

# CAPÍTULO IX

## Mercados Obrigacionistas

- 1. Conceitos fundamentais**
- 2. Modalidades de obrigações**
- 3. Valorização de obrigações**
  - 3.1. Obrigações de Taxa Fixa**
  - 3.2. Obrigações de Taxa Indexada**
- 4. Medidas de rendibilidade**
  - 4.1. Yield to Maturity e yield curve**
  - 4.2. Taxa de Retorno Efectiva**
- 5. Medidas de Risco**
  - 5.1. Rating**
  - 5.2. Duração**
  - 5.3. Convexidade**
- 6. Imunização**
- 7. Casos práticos**

Texto elaborado por: C. Pinho, S. Tavares  
(2012)



Neste capítulo iremos introduzir os principais conceitos inerentes aos mercados obrigacionistas. Numa primeira fase, apresentaremos alguns conceitos fundamentais. Seguidamente, introduziremos as técnicas básicas de avaliação de obrigações e as principais medidas de rendibilidade: a Yield to Maturity, e a Taxa de Rendibilidade Efectiva; A Yield Curve, e a estrutura temporal das taxas de juro. Numa última fase, apresentaremos algumas medidas de risco do investimento em obrigações, nomeadamente, a Duração e a Convexidade. Terminaremos o capítulo com alguns casos práticos e respectiva resolução sobre o tema abordado.

## 1. Conceitos Fundamentais

Um empréstimo clássico distingue-se do empréstimo obrigacionista porque, enquanto no primeiro caso a soma mutuada é só uma, no segundo, o valor do empréstimo é dividido em  $n$  parcelas iguais (designadas de obrigações).

Uma **obrigação** é um título da dívida, emitido por uma empresa (privada ou pública) ou pelo Estado (obrigações do tesouro), e que confere ao seu titular o direito de receber os juros e o reembolso do capital, numa determinada data.

### Principais características das obrigações:

- São transmissíveis não necessitando para isso de qualquer autorização do devedor.
- São uniformes, por serem idênticas e emitidas em série;
- São indivisíveis, pois não podem ser fraccionadas em partes;

Do ponto de vista da sociedade emitente (mutuário), este tipo de empréstimo tem a vantagem de permitir, a diversificação dos credores (mutuantes), e a angariação de montantes de crédito, geralmente, mais elevados do que nos empréstimos clássicos.

:  
Elementos que caracterizam as obrigações

{	Valor Nominal
	Preço de emissão
	Valor de reembolso
	Taxa de juro ou taxa de cupão
	Prazo
	Forma de amortização

### **Valor Nominal (VN)**

Este é o valor facial do título e sobre o qual incide a taxa de cupão para o cálculo dos juros. Este valor é geralmente designado por **par**.

$$\text{Valor nominal do empréstimo} = N^{\circ} \text{ de obrigações emitidas} \times VN$$

### **Preço de emissão ou valor de subscrição (PE)**

É o preço ao qual as obrigações são colocadas à disposição dos investidores. Ou seja, é o valor a que as obrigações são emitidas em mercado primário. De notar que este valor é por vezes diferente do Valor Nominal uma vez que o empréstimo pode ser emitido acima ou abaixo do par. Quando as condições do empréstimo são suficientemente atractivas, nomeadamente a taxa de cupão ou o valor de reembolso, a empresa emitente pode decidir colocar as obrigações a um preço superior ao valor nominal, sendo neste caso a emissão feita **acima do par**. Quando a empresa emitente pretende tornar o empréstimo mais atractivo para os investidores, a emissão pode ser feita a uma valor inferior ao valor nominal e nesse caso a emissão é **abaixo do par**.

**PE > VN** Emissão **acima do par** em que, PE - VN = **Prémio de emissão**

**PE = VN** Emissão **ao par**

**PE < VN** Emissão **abaixo do par**

$$\text{Valor Emitido} = N^{\circ} \text{ de obrigações emitidas} \times VE$$

De notar que o N° de obrigações emitidas x o Valor de Emissão não é normalmente o capital efectivamente recebido pela empresa, uma vez que existem despesas de emissão a suportar pela empresa, assim:

$$\text{Encaixe do Empréstimo} = N^{\circ} \text{ Obrigações emitidas} \times VE - \text{Despesas de Emissão}$$

O encaixe do empréstimo não é mais do que o dinheiro que entra efectivamente na empresa ou seja, é o financiamento efectivamente obtido.

## Valor de reembolso (VR)

É o valor pelo qual as obrigações são reembolsadas no fim do empréstimo. Este valor é geralmente igual ao valor nominal, e então diz-se que o reembolso é ao **par**. Porém, muitas vezes as empresas pretendem tornar os empréstimos mais atractivos e fazem o reembolso **acima do par**, isto é, reembolsam o capital, a um valor superior ao valor nominal das obrigações.

**VR > VN** => Reembolso **acima do par** em que, **VR-VN = Prémio de reembolso**

**VR = VN** => Reembolso **ao par**

**VR < VN** => Reembolso **abaixo do par**, é uma situação pouco comum que ao verificar-se implica a existência uma contrapartida ou, em termos da taxa de juro, ou em termos de prémio de emissão.

$$\text{Capital a reembolsar} = N^{\circ} \text{ de obrigações} \times VR$$

## Taxa de juro ou taxa de cupão

É a taxa de juro que, aplicada ao valor nominal da obrigação, dá origem ao juro que é pago periodicamente. Esta taxa pode ser **fixa**, quando se mantém constante ao longo da vida da obrigação, ou **indexada**, quando varia ao longo do empréstimo. O juro, é o rendimento periódico gerado pela obrigação e resulta do produto da taxa de cupão pelo valor nominal.

$$\text{Juro} = \text{Valor Nominal} \times \text{taxa de cupão}$$

No caso de a taxa ser **variável**, a remuneração das obrigações é indexada, podendo a indexação ser de dois tipos: Indexação financeira, ou indexação real.

**Indexação financeira:** esta indexação pode ser referida a uma **taxa de juro** representativa das taxas que vigoram no mercado (ex: Euribor 6M<sup>1</sup>), ou a um **índice**. No primeiro caso, a taxa de cupão será resultado da adição ou multiplicação da taxa de referência, a um *spread*:

$$\text{Taxa de cupão} = \text{taxa de referência} + \text{spread (spread aditivo)}$$

$$\text{Taxa de cupão} = \text{taxa de referência} \times (1 + \text{spread}) \text{ spread multiplicativo}$$

<sup>1</sup> Euribor 6M: Taxa para depósitos a 6 meses em Euro publicada diariamente às 11.00 (CET)

Pode ainda dar-se o caso de a taxa de cupão ter a evolução inversa da taxa de referência. Neste caso, os indexantes são utilizados sobre a forma de *reverse floaters*.

*Exemplo:*

*Considere os seguintes casos, adoptando a Euribor a seis meses de 2% como taxa de referência do mercado.*

- 1. Empréstimo obrigacionista, em que a taxa de cupão é aquela que resultar da Euribor a seis meses adicionada de um spread de 0,5%. (spread aditivo)*

$$\text{Taxa de cupão} = 2\% + 0,5\% = 2,5\%$$

- 2. Empréstimo obrigacionista, cuja taxa de cupão é aquela que resultar da multiplicação da Euribor a seis meses pelo spread de 5%. (spread multiplicativo)*

$$\text{Taxa de cupão} = 2\% \times (1+5\%) = 2,1\%$$

- 3. Empréstimo obrigacionista cuja taxa de cupão é aquela que resultar da diferença entre 8% e a Euribor a seis meses. (reverse floater)*

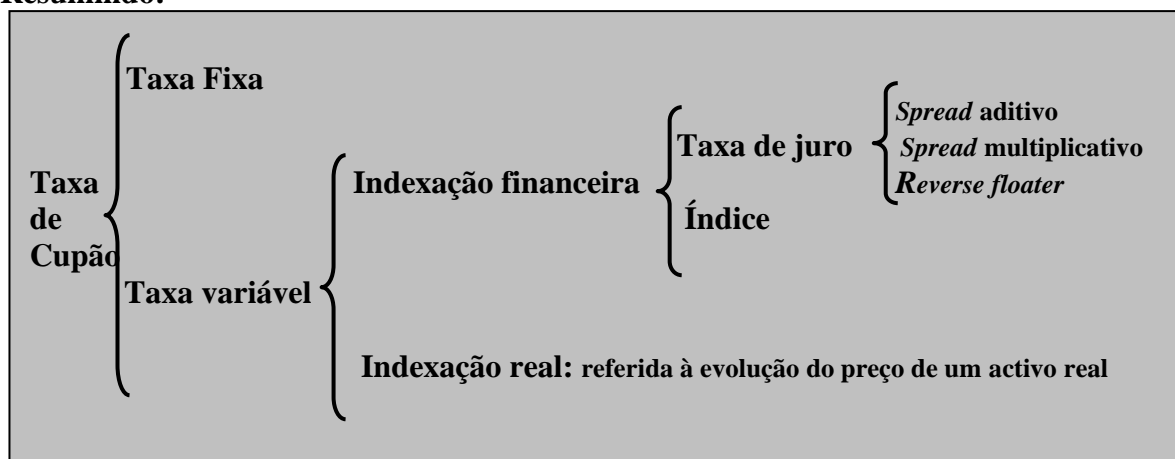
$$\text{Taxa de cupão} = 8\% - 2\% = 6\%$$

No caso da indexação ser referida a um índice, geralmente são índices de mercados bolsistas, como por exemplo o *Dow Jones* (mercado norte americano) ou o *Nikkei* (mercado japonês), a remuneração das obrigações é função da evolução desses mercados.

**Indexação real:** neste caso a indexação é referida à evolução do preço de um determinado activo real, que geralmente varia de acordo com a taxa de inflação. Como por exemplo, a indexação ao preço do petróleo.

De uma forma geral, a taxa do empréstimo é nominal e anual, sendo o juro é calculado ao semestre. Para cálculo do juro, considera-se a taxa proporcional à taxa inscrita na obrigação. No entanto, o período de capitalização pode ser outro, trimestre, quadrimestre, etc., desde que esteja assim definido nas condições de emissão.

## Resumindo:



## Prazo

É o período de tempo que medeia o início do empréstimo e o reembolso total das obrigações. A data da amortização do empréstimo é conhecida como maturidade do empréstimo.

## Formas de Amortização

Há diversas formas de amortização de um empréstimo obrigacionista. A mais comum é o reembolso da totalidade do capital no fim da vida (maturidade) do empréstimo e é designada por **amortização única**. A empresa emitente pode, no entanto, optar por reembolsar o empréstimo através de várias amortizações de capital, das quais destacamos as seguintes:

- Amortização em série: o empréstimo é dividido em séries, sendo cada série reembolsada numa determinada data definida à priori;
- Amortização por sorteio: são também amortizações repartidas ao longo da vida do empréstimo, em data já definidas, mas a escolha das obrigações reembolsadas em cada data, é feita por sorteio.

## Exemplo:

A sociedade ABC emitiu um empréstimo obrigacionista de 3.000.000 de obrigações, pelo prazo de três anos. O valor nominal de cada obrigação é de 5 euros; o preço de

emissão é de 4,9 euros; e o reembolso será feito numa única amortização e ao par. A taxa anual nominal é de 4% ao ano, fixa e com capitalização do juro semestral.

$$\begin{aligned} \text{Valor nominal do empréstimo} &= N^{\circ} \text{ de obrigações} \times \text{VN} \\ &= 3.000.000 \times 5 = 15.000.000 \text{ Euros} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Capital recebido (Encaixe)} &= N^{\circ} \text{ de obrigações} \times \text{VE} \\ &= 3.000.000 \times 4,9 = 14.700.000 \text{ Euros} \end{aligned}$$

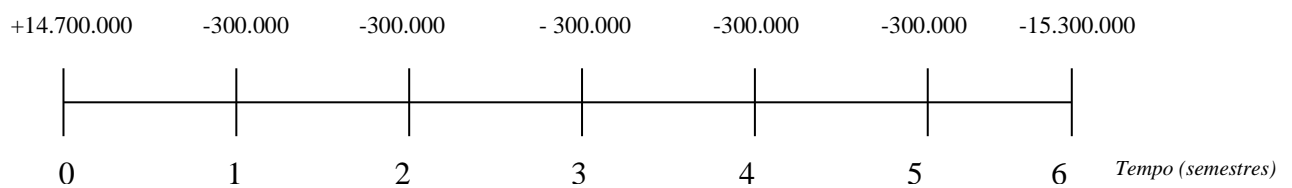
$$\begin{aligned} \text{Capital a reembolsar} &= N^{\circ} \text{ de obrigações} \times \text{VR} \\ &= 3.000.000 \times 5 = 15.000.000 \end{aligned}$$

$$\text{Taxa semestral} = \frac{\text{Taxa anual nominal}}{2} = \frac{4\%}{2} = 2\%$$

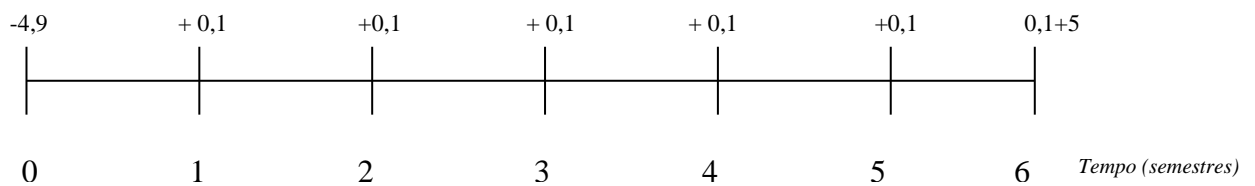
$$\begin{aligned} \text{Juro semestral (por obrigação)} &= \text{Valor Nominal} \times \text{taxa de cupão} \\ &= 5 \times 0,02 = 0,1 \text{ Euros} \end{aligned}$$

$$\text{Juro semestral total} = 0,1 \times 3.000.000 = 300.000 \text{ euros}$$

Cash flows do ponto de vista da sociedade emitente



Cash flows do ponto de vista de um investidor que adquire uma obrigação



## 2. Modalidades de Obrigações

Existe vários tipos de obrigações. Seguidamente, iremos descrever as modalidades obrigações mais frequentes.

<b>Obrigações Clássicas</b>	São também designadas de obrigações simples. Conferem direito a um juro fixo, o que permite conhecer a priori todos os cash flows da obrigação (juros e reembolso). Continua no entanto, a incerteza relativamente à evolução das taxas de juro, em relação às mais ou menos valias em caso de venda. As obrigações do tesouro são geralmente obrigações clássicas, ou seja, têm uma taxa de juro fixa.
-----------------------------	---

<b>Obrigações Caixa</b>	A sua emissão é restrita a determinadas entidades, bancos, sociedades de investimento e, têm como particularidade o facto de poderem ser emitidas de forma contínua.
-------------------------	--

<b>Obrigações Capitalização automática</b>	O juro é calculado periodicamente mas só é pago na maturidade. Até lá, é adicionado ao capital em dívida no fim de cada período de capitalização.
--	---

<b>Obrigações Com Warrants</b>	Tem associado um direito de subscrição, <i>warrant</i> , de outros títulos (geralmente acções da empresa emitente). O <i>warrant</i> é uma opção de compra de acções da empresa emitente, numa determinada data a um determinado preço. O <i>Warrant</i> pode ser separado da obrigação, e transaccionado separadamente como valor mobiliário. Só podem emitir esta modalidade de obrigações as sociedades cotadas na bolsa de valores.
--------------------------------	---

<b>Obrigações Convertíveis</b>	São obrigações que podem, após um período definido de tempo, ser convertidas noutros títulos, normalmente acções da empresa
--------------------------------	---

	<p>emite. Tal como nas obrigações com <i>warrant</i>, a conversão é um direito e não uma obrigação. Contudo, contrariamente às obrigações com <i>warrant</i>, este direito não é destacável, pelo que o seu valor está incorporado no valor da obrigação. O rácio de conversão (quantas obrigações por quantas acções), ou valor de conversão (por que valor se considera a obrigação e a que valor se adquire a acção), são definidos à partida. No momento da conversão, a sociedade emitente irá proceder a um aumento do capital social, emitindo novas acções.</p> <p><u>Vantagens para o emitente</u>: permite a emissão de obrigações com taxas de juro mais baixas, do que no caso de uma emissão tradicional e, no momento da conversão, os encargos financeiros são reduzidos uma vez que a obrigação é extinguida.</p> <p><u>Vantagens para o subscritor</u>: No caso, da empresa evoluir positivamente o preço da obrigação irá acompanhar essa tendência dada a opção implícita de compra de acções que a obrigação possui.</p>
--	--

<b>Obrigações de Cupão Zero</b>	<p>São também conhecidas como obrigações sem cupão. Nesta modalidade de obrigações, não existe o pagamento periódico de qualquer rendimento, sendo efectuado um único pagamento no vencimento do empréstimo, (geralmente igual ao valor nominal da obrigação). Assim, estas obrigações são emitidas a um valor inferior ao valor nominal, estando o valor dos juros implícito na diferença entre o preço de emissão e o valor de reembolso (equivalente ao valor nominal).</p>
---------------------------------	--

<b>Obrigações Hipotecárias</b>	<p>São geralmente obrigações clássicas que, adicionalmente, concedem ao seu titular um privilégio de crédito especial sobre bens imóveis, cuja hipoteca é afectada à emissão.</p>
--------------------------------	---

<b>Obrigações</b>	<p>Obrigações de elevado nível de risco, e cuja rendibilidade é</p>
-------------------	---

<b>Junk</b>	também elevada. No início da década de 80, muitas destas emissões foram feitas para financiar as chamadas <i>Leveraged By-Outs</i> <sup>2</sup> .
-------------	---

<b>Obrigações com opção de reembolso antecipado</b>	Conferem ao emitente, ou ao investidor ou a ambos, mediante determinadas condições definidas à priori, a possibilidade de reembolsar o capital antes do final da vida do empréstimo.
---	--

<b>Obrigações Participantes</b>	Para além do juro, concedem ao seu titular o direito a um rendimento adicional, juro ou prémio de reembolso, cuja existência e montante depende dos lucros da sociedade emitente.
---------------------------------	---

<b>Obrigações Subordinadas</b>	São obrigações cujo pagamento de juros e reembolso de capital está subordinado, em caso de liquidação da empresa, às restantes dívidas da empresa. Isto é, só depois de todas as dívidas estarem liquidadas, e antes de remunerar os accionistas, é que a empresa pode liquidar os encargos relativamente às obrigações subordinadas.
--------------------------------	---

### Obrigações da dívida pública

As obrigações da dívida pública, assim como as obrigações tradicionais, representam parcelas iguais de um empréstimo, a diferença é que, neste caso, o empréstimo é emitido pelo Estado. Assim, quando um investidor adquire estas obrigações sabe, à partida, que não corre risco de crédito. O estado pode emitir obrigações à taxa fixa, ou à taxa variável. Nos mercados mais desenvolvidos, o mercado de dívida pública de taxa fixa constitui um referencial importante para a evolução das taxas de juro. Assim,

---

<sup>2</sup> *Leverage Buy-Outs (LBO)* é a aquisição de uma empresa em que, a maioria do valor da aquisição é financiado através do endividamento. Geralmente, grande parte deste endividamento tem risco elevado. A *LBO* torna-se privada, e as suas ações deixam de ser transacionadas no mercado. Assim, os capitais próprios da *LBO* ficam na posse privada de um pequeno grupo de investidores. Quando este grupo é liderado pela gestão da empresa, a aquisição é designada por *Management Buy-Out (MBO)*.

designa-se de *Benchmark*, às emissões, mais significativas, de dívida pública para um determinado prazo. E a yield to maturity<sup>3</sup> dessas emissões será o principal referencial para o nível das taxas de juro, para esse período.

### 3. Valorização de Obrigações

#### 3.1. Obrigações a Taxa Fixa

Tal como vimos anteriormente, o valor de qualquer activo é determinado pelo somatório do valor actual dos cash flows, que se espera que esse activo venha a gerar no futuro, actualizados à taxa de rendibilidade exigida de acordo com o seu nível de risco. No caso de se tratar de uma obrigação, o método é o mesmo, ou seja, o valor de uma obrigação ( $B_0$ ), é dado pelo somatório do valor actual de todos os cash flows que se prevê que esta venha a gerar no futuro (juros, reembolso e prémio), actualizados à rendibilidade exigida pelo mercado para aquele prazo e nível de risco ( $r$ ):

$$B_0 = \frac{Juro_1}{(1+r)} + \frac{Juro_2}{(1+r)^2} + \frac{Juro_3}{(1+r)^3} + \dots + \frac{Juro_t}{(1+r)^t} + \frac{\text{Valor de Reembolso}}{(1+r)^t}$$

em que:

$B_0$  = valor actual da obrigação;

$r$  = rendibilidade exigida pelo mercado para aquele prazo e nível de risco.

$t$  = nº de períodos que compõem o horizonte da análise.

Exemplo:

Voltando ao exemplo da sociedade ABC, em que:

- Nº de obrigações é de 3.000.000;
- Prazo de três anos.
- O valor nominal de cada obrigação é de 5 euros;
- O reembolso será feito numa única amortização e ao par.
- A taxa anual nominal é de 4% ao ano, fixa e com capitalização do juro semestral.
- Considere que a taxa de remuneração semestral, exigida para títulos de risco semelhante é de 1,5%.

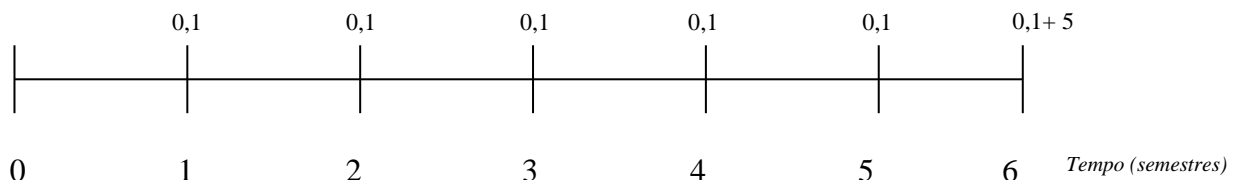
---

<sup>3</sup> A yield to maturity está referida no ponto 4 deste capítulo

$$\text{Taxa semestral} = \frac{\text{Taxa anual nominal}}{2} = \frac{4\%}{2} = 2\%$$

$$\begin{aligned} \text{Juro semestral (por obrigação)} &= \text{Valor Nominal} \times \text{taxa de cup\~{a}o} \\ &= 5 \times 0,02 = 0,1 \text{ Euros} \end{aligned}$$

$$VR = VN = 5 \text{ euros}$$



$$B_0 = \frac{0,1}{(1,015)^1} + \frac{0,1}{(1,015)^2} + \frac{0,1}{(1,015)^3} + \frac{0,1}{(1,015)^4} + \frac{0,1}{(1,015)^5} + \frac{0,1}{(1,015)^6} + \frac{5}{(1,015)^6} = 5,143 \text{ euros}$$

O preço justo para esta obrigação é de 5,143 euros.

No caso de se tratar de uma obrigação de **cupão zero**, ou de uma obrigação de **capitalização automática**, esta expressão pode ser simplificada.

### Obrigações de cupão zero

Apresentam um único cash flow (o valor de reembolso), na data de maturidade, geralmente idêntico ao valor nominal (VN).

$$B_0 = \frac{VN}{(1+r)^t}$$

*Exemplo:*

Considere uma obrigação de cupão zero, cujo reembolso, ao par, irá ocorrer, daqui a 5 anos. O valor nominal é de 10 euros e a taxa de juro do mercado para investimentos de igual prazo e risco é de 13%

$$B_0 = \frac{10}{(1,13)^5} = 5,428$$

### Obrigações de capitalização automática

Este tipo de obrigação avalia-se de uma forma semelhante às obrigações de cupão zero. A diferença é que o valor de reembolso inclui além do valor nominal o valor dos juros capitalizados.

$$B_0 = \frac{VN \times (1+i)^n}{(1+r)^t}$$

Em que:

$VN$  = valor nominal

$i$  = taxa de cupão da obrigação referida ao período de capitalização dos juros.

$n$  = nº de períodos de capitalização de juros.

$t$  = tempo de vida das obrigações

$r$  = taxa de rendibilidade exigida para títulos de prazo e risco semelhante.

*Exemplo:*

*Suponha o caso de uma obrigação de capitalização automática, com reembolso, ao par, daqui a 5 anos. Considere uma taxa de cupão anual nominal de 4%, com capitalização dos juros semestral. A taxa de rendibilidade para obrigações de risco semelhante é de 3,5%*

$$B_0 = \frac{5 \times (1+0,02)^{10}}{(1+0,035)^5} = 5,13 \text{ euros}$$

*Em que:*

$$\text{Taxa semestral} = \frac{\text{Taxa anual nominal}}{2} = \frac{4\%}{2} = 2\%$$

$$n = n^\circ \text{ de períodos de capitalização (semestres)} = 5 \times 2 = 10$$

De salientar que, como se pode constatar pelo exemplo apresentado em baixo, o valor das obrigações não tem que coincidir com o seu valor nominal. De facto, isso só acontece quando a taxa de cupão é igual à taxa do mercado e não há prémios de reembolso. Quando a taxa de cupão é superior á taxa de mercado, o preço da obrigação

é superior ao preço de mercado, e diz-se que a obrigação é transaccionada acima do par. Quando a taxa de cupão é inferior à taxa de mercado, a obrigação é transaccionada abaixo do par. O valor ou preço da obrigação é, geralmente, expresso em percentagem do valor nominal ( $B_0/VN$ ).

**Obrigação A**

Taxa de cupão	2,0%
$r$	2,0%
VN	5 €
VR	5 €

**Horizonte temporal**

Período	1	2	3	4	5	6
Cash flows	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	5,1
Valor actual	0,098	0,096	0,094	0,092	0,091	4,529

$B_0 = 5,00 \text{ €}$

$B_0/VN = 100\%$

**Obrigação B**

Taxa de cupão	3,0%
$r$	2,0%
VN	5 €
VR	5 €

**Horizonte temporal**

Período	1	2	3	4	5	6
Cash flows	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	5,2 €
Valor actual	0,147	0,144	0,141	0,139	0,136	4,573

$B_0 = 5,28 \text{ €}$

$B_0/VN = 105.6\%$

**Obrigação C**

Taxa de cupão	1,5%
$r$	2,0%
VN	5 €
VR	5 €

**Horizonte temporal**

Período	1	2	3	4	5	6
Cash flows	0,075	0,075	0,075	0,075	0,075	5,1 €
Valor actual	0,074	0,072	0,071	0,069	0,068	4,506

$B_0 = 4,86 \text{ €}$

$B_0/VN = 97.2\%$

### 3.2. Obrigações a taxa variável

No caso de se tratar de uma obrigação de taxa variável ou indexada, o cálculo do valor é mais complexo, uma vez que não é possível saber com exactidão os juros futuros da obrigação. Genericamente, a expressão é a seguinte:

$$B_0 = \frac{Juro_1}{(1+r)} + \frac{juro_2}{(1+r)^2} + \frac{Juro_3}{(1+r)^3} + \dots + \frac{Juro_t}{(1+r)^t} + \frac{Valor\ de\ Reembolso}{(1+r)^t}$$

Apesar da expressão ser idêntica á que vimos para obrigações de taxa fixa, o valor dos juros, e conseqüentemente, da obrigação está dependente do comportamento do indexante. Assim, é necessário estimar primeiro a evolução futura das taxas de juro de forma a poder reflecti-lo na evolução do indexante.

## 4. Medidas de rendibilidade

### 4.1. Yield to Maturity

Um aspecto fundamental na avaliação de obrigações é a sua taxa de rendibilidade. Esta é também, uma forma de avaliar o investimento em obrigações, sendo este tanto melhor, quanto maior for a rendibilidade esperada, para um dado nível de risco. Assim, dentro da mesma classe de risco, os investidores vão preferir o investimento que apresenta a maior rendibilidade esperada. Contudo, se estivermos perante um mercado de títulos eficiente, as obrigações de risco semelhante deverão oferecer uma rendibilidade esperada igual. Isto porque, havendo dois títulos com o mesmo nível de risco, e oferecendo um deles uma rendibilidade superior, os investidores vão preferi-lo aos restantes. Este aumento na procura vai provocar uma subida do preço da obrigação, até ao ponto em que esta ofereça uma rendibilidade esperada igual, à dos títulos de risco semelhante.

A taxa de cupão é uma medida fraca da rendibilidade da obrigação. Em primeiro lugar, porque nem sempre o valor de aquisição das obrigações é semelhante ao seu valor nominal e, em segundo lugar, porque o valor de reembolso, por vezes, também difere do valor nominal, não estando este prémio reflectido na taxa de cupão. Deste modo, para medir a rendibilidade de um investimento em obrigações, é necessário primeiro, identificar todos os fluxos futuros que esta irá gerar.

Uma das medidas mais utilizadas para medir a rentabilidade das obrigações é a Yield To Maturity (YTM). A YTM corresponde à taxa interna de rentabilidade (TIR) oferecida pela obrigação. É a taxa de rentabilidade oferecida pela obrigação, se o investidor a adquirir a  $B_0$  e a mantiver na sua posse até à maturidade.

$$B_0 = \frac{Juro_1}{(1+YTM)} + \frac{juro_2}{(1+YTM)^2} + \frac{Juro_3}{(1+YTM)^3} + \dots + \frac{Juro_t}{(1+YTM)^t} + \frac{\text{Valor de Reembolso}}{(1+YTM)^t}$$

Em que:

$B_0$  = valor actual (preço) da obrigação;

$t$  = nº de períodos que compõem o horizonte da análise.

YTM = Taxa de rentabilidade até à maturidade, referida ao período de capitalização do juro da obrigação. Se este não for anual e se quisermos obter a YTM anual deveremos calcular a sua taxa equivalente anual.

$$YTM(\text{anual}) = (1 + YTM_m)^m - 1$$

Em que:

$m$  = nº de períodos de capitalização que existem no ano

A principal limitação deste indicador é que pressupõe que os cash flows da obrigação são sempre reinvestidos à mesma taxa, ou seja à YTM, o que é improvável. Geralmente, as taxas de juro variam ao longo da vida das obrigações e até à maturidade. Contudo, é uma medida razoavelmente precisa e muito utilizada, para avaliar a rentabilidade oferecida pela obrigação.

*Exemplo:*

**Obrigação A**

**Características**

Valor nominal (€)	10
Maturidade (anos)	2
Taxa de cupão semestral	1,50%
Valor de reembolso	10
Cotação ( $B_0$ ) euros	9,75

Semestres	1	2	3	4
Cash flows	0,15	0,15	0,15	10,15

YTM (semestral)	2,16%
YTM (anual)	4,36%

$$9,75 = \frac{0,15}{(1 + YTM)} + \frac{0,15}{(1 + YTM)^2} + \frac{0,15}{(1 + YTM)^3} + \frac{10,15_t}{(1 + YTM)^4}$$

$$YTM \text{ (semestral)} = 2,2\%$$

$$YTM \text{ (anual)} = (1 + YTM_m)^m - 1 \quad e \quad m = n^\circ \text{ de períodos de capitalização que existem no ano}$$

$$= (1 + 0,022)^2 - 1 = 0,0436 \Rightarrow 4,36\%$$

### Como pode a YTM ser aplicada na avaliação de obrigações?

Uma obrigação é um bom investimento, quando a YTM é superior à taxa de remuneração do mercado, nesse caso, a obrigação proporciona uma rentabilidade (YTM) superior a outras alternativas de risco semelhante. Contrariamente, quando a YTM é inferior à taxa de remuneração do mercado, a obrigação não é um bom investimento uma vez que há investimentos de risco semelhante, que proporcionam uma rentabilidade superior. Quando a YTM é igual à taxa do mercado, significa que a obrigação oferece uma rentabilidade semelhante à do mercado.

**$YTM > r \Rightarrow$  A obrigação é um bom investimento**

**$YTM = r \Rightarrow$  A obrigação proporciona uma rentabilidade igual à do mercado**

**$YTM < r \Rightarrow$  A obrigação não é um bom investimento**

Como referimos, a principal limitação da YTM é o facto desta pressupor que os cash flows são reinvestidos à mesma taxa. Uma alternativa à YTM é a taxa de rentabilidade efectiva, conceito que vamos apresentar em seguida.

### 4.2. Taxa de rentabilidade efectiva

Este indicador pressupõe que os cash flows gerados são aplicados a uma taxa de rentabilidade ( $Tr$ ) diferente da YTM. Assim, o valor acumulado no final é dado por:

$$\text{Valor capitalizado dos juros} + VR = \sum_{K=1}^n \text{Cashflows}_k \times (1 + Tr)^{n-k}$$

Em que:

$n = n^\circ$  de períodos de capitalização dos juros.

$VR =$  valor de reembolso

*Tr* = taxa de reinvestimento dos cash flows

*k* = período de capitalização específico

A rendibilidade efectiva do investimento, referida ao período do cupão, é dada pelo seguinte expressão:

$$\text{Taxa de rendibilidade efectiva} = \sqrt[n]{\frac{\sum_{K=1}^n \text{Cashflows}_k \times (1 + Tr)^{n-k}}{B_0}} - 1$$

Em que:

*n* = nº de períodos de capitalização dos juros.

*VR* = valor de reembolso

*Tr* = taxa de reinvestimento dos cash flows

*k* = período de capitalização específico

*B*<sub>0</sub> = preço da obrigação

Exemplo:

Voltando ao exemplo da obrigação A, em que:

**YTM semestral = 2,16%**

**YTM anual = 4,36%**

Observamos que a rendibilidade semestral efectiva só é semelhante à YTM se a taxa de reinvestimento dos cash flows (*Tr*) for igual à YTM. Quando a *Tr* é inferior à YTM a taxa de rendibilidade efectiva é inferior à YTM, e quando a *Tr* é superior YTM a taxa de retorno efectiva é maior do que a YMT.

<b><i>Tr (semestral) &lt; YTM</i></b>	<b>1,00%</b>
Valor nominal (€)	10
Maturidade (anos)	2
taxa de cupão semestral	1,50%
Valor de reembolso	10
Cotação ( <i>B</i> <sub>0</sub> ) euros	9,75

Semestres	1	2	3	4
Cash flows	0,15	0,15	0,15	10,15
Cash flows capitalizados ( <i>Tr</i> = 1%)	0,155	0,153	0,152	10,150

Juros capitalizados+VR	10,60906
(Juros capitalizados +VR)/ <i>B</i> <sub>0</sub>	1,08811
<b>Rendibilidade efectiva semestral</b>	<b>2,13%</b>

$(1,18458^{1/4} - 1)$	
<b>Rendibilidade anual efectiva</b>	<b>4,31%</b>

<b>Tr (semestral) = YTM (2,16%)</b>	<b>2,16%</b>
Valor nominal (€)	10
Maturidade (anos)	2
taxa de cupão semestral	1,50%
Valor de reembolso	10
Cotação ( $B_0$ ) euros	9,75

Semestres	1	2	3	4
cash flows	0,15	0,15	0,15	10,15
cash flows capitalizados $Tr = 2,16\%$	0,160	0,157	0,153	10,150

Juros capitalizados+VR	10,61971
(Juros capitalizados+VR)/ $B_0$	1,08920
<b>Rendibilidade efectiva semestral</b> <b><math>(1,08920^{1/4} - 1)</math></b>	<b>2,16%</b>
<b>Rendibilidade anual efectiva</b>	<b>4,36%</b>

<b>Tr (semestral) &gt; YTM</b>	<b>3,00%</b>
Valor nominal (€)	10
Maturidade (anos)	2
taxa de cupão semestral	1,50%
Valor de reembolso	10
Cotação ( $B_0$ ) euros	9,75

Semestres	1	2	3	4
Cash flows	0,15	0,15	0,15	10,15
Cash flows capitalizados	0,164	0,159	0,155	10,150

Juros capitalizados+VR	10,62754
(Juros capitalizados +VR)/ $B_0$	1,09000
<b>Rendibilidade efectiva semestral</b> <b><math>(1,09^{1/4} - 1)</math></b>	<b>2,18%</b>
<b>Rendibilidade anual efectiva</b>	<b>4,40%</b>

### Estrutura Temporal das taxas de juro baseada na YTM: A Yield Curve

Vimos que a YTM é a taxa interna de rendibilidade de um investimento em obrigações. Se compararmos as YTM de várias emissões da mesma empresa, que diferem entre si apenas pela maturidade, obtemos a chamada **Estrutura Temporal das Taxas de Juro** ou curva de rendimentos de uma obrigação. A Yield curve, não é mais do que, a curva que mostra a rendibilidade de uma série de obrigações semelhantes, cuja única diferença é a maturidade.

Designa-se de taxas *spot*, ao conjunto de taxas de juro que vigoram actualmente para os diversos prazos, e taxas *forward*, ao conjunto de taxas que se espera que estejam em vigor numa determinada data futura. A yield curve revela a relação entre as taxas de juro à vista (*spot*) e as taxas de juro futuras (*forward*):

$$(1 + r_{0,n})^n = (1 + r_{0,1}) \times (1 + f_{1,1}) \times (1 + f_{2,1}) \times (1 + f_{3,1}) \times (1 + f_{4,1}) \times \dots \times (1 + f_{n-1,1})$$

Em que:

$f_{1,i}$  = taxa futura (*forward*) no momento  $i$  para um empréstimo de maturidade de  $I$  ano.

$r_{0,n}$  = Taxa à vista (*spot*) para  $n$  anos.

$r_{0,1}$  = taxa à vista (*spot*) a um ano.

*Exemplo*

Admita que, a rendibilidade de uma obrigação com vencimento para daqui a 2 anos é de 8%, e que a taxa spot a um ano é de 7%. Então, a taxa forward para o ano 1, e para o prazo de um ano é dada por:

$$(1 + 0,08)^2 = (1 + 0,07) \times (1 + f_{1,1})$$

$$(1 + f_{1,1}) = (1,08)^2 / 1,07 = 1,09$$

$$f_{1,1} = 9\%$$

## 5. Medidas de Risco

No capítulo VI introduzimos a noção de risco e de rendibilidade esperada. E vimos que, quanto maior o risco maior a rendibilidade esperada. Fizemos referência também, a vários factores de risco, que se aplicam a todos os investimentos. E que, também se aplicam aos investimentos em obrigações. No entanto, para além destes factores, é importante ter em consideração também, os factores de risco específico das obrigações

### 5.1 Rating

O *rating* é uma medida do risco de crédito, através da qual é possível avaliar a probabilidade de incumprimento por parte da empresa emitente. Empresas, como a Standard and Poor's, por exemplo, estabelecem várias categorias de risco, classificando depois, as empresas em cada uma dessas categorias. O *rating* é tanto melhor, quanto

maior for a probabilidade da empresa fazer face às suas responsabilidades relativamente ao crédito. (Ver quadro 9.1)

**Quadro 9.1 – Exemplo de Classificação de Rating**

Aaa	Mais elevada em termos de qualidade de crédito. O pagamento do capital e dos juros é considerado completamente seguro.
Aa	Oferece condições bastante seguras de que a empresa cumpra com o pagamento dos juros e do capital.
A	Continua a ser um investimento seguro mas este tipo de obrigações é mais afectado por alguns factores sectoriais ou específicos da sociedade emitente, do que os anteriores.
Baa	Apresenta geralmente maior vulnerabilidade a factores macroeconómicos.
Ba	Apresenta geralmente maior vulnerabilidade a factores macroeconómicos que podem diminuir a capacidade da empresa emitente fazer face às responsabilidades de crédito.
B	Tem uma grande vulnerabilidade a factores económicos, que podem no médio e longo prazo pôr em causa a capacidade da empresa pagar os juros e amortizar o capital.
Caa	Apresentam algum risco de não cumprimento.
Ca	Apresentam um risco de crédito elevado
C	Há muito poucas probabilidades que a empresa pague o capital e os juros

## 5.2. Duração

A duração traduz o tempo médio que a obrigação demora a “devolver” o investimento feito, na prática é o tempo que o investidor tem esperar até recuperar o investimento que fez. Se a obrigação pagar periodicamente um cupão a duração é necessariamente inferior à sua maturidade na medida em que o investidor vai recebendo juros periódicos. Esta medida é calculada através da média ponderada do período de tempo que decorre até ao vencimento dos cash flows, ponderada pelo peso do valor actual de cada cash flow no preço da obrigação. De salientar que, a duração é calculada na unidade de tempo do pagamento dos juros. (Se a capitalização dos juros for anual, a unidade temporal da duração é o ano, se os juros forem pagos ao semestre, a duração é obtida em semestres, e assim sucessivamente.)

$$Duração(D) = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+r)^t} \times t}{B_0}$$

Em que:

$CF_t$  = Cash flow gerado pela obrigação no período  $t$

$r$  = taxa de rendibilidade exigida para a classe de risco da obrigação. Na prática calcula-se a YTM.

$B_0$  = valor actual da obrigação

$t$  = Períodos até à maturidade

*Exemplo:*

*Considere uma obrigação XXX, com valor nominal de 10 euros, uma maturidade de 3 anos, um cupão anual de 5%, e um reembolso ao par. Considere a YTM de 4% ao ano. A duração será:*

$$Duração = \frac{\frac{0,5}{(1,04)^1} \times 1 + \frac{0,5}{(1,04)^2} \times 2 + \frac{(10 + 0,5)}{(1,04)^3} \times 3}{10,278} = 2,861 \text{ anos}$$

*Em que o preço da obrigação é dado por:*

$$B_0 = \frac{0,5}{(1,04)^1} + \frac{0,5}{(1,04)^2} + \frac{10,5}{(1,04)^3} = 10,278 \text{ euros}$$

*Uma duração igual a 2,86 anos significa que o investimento é recuperado, em média, em 2,86 anos, apesar da maturidade ser de 3 anos.*

De referir ainda que, de uma forma geral, a Duração é inferior ao prazo da obrigação e, será tanto menor, quanto maior for a taxa de cupão. A Duração de uma obrigação de cupão zero coincide com o seu prazo até ao vencimento, uma vez que esta tem um único cash flow, e este é ponderado no cálculo com 100%.

### **Duração Modificada (DM)**

Indicador que permite medir a sensibilidade do valor da obrigação relativamente a oscilações da taxa de juro. Ou seja, a duração modificada mede a variação percentual no preço da obrigação resultante na variação de 1% nas taxas de juro do mercado.

$$DM = \frac{Duração}{(1 + YTM)}$$

$$e \text{ a } \frac{dP}{P} (\text{variação no preço}) = -DM \times dYTM \text{ (variação da YTM)}$$

Utilizando o mesmo exemplo:

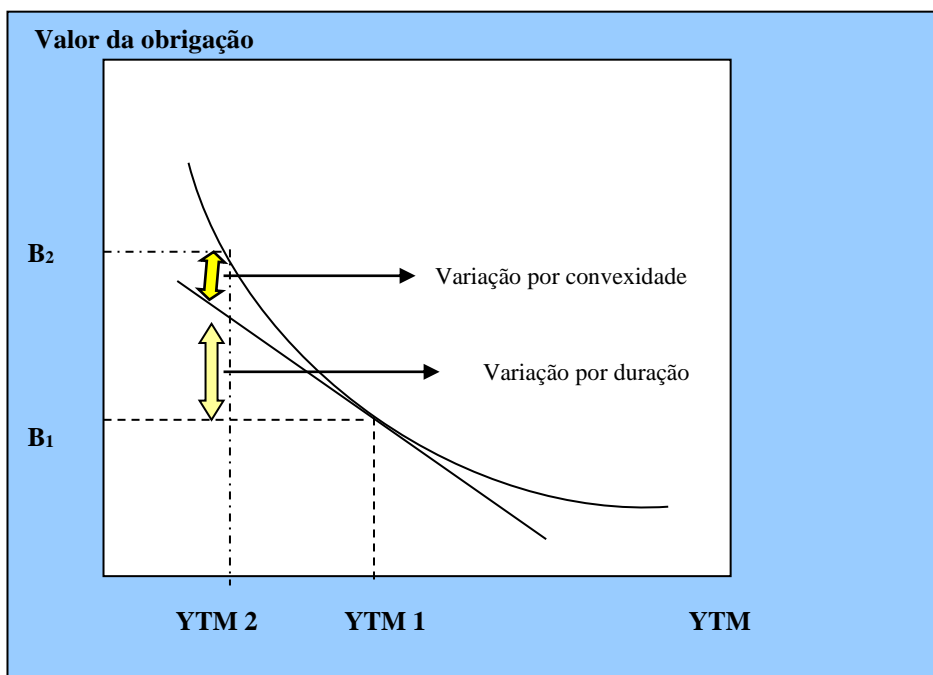
$$DM = \frac{2,861}{(1 + 0.04)} = 2,751 \text{ e Variação no Preço} = -2.751 \times \text{variação\% YTM}$$

Isto significa que, se a taxa de juro (YTM) subir 1%, o valor (preço) da obrigação irá diminuir 2,751%, e vice-versa, se a taxa de juro descer 1%, o valor (preço) da obrigação aumenta 2,751%.

### 5.3. Convexidade

Vimos que a duração modificada mede a sensibilidade do preço da obrigação em relação a variações na taxa de juro. No entanto, uma vez que a relação entre a taxa de juro e o preço da obrigação, é dada por uma curva de forma convexa, (Figura 9.1) este indicador dá apenas a sensibilidade do preço, para variações pequenas da YTM. Torna-se necessário assim, encontrar outra medida que permita quantificar com maior precisão a variação do preço, provocada pela variação da taxa de juro.

**Figura 9.1- Relação entre o preço e a taxa de juro**



A convexidade é um segundo indicador, que mede a sensibilidade do valor da obrigação relativamente à taxa de juro. A sua fórmula de cálculo obtém-se, através da segunda derivada do preço em relação à YTM.

$$\text{Convexidade (C)} = \frac{\sum_{t=1}^n t \times (t+1) \times \frac{CF_t}{(1+r)^{(t+2)}}}{B_0 \times 2}$$

Em que:

$CF_t$  = Cash flow gerado pela obrigação no período t

$r$  = taxa de rendibilidade exigida para a classe de risco da obrigação. Na prática calcula-se a YTM.

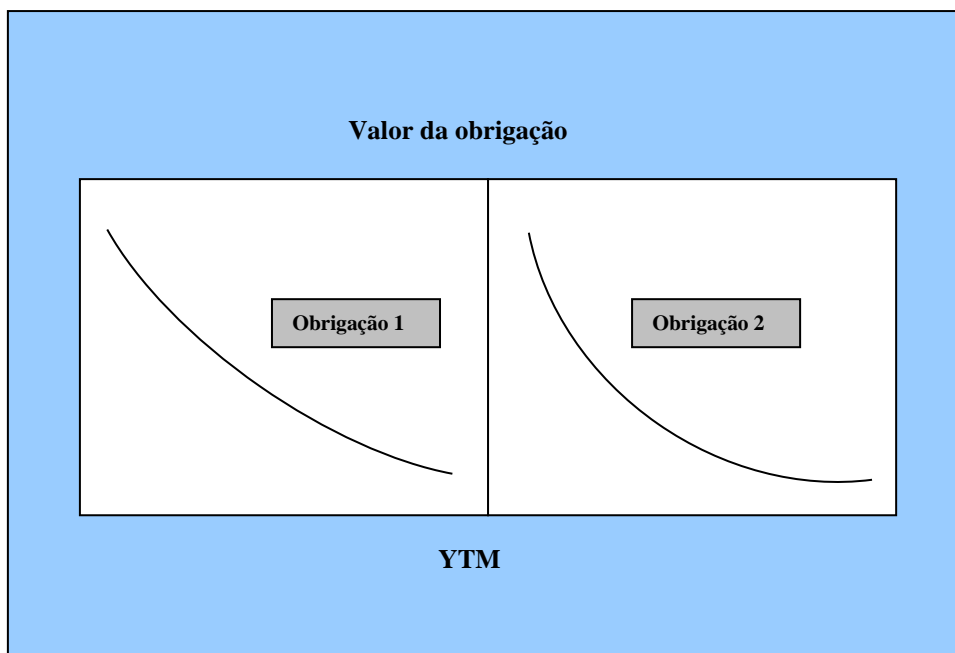
$B_0$  = valor actual da obrigação

$t$  = Períodos até à maturidade

A figura 9.2 mostra como o preço das obrigações 1 e 2 varia de acordo com a taxa de juro. De notar que, as obrigações têm convexidade diferente. A obrigação 2 tem uma convexidade maior do que a obrigação 1. E que, a diminuição da taxa de juro tem um impacto positivo maior, na obrigação 2 do que na obrigação 1. Por outro lado, o impacto negativo da subida da taxa de juro é menor na obrigação de maior convexidade, (obrigação 2).

Pode concluir-se então que, quanto maior for a convexidade, maior será o impacto positivo da descida da taxa de juro no preço e que, menor será o impacto negativo de um aumento da taxa de juro. Deste modo, quanto maior for a variação esperada da taxa de juro, maior é o valor das obrigações de maior convexidade relativamente às obrigações de baixa convexidade, mantendo tudo o resto constante.

**Figura 9.2- Relação entre o preço e a taxa de juro**



*Exemplo:*

*Considere novamente a obrigação XXX, em que:*

*Valor nominal = 10 euros; Maturidade = 3 anos; Cupões anuais de 5%; Reembolso ao par; YTM de 4% ao ano e, Valor da obrigação  $B_0 = 10,278$*

$$DM = \frac{2,861}{(1+0.04)} = 2,751$$

$$C = \frac{1 \times (1+1) \times \frac{0,5}{(1,04)^{(1+2)}} + 2 \times (2+1) \times \frac{0,5}{(1,04)^{(2+2)}} + 3 \times (3+1) \times \frac{(10+0,5)}{(1,04)^{(3+2)}}}{10,278 \times 2} = \frac{107,016}{20,556} = 5,2$$

Deste modo, a variação do preço da obrigação passa a ter duas componentes: uma devido à duração modificada e outra devido à convexidade.

*A variação total em  $B_0$  = Variação devido à convexidade + variação devido à duração*

$$\Delta B_0 = -DM \times \Delta YTM + C \times (\Delta YTM)^2$$

Assim, se a taxa de juro aumentar 3%, a variação do preço da obrigação é dada por:

$$\Delta B_0 = -2,751 \times 0,03 + 5,2 \times 0,03^2 = -0,07785 \Rightarrow -7,785\%$$

## **6. Imunização**

A imunização de uma obrigação ou carteira de obrigações, é uma técnica que permite fixar o seu valor numa determinada data futura. As técnicas de imunização têm como principal objectivo, minimizar o efeito das flutuações da taxa de juro, na eficácia de um investimento financeiro, que é realizado para fazer face a um determinado pagamento futuro.

Existem quatro tipos de imunização: a Imunização Clássica ou Convencional, a Imunização Activa, a Imunização Contingente, e a Imunização Multiperíodo. Sendo que, iremos apenas analisar aqui, a imunização Clássica ou Convencional.

### **Imunização clássica**

Na imunização clássica, o objectivo é obter uma rentabilidade pelo menos igual à que se obteria num cenário de estabilidade de taxas de juro. Ou seja, pretende-se que a taxa de rendibilidade efectiva da carteira seja igual àquela que se obteria, se as taxas de juro não variassem, limitando assim o risco da taxa de juro. De certa forma, a imunização transforma o investimento numa obrigação de cupão zero.

A alteração das taxas de juro tem dois impactos no valor da obrigação. Por um lado, contribui para um valor acumulado final superior se a taxa subir, ou inferior se a taxa de juro descer (dado o impacto no reinvestimento dos cupões). Por outro lado, tem o impacto contrário no preço, ou seja, este é menor quando as taxas de juro sobem, e maior quando as taxas descem. Sendo estes efeitos da mesma ordem de grandeza, anular-se-ão reciprocamente.

Considere, por exemplo, que a empresa ABC tem uma despesa programada, para daqui a três anos, de 100 unidades monetárias. Imagine agora, que vai adquirir obrigações com uma maturidade de 3 anos, para poder fazer face a essa despesa. A empresa pode saber qual o valor da obrigação no fim do horizonte temporal, mas não tem a certeza quanto à taxa a que os cupões podem ser reinvestidos. Assim, se as taxas de juro subirem, a ABC consegue fazer face às 100 u.m. antes dos três anos, uma vez que reinvestiu os juros a uma taxa superior a que tinha antecipado. Porém, devido à subida

das taxas de juro o valor da obrigação no horizonte é inferior. Estes são dois efeitos contraditórios. E, se a obrigação for escolhida de forma adequada, eles serão iguais e anular-se-ão reciprocamente. Da mesma forma, se as taxas de juro descenderem, os juros serão reinvestidos a uma taxa inferior, e o valor acumulado dos juros, ao fim dos 3 anos, vai ser inferior ao que se esperava. Contudo, com a descida da taxa de juro, o preço da obrigação será superior. Mais uma vez, é possível escolher uma maturidade para que estes efeitos se anulem um ao outro. Este é o princípio básico da imunização. Num determinado horizonte temporal, igual à duração, a variação dos reinvestimentos dos cupões é exactamente igual à variação no valor da obrigação.

*Exemplo:*

*Considere a seguinte obrigação:*

- *Valor nominal 10 euros;*
- *Taxa de cupão anual 12,8%;*
- *Maturidade 5 anos.*
- *Rendibilidade exigida para obrigações de risco semelhante é de 12%.*

*Dadas estas características, o valor actual da obrigação é de 10,288 euros, e a sua Duração é de 4 anos.*

*No quadro em baixo, calculamos o valor acumulado no período 4 (Duração da obrigação), para diferentes valores da taxa de juro. Se as taxas de juro se mantiverem em 12%, o valor acumulado é de 16,189 euros. Repare que, este valor é praticamente o mesmo, quer a taxa de juro seja 12%, 13% ou 10%. Se por exemplo as taxas aumentarem para 13%, o valor dos cupões reinvestidos no ano 4 aumenta, enquanto que o valor actual de receber os 11,28 um ano antes, diminuiu. Por outro lado, se a taxa diminuir para 10%, o valor dos cupões reinvestidos diminui, sendo este compensado pelo aumento do valor actual de receber 11,28 um período antes do vencimento. Em ambos os casos, estes dois efeitos contrários têm praticamente a mesma magnitude. E o valor acumulado aproximadamente o mesmo.*

<b>Horizonte Temporal</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	
<b>Cash Flow</b>	1,28	1,28	1,28	1,28	11,28	
<b>Valor acumulado no período 4</b>						<b>Total</b>
<i>r = 12%</i>	$1,28 \times (1,12)^3$	$1,28 \times (1,12)^2$	$1,28 \times (1,12)^1$	1,28	$1,28 \times (1,12)^{-1}$	16,189
<i>r = 13%</i>	$1,28 \times (1,13)^3$	$1,28 \times (1,13)^2$	$1,28 \times (1,13)^1$	1,28	$1,28 \times (1,13)^{-1}$	16,190

$r = 10\%$	$1,28 \times (1,1)^3$	$1,28 \times (1,1)^2$	$1,28 \times (1,1)^1$	1,28	$1,28 \times (1,1)^{-1}$	16,195
------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	------	--------------------------	--------

Portanto, se a empresa tiver uma despesa prevista para daqui a 4 anos, pode adquirir estas obrigações, para fazer face a esse gasto. Por exemplo, se a despesa for de 145,7 euros, a empresa poderá adquirir 9 destas obrigações ( $9 \times 16,189 = 145,701$ ), e ao fim de 4 anos terá acumulado o montante necessário.

A ideia será escolher o cupão da obrigação para que esta tenha uma duração de 4 anos. Alternativamente, a empresa poderá adquirir uma obrigação de cupão zero com maturidade de 4 anos, uma vez que, a Duração deste tipo de obrigações, coincide com a sua maturidade. Ou então, adquirir várias obrigações de Duração diferente, para que a duração da carteira seja de 4 anos. Por exemplo, constituir uma carteira composta em 50% por obrigações A (Duração de 5 anos) e os restantes 50% com obrigações B (Duração de 3 anos). A Duração da carteira será de 4 anos ( $0,5 \times 5 + 0,5 \times 3 = 4$ ), como pretendido.

Assim, o objectivo da imunização clássica consiste em igualar a Duração (D) da carteira ao horizonte temporal do investimento (HT).

Duração = Horizonte Temporal

$$e \text{ Duração da carteira } (D_{Carteira}) = \sum_{i=1}^n D_i X_i$$

Em que:

$X_i$  = Proporção de cada obrigação  $i$  no total da carteira;

$D_i$  = Duração da obrigação  $i$ .

De referir ainda que, esta técnica tem algumas limitações, salientando-se as seguintes: Em primeiro lugar, assume-se que os títulos são infinitamente divisíveis, o que na prática não é verdade. Em segundo lugar, não só, devido à variação das taxas de juro, que vai alterar a duração da carteira, como também, ao facto do horizonte temporal diminuir com o passar do tempo, é necessário fazer ajustamentos constantes na carteira de forma a manter a condição de imunização ( $D = HT$ ). E estes ajustamentos implicam custos de transacção adicionais que não são considerados no modelo.

## **Conclusão**

Este capítulo teve como principal objectivo a introdução dos principais conceitos inerentes aos mercados obrigacionistas. Apresentámos as noções fundamentais e os principais tipos de obrigações; explicamos as técnicas básicas de avaliação de obrigações, as principais medidas de rendibilidade: a Yield to Maturity, e a Taxa de Rendibilidade Efectiva; introduzimos o conceito de Yield Curve e de como este se relaciona com a YTM. Numa última fase, apresentámos algumas medidas de risco, nomeadamente a Duração e a Convexidade, e o conceito de imunização de carteiras.

## 7. Casos Práticos

### Caso 1

---

Considere que a empresa XX vai emitir um empréstimo obrigacionista de 100.000 obrigações, pelo prazo de 3 anos. Sabendo que, cada obrigação tem um valor nominal de 5 euros; A taxa de cupão anual nominal é de 6%, com capitalização do juro semestral e que, o reembolso é feito em amortização única e ao par, calcule:

- O valor nominal do empréstimo.
- O capital a reembolsar.
- O cupão pago semestralmente.
- O valor da obrigação considerando que a taxa de rendibilidade semestral, exigida para aquele nível de risco, é de 2,5%.

### Caso 2

---

Calcule o valor de uma obrigação de cupão zero, cujo reembolso, ao par, irá ocorrer, daqui a 8 anos. O valor nominal é de 5 euros e a taxa de juro do mercado é de 10%.

### Caso 3

---

Considere a obrigação ABC com as seguintes características:

<i>Valor nominal (€)</i>	5
<i>Maturidade (anos)</i>	2
<i>Taxa de cupão (semestral)</i>	1%
<i>Valor de reembolso</i>	5,1
<i>Cotação (<math>B_0</math>) euros</i>	4,5

- Calcule a Yield to Maturity;
- Calcule a Taxa Rendibilidade efectiva, admitindo que os cupões são reinvestidos a uma taxa semestral de 0,5%.

### Caso 4

---

Considere uma obrigação de valor nominal de 5 euros, com uma maturidade de 3 anos, valor de reembolso ao par, e um cupão anual de 4,5%. Considere a YTM de 4% ao ano, e calcule:

- a. O valor actual da obrigação.
- b. O número de anos, em média, em que é recuperado o investimento.
- c. A Duração Modificada.
- d. A Convexidade.
- e. Admita que a taxa de juro aumenta 2%. Qual o impacto, deste aumento no valor da obrigação.

### **Caso 5**

---

Calcule o valor da obrigação XYZ, no início de Abril de 2004, sabendo que:

- O valor nominal é de 10 euros;
- Maturidade: Abril de 2007;
- Taxa anual nominal fixa de 4%.
- Taxa de rendibilidade exigida para investimentos de risco semelhante 3,5% ao ano.
- Reembolso ao par;
- Pagamento dos juros semestral: a 2 de Abril e 2 de Outubro;
- Início do período de contagem de juros: 2 de Abril de 2004.

## Resolução dos casos práticos

### Caso 1

a) e b)

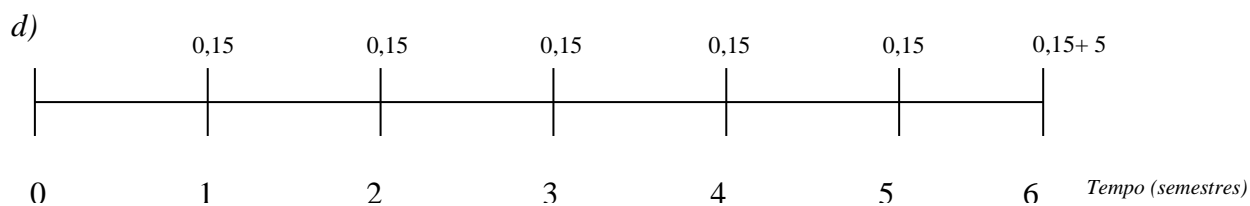
- *Nº de obrigações é de 100.000;*
- *Prazo de três anos.*
- *O valor nominal de cada obrigação é de 5 euros;*
- *O reembolso em amortização única e ao par.*
- *A taxa anual nominal é de 6% é com capitalização do juro semestral.*
- *$r = 2,5\%$ .*

$$\begin{aligned}\text{Valor nominal do empréstimo} &= N^\circ \text{ de obrigações} \times \text{VN} \\ &= 100.000 \times 5 = 500.000 \text{ Euros}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Capital a reembolsar} &= N^\circ \text{ de obrigações} \times \text{VR} \\ &= 100.000 \times 5 = 500.000\end{aligned}$$

c)  $\text{Taxa semestral} = \frac{\text{Taxa anual nominal}}{2} = \frac{6\%}{2} = 3\%$

$$\begin{aligned}\text{Juro semestral (por obrigação)} &= \text{Valor Nominal} \times \text{taxa de cupão} \\ &= 5 \times 0,03 = 0,15 \text{ Euros}\end{aligned}$$



$$B_0 = \frac{0,15}{(1,025)^1} + \frac{0,15}{(1,025)^2} + \frac{0,15}{(1,025)^3} + \frac{0,15}{(1,025)^4} + \frac{0,15}{(1,025)^5} + \frac{0,15}{(1,025)^6} + \frac{5}{(1,025)^6} = 5,138 \text{ euros}$$

### Caso 2

$$B_0 = \frac{5}{(1,10)^8} = 2,33$$

### Caso 3

a)

$$4,5 = \frac{0,05}{(1+YTM)} + \frac{0,05}{(1+YTM)^2} + \frac{0,05}{(1+YTM)^3} + \frac{0,05}{(1+YTM)^4} + \frac{5,1}{(1+YTM)^4}$$

$$\begin{aligned} YTM \text{ (semestral)} &= 4,24\% \\ YTM \text{ (anual)} &= ((1+0,0424)^2 - 1) = 8,66\% \end{aligned}$$

b)

$$\text{Taxa de rendibilidade efectiva} = \sqrt[n]{\frac{\sum_{k=1}^n \text{Cashflows}_k \times (1+Tr)^{n-k}}{B_0}} - 1$$

Semestres	1	2	3	4
cash flows	0,05	0,05	0,05	5,15
cash flows capitalizados (Tr = 0,5%)	0,0508	0,0505	0,0503	5,15

$$\begin{aligned} \text{Taxa de rendibilidade efectiva} &= \sqrt[4]{\frac{(0,0508 + 0,0505 + 0,0503 + 5,15)}{4,5}} - 1 \\ &= 4,18\% \text{ (semestral)} \end{aligned}$$

$$\text{Taxa de rendibilidade efectiva anual} = (1 + 0,0418)^2 - 1 = 8,53\%$$

#### Caso 4

a)

$$B_0 = \frac{0,225}{(1,04)^1} + \frac{0,225}{(1,04)^2} + \frac{(0,225 + 5)}{(1,04)^3} = 5,069 \text{ euros}$$

b)

$$\text{Duração} = \frac{\frac{0,225}{(1,04)^1} \times 1 + \frac{0,225}{(1,04)^2} \times 2 + \frac{(5 + 0,225)}{(1,04)^3} \times 3}{5,069} = 2,874 \text{ anos}$$

*O investimento é recuperado, em média, em 2,87 anos, ou seja em aproximadamente dois anos e dez meses.*

c)

$$DM = \frac{\text{Duração}}{(1 + YTM)} = \frac{2,874}{1,04} = 2,763$$

d)

$$C = \frac{1 \times (1 + 1) \times \frac{0,225}{(1,04)^{(1+2)}} + 2 \times (2 + 1) \times \frac{0,225}{(1,04)^{(2+2)}} + 3 \times (3 + 1) \times \frac{(5 + 0,225)}{(1,04)^{(3+2)}}}{5,069 \times 2} = \frac{53,08886}{10,138} = 5,237$$

e)

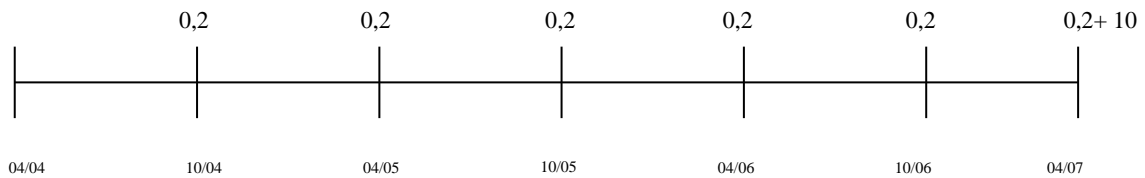
$$\Delta YTM = +2\%$$

A variação total no preço da obrigação =  $-DM \times \Delta YTM + C \times (\Delta YTM)^2$

$$\Delta B_0 = -2,763 \times 0,02 + 5,237 \times 0,02^2 = -0,05317 \Rightarrow -5,317\%$$

Portanto, se a taxa de juro aumentar 2% o valor da obrigação cai 5,317%.

### Caso 5



$$B_0 = \frac{0,2}{(1,035)^{0,5}} + \frac{0,2}{(1,035)^1} + \frac{0,2}{(1,035)^{1,5}} + \frac{0,2}{(1,035)^2} + \frac{0,2}{(1,035)^{2,5}} + \frac{(10+0,2)}{(1,035)^3} = 10,150 \text{ euros}$$

Em que:

$$\text{Taxa de cup\~{a}o semestral} = \frac{4\%}{2} = 2\% \quad \text{Cup\~{a}o} = 0,02 \times 10 = 0,2 \text{ euros}$$

$$r(\text{anual}) = 3,5\%$$