudo encontraram-se as seguintes limitações:

1. Através de uma análise qualitativa das características dos alunos de cada uma das turmas, verificou-se que a dispersão das idades na TE (nove a doze anos) é maior que na TC (nove a onze anos), havendo nesta uma maior homogeneidade nas idades (63% dos alunos com dez anos na TC e 55,6% na TE). Também no período anterior à experiência o número de alunos da TE com classificação negativa foi o dobro do número de alunos da TC. Verificou-se ainda, um maior número de alunos da TE com nível cinco (sete para quatro da turma de controlo). A TE continha dois alunos com total desinteresse à disciplina, e com elevadas carências ao nível das competências sociais e afectivas, que se repercutiam nos comportamentos em sala de aula. Tal como refere Gates "o meio social de um indivíduo influência o seu desempenho educacional na escola" (2004, p. 86). Quanto às habilitações académicas do agregado familiar também se detectaram algumas diferenças entre as duas turmas. Verificou-se que 57,4% dos encarregados de educação da TC possuíam habilitações académicas superiores ao 9º ano de escolaridade, ao passo que na TE apenas 42,6% dos encarregados de educação verificaram estas condições. Este facto pode ter condicionado o acompanhamento extra-escolar dos alunos. Ainda relativamente às condições familiares dos alunos, verificou-se que na TE havia cinco alunos com os pais separados, e na TC dois. Quanto às retenções, seis alunos da TE tinham uma retenção em anos anteriores, e apenas dois na TC ficaram retidos uma vez em anos anteriores. Pensamos que os aspectos mencionados podem ter influência nos resultados do estudo, no entanto estas diferenças tiveram de ser aceites

pela investigadora por impossibilidade de dispor de turmas com parâmetros mais adequados ao objectivo.

2. Os alunos da turma experimental trabalharam pela primeira vez na aula de matemática, numa dinâmica de pares (ou ternos), com materiais para gerir, com tarefas mais abertas, partilha e discussão de saberes, além da responsabilização individual por diferentes papeis assumidos ao longo das sessões, onde manifestaram muitas dificuldades. Por isso algum do tempo das aulas foi ocupado com instruções, esclarecimentos e resolução de pequenos problemas ao nível das relações interpessoais e competências sociais, o que diminuiu o tempo disponível para a manipulação do conceito de Número Racional. No entanto verificou-se uma boa adesão aos planos de trabalho, nomeadamente por parte dos alunos com piores classificações à disciplina que se mostraram muito motivados e empenhados no trabalho, tendo-se verificado um efeito positivo na construção do conceito de Número Racional. Na verdade durante e após a leitura do conto de António Torrado, os alunos compreenderam que o número racional era algo que teriam de aprender, com o qual lidavam e teriam de continuar a lidar. Todos os condicionalismos referidos não nos levam a concluir da ineficácia do método testado, muito pelo contrário, conduzem-nos a reflectir sobre a necessidade de oferecer mais e melhores oportunidades de ensino aos alunos de modo a que estes possam de uma forma dinâmica apropriar-se do conhecimento e adquirir e mobilizar as competências necessárias para fazer face a uma vida activa. Afinal, e tal como referem Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) a aprendizagem é um processo de construção activo do conhecimento onde a variedade e qualidade das tarefas que são oferecidas aos alunos em contexto escolar assumem uma importância fundamental na aquisição, compreensão e capacidade de aplicação de novos conhecimentos.

3. O facto da investigadora não ser a professora das turmas em estudo fez certamente, com que os alunos da TE, onde dinamizou as sessões sobre o tema tratado, a entendessem com outro estatuto. Afinal, numa Escola onde os alunos (apesar de terem apenas quatro anos de escolaridade obrigatória), integram, rapidamente, na sua matriz de saberes que o que realmente importa é a média obtida nos testes para a atribuição da classificação final, uma professora que não vai atribuir a classificação no fim do ano, tem menos preponderância. Por esta razão a investigadora sentiu alguma dificuldade em apelar ao cenário da história e criar um ambiente mais envolvente e integrador,

considerando que teria sido possível tirar mais partido da magia em que uma história permite envolver as crianças para que mais facilmente se empenhem no trabalho sobre o conceito em estudo. Considera-se que este facto poderá ter influenciado os resultados do estudo.

4. O tempo disponibilizado para leccionar este tema nas aulas que seguem o método de ensino tradicional é habitualmente de 10 a 11 sessões (de 90 minutos cada uma). Como se decidiu que as duas turmas ocupariam o mesmo número de sessões, os alunos da turma de controlo tiveram mais tempo para o estudo e compreensão do conceito do que habitualmente lhes é dado seguindo o método de ensino tradicional. Além disso, a investigadora esteve sempre presente e disponível para esclarecer dúvidas e auxiliar todos os alunos que a solicitavam, constituindo assim mais uma ajuda à compreensão do tema. Deste modo, a turma de controlo teve mais tempo para compreender, aplicar e consolidar procedimentos e algoritmos e também para esclarecer dúvidas, ao passo que a TE dispendeu grande parte do tempo em actividades de construção do conceito restando pouco tempo para a consolidação do mesmo.

5. As questões que constituíram o Pós-Teste, não sendo iguais às trabalhadas nas sessões da turma experimental, eram do mesmo tipo, o que poderá ter favorecido esta turma.

V-3. Recomendações

Os resultados obtidos neste estudo sugerem as seguintes recomendações:

1. Esta experiência mostrou que apesar da maioria dos alunos terem na sua história apenas quatro anos de escolaridade obrigatória, não estão habituados a funcionar em reciprocidade com a Escola, isto é, não estão habituados a ter um papel activo no processo de aprendizagem na sala de aula. Este facto interferiu muito no rendimento das sessões da turma experimental. Sendo a aprendizagem um processo reconhecidamente dinâmico e multifacetado, entrando em jogo, para os desempenhos académicos dos alunos, elementos afectivos, sociais e cognitivos, que interagem entre si

de uma forma dialéctica (César, 2000), e conscientes de que as competências se desenvolvem pela acção, sugere-se que se forneça aos professores formação adequada para que possam adoptar, com segurança e desde o primeiro ano de escolaridade obrigatória, práticas de ensino que contemplem uma forte componente de interacção deixando ao aluno um papel activo e construtor do seu saber.

2. Consideramos fundamental auxiliar os professores a aumentar o conhecimento didáctico dos conteúdos que leccionam (até para poderem compreender as dificuldades que muitos alunos têm em percebê-los, deixando de lado a ideia enraizada de que aqueles que não conseguem alcançar os objectivos previamente definidos precisam, apenas, de trabalhar mais) e assim efectuarem planificações adequadas das aulas onde os objectivos (cognitivos e sociais) estejam previamente definidos e as tarefas utilizadas levem os alunos a construir o seu próprio percurso traduzido por estruturas lógico-algébricas adequadas, preocupação, aliás, já manifestada há dois séculos atrás por Lewis Carrol, tal como focámos em I – 1.

3. Um outro aspecto, não menos importante, é a necessidade de auxiliar o professor a tirar proveito da diversidade dos elementos que compõem as turmas de modo a que se construa uma relação de reciprocidade entre as diferentes competências, gostos, experiências e assim se auxiliem eficazmente os alunos a construir uma concepção da matemática como uma ciência para todos, uma disciplina viva, onde é possível experimentar, conjecturar, testar, imaginar e onde vale a pena tentar e persistir. Neste sentido, a leitura e utilização de uma história motivadora do trabalho com um conceito matemático, como esta que utilizámos, oferece este ambiente potenciador de criatividade e fantasia, proporcionando um trabalho que facilmente desperta a curiosidade pelo simbolismo dos números, pela noção de quantidade, pela manipulação dos conceitos.

4. Pensamos que é fundamental a construção de tarefas e materiais para a sala de aula que permitam aos alunos a construção do conhecimento, privilegiando a compreensão, em vez da simples aplicação de algoritmos e procedimentos. As referidas tarefas deverão ser adaptáveis a diferentes contextos de modo a que os professores possam tornar as aprendizagens o mais significativas possíveis para cada aluno e que tenham em conta os diferentes aspectos a leccionar sobre os Números Racionais.

5. Um dos grandes problemas identificados, a nível mundial, neste tema foi a memorização de algoritmos e procedimentos que, muitas vezes, de um ano lectivo para o outro, os alunos se revelam incapazes de utilizar. Consideramos que seria de grande interesse investigar as diferenças existentes no desenvolvimento do sentido de Número Racional, conceito que mundialmente é considerado de difícil apreensão e tratamento, entre alunos que obtiveram bons resultados a matemática na TE e na TC e entre alunos que obtiveram resultados fracos nas mesmas turmas, por forma a identificar as dificuldades existentes e assim se poder actuar no futuro.

6. Pensamos também que seria importante estudar a evolução dos alunos destas duas turmas, no que se refere à capacidade de comunicar raciocínios, problematizar e resolver problemas depois desta experiência de ensino.

B i b l i o g r a f i a

Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica.* Lisboa: Ministério da Educação – DEB.

Abdal-Haqq, I. (2001). Constructivism in Teacher Education: Considerations for those who would link practice to theory [7 p.]. In *The Educational Resources Information Center: Digests and Publications* [online]. Available: http://www.ericsp.org/pages/digestes/teachered.html. (Maio 2, 2007).

Alves, C., Morais, C., Martins, C., Pires, M., Barros, P. (2004). *Actas do XV Seminário e Investigação em Educação Matemática.* Lisboa: APM.

Bastos, G. (1999). *Literatura Infantil e Juvenil*. Lisboa: Universidade Aberta.

Behr, M., Harel, G., Post, T. & Lesh, R. (1991). The Operator Construct of Rational Number. In *F. Furinghetti (Ed.) Proceedings of PME XV Conference (pp. 120-127)*. Assisi, Italy: PME.

Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver E. (1983). Rational Number Concepts. In *R. Lesh & M. Landau (Eds.), Acquisition of Mathematics Concepts and Processes, (pp. 91-125)*. New York: Academic Press.

Behr, M., Post, T. (1992). Teaching Rational Number and Decimal Concepts. In *Post (ed.), T. Teaching mathematics in grades k-8: Research-based methods (2nd ed.) (pp. 201-248)*. Boston: Allyn and Bacon.

Behr, M., Wachsmuth, I., Post T., & Lesh R. (1984). Order and Equivalence of Rational Numbers: A Clinical Teaching Experiment. In *Journal for Research in Mathematics Education, 15(5), 323-341*

Bettelheim, B. *Psicanálise dos Contos de Fadas. (9ª Edição).* Venda Nova: Bertrand Editora.

Bezuk, N., & Cramer, K. (1989). Teaching About Fractions: What, When, and How? In *P. Trafton (Ed.), National Council of Teachers of Mathematics 1989 Yearbook: New Directions For Elementary School Mathematics (pp. 156-167).* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Cadima, J. & Silva, P. (2005). Contributos para a análise de situações de exploração de uma história em contexto de sala de aula do 1º ano de escolaridade. In:. Viana, F., Coquet, E., Martins, M. Coord (2005). *Leitura, Literatura Infantil e Ilustração 5: Investigação e prática docente.* Edições Almedina: Coimbra.

Carroll, L. (1990). *Alice no País das Maravilhas.* Lisboa: Publicações Dom Quixote.

Carroll, L. (1996). *Alice do Outro Lado do Espelho.* Mem Martins: Publicações Europa América.

Carvalho, C. (2001). *Interacção entre pares: Contributos para a promoção do desenvolvimento lógico e do desempenho estatístico no 7º ano de escolaridade* (Tese de Doutoramento, UL). Lisboa: Departamento de Educação da Universidade de Lisboa.

César, M. (2000a). Interacções na aula de Matemática: Um percurso de 20 anos de investigação e reflexão. In C. Monteiro et al. (Eds.), *Interacções na aula de matemática* (pp. 13 – 34). Viseu: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação – Secção de Educação Matemática.

César, M. (2000b). Interacções sociais e apreensão de conhecimentos matemáticos: A investigação contextualizada. In: Ponte, J. P. & Serrazina, L. (org.) *Educação matemática em Portugal, Espanha e Itália: Actas da Escola de Verão - 1999.* Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação – Secção de Educação Matemática.

César, M. (2001). E o que é isto de aprender?: Reflexões e exemplos de um processo complexo. In *Actas do ProfMat 2001* (pp. 103-109). Vila Real: APM.

Cochito, M. (2004). *Cooperação e Aprendizagem.* Lisboa: ACIME - Alto Comissariado para a Imigração e Minorias Étnicas.

Cramer, K. A, Post, T. R., del Mas, R. C. (2002) Initial Fraction Learning by Fourth- and Fifth-Grade Students: A Comparison of the Effects of Using Commercial Curricula With the Effects of Using the Rational Number Project Curriculum. In *Journal for Research in Mathematics Education. 33 (2) 111-144.*

Cramer, K., Behr, M., Post, T., & Lesh, R. (1997a). *The Rational Number Project: Fraction lessons for the middle grades, Level 1*. Dubuque, IA: Kendall/Hunt Publishing Co.

Cramer, K., Behr, M., Post, T., & Lesh, R. (1997b). *The Rational Number Project: Fraction lessons for the middle grades, Level 2*. Dubuque, IA: Kendall/Hunt Publishing Co.

Cramer, K., Henry, A., (2002) Using Manipulative Models to Build Number Sense for Addition of Fractions. In *National Council of Teachers of Mathematics 2002 Yearbook: Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions (pp. 41-48)*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Cramer, K., & Post, T. (1995). Facilitating children's development of rational number knowledge. In *D. Owens, M. Reed, and G. Millsaps (Eds.), Proceedings of the Seventeenth Annual Meeting of PME-NA. (pp. 377-382)*. Columbus, OH: PME.

Fernandes, D. (2005). *Avaliação das Aprendizagens: Desafios às Teorias, Práticas e Políticas.* Lisboa: Texto Editores

Fernandes, E. & Matos, J. (2004). Aprender Matemática na Escola *versus* ser Matematicamente Competente: Que relação? In: Alves, C. Et al (Org.). (2004). *Actas do XV Seminário de Investigação em Educação Matemática.* Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Fonseca, M. e Reis, R. (2000). *Números e Operações*. Lisboa: Universidade Aberta.

Haury, D. L. (2001). *Literature – Based Mathematics in Elementary School.*

Availebel: http://www.ericdigests.org/2003-1/school.htm. (Janeiro 5, 2007).

Leedy, L. (1996). *Fraction Action*. New York: Holiday House.

Lima, L. F. (2007). *O non-sense em L. Carroll e E. Abbott: Reflexos Matemáticos do Relativismo na era Vitoriana.* Availebel: http://www.geocities.com/Athens/Atrium/2466/nonsense.html. (Fevereiro 11, 2007)

Lopes, E. (2007). Porque um conto alude ao mistério. In Azevedo, M. G. & Migueis, M. (Org.), (2007). *Educação Matemática na Infância, Abordagens e desafios.* Vila Nova de Gaia: Gailivro.

Machado, N. J. (2004). *O Pirulito do Pato.* São Paulo: Editora Scipione.

Mamede, E., Nunes, T., Bryant, P. (2005). The Equivalence and Ordering of Fractions in Part-Whole and Quotient Situations. In Chick, H .L. & Vincent, J. L. (Eds.) *Proceedings of 29th Conference of the International Group for the Psycology of Mathematics Education, Vol. 3, pp. 281-288.* Melbourne: PME.

Maroco, J. & Bispo, R. (2003). *Estatística aplicada às ciências sociais e humanas.* Lisboa: Climepsi Editores.

Maroco, J. (2007). *Análise Estatística com Utilização do SPSS.* Lisboa: Edições Sílabo.

Meagher, M. (2002). *Teaching Fractions: New Methods, New Resources.* Availebel: www.eric.ed.gov/. (Setembro 18, 2006).

Mendes, I., Teixeira, nM. (2007). *Análise dos Romances Matemáticos de Lewis Carroll: Contribuições para as Aulas de Matemática.* Availebel: http://www.fae.ufmg.br:8080/ebrapem/completos/11-20.pdf. (Fevereiro 11, 2007).

Micotti, M. C. (1999). O Ensino e as Propostas Pedagógicas. In: Bicudo, M. A. (Org.) (1999). *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas.* São Paulo: Editora UNESP.

Monteiro, C., Tavares, F., Almiro, J., Ponte, J. P., Matos, J. M., Menezes, L. (Org.), (2000). *Interacções na Aula de Matemática.* Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Monteiro, C. & Pinto, H. (2007). *Desenvolvendo o sentido de Número Racional.* Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Moss, J. & Case, R. (1999). Developing Children's Understanding of the Rational Numbers: A New Model an Experimental Curriculum. In *Journal for Research in Mathematics Education.* 30 (2) 122-47

N. C. T. M. (1994). *Normas Profissionais para o Ensino da Matemática.* Lisboa: APM.

N. C. T. M. (1994). *Normas para o Currículo e Avaliação do Ensino da Matemática.* Lisboa: APM.

Novak, J.; Gowin, D. B. (1984). *Aprender a aprender*. Lisboa: Plátano Edições Técnicas

Nunes, T., Bryant, P., Pretzlik, U., Bell, D., Evans, D. & Wade, J. (2004). *Children's Understanding of Fractions.* Available: http://www.brokes.ac.uk/schools/social/psych/childlearn/tnunes_vergnaud.pdf. (Novembro 20, 2006)

OCDE 2004. (2005). *O rendimento dos alunos em matemática.* Lisboa: Santillana – Constância.

Oliveira, I. (1994). *O Conceito de número racional em alunos do 6º ano de escolaridade: estratégias e dificuldades conceptuais*. (Tese de Mestrado, ISPA). Lisboa: APM.

Onuchic, L. (1999). Ensino – Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: Bicudo, M. A. (Org.) (1999). *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas.* São Paulo: Editora UNESP.

Palhares, P. (Coord.), (2004). *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico.* Lisboa: Lidel - Edições Técnicas, Lda.

Pessoa, F. M. (2003). *Parâmetros de sucesso em matemática: análise empírica do impacto de certas variáveis no aproveitamento escolar.* (Tese de Mestrado). Lisboa: Universidade aberta.

Pereira, A. (2004). *SPSS. Guia prático de utilização. Análise de dados para ciências sociais e psicologia.* Lisboa: Edições Sílabo.

Piaget, J. (1983). *Problemas de Psicologia Genética.* Lisboa: Publicações Dom Quixote (Tradução portuguesa da edição original de 1972).

Piaget, J. (1990). *Seis Estudos de Psicologia.* Lisboa: Publicações Dom Quixote (Tradução portuguesa da edição original de 1973).

Pina, M. A. (2001). *Pequeno livro de Desmatemática.* Lisboa: Assirio & Alvim.

Pombo, O. (2007). *Matemática na Alice?* Availebel: http:/www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminário/Alice/influencias.html. (Fevereiro 11, 2007).

Ponte, J., Serrazina, L. (2000). *Educação matemática em Portugal, Espanha e Itália: Actas da Escola de Verão – 1999.* Lisboa: Secção de Educação e Matemática – Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Ponte, J. P. & Valente, M. O. (2004). *Questões Actuais na Didáctica das Ciências e da Matemática: As perspectivas de Wolff-Michael Roth, Glen Aikenhead, Heinz Steinbring e Peter Gates.* Lisboa: Centro de Investigação em Educação.

Ramos, A. M. (2005). Infância e Literatura: Contributos para uma narrativa infantil contemporânea. In: Viana, F., Coquet, E., Martins, M. Coord (2005). *Leitura,* *Literatura Infantil e Ilustração 5: Investigação e prática docente.* Edições Almedina: Coimbra.

Rational Number Project. Availeble: http://education.umn.edu/rationalnumberproject/

Reis, R. (2001). Vírus on Mathematics – The indetermination $\frac{0}{0}$ and the impossibility $\frac{k}{0}(k \neq 0)$. In *Boletim L'tudies on Higher Education, CEPES*. Publications da UNESCO.

Reis, R. (2004a). *Desenvolvimento do raciocínio matemático.* Lisboa: Universidade Aberta.

Reis, R. (2004b). *Educação pela Arte.* Lisboa: Universidade Aberta.

Roldão, M. Do Céu (1999). *Gestão Currícular – Fundamentos e Práticas*. Lisboa: ME-DEB

Roldão, M. Do Céu (2003). *Diferenciação Currícular Revisitada – Conceito, discurso e práxis*. Porto: Porto Editora.

Roldão, M. Do Céu (2003b). *Gestão do Currículo e avaliação de Competências – As questões dos professores*. Lisboa: Editorial Presença.

Ruivo, A., Lemos, H., Cássio, M. (1976). *Lógica Matemática Teoria e Exercícios 1º Ano do Curso Complementar dos Liceus*. Porto: Edições Asa.

Sá, E. (2000). *Crianças Para Sempre.* Lisboa: Fim de Século Edições.

Santos, J. (1997). *A Casa da Praia – o psicanalista na escola.* Lisboa: Livros Horizonte.

Serrazina, M. L. (2002). Competência matemática e competências de cálculo no 1º ciclo. In *Educação e Matemática*, 69, pp. 57-60.

Smole, K. (2000). *A Matemática na Educação Infantil.* Artmed: Porto Alegre.

Smole, K., Diniz, M. (2001). *Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática.* Artmed: Porto Alegre.

Sousa, M. C. (2007). Afectividade no ensino da matemática. In Azevedo, M. G. & Migueis, M. (Org.), (2007). In *Educação Matemática na Infância, Abordagens e desafios.* Vila Nova de Gaia: Gailivro.

Sousa, H. (2005). O Ambiente de Aprendizagem e a Matemática. In *Educação e Matemática, nº 83*, *pp. 35-40.*

Stewart, V. (2005). *Making sense of students´understanding of fractions: an exploratory study os sixth graders´construction of fraction concepts through the use of physical referents and real world representations*. (Tese de Doutoramento, Florida State University). Availebel: http://etd.lib.fsu.edu/theses/available/etd-10302005-024424/unrestricted/FINALMANUSCRIPT.pdf

Thiessen, D., Matthias, M., & Smith, J. (1998). *The wonderful world of mathematics: A critically annotated list of children's books in mathematics. 2nd Edition*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Torrado, A. (1994). Ainda não estão Contentes? In *Conto Contigo.* Porto: Civilização.

Tuckman, B. (2000). *Manual de Investigação em Educação Como conceber e realizar o processo de investigação em Educação*. Lisboa: Fundação Caloute Gulbenkian

Vygotsky, L. S. (1998). *Pensamento e Linguagem.* São Paulo: Martins e Fontes.

Welchman-Tischler, R. (1992). *How to use children's literature to teach mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Whitin, P. & Whitin,D. J. (2000). *Mathematics is language too: Talking and writing in the mathematics classroom*. Urbana, IL and Reston VA: National Council of Teachers of English, National Council of Teachers of Mathematics.

APÊNDICE I

PLANO DIÁRIO DAS AULAS DE NÚMEROS RACIONAIS

Escola: Colégio da Imaculada Conceição

Turma experimental (TE): turma B

Número de Aulas leccionadas: 14

Duração de cada aula: 90 minutos

Manual adoptado: (2001) Neves, M. A.; Faria. L. ; Azevedo, A.
Matemática – 1ª, 2ª e 3ª partes: 5º ano. Porto: Porto Editora.
(2001) Neves, M. A.; Faria. L. ; Azevedo, A.
Caderno de Actividades: 5º ano. Porto: Porto Editora

<table>
<tr><td colspan="2">Plano da Aula nº 1 - TE
Lições nº 91 e 92
Data: 10 de Abril de 2007</td></tr>
<tr><td colspan="2">Sumário
Pré - Teste de avaliação de conhecimentos sobre números racionais.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Conteúdos: Conceito de Número Racional.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Recursos utilizados
Pré - Teste de avaliação de conhecimentos sobre números racionais.</td></tr>
<tr><td>Objectivos
• Avaliar os conhecimentos que os alunos possuem sobre números racionais.</td><td>Estratégias
• Solicitar aos alunos a resolução individual do Pré - Teste de avaliação de conhecimentos sobre números racionais.</td></tr>
</table>

Plano da Aula nº 2 - **TE** **Lições nº** 95 e 96 **Data**: 23 Abril de 2007	
Sumário Início do estudo das fracções. Trabalho para a construir o conceito de fracção própria.	
Conteúdos: Representação e leitura de fracções. Fracções Próprias.	
Recursos utilizados: Quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina aderentes ao quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina para cada par de alunos manusear. Ficha de trabalho nº 1 (primeira página).	
Trabalho de Casa: Encontrar situações do dia-a-dia semelhantes às das tarefas resolvidas na aula e registar uma.	
Objectivos	**Estratégias**
• Identificar fracções próprias como quocientes entre dois números inteiros. • Usar as fracções para interpretar e dar informações. • Leitura de uma fracção. Inserção de fracções em contextos concretos. • Representar analiticamente fracções próprias. • Identificar fracções próprias como relação parte - todo em contextos contínuos. • Identificar e dar significado aos termos de uma fracção. • Comparar fracções com a unidade e com metade da unidade no cenário da tarefa realizada. • Aplicar e relacionar os termos específicos das fracções às tarefas/problemas propostos. • Representar graficamente fracções próprias. • Ser capaz de esperar/falar na sua vez. • Ser capaz de falar em voz baixa. • Ser capaz de se concentrar nas tarefas propostas. • Ser capaz de apresentar argumentos válidos para justificar um raciocínio. • Sintetizar, em grande grupo, as tarefas realizadas na aula.	• Início da lição seguida do registo do sumário e breve explicação dos objectivos da aula. • Formar pequenos grupos de trabalho (com dois ou três alunos) cumprindo o acordo previamente estabelecido com os alunos. • Solicitar aos pequenos grupos a resolução da primeira página da ficha de trabalho nº 1 em cooperação, discutindo ideias e partilhando estratégias. • A investigadora acompanha as resoluções dos diferentes grupos colocando questões que conduzam os alunos a repensar aspectos menos bem conseguidos. • Após a resolução de cada tarefa pelos pequenos grupos, são discutidas, em grande grupo, as propostas e estratégias de resolução. • A investigadora assume o papel de moderadora da discussão colocando questões e conduzindo os alunos a clarificar pontos de vista e a atingir os objectivos pretendidos, caso não tenham sido atingidos. • Solicitar a colaboração dos alunos para sintetizar as tarefas realizadas na aula. • Solicitar o T.P.C..

Plano da Aula nº 3 - **TE** **Lições nº** 97 e 98 **Data**: 24 de Abril de 2007	
Sumário: Continuação da resolução de tarefas para construção do conceito de fracção própria. Resolução de uma mini-ficha de avaliação.	
Conteúdos: Representação e leitura de fracções. Fracções Próprias. Fracções decimais.	
Recursos utilizados: Quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina aderentes ao quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina para cada par de alunos. Tiras de papel para dobragens. Fichas de trabalho nº 1 e nº 1.1.	
Trabalho de Casa: Ficha de Trabalho de Casa nº 1.	
Objectivos • Identificar fracções próprias como quociente entre dois números inteiros. • Usar vocabulário relativo às fracções (leitura de fracções). • Representar analiticamente fracções próprias. • Identificar fracções próprias como relação parte - todo em contextos contínuos considerando diferentes unidades. • Identificar e dar significado aos termos de uma fracção. • Comparar fracções com metade da unidade considerada através da expressão oral e com recurso aos círculos fraccionados. • Representar graficamente fracções próprias. • Relacionar numerais decimais com fracções decimais. • Construir imagens mentais das fracções. • Sintetizar, em grande grupo, as tarefas realizadas na aula. • Gerir e conservar os materiais disponibilizados. • Ser capaz de esperar/falar na sua vez. • Ser capaz de falar em voz baixa. • Ser capaz de se concentrar nas tarefas propostas. • Ser capaz de oferecer e pedir ajuda. • Ser capaz de apresentar argumentos válidos para justificar um raciocínio.	**Estratégias** • Início da lição seguido do registo do sumário e breve explicação dos objectivos da aula. • Breve apresentação/discussão sobre o T.P.C.. • Solicitar aos pequenos grupos a resolução da tarefa 4 das fichas de trabalho nº1 e nº 1.1 (Apêndice D) em cooperação, discutindo ideias e partilhando estratégias. • Disponibilizar uma pasta, por grupo, com círculos fraccionados em diferentes partes e com diferentes cores e tiras de papel para dobragens (Apêndice B). • Acompanhar o trabalho dos diferentes grupos colocando questões que levem os alunos a repensar aspectos menos bem conseguidos. • Apresentar e discutir após a resolução de cada tarefa, as propostas e estratégias de resolução. • Assumir o papel de moderadora da discussão colocando questões e conduzindo os alunos a clarificar pontos de vista e a atingir os objectivos pretendidos, caso não tenham sido atingidos. • Solicitar a colaboração dos alunos para sintetizar as tarefas realizadas na aula. • Realizar em pequeno grupo a mini – ficha de avaliação 1. • Solicitar a realização do T.P.C..

<table>
<tr><td colspan="2">Plano da Aula nº 4 - TE
Lições nº 99 e 100
Data: 30 Abril de 2007</td></tr>
<tr><td colspan="2">Sumário: Correcção da mini-ficha de avaliação. Trabalho para a construção de fracções que representam o todo (a unidade).</td></tr>
<tr><td colspan="2">Conteúdos: Fracções que representam o todo.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Recursos utilizados: Quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina aderentes ao quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina para cada par de alunos. Página 1 da Ficha de trabalho nº 2. Ficha de trabalho nº 1.2 . Tiras de papel para dobragens. Saco com 20 cartões (4cm x 4cm) cada um com uma fracção inscrita.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Trabalho de Casa: Exercícios das páginas 63, 65, 67, 68 do Caderno de Actividades do manual adoptado.</td></tr>
<tr><td>Objectivos
• Usar vocabulário relativo às fracções (leitura de fracções).
• Identificar fracções que representam a unidade (o todo) como relação parte – todo.
• Identificar fracções próprias como relação parte - todo em contextos contínuos.
• Representar analiticamente fracções que representam a unidade (o todo)
• Representar graficamente fracções que representam o todo.
• Identificar e dar significado aos termos de uma fracção.
• Sintetizar, em grande grupo, as tarefas realizadas na aula.
• Gerir e conservar os materiais disponibilizados.
• Ser capaz de encorajar o colega de grupo a participar.
• Ser capaz de falar em voz baixa.
• Ser capaz de partilhar saberes.
• Ser capaz de apresentar argumentos válidos para justificar um raciocínio.
• Utilizar o T.P.C. para relacionar o manual adoptado com os conteúdos trabalhados nas aulas.</td>
<td>Estratégias
• Início da Lições seguida do registo do sumário e breve explicação dos objectivos da aula.
• Solicitar um aluno para corrigir a mini-ficha de avaliação no quadro preto, com justificação oral dos raciocínios utilizados.
• Solicitar a resolução da tarefa 1 da ficha de trabalho nº 2 e da ficha de trabalho nº 1.2 em cooperação, discutindo ideias e estratégias.
• Disponibilizar uma pasta, por grupo, com círculos fraccionados em diferentes partes e com diferentes cores e tiras de papel para dobragens (Apêndice B).
• A investigadora acompanha as resoluções dos diferentes grupos colocando questões que levem os alunos a repensar aspectos menos bem conseguidos.
• Após a resolução de cada tarefa serão apresentadas e discutidas, em grande grupo, as propostas e estratégias de resolução.
• A investigadora assume o papel de moderadora da discussão colocando questões e conduzindo os alunos a clarificar pontos de vista e a atingir os objectivos pretendidos, caso não tenham sido atingidos.
• Solicitar a colaboração dos alunos para sintetizar as tarefas realizadas na aula.
• Solicitar a realização do T.P.C.</td></tr>
</table>

Plano da Aula nº 5 - **TE** **Lições nº** 101 e 102 **Data**: 7 de Maio de 2007	
Sumário: Correcção do T.P.C.. Resolução de tarefas para identificar fracções como parte de um todo. Comparação de fracções próprias.	
Conteúdos: Fracções próprias; fracções que representam o todo. Comparação de fracções com a unidade. Comparação de fracções com metade da unidade.	
Recursos utilizados: Quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina aderentes ao quadro de flanela; pastas com círculos fraccionados para cada pequeno grupo. Tiras de papel para dobragens. 20 cartões (4cm x 4cm) cada um com uma fracção inscrita: Jogo - "Vamos comparar".	
Trabalho de Casa: Entrega aos alunos da ficha de trabalho de casa corrigida nº 1. Entrega da ficha nº 2de Trabalho de Casa.	
Objectivos	**Estratégias**
• Usar vocabulário relativo às fracções (leitura e escrita de fracções). • Identificar a representação analítica de fracções que representam a unidade (o todo) como relação parte – todo. • Identificar a representação analítica de fracções próprias como relação parte – todo. • Comparar fracções próprias com a unidade como relação parte – todo (contextos discretos). • Comparar fracções próprias com metade da unidade como relação parte – todo (contextos contínuos). • Representar através dos círculos fraccionados manipuláveis fracções que representam o todo e fracções próprias. • Representar através de dobragem de tiras de papel, fracções que representam o todo e fracções próprias. • Construir imagens mentais das fracções. • Sintetizar, em grande grupo, as tarefas realizadas na aula. • Gerir e conservar os materiais disponibilizados. • Ser capaz de encorajar o colega de grupo a participar. • Ser capaz de falar em voz baixa. • Ser capaz de partilhar. • Ser capaz de apresentar argumentos válidos para justificar um raciocínio.	• Início da lição seguido do registo do sumário e breve explicação dos objectivos da aula. • Corrigir o T.P.C. solicitando a colaboração dos alunos. • Disponibilizar uma pasta, por grupo, com círculos fraccionados em diferentes partes e com diferentes cores e tiras de papel para dobragens. • Tarefa 5 da ficha de trabalho nº 1.2 • Solicitar a colaboração dos alunos para sintetizar as tarefas realizadas na aula. • Solicitar a realização do T.P.C..

Plano da Aula nº 6 - **TE** **Lições nº** 103 e 104. **Data**: 14 de Maio de 2007	
Sumário: Resolução de tarefas para construir do conceito de fracção imprópria e a sua representação por um numeral misto fraccionário (quando possível).	
Conteúdos: Fracções impróprias; Numeral misto fraccionário	
Recursos utilizados: Quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina aderentes ao quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina para cada par de alunos. Tiras de papel para dobragens.	
Trabalho de Casa: Estudar as Lições.	
Objectivos • Usar vocabulário relativo às fracções. • Identificar fracções impróprias como medida. • Identificar fracções impróprias como relação parte – todo. • Representar fracções impróprias graficamente. • Representar fracções impróprias analiticamente. • Representar uma fracção imprópria na forma de numeral misto fraccionário, sempre que possível. • Representar fracções na recta numérica. • Sintetizar, em grande grupo, as tarefas realizadas na aula. • Esperar/falar na sua vez. • Ouvir com atenção. • Clarificar as contribuições dos outros. • Pedir e oferecer ajuda. • Ser capaz de apresentar argumentos válidos para justificar um raciocínio.	**Estratégias** • Início da lição seguido do registo do sumário e breve explicação dos objectivos da aula. • Solicitar aos grupos a resolução da tarefa 2 da ficha de trabalho nº 2 e a ficha de trabalho nº 2.1. • A investigadora acompanha as resoluções dos diferentes grupos colocando questões que conduzam os alunos a repensar aspectos menos bem conseguidos. • Após a resolução da tarefa pelos pequenos grupos são discutidas em grande grupo as propostas e estratégias de resolução. • A investigadora assume o papel de moderadora da discussão colocando questões e conduzindo os alunos a clarificar pontos de vista e a atingir os objectivos pretendidos, caso não tenham sido atingidos. • Solicitar a colaboração dos alunos para sintetizar as tarefas realizadas na aula.

Plano da Aula nº 7 - **TE** **Lições nº** 105 e 106. **Data**: 15 de Maio de 2007
Sumário: Continuação da resolução de tarefas para construir o conceito de fracção imprópria. Comparação de fracções com a unidade. Mini - ficha de avaliação.
Conteúdos: Fracções impróprias. Numeral misto fraccionário. Comparação de fracções com a unidade.
Recursos utilizados: Quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina aderentes ao quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina para cada par de alunos. Tiras de papel para dobragens.
Trabalho de Casa: Entrega aos alunos da ficha de trabalho de casa nº 2 corrigida. Página 71 e 72 do Caderno de actividades.

Objectivos	**Estratégias**
• Usar vocabulário relativo às fracções. • Identificar fracções impróprias como medida. • Identificar fracções impróprias como relação parte – todo. • Representar fracções impróprias graficamente. • Representar fracções impróprias analiticamente. • Representar uma fracção imprópria na forma de numeral misto fraccionário, sempre que possível. • Aplicar os conhecimentos adquiridos na resolução da mini- ficha de avaliação. • Sintetizar, em grande grupo, as tarefas realizadas na aula. • Esperar/falar na sua vez. • Ouvir com atenção. • Clarificar as contribuições dos outros. • Pedir e oferecer ajuda. • Ser capaz de apresentar argumentos válidos para justificar um raciocínio.	• Início da lição seguido do registo do sumário e breve explicação dos objectivos da aula. • Solicitar a colaboração dos alunos para sintetizar os temas estudados até aqui, evidenciando a utilização das fracções para representar números racionais (inteiros; fraccionários decimais, fraccionários não decimais). • Solicitar aos grupos a conclusão da resolução da ficha de trabalho nº 2.1. • São disponibilizados aos grupos tiras de papel (todas iguais) para dobragens e a pasta com círculos fraccionados. • A investigadora acompanha as resoluções dos diferentes grupos colocando questões que conduzam os alunos a repensar aspectos menos bem conseguidos. • Após a resolução da tarefa pelos pequenos grupos são discutidas em grande grupo as propostas e estratégias de resolução. • A investigadora assume o papel de moderadora da discussão colocando questões e conduzindo os alunos a clarificar pontos de vista e a atingir os objectivos pretendidos, caso não tenham sido atingidos. • Solicitar a colaboração dos alunos para sintetizar as tarefas realizadas na aula. • Resolução da mini – ficha de avaliação nº 2 em pequenos grupos, nos últimos 10 minutos da aula. • Solicitar a realização do T.P.C..

Plano da Aula nº 8 - **TE**
Lições nº 107 e 108.
Data: 21 de Maio de 2007

Sumário: Correcção do T.P.C.
Resolução de tarefas que visam identificar fracções como razão entre dois números inteiros e construir o conceito de fracção equivalente.

Conteúdos: Razão. Fracções equivalentes.

Recursos utilizados: Quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina aderentes ao quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina para cada par de alunos. Tiras de papel para dobragens.

Trabalho de Casa: Estudar a lição.

Objectivos	**Estratégias**
• Usar vocabulário relativo às fracções. • Identificar fracção como razão entre dois números inteiros. • Representar fracções em contextos discretos (usando diferentes conjuntos como unidade). • Relacionar os contextos discretos com os contínuos para representar fracções. • Reconhecer graficamente fracções equivalentes. • Reconhecer analiticamente fracções equivalentes. • Compreender o princípio de equivalência de duas fracções. • Sintetizar, em grande grupo, as tarefas realizadas na aula. • Esperar/falar na sua vez. • Ouvir com atenção. • Clarificar as contribuições dos outros. • Pedir e oferecer ajuda. • Ser capaz de apresentar argumentos válidos para justificar um raciocínio.	• Início da lição seguido do registo do sumário e breve explicação dos objectivos da aula. • Solicitar a colaboração dos alunos para corrigir o T.P.C.. • Solicitar aos grupos a resolução da ficha de trabalho nº 3 e a tarefa nº 1 da ficha de trabalho nº 3.1. • São disponibilizados aos grupos tampas de plástico para simbolizar bombons e uma pasta com círculos fraccionados. • A investigadora acompanha as resoluções dos diferentes grupos colocando questões que conduzam os alunos a repensar aspectos menos bem conseguidos. • Após a resolução de cada tarefa são discutidas em grande grupo as propostas e estratégias de resolução dos grupos. • A investigadora assume o papel de moderadora da discussão colocando questões e conduzindo os alunos a clarificar raciocínios e a atingir os objectivos pretendidos, caso não tenham sido atingidos. • Solicitar a colaboração dos alunos para sintetizar as tarefas realizadas na aula. • Registar no quadro preto a síntese feita com a colaboração dos alunos.

<table>
<tr><td colspan="2">Plano da Aula nº 9 - TE
Lições nº 109 e 110.
Data: 22 de Maio de 2007</td></tr>
<tr><td colspan="2">Sumário: Entrega e correcção da mini ficha de avaliação.
Continuação do estudo das fracções equivalentes. Trabalho para consolidar a construção do conceito de número racional.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Conteúdos: Razão. Fracções equivalentes.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Recursos utilizados: Quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina aderentes ao quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina para cada par de alunos. Tiras de papel para dobragens.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Trabalho de Casa: Ficha de trabalho de Casa nº 3</td></tr>
<tr><td>Objectivos
• Usar vocabulário relativo às fracções.
• Identificar fracção como razão entre dois números inteiros.
• Reconhecer graficamente fracções equivalentes.
• Reconhecer analiticamente fracções equivalentes.
• Compreender o princípio de equivalência de duas fracções.
• Sintetizar, em grande grupo, as tarefas realizadas na aula.
• Esperar/falar na sua vez.
• Ouvir com atenção.
• Clarificar as contribuições dos outros.
• Pedir e oferecer ajuda.
• Ser capaz de apresentar argumentos válidos para justificar um raciocínio.</td>
<td>Estratégias
• Início da lição seguido do registo do sumário e breve explicação dos objectivos da aula.
• Solicitar um aluno para corrigir a mini-ficha de avaliação no quadro preto, justificando oralmente os raciocínios.
• Solicitar aos grupos a continuação da resolução da ficha de trabalho nº 3.1.
• A investigadora acompanha as resoluções dos diferentes grupos colocando questões que conduzam os alunos a repensar aspectos menos bem conseguidos.
• Após a resolução de cada tarefa são apresentadas discutidas em grande grupo as respostas encontradas.
• Um aluno de cada grupo vai ao quadro resolver um item (sempre que oportuno utiliza o quadro de flanela com os respectivos círculos fraccionados).
• A investigadora assume o papel de moderadora da discussão colocando questões e conduzindo os alunos a clarificar raciocínios e a atingir os objectivos pretendidos, caso não tenham sido atingidos.
• Solicitar a colaboração dos alunos para sintetizar as tarefas realizadas na aula.
• Registar no quadro preto, com a colaboração dos alunos, a síntese feita sobre o conceito de número racional.
• Solicitar a realização do T.P.C..</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Plano da Aula nº 10 - TE
Lições nº 111 e 112.
Data: 28 de Maio de 2007</td></tr>
<tr><td colspan="2">Sumário: Resolução de tarefas que conduzirão os alunos a estimar a soma de fracções.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Conteúdos: Comparação de fracções entre si. Fracções equivalentes. Adição de fracções com o mesmo denominador.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Recursos utilizados: Quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina aderentes ao quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina para cada par de alunos. Tiras de papel para dobragens; tampas de plástico (Anexo B)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Trabalho de Casa: Estudar a lição.</td></tr>
<tr><td>Objectivos
• Usar vocabulário relativo às fracções.
• Representar fracções em contextos discretos (usando diferentes conjuntos como unidade).
• Adicionar fracções através da relação parte - todo.
• Adicionar fracções através da sua representação gráfica (contextos contínuos e discretos).
• Estimar a soma de fracções.
• Comparar fracções com a unidade
• Comparar fracções com metade da unidade (contextos contínuos e discretos).
• Sintetizar, em grande grupo, as tarefas realizadas na aula.
• Esperar/falar na sua vez.
• Ouvir com atenção.
• Clarificar as contribuições dos outros.
• Pedir e oferecer ajuda.
• Ser capaz de apresentar argumentos válidos para justificar um raciocínio.</td>
<td>Estratégias
• Início da lição seguido do registo do sumário e breve explicação dos objectivos da aula.
• Solicitar aos grupos a resolução da tarefa 1 da ficha de trabalho nº 4.
• A investigadora acompanha as resoluções dos diferentes grupos colocando questões que conduzam os alunos a repensar aspectos menos bem conseguidos.
• Após a resolução de cada tarefa são apresentadas e discutidas em grande grupo as respostas encontradas.
• A investigadora assume o papel de moderadora da discussão colocando questões e conduzindo os alunos a clarificar raciocínios e a atingir os objectivos pretendidos, caso não tenham sido atingidos.
• Solicitar a colaboração dos alunos para sintetizar as tarefas realizadas.
• Colocar perguntas oralmente às quais os alunos respondem utilizando, sempre que necessário, os materiais manipuláveis disponibilizados.
• Solicitar a colaboração dos alunos para sintetizar as tarefas realizadas.</td></tr>
</table>

Plano da Aula nº 11 - **TE** **Lições nº** 113 e 114. **Data**: 29 de Maio de 2007
Sumário: Resolução de tarefas de modo a que os alunos construam o conceito de numerais partitivos/multiplicativos. Mini- ficha de avaliação.
Conteúdos: Numerais partitivos e numerais multiplicativos. Fracções decimais. Fracções como quociente exacto de dois números inteiros.
Recursos utilizados: Quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina aderentes ao quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina para cada par de alunos. Tiras de papel para dobragens; tampas de plástico.
Trabalho de Casa: Entrega aos alunos da ficha de trabalho de casa nº 3 corrigida. Resolver tarefas da ficha de aplicação de conhecimentos.

Objectivos	**Estratégias**
• Usar vocabulário relativo às fracções. • Adicionar fracções através da relação parte - todo. • Adicionar fracções através da sua representação gráfica (contextos contínuos e discretos). • Comparar fracções com a unidade • Comparar fracções com metade da unidade (contextos contínuos e discretos). • Sintetizar, em grande grupo, as tarefas realizadas na aula. • Estar atento. • Partilhar saberes. • Completar respostas ou propostas de resolução dos colegas. • Defender o seu raciocínio com argumentos válidos.	• Início da lição seguido do registo do sumário e breve explicação dos objectivos da aula. • Solicitar aos grupos a conclusão da resolução da ficha de trabalho nº. 4. • A investigadora acompanha as resoluções dos diferentes grupos colocando questões que conduzam os alunos a repensar aspectos menos bem conseguidos. • Após a resolução de cada tarefa são apresentadas e discutidas em grande grupo as respostas encontradas. • A investigadora assume o papel de moderadora da discussão colocando questões e conduzindo os alunos a clarificar raciocínios e a atingir os objectivos pretendidos, caso não tenham sido atingidos. • Solicitar a colaboração dos alunos para sintetizar as tarefas realizadas. • Solicitar a realização do T.P.C.

<table>
<tr><td colspan="2">Plano da Aula nº 12 - TE
Lições nº 115 e 116.
Data: 4 de Junho de 2007</td></tr>
<tr><td colspan="2">Sumário: Entrega e correcção da mini – ficha de avaliação. Resolução de tarefas para consolidar os conhecimentos adquiridos sobre números racionais: as diferentes interpretações das fracções, comparação e ordenação de números racionais.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Conteúdos: Conceito de número racional.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Recursos utilizados: Ficha de aplicação de conhecimentos sobre números racionais.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Trabalho de Casa: Resolver exercícios da ficha de aplicação de conhecimentos.</td></tr>
<tr><td>Objectivos
• Usar vocabulário relativo às fracções.
• Adicionar fracções através da relação parte - todo.
• Adicionar fracções através da sua representação gráfica (contextos contínuos e discretos).
• Comparar fracções com a unidade
• Comparar fracções com metade da unidade (contextos contínuos e discretos).
• Sintetizar, em grande grupo, as tarefas realizadas na aula.
• Estar atento.
• Partilhar saberes.
• Completar respostas ou propostas de resolução dos colegas.
• Defender o seu raciocínio com argumentos válidos.</td>
<td>Estratégias
• Início da lição seguido do registo do sumário e breve explicação dos objectivos da aula.
• Solicitar um aluno para corrigir a mini-ficha de avaliação no quadro preto, justificando oralmente os raciocínios.
• Solicitar aos grupos a resolução da ficha de aplicação de conhecimentos sobre números racionais: Tarefas 7 a 12.
• A investigadora acompanha as resoluções dos diferentes grupos colocando questões que conduzam os alunos a repensar aspectos menos bem conseguidos.
• Após a resolução de cada tarefa são apresentadas e discutidas em grande grupo as respostas encontradas.
• A investigadora assume o papel de moderadora da discussão colocando questões e conduzindo os alunos a clarificar raciocínios e a atingir os objectivos pretendidos, caso não tenham sido atingidos.
• Solicitar um aluno por grupo para resolver no quadro preto as tarefas propostas.
• Solicitar a colaboração dos alunos para sintetizar as tarefas realizadas.</td></tr>
</table>

Plano da Aula nº 13 - **TE** **Lições nº** 117 e 118. **Data**: 5 de Junho de 2007	
Sumário:. Resolução de tarefas de aplicação dos conhecimentos adquiridos sobre o conceito de número racional. Resolução de uma mini – ficha de avaliação.	
Conteúdos: Conceito de número racional.	
Recursos utilizados: Quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina aderentes ao quadro de flanela; círculos fraccionados em cartolina para cada par de alunos. Tiras de papel para dobragens; tampas de plástico (Anexo B)	
Trabalho de Casa: Estudar os temas tratados.	
Objectivos	**Estratégias**
• Usar vocabulário relativo às fracções. • Adicionar fracções através da relação parte - todo. • Adicionar fracções através da sua representação gráfica (contextos contínuos e discretos). • Comparar fracções com a unidade • Comparar fracções com metade da unidade (contextos contínuos e discretos). • Sintetizar, em grande grupo, as tarefas realizadas na aula. • Estar atento. • Partilhar saberes. • Completar respostas ou propostas de resolução dos colegas. • Defender o seu raciocínio com argumentos válidos.	• Início da lição seguido do registo do sumário e breve explicação dos objectivos da aula. • Solicitar aos alunos a conclusão da resolução da ficha de aplicação de conhecimentos sobre números racionais. • A investigadora acompanha as resoluções dos diferentes grupos colocando questões que conduzam os alunos a repensar aspectos menos bem conseguidos. • Após a resolução de cada tarefa são apresentadas e discutidas em grande grupo as respostas encontradas. • Solicitar um aluno de cada grupo para resolver no quadro preto e explicar oralmente a tarefa proposta. • A investigadora assume o papel de moderadora da discussão colocando questões e conduzindo os alunos a clarificar raciocínios e a atingir os objectivos pretendidos, caso não tenham sido atingidos. • Solicitar a colaboração dos alunos para sintetizar as tarefas realizadas.

<table>
<tr><td colspan="2">Plano da Aula nº 14 - TE
Lições nº 119 e 120.
Data: 11 de Junho de 2007</td></tr>
<tr><td colspan="2">Sumário: Teste de avaliação de conhecimentos sobre números racionais.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Conteúdos: Conceito de Número Racional.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Recursos utilizados: Teste de avaliação de conhecimentos sobre números racionais.</td></tr>
<tr><td>Objectivos
• Avaliar os conhecimentos adquiridos sobre números racionais através de teste escrito individual.</td><td>Estratégias
• Utilização do pós teste de avaliação de conhecimentos sobre números racionais, para avaliar os conhecimentos sobre números racionais adquiridos pelos alunos.</td></tr>
</table>

FICHAS DE TRABALHO – TURMA EXPERIMENTAL

COLÉGIO DA IMACULADA CONCEIÇÃO

MATEMÁTICA 5º ANO

FICHA DE TRABALHO Nº1

Tarefa 1

1.1 O tratador, preocupado com a insatisfação dos "seus" macacos, resolveu convidar três amigos para lanchar e discutir com eles o seu problema.
Estes 4 amigos pediram uma tarte de maçã para cada um. Mas, azar dos azares, só havia 3! Resolveram então mandar vir as 3 tartes e dividi-las igualmente.
Que parte de tarte comeu cada amigo?
Descreve o processo que utilizaste para responder à pergunta.
Para isso podes utilizar palavras, desenhos, esquemas, cálculos ou o material disponível na tua mesa de trabalho.

1.2 Cada amigo comeu mais ou menos do que uma tarte?
Explica como pensaste.

Tarefa 2

2.1 Imagina que o lanche dos tratadores em vez de ter quatro pessoas tinha oito. Estes oito amigos teriam que dividir igualmente as 3 tartes de maçã. Que parte de tarte comeria cada um?
Descreve o processo que utilizaste para responder à pergunta.
Para isso podes utilizar palavras, desenhos, esquemas, cálculos ou o material disponível na tua mesa de trabalho.

Tarefa 3

3.1 Em que situação é que os tratadores comeram mais tarte? Na tarefa 1 ou na tarefa 2?
Explica como pensaste.

O tratador resolveu procurar mais alimentos para os seus macacos. Procurou, vasculhou, procurou outra vez e encontrou alguns amendoins e umas barras de alimento para macacos....

Tarefa 4

Depois de feitas as contas o tratador percebeu que podia dividir igualmente uma barra de “Alimento para Macacos” por 10 macacos.

4.1 Ajuda o tratador a descobrir que parte da barra dará a cada macaco.
Descreve o processo que utilizaste para responder à pergunta. Para isso podes utilizar palavras, desenhos, ou cálculos.

4.2 Cada macaco recebeu mais ou menos de meia barra de “Alimento para Macacos”**?** Explica como pensaste.

Tarefa 5

O tratador verificou que podia dividir igualmente cinco amendoins por seis macacos.

5.1 Ajuda o tratador a descobrir que parte de amendoim dará a cada macaco.
Descreve o processo que utilizaste para responder à pergunta. Podes utilizar palavras, desenhos, cálculos ou o material disponível na tua mesa de trabalho.

5.2 Cada macaco recebeu mais ou menos de um amendoim? Explica o teu raciocínio.

Mas isto não chegava, os macacos continuavam insatisfeitos....

O tratador teve uma ideia! Uma festa na aldeia dos macacos para angariar fundos!

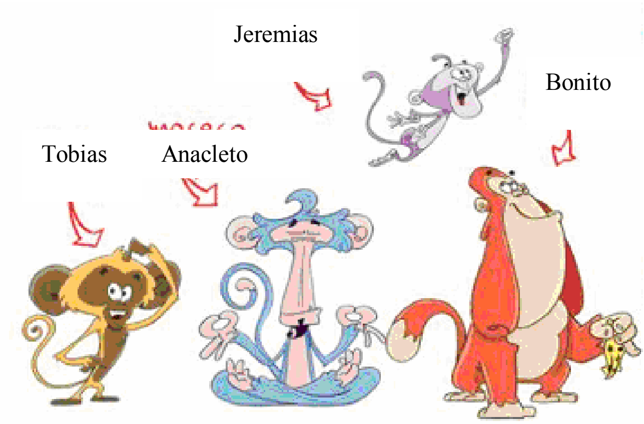
COLÉGIO DA IMACULADA CONCEIÇÃO

MATEMÁTICA 5º ANO

FICHA DE TRABALHO Nº 2

Uma festa na Aldeia dos Macacos!!!!

Tarefa 1



Para animar a festa o tratador organizou uma corrida com os 4 macacos mais simpáticos da Aldeia. O Jeremias, o Tobias, o Bonito e o Anacleto.

O Jeremias correu $\frac{3}{5}$ do percurso, o Bonito correu $\frac{5}{6}$, o Tobias correu $\frac{2}{3}$ dos 10 metros e finalmente o Anacleto correu $\frac{6}{6}$ do percurso.

1.1 Indica qual dos macacos correu mais. Faz um desenho da situação e descreve o processo que utilizaste para responder à pergunta.

1.2 Cada macaco correu mais ou menos de metade do percurso? Faz um desenho e escreve por palavras a tua resposta.

Tarefa 2

A corrida dos macacos animou os visitantes do Jardim Zoológico. Por isso o tratador resolveu repetir a corrida.

Desta vez os resultados foram afixados num quadro.

2.1 Ajuda os visitantes a perceber qual dos macacos correu mais. Faz um desenho da situação e descreve o processo que utilizaste para responder à pergunta.

Parte do percurso percorrido por cada macaco

Jeremias : $\frac{4}{5}$

Tobias : $\frac{4}{4}$

Bonito : $\frac{7}{4}$

Anacleto : $\frac{8}{5}$

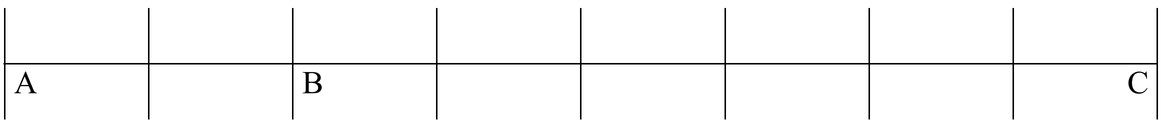
2.2 Indica os macacos que correram mais do que o percurso completo. Explica a tua resposta.

2.3 Sabendo que o percurso da corrida tinha 10 metros, indica o número de metros que cada macaco correu.

2.4 Justifica por palavras ou desenhos as seguintes afirmações:

a) Se dividirmos o percurso da corrida em 6 partes iguais, para chegar à meta os macacos têm que percorrer $\frac{6}{6}$.

b) [AB] é um quarto do percurso da corrida.



COLÉGIO DA IMACULADA CONCEIÇÃO

MATEMÁTICA 5º ANO

FICHA DE TRABALHO Nº 3

Nome...nº............	Observações:
Nome...nº............	
Nome...nº............	

Uma festa na Aldeia dos Macacos!!!

Tarefa 1

Esta festa era a valer! Até havia bombons para oferecer aos visitantes.

O tratador ofereceu 2 bombons aos primeiros 4 visitantes.

Chegaram mais 8 visitantes e o tratador deu-lhes 4 bombons.

Por fim a um grupo de 12 o tratador ofereceu os últimos 6 bombons que tinha no saco.

Imagina que és tu um dos visitantes da Aldeia dos macacos. A que grupo preferias pertencer?

Descreve o processo que utilizaste para responder à pergunta. Para isso podes utilizar palavras, desenhos, ou cálculos.

Tarefa 2

Na festa, os visitantes podiam beber sumo de laranja fresquinho!

Para obter um sumo saboroso bastava juntar uma parte de concentrado de sumo de laranja para 3 partes de água.

Como os visitantes eram muitos, resolveram no entanto, fazer uma grande quantidade de sumo, mas mantendo o sabor!

2.1 Sabendo que colocaram 4 medidas de concentrado de sumo de laranja, indica quantas medidas de água deverão juntar para obter o mesmo sabor.

2.2 Escreve a razão entre o concentrado de sumo de laranja e a água.

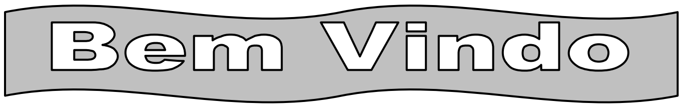
COLÉGIO DA IMACULADA CONCEIÇÃO

MATEMÁTICA 5º ANO

FICHA DE TRABALHO Nº 4

Uma festa na Aldeia dos Macacos!!!

Tarefa 1



A Aldeia dos macacos estava uma animação!
Havia uma faixa colorida que dizia "Bem vindo".
Dois quintos da faixa estavam pintados de amarelo, um quinto estava pintado de cor-de-laranja e outro quinto estava pintado de verde.

1.1 Ao todo que **fracção** da faixa estava pintada? Descreve o processo que utilizaste para responder à pergunta.

1.2 Estava pintada **mais ou menos** de meia faixa? Explica o teu raciocínio.

1.3 Que **fracção** da faixa estava por pintar? Explica como pensaste.

1.4 A faixa tinha 2 metros de comprimento. Indica em centímetros:

a) o comprimento da parte pintada de amarelo e o comprimento da parte pintada de cor-de-laranja.

b) o comprimento da parte que ficou por pintar.

1.5 Ao todo quantos metros de faixa foram pintados? Explica o teu raciocínio.

Tarefa 2

Na Aldeia houve também uma largada de balões que atraiu muitos visitantes e até os macacos gostaram! O tratador encheu 10 balões e o seu ajudante encheu o triplo. O tratador dos leões também ajudou e encheu o dobro dos balões que o tratador encheu.

Quantos balões encheu o ajudante? E o tratador dos leões?

Ao todo eram 60 balões de várias cores.

Primeiro largaram um sexto dos balões e à tarde lançaram dois sextos.

2.1 Que **fracção** dos balões lançaram ao todo? Explica o teu raciocínio.

2.2 Ao todo lançaram mais ou menos de metade dos balões? Explica como pensaste.

2.3 Indica o número de balões que lançaram primeiro. Explica o teu raciocínio.

2.4 Indica a **fracção** dos balões que ficou por lançar. Explica o teu raciocínio.

2.5 Quantos balões ficaram por lançar?

E a festa chegou ao fim!

Com toda a animação o tratador conseguiu alcançar o seu objectivo: arranjar dinheiro para comprar alimentos para os seus queridos macacos!

Tarefa 3

Depois de fazer as contas o tratador decidiu distribuir o dinheiro assim:

$\frac{1}{10}$ para comprar vitaminas para macacos, que corresponde a 100€ ;

$\frac{2}{10}$ para amendoins, que os macacos adoram;

$\frac{7}{10}$ para bananas.

3.1 Indica que **fracção** do dinheiro o tratador vai gastar para comprar as vitaminas e os amendoins.

3.2 Quanto dinheiro é que o tratador vai gastar na compra dos amendoins? Explica como pensaste.

3.3 Descobre a **totalidade do dinheiro** que o tratador conseguiu arranjar para comprar alimentos para os macacos.

Tarefa 4

Com tanto dinheiro, o tratador resolveu triplicar a ração diária dos macacos. Afinal, 10 bananas por dia não chegavam para lhes matar a fome.

4.1 Indica o número de bananas que cada macaco irá receber por dia.

4.2 O tratador resolveu proporcionar-lhes 5 refeições diárias. Indica que fracção do total de bananas corresponde a cada refeição.

4.3 Quantas bananas tem cada refeição?

Tarefa 5

Imagina que és tu o tratador(a)!

Quantas bananas oferecerias, por dia, aos teus macacos? E como as fraccionavas por dia?

Descreve num pequeno texto, como farias. Não te esqueças de utilizar linguagem matemática para explicares com clareza o teu raciocínio.

COLÉGIO DA IMACULADA CONCEIÇÃO

MATEMÁTICA 5º ANO

FICHA DE TRABALHO Nº1.1

Tarefa 4

Utiliza os círculos fraccionados para completares a tabela. Considera o círculo preto como a unidade.

Cor	Quantos precisas para cobrir 1 círculo?	Qual é a cor que precisa de **mais** partes para cobrir 1 círculo?	Qual é a cor que tem **partes mais pequenas**?	Como designas **cada parte**?	Escreve na forma de fracção (linguagem Matemática) **uma parte da cor**
Castanho	3			Um terço	
Laranja	5			Um quinto	
Laranja					
Branco					
Amarelo					
Branco					
Vermelho					
Azul					
Branco					
Azul					
Laranja					
Roxo					
Verde Escuro					
Castanho					
Castanho					
Verde claro					

Tarefa 4.1

Utiliza os círculos fraccionados para completares os espaços em branco ou para riscar o que não interessa.	
a.	.................................peças castanhas são iguais a um círculo preto.
b.	1 círculo preto é igual a .... peças rosa.
c.	.................................peças vermelhas são iguais a um círculo preto.
d.	.................................peças rosa são iguais a um círculo preto.
e.	1 peça castanha é igual a ....peças vermelhas.
f.	1 peça castanha é (menos do que, tanto como, mais do que) 1 peça rosa.
g.	1 peça vermelha é (menos do que, tanto como, mais do que) 1 peça castanha.
h.	1 peça amarela é (menos do que, tanto como, mais do que) 1 peça castanha.
i.	1 peça castanha e uma peça amarela e 1 peça .... é igual ao círculo preto.
j.	1 peça amarela é igual a uma peça castanha e 2 peças ....
k.	3 peças rosa e 1 .... são iguais a 1 círculo preto.
l.	2 peças azuis e .... verde escura são iguais a 1 peça amarela
m.	1 peça rosa é igual a .... vermelhas.
n.	4 peças .... são iguais a 1 peça amarela.

Tarefa 5

	Completa (podes utilizar os círculos fraccionados do grupo)	Faz um desenho da situação
5.1	A peça amarela é a unidade. Quantas peças verde escuro cobrem a amarela? 1 peça verde escuro é..............................da amarela.	
5.2	A peça verde escuro é a unidade. Quantas peças vermelhas cobrem a verde escuro? 1 peça vermelha é..............................da verde escuro.	
5.3	A peça castanha é a unidade. Quantas peças vermelhas cobrem a castanha? 1 peça vermelha é..............................da castanha.	
5.4	Qual é a cor da peça que é metade da peça verde escuro?	
5.5	Qual é a cor da peça que é um terço da peça amarela?	
5.6	Desenha uma pizza. Mostra no desenho a pizza partida em duas fatias iguais. Cada fatia igual é.......................da pizza toda.	

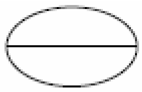
COLÉGIO DA IMACULADA CONCEIÇÃO

MATEMÁTICA 5º ANO

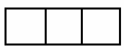
FICHA DE TRABALHO Nº 1.2

Tarefa 1

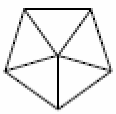
Observa cada figura.
Escreve o número de partes em que foi dividida e o nome de cada fracção.



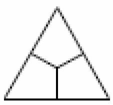
.... partes iguais.
Cada parte é ....do todo (da unidade).
Quantas partes precisas para representar toda a figura?......................



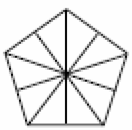
.... partes iguais.
Cada parte é ....do todo (da unidade).
Quantas partes precisas para representar toda a figura?......................



.... partes iguais.
Cada parte é ....do todo (da unidade).
Quantas partes precisas para representar toda a figura?......................



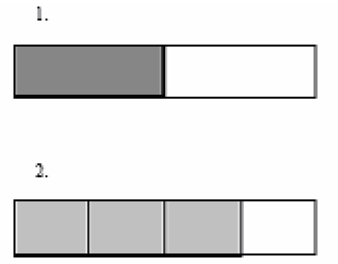
.... partes iguais.
Cada parte é ....do todo (da unidade).
Quantas partes precisas para representar toda a figura?......................

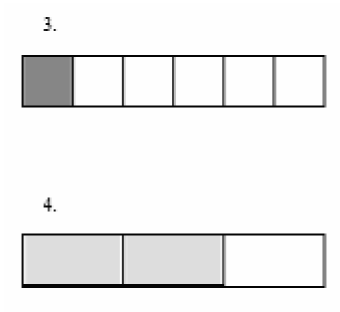


.... partes iguais.
Cada parte é ....do todo (da unidade).
Quantas partes precisas para representar toda a figura?......................

Tarefa 2

2.1 Dobra uma tira de papel de modo a obteres cada uma das figuras abaixo.
Depois com o lápis sombreia de modo a obteres a mesma parte sombreada de cada figura.
Escreve com palavras e símbolos a fracção sombreada.



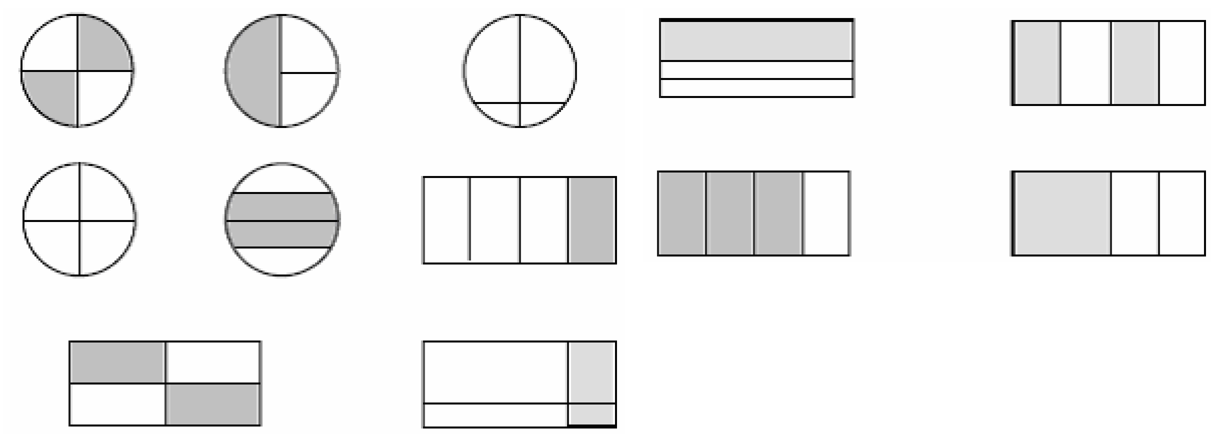


2.2 Em cada uma das figuras indica quantas partes precisas para representar toda a figura (a unidade).

2.3 Para cada figura escreve na forma de fracção e em língua portuguesa o todo (a unidade).

Tarefa 3

Observa as figuras com atenção.
Assinala com um X cada figura que representa dois quartos sombreados.
É possível que tenhas que desenhar linhas para determinar se estão ou não dois quartos sombreados.



Tarefa 4
Jogo: Parte - Podo

Tarefa 5
Jogo: Vamos Comparar.

ANEXO
(não fornecido aos alunos)

Tarefa 4
Jogo: Parte - Todo

Objectivos	Estratégias
1. Construir imagens mentais de fracções. **2.** Representar fracções escritas em língua portuguesa em linguagem matemática. **3.** Representar fracções escritas em linguagem matemática em língua portuguesa.	**1.** Retirar um cartão do saco. Ler à turma a fracção que consta do cartão. **2.** Solicitar aos alunos a construção, com o material manipulável, da fracção em causa. **3.** Solicitar o registo em linguagem matemática/língua portuguesa.

Tarefa 5
Jogo: Vamos Comparar.

Objectivos	Estratégias
1. Comparar fracções próprias com a unidade. **2.** Comparar fracções próprias com metade da unidade. **3.** Comparar fracções próprias entre si. **4.** Construir imagens mentais de fracções. 5. Representar fracções escritas em língua portuguesa em linguagem matemática. 6. Representar fracções escritas em linguagem matemática em língua portuguesa.	1. Retirar um cartão do saco. Ler à turma as fracções que constam do cartão. 2. Solicitar aos alunos a construção, com o material manipulável, das fracções em causa. 3. Solicitar aos alunos argumentos que justifiquem que uma das fracções é maior/menor que a outra. 4. Solicitar aos alunos argumentos que justifiquem que a fracção em causa é maior/menor que metade da unidade. 5. Solicitar aos alunos argumentos que justifiquem que a fracção em causa é maior/menor que a unidade. 6. Solicitar o registo em linguagem matemática/língua portuguesa.

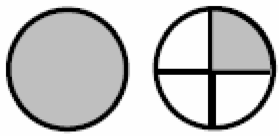
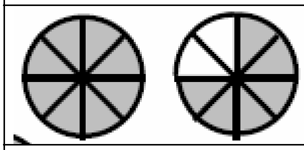
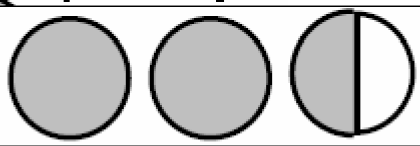
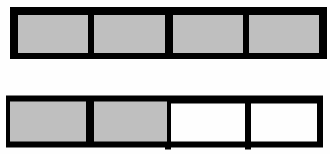
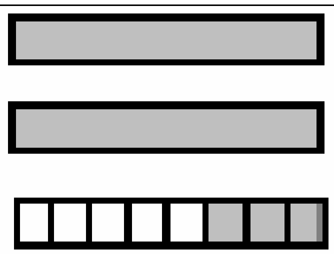
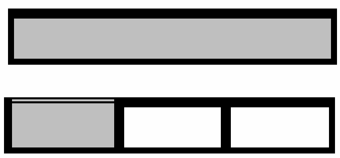
COLÉGIO DA IMACULADA CONCEIÇÃO

MATEMÁTICA 5º ANO

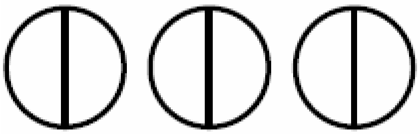
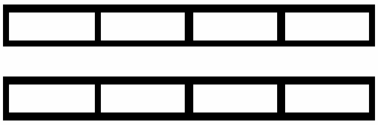
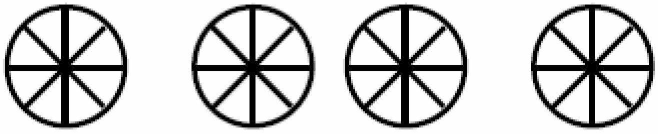
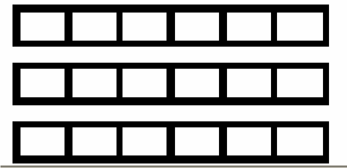
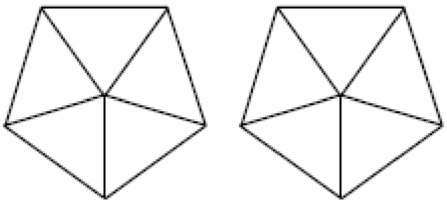
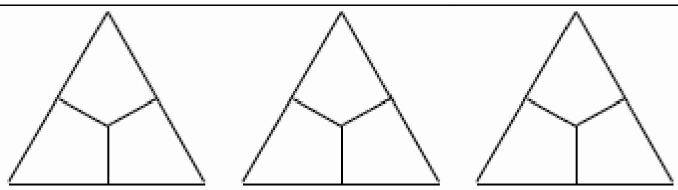
FICHA DE TRABALHO Nº 2.1

Tarefa 1

Completa a tabela escrevendo na forma de fracção imprópria e numeral misto fraccionário as fracções do círculo e do rectângulo representadas graficamente.

Representação Gráfica	Numeral misto fraccionário	Fracção Imprópria	Em quantas partes iguais excede uma unidade?
			
			
			
			
			
			

Tarefa 2
Pinta ou sombreia as figuras de tal modo que representem respectivamente, a fracção escrita na tabela e completa-a.

Representação Gráfica	Numeral fraccionário misto	Fracção imprópria
	$2\frac{1}{2}$	
		$\frac{7}{4}$
	$3\frac{5}{8}$	
		$\frac{14}{6}$
	$1\frac{4}{5}$	
		$\frac{7}{3}$

Tarefa 3
Completar a tabela

Representa graficamente as fracções escritas na forma de fracção imprópria ou na forma de numeral misto fraccionário	Numeral misto fraccionário	Fracção imprópria
	$1\frac{1}{4}$	
		$\frac{9}{2}$

Tarefa 4

A Sara comeu $\frac{3}{4}$ de um chocolate antes do almoço. Depois de almoçar acabou o chocolate e ainda comeu $\frac{1}{4}$ de outro chocolate exactamente igual.
Ao todo, quanto chocolate comeu a Sara?
Explica o teu raciocínio.

Tarefa 5

A Sara resolveu fazer crepes para o lanche. Além dos ovos e da farinha juntou 2/3 de um pacote de leite. Mas como queria fazer muitos crepes juntou mais 2/3 de leite.
Ao todo quanto leite usou a Sara ?

Tarefa 6

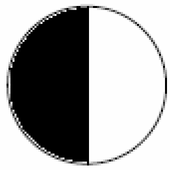
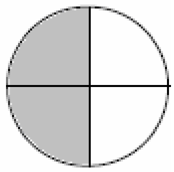
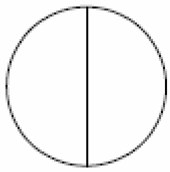
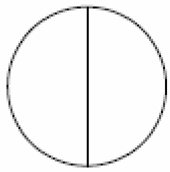
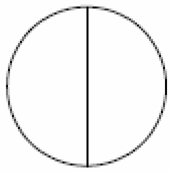
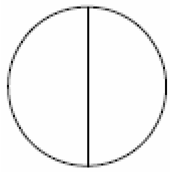
Antes dos crepes estarem prontos a Sara foi comendo dos bolos que a mãe tinha feito.
Comeu 3/2 dos bolos que a mãe tinha feito.
A Sara comeu mais ou menos de 1 bolo?
Explica o teu raciocínio.

COLÉGIO DA IMACULADA CONCEIÇÃO

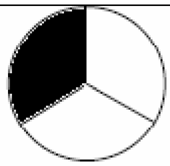
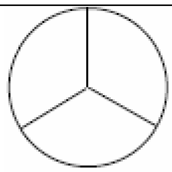
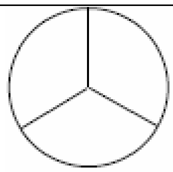
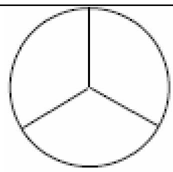
MATEMÁTICA 5º ANO

FICHA DE TRABALHO Nº 3.1

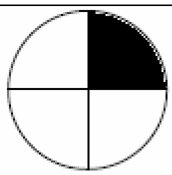
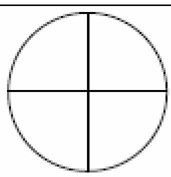
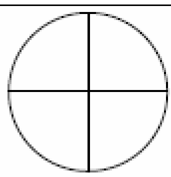
Tarefa 1 Utiliza os teus círculos fraccionados da pasta de materiais, das cores indicadas para sombreares os círculos abaixo de modo que ocupem todos a mesma região do círculo. Escreve na linha de baixo as fracções que indicam em cada figura a parte sombreada.

Amarelo	Verde escuro	Rosa	Azul	Roxo	Vermelho
					
$\frac{1}{2}$	$\frac{}{4}$				

Explica num pequeno texto as conclusões que tiraste:

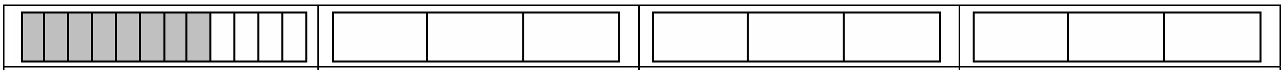
Castanho	Rosa	Branco	Vermelho
			
$\frac{1}{3}$	$\frac{}{6}$		

Explica num pequeno texto as conclusões que tiraste:

Verde escuro	Azul	Vermelho
		
$\frac{1}{4}$		

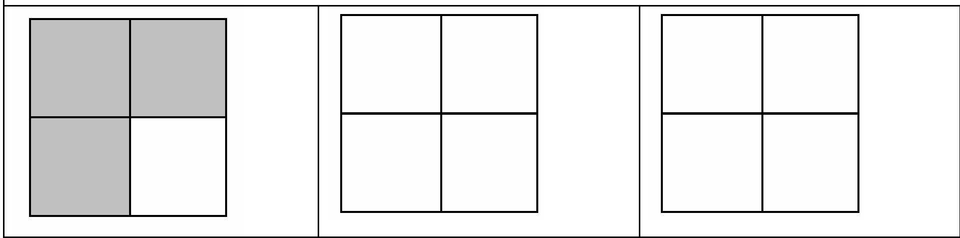
Explica num pequeno texto as conclusões que tiraste:

Tarefa 2 Divide as figuras nas partes indicadas (pelo denominador da fracção) e em cada figura considera o número de partes necessário para ocupar a mesma região sombreada da primeira figura. Escreve o numerador correspondente de cada fracção.



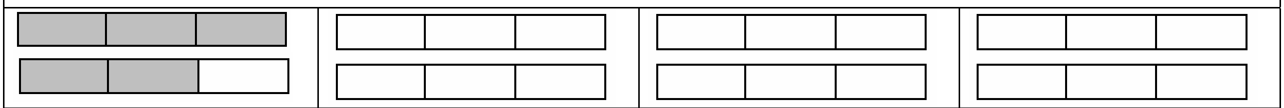
$\frac{8}{12}$	$\frac{\quad}{9}$	$\frac{\quad}{6}$	$\frac{\quad}{3}$

Explica num pequeno texto as conclusões que tiraste:



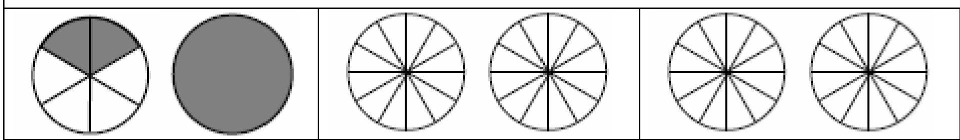
$\frac{3}{4}$	$\frac{\quad}{8}$	$\frac{\quad}{12}$

Explica num pequeno texto as conclusões que tiraste:



$\frac{5}{3}$	$\frac{\quad}{6}$	$\frac{\quad}{9}$	$\frac{\quad}{12}$

Explica num pequeno texto as conclusões que tiraste:

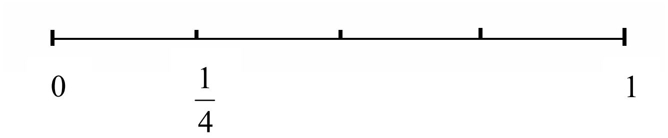


$\frac{8}{6}$	$\frac{\quad}{12}$	$\frac{\quad}{3}$

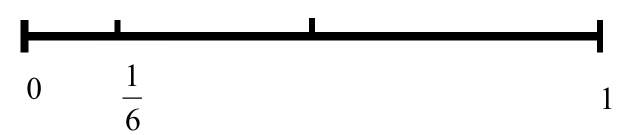
Explica num pequeno texto as conclusões que tiraste:

Tarefa 3

3.1 Representa na recta numérica as seguintes fracções: $\frac{4}{8}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{4}$.



3.2 Representa na recta numérica as seguintes fracções: $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{6}$; $\frac{8}{12}$



Explica num pequeno texto as conclusões que tiraste.

Tarefa 4
Agora és tu que vais perguntar!!

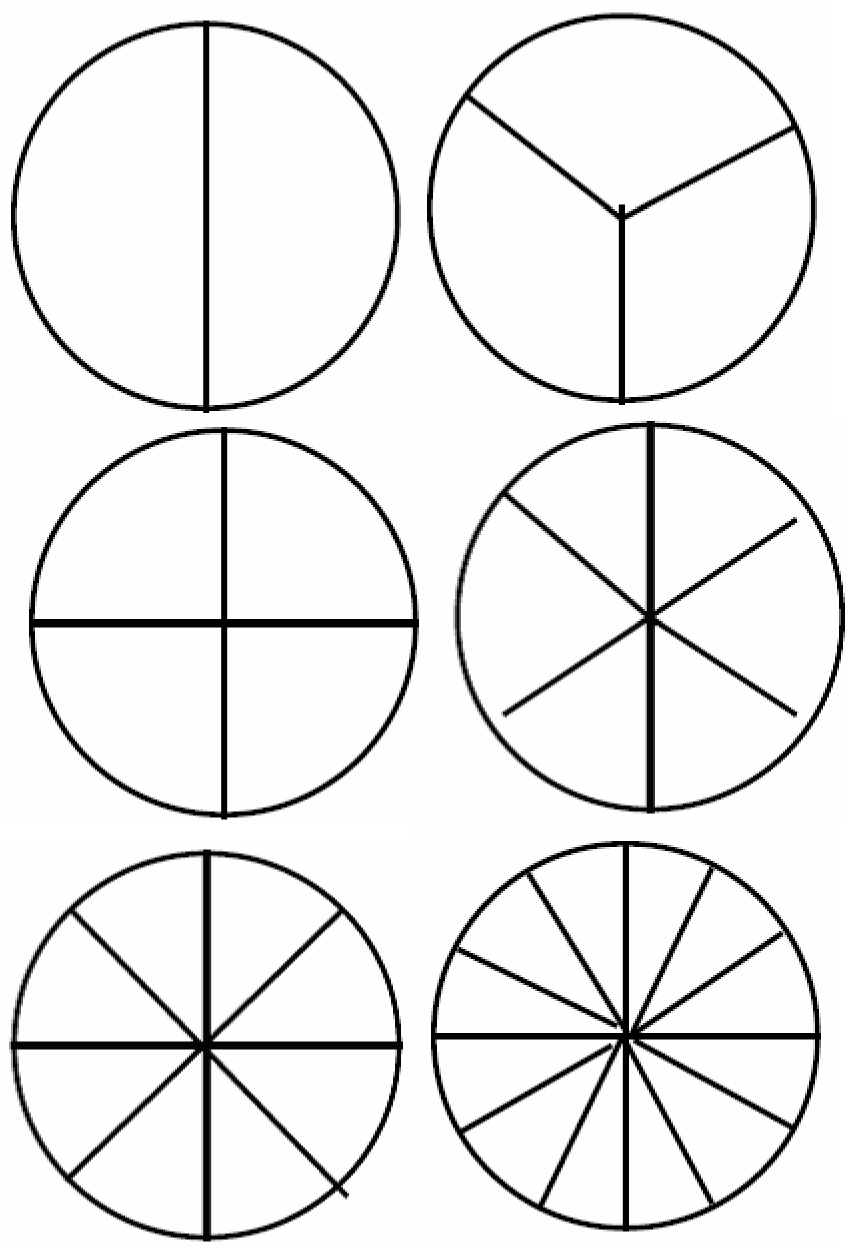
Inventa uma situação e formula um problema onde apareçam as fracções $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$.

O problema que inventares tem que terminar com a seguinte frase:
"Explica por palavras ou desenhos quem comeu mais."

Tarefa 5 Vamos encontrar fracções equivalentes!

Fracção ditada pelo professor	Escreve aqui as fracções equivalentes a cada uma das fracções ditadas pelo professor

Observação: podes utilizar os círculos fraccionados, que se encontram na página seguinte, para sombrear as fracções ditadas.



COLÉGIO DA IMACULADA CONCEIÇÃO

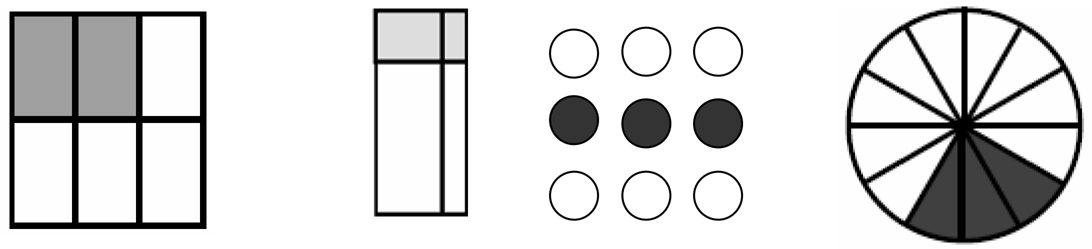
MATEMÁTICA 5º ANO

FICHA DE APLICAÇÃO DE CONHECIMENTOS SOBRE NÚMEROS RACIONAIS

Nome Completo...nº.............Turma.........

Tarefa 1

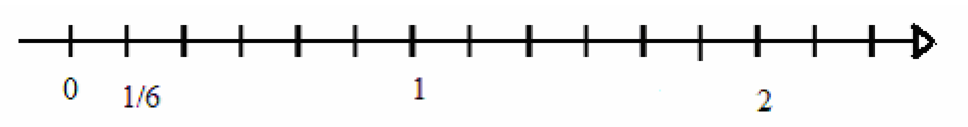
Sempre que possível une com uma linha uma fracção a uma figura que a possa representar.



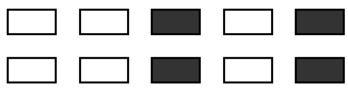
$\frac{3}{12}$; $\frac{2}{6}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{0}{4}$; $\frac{3}{9}$; $\frac{1}{4}$

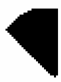
Tarefa 2

Assinala na recta numérica os seguintes números racionais: $\frac{4}{12}$; $\frac{5}{6}$; $1\frac{3}{6}$; 1,5 .

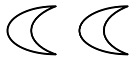


Tarefa 3

3.1 Indica quantos quintos estão sombreados: 

3.2 Esta forma  representa $\frac{1}{5}$ do todo. Quantas destas são necessárias para fazer a unidade?

3.3 Quantos nonos há numa unidade?

3.4 A figura  representa um quarto da unidade. Desenha a unidade.

Tarefa 4

4.1 Ajuda a Clara a justificar porque é que $\frac{5}{6}$ é maior do que $\frac{2}{3}$. Coloca uma cruz (**X**) na justificação certa:

	Porque 5 é maior do que 2.
	Porque 6 é maior do que 3.
	Porque $\frac{5}{6}$ está mais perto de 1 do que $\frac{2}{3}$.
	Porque 5+6 é maior do que 2+3 .

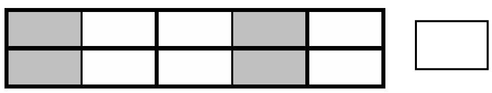
4.2 Para cada uma das afirmações seguintes averigua se são verdadeiras ou falsas e justifica a tua opção.

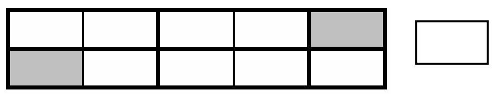
Afirmação	Justificação
$\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$	
$\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$	
$\frac{5}{9} > \frac{3}{7}$	
$\frac{10}{9} < \frac{6}{5}$	
$\frac{6}{10} > 0{,}5$	

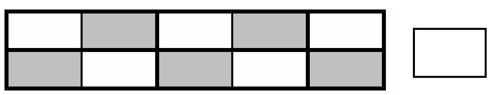
Tarefa 5

5.1 Observa as seguintes fracções equivalentes: $\frac{2}{5}$ e $\frac{4}{10}$.

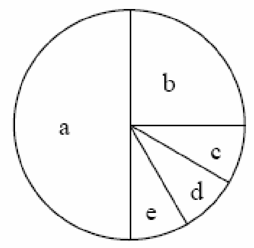
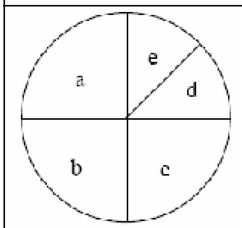
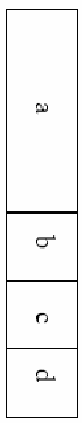
Assinala com uma cruz (**X**) a figura que mostra que estas fracções são equivalentes.







5.2 Observa primeiramente o exemplo e depois para cada representação gráfica escreve de forma análoga tudo o que fores capaz.

Representação gráfica	O que observo:
Exemplo:  	O que observo neste círculo (nesta unidade): **a** – é um meio; **b** - é um quarto; **c, d, e** – são cada um $\frac{1}{12}$ logo a soma dos três é: $\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}=\frac{3}{12}$ **b**- ocupa o mesmo espaço da unidade que as partes **c, d, e,** todas juntas, por isso $\frac{1}{4}=\frac{3}{12}$ ou seja são fracções equivalentes (basta multiplicar a fracção $\frac{1}{4}$ por 3 e obtenho três doze avos, ou então se dividir a fracção $\frac{3}{12}$ por 3 obtenho $\frac{1}{4}$). Também posso dizer que: a parte **a** ocupa tanto espaço da unidade como duas partes **b** ou como 6 partes **c** , por isso posso escrever $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$ ou que $\frac{1}{2}=\frac{6}{12}$. Posso também dizer que $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{3}{12}=1$
 	
 	

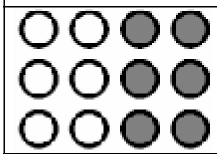
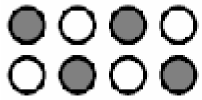
Tarefa 6
Estima a soma de cada par de fracções e em cada caso justifica a tua resposta

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{8}+\frac{9}{10}$$

$$\frac{1}{5}+\frac{3}{12}$$

Tarefa 7
Observa o exemplo e completa a tabela.

Representação Gráfica	Escreve duas fracções equivalentes que representem a razão entre o número de peças sombreadas e número total de peças.
	$\frac{2}{4}=\frac{6}{12}$
	
	$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

Tarefa 8
Três amigos resolveram dividir igualmente 2 pêras. Indica que parte de pêra coube a cada amigo.

Tarefa 9
A Marta tinha um chocolate dividido em 12 partes iguais. Ofereceu $\frac{1}{6}$ à Rita e $\frac{1}{4}$ ao Tomás.
7.1 A Marta ofereceu mais ou menos de meio chocolate? Explica o teu raciocínio.

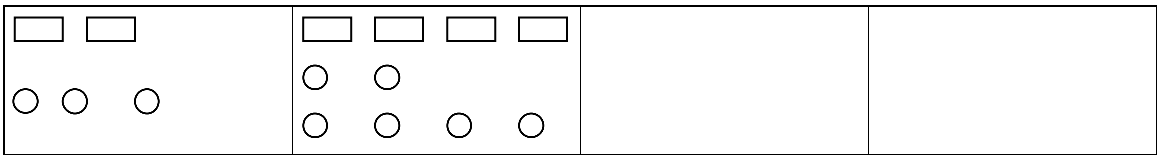
7.2 Que parte do chocolate ficou para a Marta? Explica o teu raciocínio.

Tarefa 10
A mãe da Ana comprou $\frac{2}{4}$ de kg de cerejas. O pai comprou $\frac{3}{8}$ de kg de cerejas.
10.1 Qual dos dois comprou mais cerejas? Explica como pensaste.
10.2 Ao todo os pais da Ana compraram mais ou menos de 1kg de cerejas? Explica o teu raciocínio.

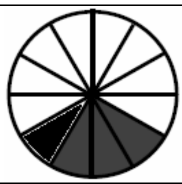
Tarefa 11
O Vasco tem camisolas de várias cores. As azuis são 6 e correspondem a um quarto do total. Quantas camisolas tem o Vasco?

Tarefa 12
A Vera adora ler. Todas as semanas lê um livro de aventuras e dois de banda desenhada. O grande desejo da Vera é ler ainda mais, mas mantendo a razão entre os temas de leitura pois ela prefere a banda desenhada. Na semana passada ela conseguiu! Leu 3 livros de aventuras.
Indica quantos livros de banda desenhada leu a Vera.

Tarefa 13
Continua a sequência de modo a manter a razão entre o número de rectângulos e o número de círculos.



Tarefa 14 Observa o exemplo e completa a tabela de forma semelhante.

	Exemplo				
Linguagem matemática (fracção)	$\frac{4}{12}$				$\frac{4}{10}$
Leitura em língua portuguesa	Quatro doze avos	Sete quartos			
Quociente	4:12		2:5		
Numerador da fracção	4			21	
Denominador da fracção	12			7	
Numeral misto fraccionário	Não se pode escrever				
Número inteiro	Não é.				
Fracção decimal	Não é				
Número fraccionário **não** decimal	sim				
Número fraccionário decimal	não				
Número racional	sim				
Numeral decimal	não				
Fracção imprópria que representa número inteiro	não.				
Faz a representação gráfica					

FICHAS DE TRABALHO PARA CASA – TURMA EXPERIMENTAL

Ficha de Trabalho de Casa 1	Observações
Entregar : 30 Abril 2007 (2ª f.)	
Nome Completo:	

Tarefa 1

A mãe da Ana fez uma torta recheada de framboesa deliciosa. A sua filha comeu $\frac{1}{4}$ da torta. O seu filho comeu 2/3 da torta.
Quem comeu menos?
Explica por palavras e desenhos, o modo como pensaste.

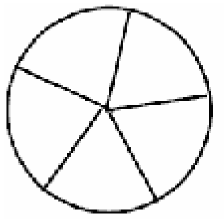
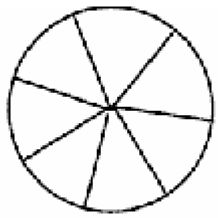
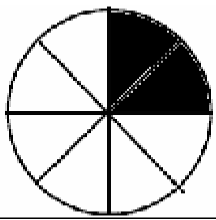
Tarefa 2

Cinco amigos encomendaram 3 postas de peixe para o jantar. Dividiram igualmente as 3 postas de peixe. Que parte de peixe comeu cada amigo?
Explica por palavras, o modo como pensaste.

2.1 Cada amigo comeu mais ou menos de uma posta de peixe?
Explica o teu raciocínio.

2.2 Cada amigo comeu mais ou menos de meia posta de peixe?
Explica o teu raciocínio.

Tarefa 3
Completa a tabela.

Representação Gráfica	Quociente entre a parte sombreada e toda a figura	Leitura em Língua Portuguesa	Linguagem Matemática (fracção)	Numerador da fracção	Denominador da fracção
	0,2				
	2:7				
					

Tarefa 4
Completa o quadro, utilizando os símbolos > ; < ou = e com explicações curtas, de modo a obteres afirmações verdadeiras

$\frac{7}{8}$ .... $\frac{2}{8}$ Porque:	$\frac{1}{2}$ ...... $\frac{3}{2}$ Porque:	$\frac{1}{5}$ ...... $\frac{1}{3}$ Porque:
0,5 ...... $\frac{1}{2}$ Porque:	0,75 ...... $\frac{3}{4}$ Porque:	$\frac{1}{4}$ ...... 0,25 Porque:

Ficha de Trabalho de Casa 2 **Entregar : 14 Maio 2007 (2ª f.)** Nome Completo:	Observações:

Tarefa 1

Utiliza os círculos fraccionados, sempre que achares necessário, para comparares os seguintes pares de fracções:

Faz um círculo à volta da fracção que representa o maior número	Faz um desenho de cada uma das fracções
$\frac{1}{4}$ .... $\frac{3}{4}$	
$\frac{4}{6}$ ...... $\frac{3}{6}$	
$\frac{3}{5}$ ...... $\frac{1}{5}$	

Completa a frase: Quando tenho duas fracções com o mesmo denominador a maior é aquela que

Faz um círculo à volta da fracção que representa o maior número	Faz um desenho de cada uma das fracções
$\frac{1}{4}$ .... $\frac{1}{3}$	
$\frac{2}{5}$ ...... $\frac{2}{3}$	
$\frac{4}{6}$ ...... $\frac{4}{8}$	

Completa a frase: Quando tenho duas fracções com o mesmo numerador a maior é aquela que

Tarefa 2
Utiliza os círculos fraccionados, sempre que achares necessário, para comparares os seguintes pares de fracções:

Faz um círculo à volta da fracção que representa o maior número	Faz um desenho de cada uma das fracções
$\frac{1}{4}$ .... $\frac{3}{5}$	
$\frac{2}{5}$ ...... $\frac{2}{3}$	
$\frac{4}{6}$ ...... $\frac{3}{8}$	

Completa a frase:
Para comparar duas fracções com numeradores e denominadores diferentes posso comparar cada uma com $\frac{1}{2}$ e

Faz um círculo à volta da fracção que representa o maior número	Faz um desenho de cada uma das fracções
$\frac{3}{4}$ .... $\frac{2}{3}$	
$\frac{4}{5}$ ...... $\frac{7}{8}$	
$\frac{4}{6}$ ...... $\frac{8}{10}$	

Completa a frase:
Para comparar duas fracções com numeradores e denominadores diferentes posso comparar cada uma com a unidade e

Tarefa 3

Ao lanche 4 amigos beberam sumo de laranja. Tinham um jarro com um litro de sumo para dividir igualmente pelos 4. Estes amigos encheram uma vez os quatro copos e esvaziaram o jarro de sumo.

3.1 Que **parte** do sumo bebeu cada amigo?
Explica como pensaste.

3.2 Indica tomando como unidade o litro a quantidade de sumo que cada amigo bebeu.

3.3 Cada amigo bebeu mais ou menos de meio jarro de sumo?
Explica o teu raciocínio.

Tarefa 4

4.1 Imagina que tens um rectângulo dividido em 4 partes iguais. Três dessas quatro partes estão sombreadas. Escreve a fracção que representa a parte sombreada do rectângulo.	Faz um desenho elucidativo.
4.2 Imagina que tens um rectângulo dividido em 5 partes iguais. Cinco dessas cinco partes estão sombreadas. Escreve a fracção que representa a parte sombreada do rectângulo. Que número representa essa fracção? Escreve uma fracção que represente mais de metade da figura.	Faz um desenho elucidativo.

Ficha de Trabalho de Casa 3 **Entregar : 28 Maio 2007 (2ª f.)**	Observações
Nome Completo:	

Para resolveres este trabalho de casa utiliza os teus círculos fraccionados sempre que consideres necessário.

Considera os seguintes pares de fracções	Quantas partes faltam em cada uma delas para fazer a unidade?	Qual das partes é a mais pequena?	Qual é a maior fracção?
$\frac{2}{3}$ $\frac{11}{12}$			
$\frac{3}{4}$ $\frac{6}{7}$			
$\frac{7}{8}$ $\frac{9}{10}$			
$\frac{4}{5}$ $\frac{5}{6}$			

Sempre que comparas fracções próprias e observas que a cada uma falta apenas uma parte para a unidade como é que decides qual é a maior (aquela que representa o maior número)?

Observa as fracções: $\frac{99}{100}$ e $\frac{9}{10}$.

Qual é a maior? Justifica a tua opção.

Considera os seguintes pares de fracções	Quantas partes estão, em cada uma delas, a mais do que a unidade?	Qual das partes é a mais pequena?	Qual é a maior fracção?
$\frac{4}{3}$; $\frac{9}{8}$			
$\frac{5}{4}$; $\frac{8}{7}$			
$\frac{6}{5}$; $\frac{11}{10}$			
$\frac{10}{9}$; $\frac{7}{6}$			

Sempre que comparas fracções impróprias e observas que cada uma tem apenas uma parte a mais do que a unidade como é que decides qual é a maior?

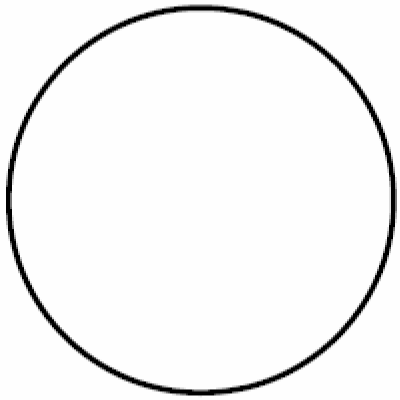
Observa as fracções: $\frac{101}{100}$ e $\frac{1001}{1000}$.
Qual é a maior? Justifica a tua opção.

Apresenta duas fracções equivalentes a cada uma das fracções abaixo:	Fracções equivalentes:
Exemplo: $\frac{2}{3}$	$\frac{4}{6}=\frac{6}{9}$
$\frac{3}{4}$	
$\frac{3}{12}$	
$\frac{12}{24}$	

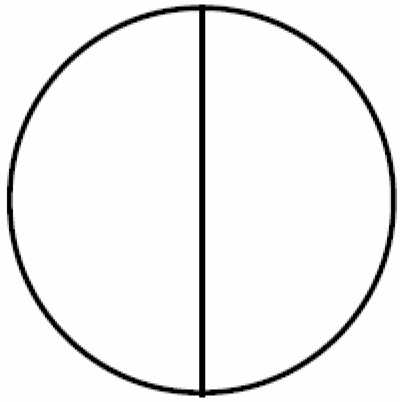
Imagina que tens que explicar a um colega que faltou às duas últimas aulas de matemática o que são fracções equivalentes e como é que encontras fracções equivalentes a uma dada. Escreve um pequeno texto com essa explicação.

CÍRCULOS FRACCIONADOS

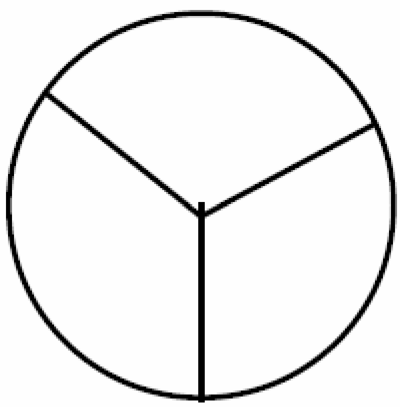
Pinta das cores indicadas e recorta os círculos para poderes usá-los sempre que necessário.



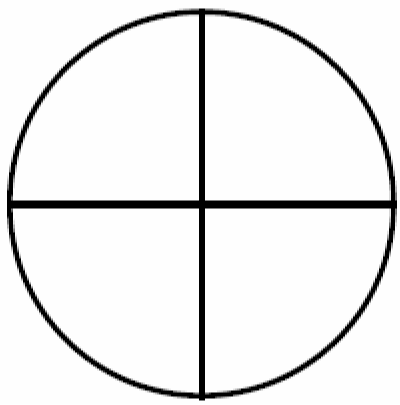
Preto 1 peça



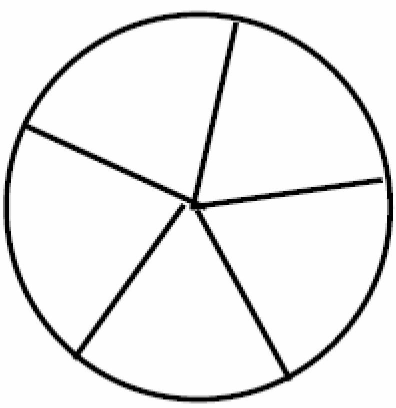
Amarelo 2 peças



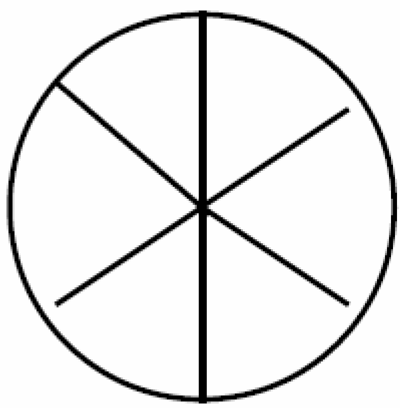
Castanho 3 peças



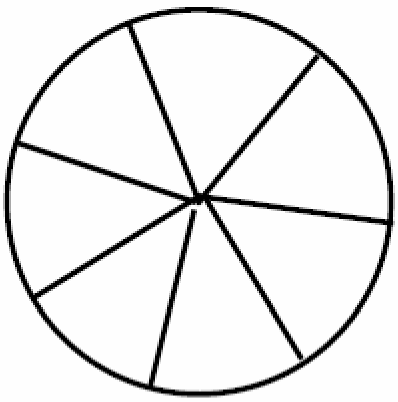
Verde Escuro 4 peças



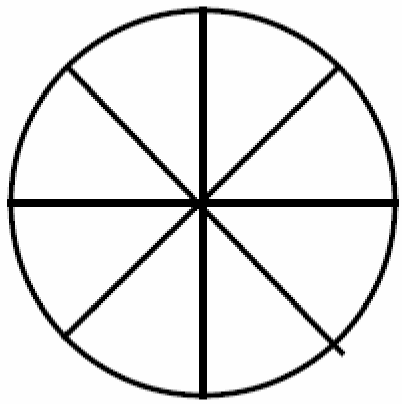
Laranja 5 peças



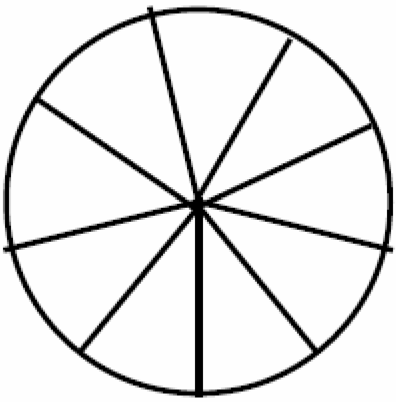
Rosa 6 peças



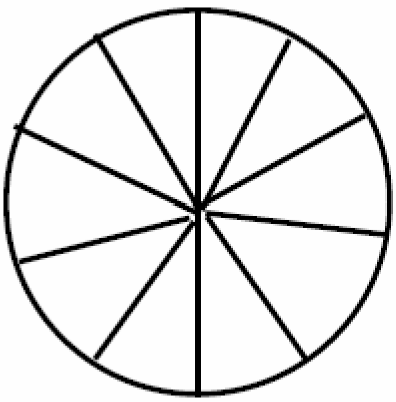
Verde Claro 7 peças



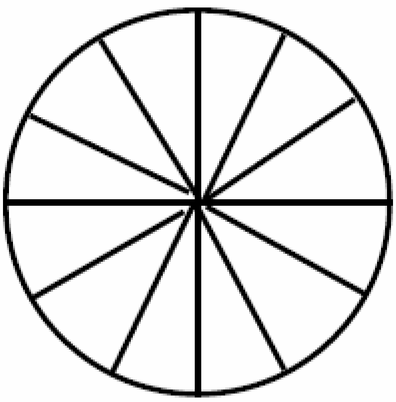
Azul 8 peças



Branco 9 peças



Roxo 10 peças



Vermelho 12 peças

MINI-FICHAS DE AVALIAÇÃO – TURMA EXPERIMENTAL

COLÉGIO DA IMACULADA CONCEIÇÃO

MATEMÁTICA 5º ANO

Mini-Ficha de Avaliação 1

Nome Completo...nº.............
Nome Completo...nº................
Nome Completo nº

	Pontos
Ponto obtidos na resolução oral : Total Final:	

1. Imagina que a seguinte situação é contigo:
Ao entrares numa Pastelaria vês numa mesa 2 amigos e mais ao fundo, noutra mesa, estão 3 amigos. Os dois grupos têm para comer uma tarte exactamente igual.
Entre estes amigos as tartes são sempre divididas em fatias iguais.

Que grupo deves escolher de modo a comeres o maior pedaço de tarte?

Descreve o processo que utilizaste para responder à pergunta.
Para isso podes utilizar palavras, desenhos ou cálculos.
Não te esqueças de dar a resposta!

10 pontos

2. Completa o quadro, utilizando os símbolos > ; < ; = de modo a obteres afirmações verdadeiras

$\frac{1}{2}$ .... $\frac{2}{8}$	$\frac{3}{4}$ ...... $\frac{5}{6}$	$\frac{4}{6}$ ...... $\frac{1}{6}$

6 pontos

3. Assinala com V (verdadeira) ou F (falsa) cada uma das seguintes afirmações:

- As fracções $\frac{3}{4}$ e $\frac{6}{8}$ representam o número decimal 0,75 ☐
- A fracção $\frac{1}{5}$ também se pode escrever assim: 0,2 ☐

4 pontos

COLÉGIO DA IMACULADA CONCEIÇÃO

MATEMÁTICA 5º ANO

MINI-FICHA DE AVALIAÇÃO - 2

Nome Completo...nº.............

Nome Completo...nº................

Nome Completo nº

	Pontos
Ponto obtidos na resolução oral : Total Final:	

1. Três amigos resolveram fazer uma "corrida de ovo". Quem conseguisse chegar à meta sem deixar cair o ovo da colher ganhava a corrida.

A Maria percorreu $\frac{3}{6}$ do percurso sem deixar cair o ovo da colher, o Rui percorreu $\frac{2}{3}$ e a Lara só deixou cair o ovo depois de ter percorrido $\frac{4}{6}$ do percurso.

1.1 Representa graficamente o percurso da corrida.
Assinala a posição em que cada amigo ficou.
Explica o teu raciocínio.

1.2 Quem percorreu a maior distância? Explica a tua resposta.

1.3 Cada amigo percorreu **mais ou menos** de metade do percurso?
Explica a tua resposta (podes usar cálculos, desenhos e palavras).

8 pontos

2. Observa com atenção o quadro abaixo:

$3\frac{1}{2}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{2}{10}$	$\frac{6}{6}$	$2\frac{3}{4}$	$\frac{5}{7}$

Escolhe **duas** fracções:

2.1 que representam **números inteiros** ....

2.2 que representam **números fraccionários decimais** ....

2.3 representadas na forma de **numeral misto fraccionário** ....

2.4 que representem um número **menor do que 0,5** ....

2.5 que representem um número **maior do que 1** ....

2.6 que representem um número **maior do que $\frac{1}{2}$ e menor que 1** ....

12 pontos

COLÉGIO DA IMACULADA CONCEIÇÃO

MATEMÁTICA 5º ANO

MINI-FICHA DE AVALIAÇÃO – 3 e 4

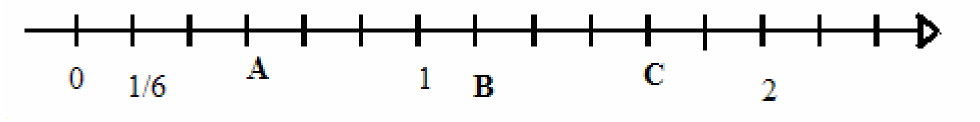
Nome Completo...nº.............

Nome Completo...nº................

Nome Completo nº	Pontos
Ponto obtidos na resolução oral : Total Final:	

1 Observa a recta numérica figurada abaixo.

1.1 Indica os números que correspondem aos pontos: **A , B e C ,** respectivamente.



1.2 Sinaliza na recta numérica o numeral misto fraccionário: $\mathbf{1}\frac{2}{6}$

1.3 Sinaliza na recta numérica o numeral decimal: **1,5**

1.4 Sinaliza na recta numérica a fracção: $\frac{8}{12}$

12 pontos

2 Na festa de aniversário da Sara havia um bolo de chocolate delicioso.
A Lara comeu um oitavo do bolo, o Rui comeu dois oitavos do bolo e a Ana comeu três oitavos do bolo.

2.1 Indica a **parte** do bolo que a Lara e o Rui comeram. Explica o teu raciocínio.

2.2 Imagina que tens que explicar a um colega de outra turma **que parte do bolo de chocolate é que ficou por comer**.
Escreve um pequeno texto para explicares o teu raciocínio e não te esqueças de indicar a parte do bolo que ficou por comer!

10 pontos

3. Observa com atenção cada par de fracções e completa utilizando as expressões:
"é maior do que" ou "**é menor do que**" ou "**é aproximadamente**" ou "**é igual a**"

$\frac{1}{12}+\frac{11}{12}$ ________________ 1	$\frac{5}{6}+\frac{1}{3}$ ________________ 1
$\frac{5}{10}+\frac{2}{4}$ ________________ 1	$\frac{1}{4}+\frac{1}{10}$ ________________ $\frac{1}{2}$
$\frac{4}{5}+\frac{7}{8}$ ________________ 2	$\frac{4}{7}+\frac{1}{12}$ ________________ $\frac{1}{2}$

Podes utilizar o espaço livre da folha para fazer desenhos que te ajudem a responder à pergunta.

18 pontos

COLÉGIO DA IMACULADA CONCEIÇÃO

MATEMÁTICA 5º ANO

MINI-FICHA DE AVALIAÇÃO – 5

Nome Completo...nº.............

Nome Completo...nº................

Nome Completo nº

	Pontos
Ponto obtidos na resolução oral : Total Final:	

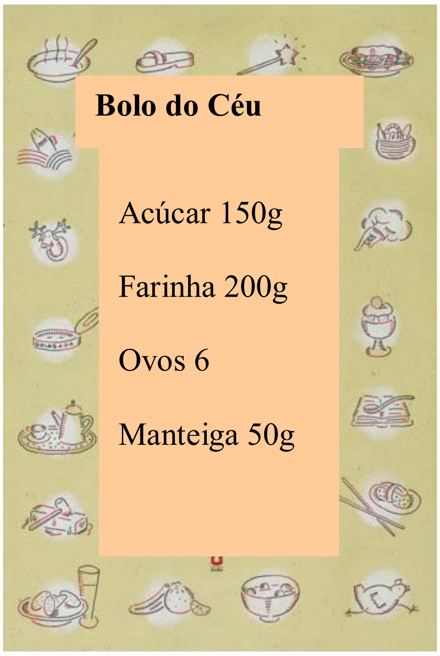
1 O Manuel colecciona motas em miniatura e tem motas de várias marcas. Um quinto são da marca HONDA, dois quintos são SUZUKI e as restantes são KAWASAKI.

1.1 O Manuel disse ao Rui que tem 10 motas HONDA na sua colecção.
Indica o número total de motas da colecção do Manuel.
Explica o teu raciocínio.

1.2 O Rui colecciona carros em miniatura. Ao todo tem 40 carros.
Sabendo que dois oitavos dos carros da colecção são da marca Mercedes, indica quantos Mercedes tem o Rui na sua colecção.

10 pontos

2 Para fazer "Bolo do Céu" utilizam-se quatro ingredientes nas quantidades indicadas na figura..



2.1 Indica a razão entre a quantidade de ovos e a quantidade de manteiga.

2.2 Imagina que tens que fazer um "Bolo do Céu" maior do que o indicado na receita. Para isso resolves usar 12 ovos. Indica a quantidade de manteiga que vais ter que usar.
Explica como pensaste.

10 pontos

3. Assinala com um **V** as afirmações verdadeiras e com um **F** as afirmações falsas.
Em cada caso justifica as tuas opções.

	Justifica:	V ou F
3.1	$\frac{11}{12}$ é maior do que $\frac{4}{5}$.	
3.2	Qualquer fracção cujo denominador seja o dobro do numerador representa o numeral decimal 0,5 .	
3.3	Dois sextos não representa o mesmo número que quatro doze avos.	
3.4	As fracções $\frac{5}{6}$ e $\frac{11}{12}$ são equivalentes.	
3.5	A fracção $\frac{5}{6}$ é irredutível.	

10 pontos

PLANO DIÁRIO DAS AULAS DE NÚMEROS RACIONAIS

Escola: Colégio da Imaculada Conceição

Turma de controlo (TC): turma A

Número de Aulas leccionadas: 15

Duração de cada aula: 90 minutos

Manual adoptado: (2001) Neves, M. A.; Faria. L. ; Azevedo, A.
Matemática – 1ª, 2ª e 3ª partes: 5º ano. Porto: Porto Editora.
(2001) Neves, M. A.; Faria. L. ; Azevedo, A.
Caderno de Actividades: 5º ano. Porto: Porto Editora

<table>
<tr><td colspan="2">Plano da Aula nº 1 – TC
Lições nº 91 e 92
Data: 12 de Abril de 2007</td></tr>
<tr><td colspan="2">Sumário
Pré - Teste de avaliação sobre números racionais.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Conteúdos
Conceito de Número Racional.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Recursos utilizados
Pré - Teste de avaliação de conhecimentos sobre números racionais.</td></tr>
<tr><td>Objectivos
• Avaliar os conhecimentos sobre números racionais.</td><td>Estratégias
• Solicitar aos alunos a resolução individual do Pré - Teste de avaliação de conhecimentos sobre números racionais.</td></tr>
</table>

Plano da Aula nº 2 – TC Lições nº 97 e 98 Data: 23 Abril de 2007	
Sumário Introdução ao estudo das fracções. A fracção como representação do quociente de dois números inteiros.	
Conteúdos: Fracções Próprias.	
Recursos utilizados: Manual escolar.	
Trabalho de Casa: Página 63 do caderno de actividades.	
Objectivos • Identificar fracções próprias como relação parte-todo (contextos contínuos e discretos). • Representar analiticamente fracções próprias. • Usar vocabulário relativo às fracções	**Estratégias** • Início da lição seguido de registo do sumário no quadro. • A professora expõe oralmente os conteúdos a trabalhar. • A professora solicita a resolução dos exercícios 1, 2, 3, 4 da página 49 e os exercícios 3 e 4 da página 51do manual adoptado. • Os alunos resolvem individualmente os exercícios solicitados. • Os alunos vão ao quadro corrigir os exercícios. • A professora marca e solicita a realização do trabalho de casa.

Plano da Aula nº 3 – TC Lições nº 99 e 100 Data: 26 de Abril de 2007	
Sumário: Fracções decimais. Números racionais. A fracção como parte de um todo.	
Conteúdos: Leitura de fracções. Fracções próprias. Fracções decimais. Fracções como parte de um todo.	
Recursos utilizados: Manual e caderno de actividades adoptado.	
Trabalho de Casa: Página 64 do caderno de actividades.	
Objectivos • Usar vocabulário relativo às fracções. • Identificar fracções próprias como relação parte-todo • Relacionar numerais decimais com fracções decimais.	**Estratégias** • Início da lição seguido de registo do sumário no quadro. • Correcção do T.P.C. no quadro. • A professora expõe oralmente os conteúdos a trabalhar. • A professora solicita a resolução dos exercícios 1, 2, 3 da página 53 do manual adoptado. • Os alunos resolvem individualmente os exercícios solicitados. • Os alunos vão ao quadro corrigir os exercícios. • A professora marca e solicita a realização do trabalho de casa.

Plano da Aula nº 4 – **TC** **Lições nº** 101 e 102 **Data**: 30 Abril de 2007	
Sumário: Correcção do T.P.C.. Fracções impróprias.	
Conteúdos: Fracções próprias e impróprias.	
Recursos utilizados: Manual e caderno de actividades adoptados.	
Trabalho de Casa: Páginas 65, 66 do Caderno de Actividades.	
Objectivos	**Estratégias**
• Identificar fracções impróprias como relação parte – todo. • Representar fracções impróprias graficamente. • Representar fracções impróprias analiticamente. • Representar uma fracção imprópria na forma de numeral misto fraccionário, sempre que possível.	• Início da lição seguido de registo do sumário no quadro. • Correcção do T.P.C. no quadro. • A professora expõe oralmente os conteúdos a trabalhar. • A professora solicita a resolução dos exercícios da página 55 do manual adoptado. • Os alunos resolvem individualmente os exercícios solicitados. • Os alunos vão ao quadro corrigir os exercícios. • A professora marca e solicita a realização do trabalho de casa.

Plano da Aula nº 5 – **TC** **Lições nº** 103 e 104 **Data**: 3 de Abril de 2007	
Sumário: Correcção do T.P.C.. Fracções equivalentes. Resolução de exercícios.	
Conteúdos: Fracções próprias; fracções que representam o todo; comparação de fracções com a unidade; comparação de fracções com metade da unidade. Fracções equivalentes.	
Recursos utilizados: : Manual e caderno de actividades adoptados.	
Trabalho de Casa: Página 57 do manual adoptado.	
Objectivos	**Estratégias**
• Identificar fracções equivalentes. • Aplicar o princípio de equivalência de duas fracções. • Simplificar uma fracção. • Identificar fracções irredutíveis.	• Início da lição seguido de registo do sumário no quadro. • Correcção do T.P.C. no quadro. • A professora expõe oralmente os conteúdos a trabalhar. • A professora solicita a resolução dos exercícios da página 69 do caderno de actividades. • Os alunos resolvem individualmente os exercícios solicitados. • Os alunos vão ao quadro corrigir os exercícios. • A professora marca e solicita a realização do trabalho de casa.

<table>
<tr><td colspan="2">Plano da Aula nº 6 – TC
Lições nº 105 e 106.
Data: 14 de Maio de 2007</td></tr>
<tr><td colspan="2">Sumário: Correcção do T.P.C.. Simplificação da fracções. Fracção irredutível.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Conteúdos: Fracções impróprias; Numeral misto fraccionário</td></tr>
<tr><td colspan="2">Recursos utilizados: : Manual e caderno de actividades adoptados.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Trabalho de Casa: página 70 do caderno de actividades.</td></tr>
<tr><td>Objectivos
• Identificar fracções equivalentes.
• Aplicar o princípio de equivalência de duas fracções.
• Simplificar uma fracção.
• Identificar fracções irredutíveis.</td><td>Estratégias
• Início da lição seguido de registo do sumário no quadro.
• Correcção do T.P.C. no quadro.
• A professora solicita a resolução dos exercícios da p. 59 do manual adoptado.
• Os alunos resolvem individualmente os exercícios solicitados.
• Os alunos vão ao quadro corrigir os exercícios.
• A professora marca e solicita a realização do trabalho de casa.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Plano da Aula nº 7 – TC
Lições nº 107 e 108.
Data: 15 de Maio de 2007</td></tr>
<tr><td colspan="2">Sumário: Correcção do T.P.C.. Resolução de exercícios para consolidação da matéria.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Conteúdos: Fracções próprias e fracções impróprias. Fracções equivalentes. Fracções irredutíveis. Fracções que representam o todo. Comparação de fracções. Fracções como parte de um todo.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Recursos utilizados: : Manual e caderno de actividades adoptados.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Trabalho de Casa: Estudar para a ficha de avaliação.</td></tr>
<tr><td>Objectivos
• Rever a matéria dada.
• Consolidar a matéria dada.</td><td>Estratégias
• Início da lição seguido de registo do sumário no quadro.
• Correcção do T.P.C. no quadro.
• A professora solicita a resolução dos exercícios da página 61 do manual adoptado.
• Os alunos resolvem individualmente os exercícios solicitados.
• Os alunos vão ao quadro corrigir os exercícios.
• A professora marca e solicita a realização do trabalho de casa.</td></tr>
</table>

Plano da Aula nº 8 – **TC** **Lições nº** 109 e 110. **Data**: 21 de Maio de 2007	
Sumário: Comparação de números racionais. Revisões da matéria leccionada como preparação para a ficha de avaliação.	
Conteúdos: Fracções equivalentes. Comparação de fracções.	
Recursos utilizados: : Manual e caderno de actividades adoptados.	
Trabalho de Casa:	
Objectivos • Comparar fracções com termos idênticos. • Comparar fracções com termos diferentes. • Aplicar o princípio da equivalência de fracções. • Comparar números racionais.	**Estratégias** • Início da lição seguido de registo do sumário no quadro. • A professora solicita a resolução dos exercícios da página 72 do manual adoptado. • Os alunos resolvem individualmente os exercícios solicitados. • Os alunos vão ao quadro corrigir os exercícios. • A professora marca e solicita a realização do trabalho de casa.

Plano da Aula nº 9 – **TC** **Lições nº** 111 e 112. **Data**: 17 de Maio de 2007	
Sumário: Ficha de avaliação.	
Conteúdos: Fracção como parte de um todo. Fracções decimais. Fracções impróprias. Fracções equivalentes. Fracções equivalentes. Fracções irredutíveis. Comparação de números racionais.	
Recursos utilizados: Ficha de avaliação.	
Trabalho de Casa: Sem T.P.C..	
Objectivos • Avaliar os conhecimentos adquiridos pelos alunos sobre números racionais.	**Estratégias** • Início da lição seguido de registo do sumário no quadro. • A professora solicita a realização da ficha de avaliação.

Colégio da Imaculada Conceição

Teste de ____________________________ Ano____ Turma_____
Aluno _______________________________ Nº______
Classificação ________________Professor _________ Data______
Encarregado de Educação ______________ ______________________

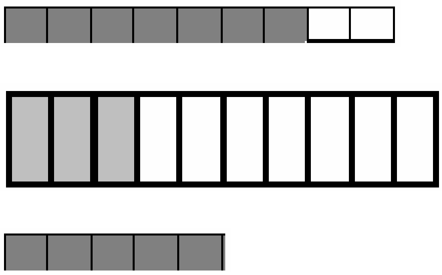
1. Escreve na forma de fracção e na forma decimal, se possível, os quocientes:

2:7	3:4
17:100	5:9

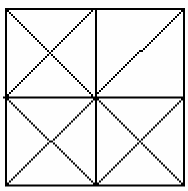
2. Quais dos números a seguir representados são fraccionários?

$$\frac{4}{5} \quad ; \quad \frac{9}{3} \quad ; \quad 1,5 \quad ; \quad \frac{3}{2} \quad ; \quad \frac{8}{4} \quad ; \quad 0,1$$

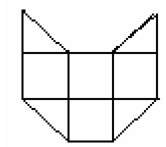
3. Indica, em cada caso, a fracção correspondente à parte colorida:



4. Pinta, em cada figura, a parte correspondente à fracção indicada.



$\frac{9}{16}$



$\frac{5}{12}$

5. Escreve uma fracção decimal equivalente a:

$\frac{3}{5}$ $\qquad$ $\frac{7}{20}$ $\qquad$ $\frac{1}{4}$

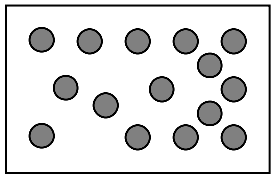
6. Representa na forma decimal:

$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{2}$
$\frac{7}{10}$	$\frac{125}{100}$	$\frac{15}{1000}$

7. Escreve na forma de fracção:

0,3 1,2 2,5 0,08

8. O João deu $\frac{1}{5}$ dos berlindes representados na figura. Quantos berlindes deu?



9. Um pão-de-ló pesa 600g.

9.1 Uma fatia correspondente a $\frac{1}{6}$ do bolo que peso tem?

9.2 Quanto pesam $\frac{4}{6}$ do bolo?

10. Quantos minutos há em:

Meia hora, Três quartos de hora,

Um quarto de hora, Um décimo de hora?

11. Copia e completa com os sinais >, <, , = :

$\frac{2}{5}$ …….1	$\frac{9}{10}$ ……….1	$\frac{9}{8}$ ……….1
$\frac{5}{5}$ 1	$\frac{3}{7}$ ……….1	$\frac{7}{4}$ ……….1

12. Escreve duas fracções que representem:

- O número 1;
- Números menores que 1;
- Números maiores que 1.

13. Completa com um dos sinais > ; <:

$\frac{2}{3}$ .... $\frac{5}{3}$ $\qquad$ $\frac{5}{8}$ .... $\frac{3}{8}$ $\qquad$ $\frac{4}{7}$ .... $\frac{4}{5}$

$\frac{5}{6}$ .... $\frac{5}{6}$ $\qquad$ $\frac{1}{10}$ .... $\frac{1}{100}$ $\qquad$ $\frac{12}{7}$ .... $\frac{18}{7}$

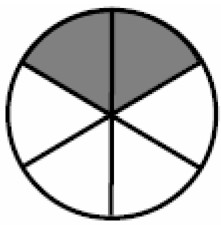
14. Completa:

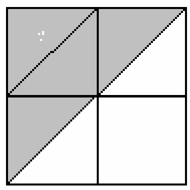
$\frac{1}{3}=\frac{4}{\_}$ $\qquad$ $\frac{7}{2}=\frac{1}{10}$ $\qquad$ $\frac{15}{20}=\frac{3}{\_}$ $\qquad$ $\frac{24}{18}=\frac{\_}{3}$

15. Completa:

$\frac{4}{\_}=\frac{12}{15}$ $\qquad$ $\frac{1}{3}=\frac{\_}{6}=\frac{\_}{9}=\frac{\_}{21}$ $\qquad$ $\frac{18}{30}=\frac{9}{\_}=\frac{\_}{10}=\frac{\_}{5}$

16. Escreve duas fracções equivalentes que correspondam à parte colorida de cada figura:





17. Completa:

$\frac{\_}{2}=3$ $\qquad$ $5=\frac{1}{4}$ $\qquad$ $\frac{21}{\_}=7$

18. Simplifica o mais possível:

$\frac{12}{20}=$ $\qquad$ $\frac{10}{15}=$ $\qquad$ $\frac{18}{24}=$

19. Das fracções $\frac{7}{9}$ $\quad$ $\frac{5}{10}$ $\quad$ $\frac{4}{12}$ $\quad$ $\frac{8}{3}$ quais são irredutíveis?

20. Qual é o número que aparece repetido em cada um dos rectângulos?

0,5	$\frac{7}{9}$
$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{4}$

$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{6}$
$\frac{9}{18}$	0,25

$\frac{3}{5}$	$\frac{6}{10}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{8}{9}$

$\frac{7}{9}$	0.4
$\frac{4}{10}$	$\frac{2}{5}$

$\frac{1}{3}$	$\frac{9}{12}$
$\frac{4}{8}$	$\frac{4}{12}$

<table>
<tr><td colspan="2">Plano da Aula nº 10 – TC
Lições nº 113 e 114.
Data: 21 de Maio de 2007</td></tr>
<tr><td colspan="2">Sumário: Adição e subtracção de números racionais.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Conteúdos: Adição e subtracção de fracções com o mesmo denominador.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Recursos utilizados: : Manual e caderno de actividades adoptados.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Trabalho de Casa: Página 73 do caderno de actividades.</td></tr>
<tr><td>Objectivos
• Adicionar fracções com o mesmo denominador com recurso ao algoritmo.
• Subtrair fracções com o mesmo denominador com recurso ao algoritmo.</td><td>Estratégias
• Início da lição seguido de registo do sumário no quadro.
• A professora expõe oralmente os conteúdos a trabalhar.
• A professora solicita a resolução do exercício 4 da página 63 do manual adoptado.
• Os alunos resolvem individualmente os exercícios solicitados.
• Os alunos vão ao quadro corrigir os exercícios.
A professora marca e solicita a realização do trabalho de casa.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Plano da Aula nº 11 – TC
Lições nº 115 e 116.
Data: 29 de Maio de 2007</td></tr>
<tr><td colspan="2">Sumário: Entrega e correcção da ficha de avaliação.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Conteúdos: Fracção como parte de um todo. Fracções decimais. Fracções impróprias. Fracções equivalentes. Fracções equivalentes. Fracções irredutíveis. Comparação de números racionais.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Recursos utilizados: Ficha de avaliação.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Trabalho de Casa: Sem T.P.C..</td></tr>
<tr><td>Objectivos
• Corrigir a ficha de avaliação.</td><td>Estratégias
• Início da lição seguido de registo do sumário no quadro.
• Os alunos vão ao quadro corrigir os exercícios da ficha de avaliação.</td></tr>
</table>

Plano da Aula nº 12 – **TC** **Lições nº** 117 e 118. **Data**: 28 de Maio de 2007	
Sumário: Correcção do T.P.C.. Resolução de exercícios sobre a adição e subtracção de números racionais.	
Conteúdos: Adição de fracções com o mesmo denominador.	
Recursos utilizados: Manual e caderno de actividades adoptados.	
Trabalho de Casa: Exercícios 1, 2, 3 da página 63 do manual.	
Objectivos • Adicionar fracções com o mesmo denominador com recurso ao algoritmo respectivo. • Subtrair fracções com o mesmo denominador com recurso ao algoritmo respectivo.	**Estratégias** • Início da lição seguido de registo do sumário no quadro. • Correcção do T.P.C. no quadro. • A professora expõe oralmente os conteúdos a trabalhar. • A professora solicita a resolução dos exercícios da página 74 do manual adoptado. • Os alunos resolvem individualmente os exercícios solicitados. • Os alunos vão ao quadro corrigir os exercícios. A professora marca e solicita a realização do trabalho de casa.

Plano da Aula nº 13 – **TC** **Lições nº** 119 e 120. **Data**: 31 de Maio de 2007	
Sumário: Correcção do T.P.C.. Adição e subtracção de números racionais com denominadores diferentes.	
Conteúdos: Adição de fracções com o mesmo denominador e com denominadores diferentes.	
Recursos utilizados: Manual e caderno de actividades adoptados.	
Trabalho de Casa: Exercícios 1 e 2 da página 65 do manual adoptado.	
Objectivos • Adicionar fracções com recurso ao algoritmo. • Subtrair fracções com recurso ao algoritmo. • Aplicar o princípio de equivalência de fracções. • Simplificar fracções.	**Estratégias** • Início da lição seguido de registo do sumário no quadro. • Correcção do T.P.C. no quadro. • A professora expõe oralmente os conteúdos a trabalhar. • A professora solicita a resolução dos exercícios 3, 4 e 5 da página 65 do manual adoptado. • Os alunos resolvem individualmente os exercícios solicitados. • Os alunos vão ao quadro corrigir os exercícios. A professora marca e solicita a realização do trabalho de casa.

<table>
<tr><td colspan="2">Plano da Aula nº 14 – TC
Lições nº 121 e 122.
Data: 4 de Junho de 2007</td></tr>
<tr><td colspan="2">Sumário: Revisões para consolidação da matéria leccionada.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Conteúdos: Conceito de Número Racional.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Recursos utilizados: Ficha de aplicação de conhecimentos sobre Números Racionais.</td></tr>
<tr><td>Objectivos
• Rever os conteúdos estudados.
• Aplicar os conhecimentos adquiridos.</td><td>Estratégias
• Início da lição seguido de registo do sumário no quadro.
• A professora solicita a resolução dos exercícios da ficha de aplicação de conhecimentos sobre números racionais.
• Os alunos resolvem individualmente os exercícios solicitados e vão ao quadro corrigir os exercícios.
A professora marca e solicita a realização do trabalho de casa.</td></tr>
</table>

COLÉGIO DA IMACULADA CONCEIÇÃO

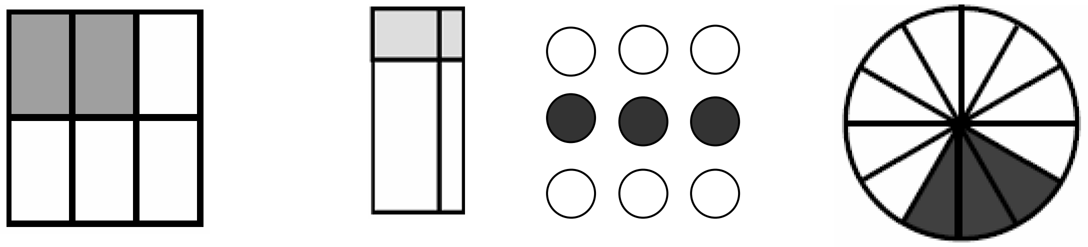
MATEMÁTICA 5º ANO

FICHA DE APLICAÇÃO DE CONHECIMENTOS SOBRE NÚMEROS RACIONAIS

Nome Completo..nº.............Turma.........

Tarefa 1

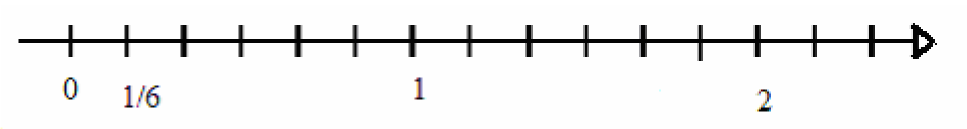
Sempre que possível une com uma linha uma fracção a uma figura que a possa representar.



$\frac{3}{12}$; $\frac{2}{6}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{0}{4}$; $\frac{3}{9}$; $\frac{1}{4}$

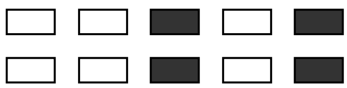
Tarefa 2

Assinala na recta numérica os seguintes números racionais: $\frac{4}{12}$; $\frac{5}{6}$; $1\frac{3}{6}$; 1,5 .



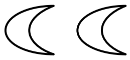
Tarefa 3

3.1 Indica quantos sétimos estão sombreados:



3.2 Esta forma  representa $\frac{1}{5}$ do todo. Quantas destas são necessárias para fazer a unidade?

3.3 Quantos nonos há numa unidade?

3.4 A figura  representa um quarto da unidade. Desenha a unidade.

Tarefa 4

4.1 Ajuda a Clara a justificar porque é que $\frac{5}{6}$ é maior do que $\frac{2}{3}$. Coloca uma cruz (**X**) na justificação certa:

	Porque 5 é maior do que 2.
	Porque 6 é maior do que 3.
	Porque $\frac{5}{6}$ está mais perto de 1 do que $\frac{2}{3}$.
	Porque 5+6 é mais do que 2+3 .

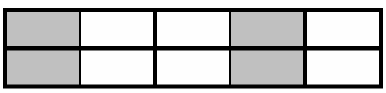
4.2 Para cada uma das afirmações seguintes averigua se são verdadeiras ou falsas e justifica a tua opção.

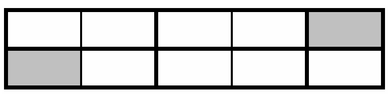
Afirmação	Justificação
$\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$	
$\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$	
$\frac{5}{9} > \frac{3}{7}$	
$\frac{10}{9} < \frac{6}{5}$	
$\frac{6}{10} > 0{,}5$	

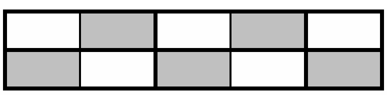
Tarefa 5

5.1 Observa as seguintes fracções equivalentes: $\frac{2}{5}$ e $\frac{4}{10}$.

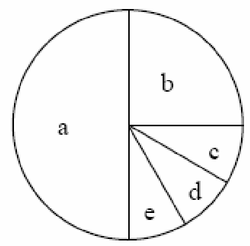
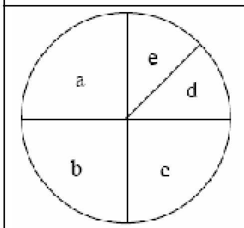
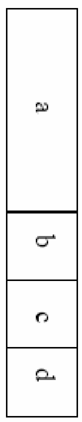
Assinala com uma cruz (**X**) a figura que mostra que estas fracções são equivalentes.







5.3 Observa previamente o exemplo e depois para cada representação gráfica escreve, de forma análoga tudo o que fores capaz.

Representação gráfica	O que observo:
Exemplo: 	O que observo neste círculo (nesta unidade): **a** – é um meio; **b** - é um quarto; **c, d, e** – são cada um $\frac{1}{12}$ logo a soma dos três é: $\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}=\frac{3}{12}$ **b**- ocupa o mesmo espaço da unidade que as partes **c, d, e,** todas juntas, por isso $\frac{1}{4}=\frac{3}{12}$ ou seja são fracções equivalentes (basta multiplicar a fracção $\frac{1}{4}$ por 3 e obtenho três doze avos, ou então se dividir a fracção $\frac{3}{12}$ por 3 obtenho $\frac{1}{4}$). Também posso dizer que: a parte **a** ocupa tanto espaço da unidade como duas partes **b** ou como 6 partes **c** , por isso posso escrever $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$ ou que $\frac{1}{2}=\frac{6}{12}$. Posso também dizer que $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{3}{12}=1$
	
	

Tarefa 6

Estima a soma de cada par de fracções e em cada caso justifica a tua resposta

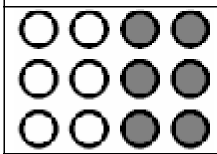
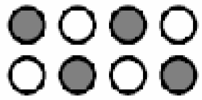
$$\frac{1}{3}+\frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{8}+\frac{9}{10}$$

$$\frac{1}{5}+\frac{3}{12}$$

Tarefa 7

Observa o exemplo e baseando nele completa a tabela.

Representação Gráfica	Escreve duas fracções equivalentes que representem a razão entre o número de peças sombreadas e número total de peças.
	$\frac{2}{4}=\frac{6}{12}$
	
	$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

Tarefa 8
Três amigos resolveram dividir igualmente 2 pêras. Indica que parte de pêra coube a cada amigo.

Tarefa 9
A Marta tinha um chocolate dividido em 12 partes iguais. Ofereceu $\frac{1}{6}$ à Rita e $\frac{1}{4}$ ao Tomás.
7.1 A Marta ofereceu mais ou menos de meio chocolate? Explica o teu raciocínio.

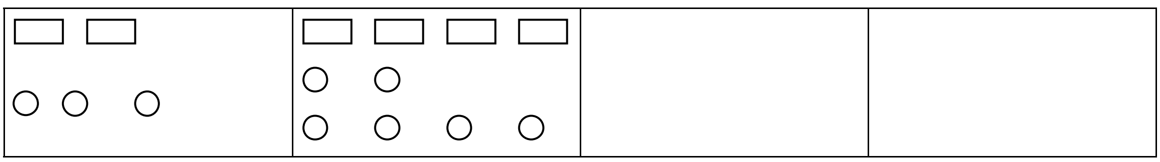
7.2 Que parte do chocolate ficou para a Marta? Explica o teu raciocínio.

Tarefa 10
A mãe da Ana comprou $\frac{2}{4}$ de kg de cerejas. O pai comprou $\frac{3}{8}$ de kg de cerejas.
10.1 Qual dos dois comprou mais cerejas? Explica como pensaste.
10.2 Ao todo os pais da Ana compraram mais ou menos de 1kg de cerejas? Explica o teu raciocínio.

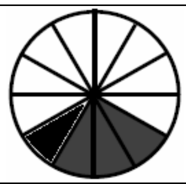
Tarefa 11
O Vasco tem camisolas de várias cores. As azuis são 6 e correspondem a um quarto do total. Quantas camisolas tem o Vasco?

Tarefa 12
A Vera adora ler. Todas as semanas lê um livro de aventuras e dois de banda desenhada. O grande desejo da Vera é ler ainda mais, mas mantendo a razão entre os temas de leitura pois ela prefere a banda desenhada. Na semana passada ela conseguiu! Leu 3 livros de aventuras.
Indica quantos livros de banda desenhada leu a Vera.

Tarefa 13
Continua a sequência de modo a manter a razão entre o número de rectângulos e o número de círculos.



Tarefa 14 Observa o exemplo e completa a tabela de forma semelhante.

	Exemplo:				
Linguagem matemática (fracção)	$\frac{4}{12}$				$\frac{4}{10}$
Leitura em língua portuguesa	Quatro doze avos	Sete quartos			
Quociente	4:12		2:5		
Numerador da fracção	4			21	
Denominador da fracção	12			7	
Numeral misto fraccionário	Não se pode escrever				
Número inteiro	Não é.				
Fracção decimal	Não é				
Número fraccionário **não** decimal	sim				
Número fraccionário decimal	não				
Número racional	sim				
Numeral decimal	não				
Fracção imprópria que representa número inteiro	não.				
Faz a representação gráfica					

<table>
<tr><td colspan="2">Plano da Aula nº 15 - TC
Lições nº 123 e 124.
Data: 11 de Junho de 2007</td></tr>
<tr><td colspan="2">Sumário: Ficha de avaliação.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Conteúdos: Conceito de Número Racional.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Recursos utilizados: Pós - Teste de avaliação de conhecimentos sobre números racionais.</td></tr>
<tr><td>Objectivos
• Avaliar os conhecimentos adquiridos sobre números racionais através de teste escrito individual.</td><td>Estratégias
• Utilização do pós teste de avaliação de conhecimentos sobre números racionais, para avaliar os conhecimentos sobre números racionais adquiridos pelos alunos.</td></tr>
</table>

APÊNDICE II

MATRIZES DE OBJECTIVOS DOS PRÉ E PÓS TESTES DE AVALIAÇÃO DE CONHECIMENTOS SOBRE NÚMEROS RACIONAIS

PRÉ E PÓS TESTES DE AVALIAÇÃO DE CONHECIMENTOS SOBRE NÚMEROS RACIONAIS

Matriz de Objectivos - Pré-Teste

Objectivos	Aplicação Questão	Aplicação Pontos	Compreensão Questão	Compreensão Pontos	Pontuação
Identificar fracção como quociente de dois números inteiros a e b com b $\neq$ 0.	1.1	5			5
Comparar fracções com a unidade e com a metade no cenário de um problema..			1.2; 1.3	4	4
Identificar fracção como relação parte - todo.			2*	3	3
Identificar diferentes formas de representar fracções e suas designações	2	12			12
Identificar fracções que representam a unidade e as que representam um número maior ou menor que o numeral decimal 0,5.	3	2			2
Reconhecer fracções equivalentes no cenário de um problema.	4**	1	4**	2	3
Identificar fracções equivalentes.	5	3			3
Identificar fracção como razão entre dois números inteiros.	6.1	2	6.2	4	6
Comparar números racionais escritos nas diferentes formas (fracções próprias, fracções impróprias, numerais mistos fraccionários, numerais decimais)	7	6			6
Usar fracção como operador partitivo multiplicativo.			8.1 8.2	4	4
Reconstruir a unidade fragmentada.			8.3	3	3
Estimar a ordem de grandeza de fracção imprópria.	9	1	9	1	2
Representar números racionais na recta numérica.	10	6			6
Identificar fracção como medida, tomando uma medida de comprimento (mil metros) como unidade.	11	3	11	3	6
Estimar o resultado de adições e subtracções de fracções.			12***	6	6
Calcular a soma de duas fracções próprias com denominadores múltiplos.	13.1	2	13.2	3	5
Identificar fracções que representam números inteiros.			14.a	4	4
Identificar fracções que representam números fraccionários não decimais.			14.b	4	4
Identificar fracções que representam números fraccionários decimais.			14.c	4	4
Identificar fracções impróprias e conhecer a sua representação escrita na forma de numeral misto fraccionário.			14.d	4	4
Reconhecer número racional como sendo todo o número que se pode representar por uma fracção.	14. e	4			4
Identificar fracções irredutíveis			14. f	4	4
Total da Pontuação	47		53		100

* Pontuação atribuída às respostas da 1ª coluna da tabela (1,5 pontos para cada).

** Pontuação distribuída pela resposta (1 ponto) e respectiva justificação (2 pontos).

*** A Cada resposta certa são atribuídos 1,5 pontos.

Matriz de Objectivos - Pós-Teste

Objectivos	Aplicação Questão	Aplicação Pontos	Compreensão Questão	Compreensão Pontos	Pontuação
Identificar fracção como quociente de dois números inteiros a e b com b $\neq$ 0.	3.1	5			5
Comparar fracções com a unidade e com a metade no cenário de um problema..			3.2; 3.3	2 2	4
Identificar fracção como relação parte - todo.			1*	3	3
Identificar diferentes formas de representar fracções e suas designações.	1	12			12
Identificar fracções que representam a unidade e as que representam um número maior ou menor que o numeral decimal 0,5.	2	2			2
Reconhecer fracções equivalentes no cenário de um problema.	4**	1	4**	2	3
Identificar fracções equivalentes.	5	3			3
Identificar fracção como razão entre dois números inteiros.	6.1	2	6.2	4	6
Comparar números racionais escritos nas diferentes formas (fracções próprias, fracções impróprias, numerais mistos fraccionários, numerais decimais)	7	6			6
Usar fracção como operador partitivo multiplicativo.			10.1; 10.2	2 2	4
Reconstruir a unidade fragmentada.			11	3	3
Estimar a ordem de grandeza de fracção imprópria.	8	1	8	1	2
Representar números racionais na recta numérica.	9	6			6
Identificar fracção como medida, tomando uma medida de massa (1 kg) como unidade.	12	3	12	3	6
Estimar o resultado de adições e subtracções de fracções.			13***	6	6
Calcular a soma de duas fracções próprias com denominadores múltiplos	14.1	2	14.2	3	5
Identificar fracções que representam números inteiros.			15.a	4	4
Identificar fracções que representam números fraccionários não decimais.			15.b	4	4
Identificar fracções que representam números fraccionários decimais.			15.c	4	4
Identificar fracções impróprias e conhecer a sua representação escrita na forma de numeral misto fraccionário.			15.d	4	4
Reconhecer número racional como sendo todo o número que se pode representar por uma fracção.	15. e	4			4
Identificar fracções irredutíveis			15. f	4	4
Total da Pontuação	47		53		100

* Pontuação atribuída às respostas da 1ª coluna da tabela (1,5 pontos para cada).
** Pontuação distribuída pela resposta (1 ponto) e respectiva justificação (2 pontos).
*** A Cada resposta certa são atribuídos 1,5 pontos.

COLÉGIO DA IMACULADA CONCEIÇÃO

MATEMÁTICA 5º ANO

Pré-Teste de Avaliação de conhecimentos sobre Números Racionais

Nome Completo		Pontos
Número de Aluno	Turma	

Lê atentamente as seguintes recomendações:

Este teste é para fazer em 90 minutos.

Lê com atenção o enunciado de cada pergunta.

As respostas são dadas no próprio enunciado.

Apresenta todos os cálculos, desenhos ou esquemas que efectuares.

Não é permitido o uso de calculadora.

Se não souberes responder a uma pergunta, passa à pergunta seguinte.

No fim do teste existe uma folha vazia que só deve ser utilizada se quiseres completar ou emendar qualquer resposta.

1. Três amigos resolveram dividir igualmente duas Pizzas.
Ajuda-os a fazer essa divisão.

1.1 Que parte de Pizza coube a cada um?
Explica como pensaste. Podes utilizar palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

5 pontos

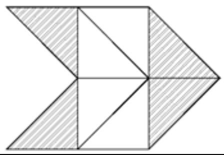
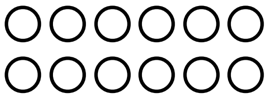
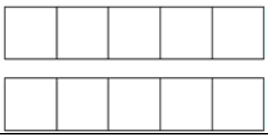
1.2 Cada amigo comeu mais ou menos de uma pizza? Explica porquê.

2 pontos

1.3 Cada amigo comeu mais ou menos de metade de uma pizza? Explica porquê.

2 pontos

2. Completa a tabela de forma a obteres afirmações verdadeiras.

Representação Gráfica	Quociente entre a parte sombreada e toda a figura	Leitura em língua portuguesa	Linguagem matemática (fracção)	Numerador da fracção	Denominador da fracção
			$\frac{4}{8}$		
		Oito doze avos			
	7:10				

15 pontos

3. Observa as seguintes fracções: $\frac{6}{6}$; $\frac{5}{7}$; $\frac{8}{7}$; $\frac{2}{8}$

Indica:

- uma que representa 1 ....
- uma que representa um número menor do que 1 ....
- uma que representa um número maior que 1 ....
- uma que representa um número menor que 0,5 ....

2 pontos

4. Um treinador de Wrestling comprou 40 luvas para o seu ginásio.
$\frac{2}{4}$ eram vermelhas e $\frac{4}{8}$ eram pretas.
Indica se havia mais luvas vermelhas ou pretas.
Explica como pensaste. Podes utilizar palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

3 pontos

5. Assinala com V (verdadeira) ou F (falsa) cada uma das seguintes afirmações:

- As fracções $\frac{1}{2}$ e $\frac{5}{10}$ são equivalentes $\square$
- As fracções $\frac{7}{14}$ e $\frac{6}{12}$ representam a mesma quantidade $\square$
- As fracções $\frac{3}{5}$ e $\frac{5}{3}$ são equivalentes $\square$

3 pontos

6. A Sara faz refresco de Groselha juntando 1 parte de groselha para 6 partes de água.

6.1 Escreve a razão entre a groselha e a água.

2 pontos

6.2 Sabendo que a Sara colocou 3 medidas de groselha, indica quantas medidas de água terá de usar, para obter o mesmo sabor.
Explica como pensaste. Podes utilizar palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

4 pontos

7. Completa o quadro, utilizando os símbolos > ; < ; = de modo a obteres afirmações verdadeiras

$\frac{7}{2}$ .... $\frac{2}{8}$	$\frac{11}{4}$ ...... $\frac{7}{4}$	$\frac{3}{8}$ ...... $\frac{4}{9}$
0,5 ...... $\frac{3}{4}$	5,6 ...... $\frac{5}{6}$	$3\frac{2}{8}$ ...... $\frac{26}{8}$

6 pontos

8. O Rui colecciona cromos de Motocross e tem ao todo 30 cromos.

8.1 Determina que fracção da colecção do Rui são 6 cromos.

2 pontos

8.2 Determina quantos cromos são $\frac{5}{6}$ do total.

2 pontos

9. O José deu a um grande amigo 9 cromos o que corresponde a $\frac{1}{3}$ do total da sua colecção de cromos.
Antes de dar os cromos ao seu amigo quantos cromos tinha o José?
Explica o teu raciocínio.

3 pontos

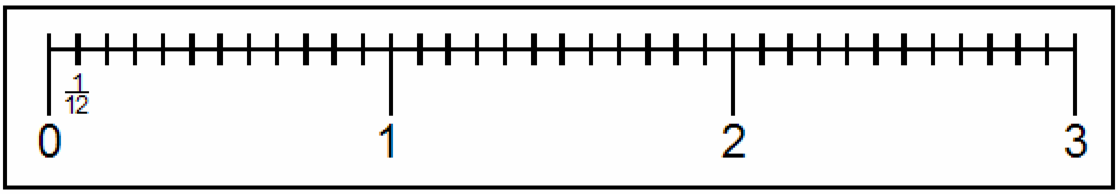
10. Para a Sara comer $\frac{11}{4}$ de bolo serão precisos mais ou menos do que um bolo?

Explica com pensaste e indica o número de bolos necessários. Podes utilizar palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

2 pontos

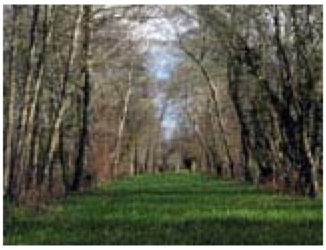
11. Assinala na régua da figura os seguintes números racionais:

$\frac{5}{12}$; $2\frac{1}{3}$; $\frac{5}{6}$; 0,25



6 pontos

12. Para manterem a forma física, todos os dias de manhã as três vocalistas de uma banda musical correm um percurso de 1000 metros.



No último dia, a Magda correu $\frac{3}{4}$ dos 1000 metros, a Clara 1,5 dos 1000 metros e a Joana $\frac{6}{5}$ dos 1000 metros.

Assinala com uma cruz (X) a opção verdadeira:

- A Clara correu tantos metros como a Joana ☐
- A Magda e Joana correram mais metros do que a Clara ☐
- A Clara correu mais metros do que a Magda ☐

Explica a tua opção. Podes utilizar palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

6 pontos

13. Completa com os símbolos: <; > ; =

$\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$ .... $\frac{1}{2}$	$\frac{7}{3} + \frac{2}{4}$ 1
$\frac{4}{8} - \frac{2}{8}$ .... $\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3} - \frac{3}{9}$ 1

6 pontos

14. Na festa de aniversário do Manuel cada criança comeu $\frac{1}{4}$ de uma barra de chocolate de leite à chegada e antes de se irem embora comeram mais $\frac{1}{8}$ de outro chocolate exactamente igual.

14.1 Que parte de chocolate comeu cada criança na festa do Manuel?

2 pontos

14.2 Imagina que tens que explicar ao teu melhor amigo o raciocínio que fizeste para responder à pergunta anterior. Para isso escreve um pequeno texto e não te esqueças que também podes utilizar desenhos ou esquemas.

3 pontos

15. Observa o "Rectângulo de fracções" abaixo.

$\frac{42}{6}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{25}{5}$
$\frac{6}{10}$	$\frac{11}{3}$	$\frac{7}{2}$

Escolhe fracções:

a. que representam números inteiros ....

b. que representam números fraccionários não decimais ....

c. que representam números fraccionários decimais ....

d. que se possam representar na forma de numeral misto fraccionário ....

e. que representam números racionais ....

f. irredutíveis ....

24 pontos

Esta página só deve ser utilizada se quiseres completar ou emendar qualquer resposta.

Caso a utilizes, não te esqueças de identificar claramente a que pergunta se refere cada uma dessas respostas.

COLÉGIO DA IMACULADA CONCEIÇÃO

MATEMÁTICA 5º ANO

Teste de Avaliação de conhecimentos sobre Números Racionais

Nome Completo	Pontos
Número de Aluno Turma	

Lê atentamente as seguintes recomendações:

Este teste é para fazer em 90 minutos.

Lê com atenção o enunciado de cada pergunta.

As respostas são dadas no próprio enunciado.

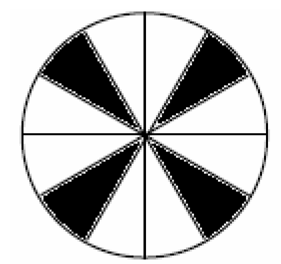
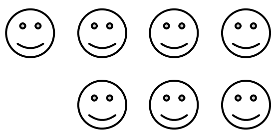
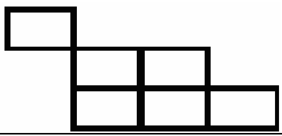
Apresenta todos os cálculos, desenhos ou esquemas que efectuares.

Não é permitido o uso de calculadora.

Se não souberes responder a uma pergunta, passa à pergunta seguinte.

No fim do teste existe uma folha vazia que só deve ser utilizada se quiseres completar ou emendar qualquer resposta.

1. Completa a tabela de forma a obteres afirmações verdadeiras, preenchendo os espaços em branco e sombreando as figuras sempre que necessário.

Representação Gráfica	Quociente entre a parte sombreada e toda a figura	Leitura em língua portuguesa	Linguagem matemática (fracção)	Numerador da fracção	Denominador da fracção
			$\frac{4}{12}$		
		Dois sétimos			
	4:6				

15 pontos

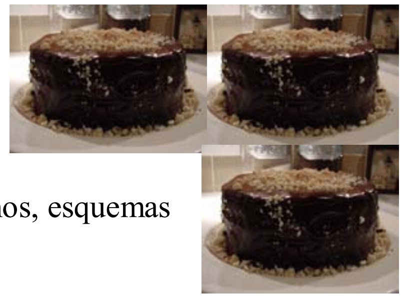
2. Observa as seguintes fracções: $\frac{12}{12}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{9}{8}$; $\frac{7}{10}$

Escolhe:

- uma que representa um número menor que 0,5 ....
- uma que representa um número menor do que 1 ....
- uma que representa 1 ....
- uma que representa um número maior que 1 ....

2 pontos

3. Quatro amigos resolveram dividir igualmente três bolos de chocolate.
Ajuda-os a fazer essa divisão.



3.1 Que parte de bolo coube a cada um?
Explica como pensaste. Podes utilizar palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

5 pontos

3.2 Cada amigo comeu mais ou menos de metade de um bolo? Explica porquê.

2 pontos

3.3 Cada amigo comeu mais ou menos de um bolo? Explica porquê.

2 pontos

4. Num ginásio com 60 atletas, $\frac{2}{6}$ praticam Body-combate e $\frac{1}{3}$ praticam Ballet.
Indica se os praticantes de Ballet são mais, menos ou tantos como os praticantes de Body-combate.
Explica como pensaste. Podes utilizar palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

3 pontos

5. Assinala com V (verdadeira) ou F (falsa) cada uma das seguintes afirmações:

- As fracções $\frac{3}{4}$ e $\frac{6}{8}$ são equivalentes. ☐
- As fracções $\frac{8}{5}$ e $\frac{5}{8}$ representam o mesmo número ☐
- As fracções $\frac{8}{11}$ e $\frac{16}{22}$ são equivalentes. ☐

3 pontos

6. Observa a receita de “Pão de Leite” da Carolina.

6.1 Escreve a razão entre o número de copos de leite e de açúcar.

Pão de Leite

- 3 copos de açúcar;
- 5 copos de farinha;
- 2 copos de leite.

2 pontos

6.2 Para fazer Pão de Leite para muita gente, a Carolina resolveu colocar 6 copos de leite. Indica quantos copos de açúcar terá de usar.
Explica como pensaste. Podes utilizar palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

4 pontos

7. Completa o quadro, utilizando os símbolos > ; < ; = de modo a obteres afirmações verdadeiras.

$\frac{5}{4}$ .... $\frac{4}{5}$	$\frac{4}{8}$ 0,5	$\frac{11}{12}$ 1
3,6 .... $\frac{13}{6}$	0,4 ...... $\frac{2}{5}$	$3\frac{1}{4}$ ...... $\frac{15}{4}$

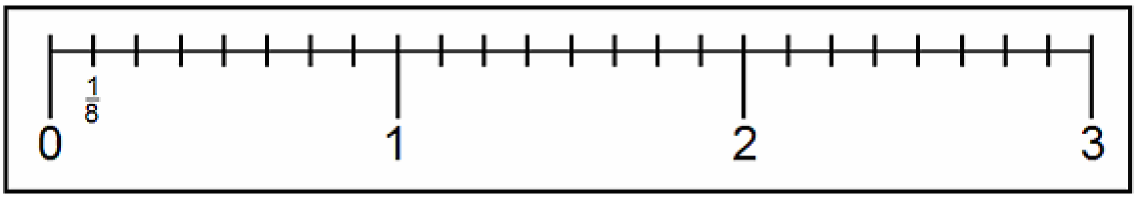
6 pontos

8. Para a Clara comer $\frac{14}{6}$ de chocolate será preciso mais ou menos do que uma tablete de chocolate?
Explica com pensaste e indica o número de chocolates necessários.
Podes utilizar palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

2 pontos

9. Assinala na régua da figura os seguintes números racionais:

$\frac{5}{8}$; $2\frac{1}{4}$; $1{,}25$; $\frac{3}{4}$



6 pontos

10. A Irene tem 30 berlindes para jogar com os amigos.
Emprestou 5 ao Rui.

10.1 Determina que fracção do total dos berlindes a Irene emprestou.

2 pontos

10.2 Determina quantos berlindes são $\frac{5}{6}$ do total.

2 pontos

11. O Rui tem um saco cheio de gomas para distribuir pelos colegas. Sete gomas correspondem a $\frac{1}{3}$ do total. Indica o número de gomas que o Rui tem no saco.
Explica o teu raciocínio.

3 pontos

12. Todas as semanas a mãe da Ana compra fruta. Esta semana comprou $\frac{4}{5}$ de kg de maçãs, $\frac{7}{5}$ de kg de bananas e 0,6 de kg de morangos.

Assinala com uma cruz (X) a opção verdadeira:

☐ As maçãs pesam mais do que as bananas.

☐ As maçãs pesam tanto como os morangos.

☐ As bananas pesam mais do que as maçãs e do que os morangos.

Explica a tua opção. Podes utilizar palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

6 pontos

13. Completa com os símbolos: <; > ; =

$\frac{4}{6} + \frac{1}{12}$ .... $\frac{1}{2}$	$\frac{6}{5} + \frac{2}{7}$ 1
$\frac{4}{10} + \frac{1}{10}$ .... $\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5} - \frac{1}{10}$ 1

6 pontos

14. Ao almoço a Clara comeu $\frac{3}{4}$ de pizza.

Gostou tanto que ao jantar comeu mais $\frac{2}{8}$.

14.1 Ao todo que parte de pizza comeu a Clara?

2 pontos

14.2 Imagina que tens que explicar ao teu melhor amigo o raciocínio que fizeste para responder à pergunta anterior. Para isso escreve um pequeno texto e não te esqueças que também podes utilizar desenhos ou esquemas.

3 pontos

15. Observa o “Rectângulo de fracções” a baixo.

$\frac{21}{7}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{24}{8}$
$\frac{3}{10}$	$\frac{12}{7}$	$\frac{6}{4}$

Escolhe duas fracções:

g. que representam números inteiros ....

h. que representam números fraccionários não decimais ....

i. que representam números fraccionários decimais ....

j. que se possam representar na forma de numeral misto fraccionário ....

k. que representam números racionais ....

l. irredutíveis ....

24 pontos

Esta página só deve ser utilizada se quiseres completar ou emendar qualquer resposta.

Caso a utilizes, não te esqueças de identificar claramente a que pergunta se refere cada uma dessas respostas.

APÊNDICE III

HISTÓRIA: "AINDA NÃO ESTÃO CONTENTES?", DE ANTÓNIO TORRADO.

Conto contigo

Ainda não estão contentes?

Esta história passou-se numa aldeia de macacos, 25
dessas que há nos Jardins Zoológicos, suponho que conhecem o género. Os macacos, que lá vivem, saltam de casa em casa, zaragateiam uns com os outros, fazem momices, coçam o piolhinho, enfim, entretêm-se.

Entretidos que estão nem ligam às pessoas, que os observam, tão divertidas como se estivessem no Palácio dos Espelhos, daqueles deformantes, não sei se me faço entender...

Foi um desses visitantes do Jardim que me contou a história das bananas, história bem comprida e complicada, mas que eu farei os possíveis por resumir. Aí vai, sem mais comentários nem delongas.

Quem mais mandava na aldeia não morava nela. Era o tratador, que todos os dias trazia, num grande cesto, a ração de bananas para a macacada. Recebido sempre de braços abertos, o tratador era, como se imagina, muito popular, na aldeia.

Estava, desde há muito, decidido que a cada macaco calhava, por dia, uma quantidade certa de bananas. Dez, nem mais nem menos!

Dava gosto vê-los, em bicha certinha e ajuizada, para receberem, logo de manhã, a parte que lhes cabia do muito peso de bananas, que o tratador carregava, no cesto.

— Dez para ti... Dez para ti... Dez para ti... — distribuía o tratador.

Mas os macacos, a certa altura — e aqui é que começa, propriamente, a nossa história — puseram-se a protestar que dez bananas a cada um não chegavam para vencer a fome.

— Ai não chegam? — resmungou o tratador. — Esperem que já vos arranjo! Pois, a partir de amanhã, vão passar a ter duas refeições.

E assim aconteceu. Ao almoço, o tratador trazia cinco bananas para cada macaco. E, à tardinha, para o jantar, trazia outras cinco bananas.

A macacada ficou mais satisfeita.

Mas, passado tempo, as contas da barriga continuaram a não bater certo e os macacos exigiram ao tratador aumento de ração.

— Ai querem mais? — resmungou o tratador. — Não vos chega o que têm? Pronto: vão ganhar uma nova refeição: a merenda. Passam a comer quatro bananas ao almoço, duas bananas à merenda e quatro bananas ao jantar.

A macacaria em peso deu vivas e bateu palmas à generosidade do tratador. Três refeições de bananas? Que rica vida!

Mas, mesmo assim, tempos depois, a barriga dos macacos protestava que era pouco.

— Ainda não estão contentes? — resmungou o tratador. — Nesse caso, só vejo uma solução: começar o dia com um belo pequeno-almoço de uma banana. Depois, ao almoço, comem quatro bananas; ao lanche, duas bananas; e ao jantar, três bananas. Que acham?

Os macacos estavam encantados. Aquele tratador era um amigo fixe, o grande protector da macacada.

Só a barriga dos macacos não se conformava com o sistema. Porque seria?

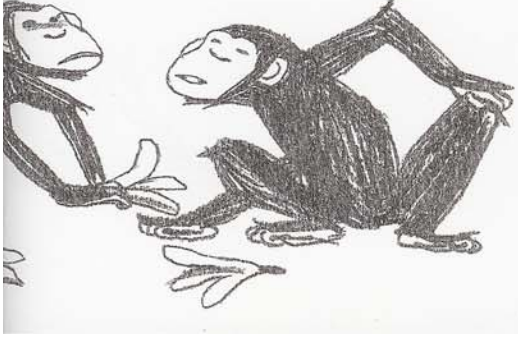
E houve novos protestos lá na aldeia, mais exigências, manifestações de desagrado...

— Não sei, francamente, que mais hei-de inventar para vos fazer felizes — discursou o tratador. — Vendo bem, temos de inaugurar, cá na aldeia, o regime das ceias de banana, para ver se pega a moda.

E assim foi. O tratador fartava-se de caminhar todo o dia para a aldeia dos macacos. De manhãzinha, trazia-lhes uma banana. Ao almoço, três bananas. À merenda, duas bananas. Ao jantar, três bananas. Finalmente, à ceia, uma banana.

Será que os macacos ainda não estão contentes? Parece que não. Eles nem sabem bem porquê, mas sentem na barriga que, apesar da boa vontade do tratador e de tantas refeições por dia, as bananas não lhes chegam para a fome. Esquisito, não acham?

Entretanto, o tratador continua a fazer contas. Ele tem mais soluções de reserva. Até, segundo parece, já foi comprar uma faca de cortar bananas, prevendo novas possibilidades... ■



APÊNDICE IV

FICHA BIOGRÁFICA DO ALUNO

Colégio da Imaculada Conceição

Ano Lectivo 20___/20___

EDUCAR PARA SERVIR

FICHA BIOGRÁFICA DO ALUNO

Este inquérito é confidencial.
Respondendo com sinceridade, permitirás que o Director de Turma te compreenda melhor e te possa ajudar a resolver algumas dificuldades.

DADOS BIOGRÁFICOS

Nome:		Ano:	Turma:	N.º:
Data de nascimento:	Idade:	Naturalidade:		
Morada:				
Concelho:	Código Postal:			
Telefone:	Telemóvel:	E-mail:		

FILIAÇÃO

Pai:		
Data de nascimento:	Idade:	Naturalidade:
Morada:		
Concelho:	Código Postal:	
Telefone:	Telemóvel:	E-mail:
Profissão:		Telefone do emprego:

Situação Profissional (assinalar com um X):

☐ Efectivo ☐ Contratado ☐ Reformado ☐ Desempregado

Habilitações académicas (assinalar com um X):

☐ 4.ª Classe ou inferior ☐ 9.º Ano de escolaridade ☐ 12.º Ano de escolaridade ☐ Licenciatura

☐ 6.º Ano de escolaridade ☐ 11.º Ano de escolaridade ☐ Bacharelato ☐ Outro. Qual? __________

1

Mãe:		
Data de nascimento:	**Idade:**	**Naturalidade:**
Morada:		
Concelho:	**Código Postal:**	
Telefone:	**Telemóvel:**	**E-mail:**
Profissão:		**Telefone do emprego:**

Situação Profissional (assinalar com um X):

☐ Efectivo ☐ Contratado ☐ Reformado ☐ Desempregado

Habilitações académicas (assinalar com um X):

☐ 4.ª Classe ou inferior ☐ 9.º Ano de escolaridade ☐ 12.º Ano de escolaridade ☐ Licenciatura

☐ 6.º Ano de escolaridade ☐ 11.º Ano de escolaridade ☐ Bacharelato ☐ Outro. Qual? ________

ENCARREGADO DE EDUCAÇÃO (CASO NÃO SEJA O PAI OU A MÃE)

Nome:		
Data de nascimento:	Idade:	Naturalidade:
Morada:		
Concelho:	Código Postal:	
Telefone:	Telemóvel:	E-mail:
Profissão:		Telefone do emprego:

Situação Profissional (assinalar com um X):

☐ Efectivo ☐ Contratado ☐ Reformado ☐ Desempregado

Habilitações académicas (assinalar com um X):

☐ 4.ª Classe ou inferior ☐ 9.º Ano de escolaridade ☐ 12.º Ano de escolaridade ☐ Licenciatura

☐ 6.º Ano de escolaridade ☐ 11.º Ano de escolaridade ☐ Bacharelato ☐ Outro. Qual? ________

AGREGADO FAMILIAR

Parentesco	Idade	Habilitações Académicas	Profissão	Situação profissional
Eu				

Os teus pais (assinalar com um X):

☐ Estão ausentes ☐ Estão separados ☐ A mãe faleceu ☐ O pai faleceu ☐ Outras situações

Considero que, habitualmente, a minha família manifesta, em relação a mim...					
Sentimento	Pai	Mãe	Irmão(s)	Namorado(a)	Avós
Indiferença					
Hostilidade					
Afecto					

Quando tenho problemas, confio-os de preferência a ...							
Problema	Pai	Mãe	Irmão (s)	Namorado(a)	Amigo(a)	Outro adulto	Não confia
Escolar							
Sentimental							
Outro (qual?)							

PERCURSO ESCOLAR

Frequentei o Ensino Pré – Escolar?	**Sim**	**Não**	Quantos anos?
Fiquei retido(a) algum ano?	**Sim**	**Não**	Qual (is)?
Se sim, qual o motivo?			
Estudo todos os dias?	**Sim**	**Não**	Quanto tempo?
Estudo habitualmente em casa?	**Sim**	**Não**	Em que local?
Alguém me ajuda a estudar?	**Sim**	**Não**	Quem?
Já tive algum apoio educativo?	**Sim**	**Não**	A que disciplina (s)?
Usufruí de acompanhamento psicológico?	**Sim**	**Não**	Quando e onde?
Tive negativas no ano anterior?	**Sim**	**Não**	Em que disciplina (s)
Já me foi marcada alguma falta disciplinar?	**Sim**	**Não**	Quantas?
Já frequentava esta escola?	**Sim**	**Não**	Qual (caso não)?
Esta escola é a que mais me interessa?	**Sim**	**Não**	Por que motivo?

OCUPAÇÃO DOS TEMPOS LIVRES

Actividades complementares a que me dedico (clubes, organizações...):
Quanto tempo por semana:
Programas de televisão favoritos:
Tipo de leitura favorita:
Desportos preferidos:
Grupo musical favorito:
Tipo de música preferida:

Na Escola

Gosto de estudar? ☐ Sim ☐ Não ☐ Às vezes Quando?

Gosto da minha Escola? ☐ Sim ☐ Não Porquê?

Quais as disciplinas em que habitualmente sinto **mais dificuldades**?

Quais as disciplinas de que gosto **mais**, independentemente do professor?

Quais as disciplinas de que gosto **menos**, independentemente do professor?

Até quando penso estudar? ☐ até ao 9.º ano ☐ até ao 12.º ano ☐ até ao Ensino Superior

Que profissões gostaria de exercer?

Que profissões não gostaria de exercer?

Clube (s) em que gostaria de participar:

☐ Arqueologia ☐ Talentos ☐ Missões ☐ Q. Biológica ☐ Jornalismo ☐ Ateliers ☐ N. Andebol

☐ Europa ☐ Mocho ☐ Rádio/Música ☐ Profissões ☐ Dança ☐ Teatro ☐ N. Voleibol

Actividade (s) que gostaria de fazer:

Qualidades/defeitos que mais aprecio/menos tolero num professor:

Qualidades (assinala três)	**Defeitos (assinala três)**
☐ Amizade	☐ Indiferença
☐ Simpatia	☐ Antipatia
☐ Compreensão	☐ Incompreensão
☐ Autoridade	☐ Passividade
☐ Espírito de justiça	☐ Injustiça
☐ Assiduidade	☐ Falta de assiduidade
☐ Competência	☐ Incompetência
☐ Outra. Qual? ________	☐ Outro. Qual? ________

Na minha opinião, os sete factores que mais contribuem para o insucesso dos alunos, são, por ordem de importância:

☐ Falhas na compreensão da linguagem dos professores

☐ Falta de oportunidade para esclarecimento de dúvidas

☐ Rapidez no tratamento dos assuntos

☐ Existência de outro tipo de solicitações

☐ Esquecimento rápido do que foi trabalhado

☐ Antipatia do(a) professor(a) ☐ Antipatia pelo(a) Professor(a)

☐ Outra. Qual?

☐ Falta de hábitos de estudo

☐ Conteúdos difíceis

☐ Indisciplina na sala de aula

☐ Falta de atenção/concentração

☐ Desinteresse pela disciplina

☐ Mudança de professores

Como me desloco para a escola: ________

Quanto tempo demora a viagem casa ⇨ escola: ________

Quanto tempo demora a viagem escola ⇨ casa: ________

Saúde e Alimentação

Sinto-me satisfeito(a) com a minha imagem física? ☐ Sim ☐ Não

Se pudesse, o que mudaria?

O que mais me preocupa neste momento?

4

Tipo de dificuldades?	☐ **Visuais**	☐ **Auditivas**	☐ **Motoras**	☐ **Fala**	☐ **Linguagem escrita**
☐ **Outra (s). Quais?**					
Tipo de alergias:					
A que horas me costumo deitar?			**Número de horas de sono:**		
Onde tomo o pequeno – almoço?		☐ **Em casa**	☐ **Na Escola**	☐ **Não tomo pequeno - almoço**	
Onde almoço normalmente?	☐ **Em casa**	☐ **Em casa de familiares**	☐ **Na escola**	☐ **Num café**	
☐ **Noutro local. Onde?**					

Falando de Mim

Referir outros aspectos considerados convenientes e que, por isso, deverão ser do conhecimento do(a) Director(a) de Turma:

APÊNDICE V

TABELA COM HISTÓRIAS PARA CRIANÇAS E OS RESPECTIVOS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS QUE COM ELAS É POSSÍVEL EXPLORAR

TABELA COM HISTÓRIAS E RESPECTIVOS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS A EXPLORAR

História (Título e Autor)	Geometria			Medida			Representação e interpretação de dados	Números e Operações				Resolução de problemas; Raciocínio matemático; Comunicação matemática	Nível de Ensino
	Figuras no plano	Sólidos Geométricos	Orientação espacial	Dinheiro	Tempo	Comprimento; Massa; Capacidade; Área	Leitura e interpretação de informação apresentada em tabelas e gráficos; Classificação de dados utilizando diagramas de Venn e de Carroll	Números Naturais	Números Racionais não negativos	Adição; Subtracção; Multiplicação; Divisão	Relações e Regularidades	Compreensão de problemas; Concepção, aplicação e justificação de estratégias; Formulação e teste de conjecturas; Interpretação; Representação; Discussão	a) Pré-Escolar; b) 1º Ciclo; c) 2º Ciclo
"Alice no país das maravilhas". Lewis Carroll	x	x			x			x		x	x	x	b); c)
"Alice do outro lado do espelho". Lewis Carroll	x	x			x			x		x	x	x	b); c)
"Apple Fractions". Jerry Pallotta								x	x	x		x	b); c)
"A Carochinha e o João Ratão". Luísa Ducla Soares							x	x		x		x	a)
"A casa da Mosca Fosca". Eva Mejuto e Sergio Mora							x	x	x	x		x	a); b)
"A Festa de Anos". Luísa Ducla Soares							x	x		x		x	a)
"A Girafa e o Mede Palmo" Lúcia Pimentel Góes						x	x	x		x		x	a); b)
"A Lagarta Comilona". Eric Carle					x		x	x		x		x	a); b)
"A Princesa Baixinha". Beatrice Massini e Octávia Monaco				x	x		x	x		x	x	x	a); b)
"A que sabe a Lua?". Michael Grejniec							x	x		x	x	x	a); b)
"A Zebra Camila". Mariza Núñez								x		x		x	a); b)
"Adivinha quanto eu gosto de ti?". Sam McBratney e Anita Jeram						x	x	x	x	x		x	a); b)

TABELA COM HISTÓRIAS E RESPECTIVOS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS A EXPLORAR (continuação)

História (Título e Autor)	Geometria			Medida			Representação e interpretação de dados	Números e Operações				Resolução de problemas; Raciocínio matemático; Comunicação matemática	Nível de Ensino
	Figuras no plano	Sólidos Geométricos	Orientação espacial	Dinheiro	Tempo	Comprimento; Massa; Capacidade; Área	Leitura e interpretação de informação apresentada em tabelas e gráficos; Classificação de dados utilizando diagramas de Venn e de Carroll	Números Naturais	Números Racionais não negativos	Adição; Subtracção; Multiplicação; Divisão	Relações e Regularidades	Compreensão de problemas; Concepção, aplicação e justificação de estratégias; Formulação e teste de conjecturas; Interpretação; Representação; Discussão	a) Pré-Escolar; b) 1º Ciclo; c) 2º Ciclo
"Ainda não estão contentes?". António Torrado								x	x	x		x	a); b); c)
"Bem-me-quer, mal-me quer! Margarida par ou margarida ímpar?. Atilio Bari								x		x	x	x	b)
"Clact... Clact... Clact...". Liliana & Michele Iacocca	x	x	x				x	x		x		x	a); b)
"Figuras figuronas". Maria Alberta Meneres	x	x	x				x	x		x		x	a); b); c)
"Fraction Action". Loreen Leedy								x	x	x		x	b); c)
How big is a Foot?" Rolf Myller						x	x	x	x	x		x	b)
"Elmer". David Mckee					x		x	x		x	x	x	a); b)
"O Casamento da Gata". Luísa Ducla Soares							x	x		x		x	a); b)
"O Coelhinho Branco". História tradicional, adaptação de António Torrado								x		x		x	a)
"O Dinossauro". Manuela Bacelar				x				x		x		x	a)
"O Gato Comilão". Patacrua Oliveiro Dumas							x	x		x		x	a); b)
"O Grufalão". Julia Donaldson e Axel Scheffler							x	x		x		x	a); b)

TABELA COM HISTÓRIAS E RESPECTIVOS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS A EXPLORAR (continuação)

História (Título e Autor)	**Geometria**			**Medida**			**Representação e interpretação de dados**	**Números e Operações**				**Resolução de problemas; Raciocínio matemático; Comunicação matemática**	**Nível de Ensino**
	Figuras no plano	Sólidos Geométricos	Orientação espacial	Dinheiro	Tempo	Comprimento; Massa; Capacidade; Área	Leitura e interpretação de informação apresentada em tabelas e gráficos; Classificação de dados utilizando diagramas de Venn e de Carroll	Números Naturais	Números Racionais não negativos	Adição; Subtracção; Multiplicação; Divisão	Relações e Regularidades	Compreensão de problemas; Concepção, aplicação e justificação de estratégias; Formulação e teste de conjecturas; Interpretação; Representação; Discussão	a) Pré-Escolar; b) 1º Ciclo; c) 2º Ciclo
"O Homem que sabia contar". Malba Tahan				x	x	x	x	x	x	x	x	x	c)
"O Nabo Gigante". Alexis Ttolstoi e Niamh Sharkey				x	x		x	x		x	x	x	a); b)
"O Pirulito do Pato". Nilson José Machado							x	x	x	x		x	b); c)
"One Hundred Hungry Ants". Elinor J. Pinczes								x		x	x	x	b)
"Os Ovos Misteriosos". Luísa Ducla Soares							x	x		x		x	a); b)
"Pequeno Livro de Desmatemática". Manuel António Pina								x	x	x	x	x	b); c)
"Pigs Hill be Pigs - Fun Hith Math and Money". Amy Axelrod				x				x	x	x		x	b); c)
"The Gready Triangle". Marilyn Burns	x	x	x					x		x		x	a); b)
"Os Sete Cabritos". W. e J. Grimm								x		x		x	a)
"Um Lobo pela Trela". Guido Visconti e Daniella Vignoli								x		x		Em particular, problemas de aparato experimental	b); c)
"Um sapatinho Especial". Teresa Noronha								x		x		Em particular, problemas de multiplicação combinatória	b)

Notas:

1. Em cada um dos conteúdos a explorar há vários tópicos possíveis de serem trabalhados, dependendo do nível de ensino e do estadio etário das crianças. Nesta tabela procurámos apenas fornecer uma indicação geral sobre os conteúdos possíveis de explorar com cada uma das histórias.
2. Atendendo à extensão e complexidade das obras -*Alice no País das Maravilhas, Alice do outro lado do espelho e O homem que sabia contar,* entendemos ser impossível a sua utilização integral nas aulas de matemática. No entanto, consideramos que pequenos excertos, devidamente enquadrados, constituem um valioso recurso para trabalhar alguns conteúdos da disciplina de Matemática. É neste sentido que as incluímos nesta tabela.