

Vítor Manuel Fernandes Valente

Estudo da «*Relevância do apoio da Escola nas perspectivas profissionais dos alunos do 10º ano de escolaridade*» com aplicação dos Modelos Lineares Hierárquicos

**Mestrado em Ensino das Ciências
especialidade de Ensino da Matemática**
Orientadora: Prof.^a Dr.^a Teresa A. Oliveira

Volume I

UNIVERSIDADE ABERTA

Lisboa, 2007

UNIVERSIDADE ABERTA



Estudo da «*Relevância do apoio da Escola nas perspectivas profissionais dos alunos do 10º ano de escolaridade*» com aplicação dos Modelos Lineares Hierárquicos

Vítor Manuel Fernandes Valente

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Ensino das Ciências, especialidade de Ensino da Matemática
Orientadora: Prof.^a Dr.^a Teresa A. Oliveira

Volume I

Lisboa

2007

Resumo

Nas últimas décadas houve uma massificação do ensino, que incrementou a heterogeneidade e a diversidade cultural dos alunos com interesses e motivações diversas, provocando a formação de turmas com características bastante díspares entre elas e entre os seus elementos constituintes, onde as motivações, os interesses, os níveis sócio-culturais, as aptidões e os recursos são diferentes e multi-diversificados.

Será que a escola tem respondido e/ou contribuído, e poderá responder, às carências de qualificações decorrentes das mutações sociais e tecnológicas entretanto operadas? Qual é, por conseguinte, a influência da Escola Pública nas escolhas profissionais e qual a importância que daí advém na posterior inserção social e profissional dos alunos?

O objectivo deste estudo é contribuir para a compreensão de qual o apoio e importância que a Escola tem (poderia e deveria ter) no processo de opinião e decisão dos alunos quanto às suas perspectivas profissionais, com aplicação de modelos lineares hierárquicos.

Em Educação, as populações investigadas têm uma estrutura hierárquica, por níveis, isto é: alunos, turmas, escolas, etc., constituem uma sequência natural de agrupamentos aninhados, de tal forma que as variáveis de um nível podem interagir com outras variáveis, dentro do mesmo nível hierárquico ou de outro nível.

Os modelos estatísticos mais adequados à análise de dados desta natureza são os *modelos lineares hierárquicos* (MLH). Eles incorporam bem a variabilidade existente entre escolas e intra escola, assim como outros factores contextuais – de natureza social, cultural ou familiar – que exercem influência no percurso escolar do aluno.

Palavras – chave: - Perspectivas profissionais
- Apoio na opção de curso
- Modelo linear hierárquico
- Modelo multinível
- Modelo de regressão logística

Abstract

In the last few decades the schools have been crowded and that developed the heterogeneity and the cultural diversity of the students with interests and various motivations, turning the formation of classes into very different characteristics between them and their own elements, where the motivations, the interests, social and economical levels, the aptitudes and the resources are different and multi-diversified.

Has the school answered and/or contributed (and will be able to) to the lack of qualifications derived from the social and technological changings? Which is, therefore, the influence of the Public School in the professional choices and which is the importance taken from there in the future social and professional insertion of the students?

The aim of this study is to contribute for the understanding the school has, could and should have in the students' opinion and decision process about their professional perspectives, with the application of hierarchical linear models.

In Education, the studied populations have a structure defined by levels, that is: pupils, classes, schools, etc. They constitute a natural sequence of groups gathered in such a way that a level variables can interact with other variables, in the same hierarchic level or others.

The statistic models more adequate to this type of data analysis are the hierarchical linear models (HLM). They incorporate the existing variability inside and among each school, as well as other contextual factors - of social, cultural or familiar kind - which have great influence in the student school way.

keywords: - Professional Perspectives

- Support in the course option
- Hierarchical linear models
- Multilevel models
- Logistic regression models

Résumé

Au long de ces dernières décennies, c'est dessiné un nouveau panorama au niveau de l'éducation : la massification de l'éducation, celle-ci a développé l'hétérogénéité et la diversité culturelle des élèves qui ont des intérêts et des motivations diverses. Ce phénomène a provoqué la formation de classes bien différentes les unes des autres et surtout aussi au niveau de la constitution de ses éléments, où les motivations, les intérêts, les niveaux socioculturels, les aptitudes et les ressources sont différents et multi-diversifiés.

Est-ce que l'école a répondu et/ou a contribué, et pourra répondre, au manque de qualifications dû aux mutations sociales et technologiques? Quelle est, donc, l'influence de l'école publique dans les choix professionnels et quel est son importance dans une postérieure insertion sociale et professionnelle de l'élève?

L'objectif de cette étude a pour but de contribuer à la compréhension dont l'appui et l'importance que l'école a (devrait avoir ou pourrait avoir), dans le processus de l'opinion et de la décision des élèves au niveau de ses perspectives professionnelles, avec l'application des modèles linéaires hiérarchiques.

Au niveau de l'éducation, les populations étudiées ont une structure hiérarchique, par niveaux, c'est à dire: élèves, classes, écoles, etc., constituent une séquence normale de groupements nichés, de telle manière que les variables d'un niveau peuvent interagir avec d'autres variables de l'intérieur d'un même niveau hiérarchique ou d'un niveau différent.

Les modèles statistiques plus adéquats à l'analyse des données de cette nature sont les modèles linéaires hiérarchiques (MLH). Ils incorporent la variabilité existante entre les écoles et intra écoles, bien comme d'autres facteurs contextuels – de nature sociale, culturelle ou familiale – qui exercent une influence dans le parcours scolaire de l'élève.

Mots-clés: - Perspectives professionnelles

- Appui dans l'option du cours
- Modèle linéaire hiérarchique
- Modèle à multi-niveaux
- Modèle de régression logistique

À memória de meus Pais

Agradecimentos

Agradeço às muitas pessoas que de alguma forma me ajudaram para que este trabalho chegasse a bom termo.

À minha Orientadora, Professora Doutora Teresa A. Oliveira pela orientação, atenção, incentivo e entusiasmo transmitidos, amizade e, especialmente, pela confiança no meu trabalho.

A todos as Escolas que colaboraram na distribuição, recolha e envio dos questionários, bem como, aos alunos pela colaboração.

Aos professores e colegas do Mestrado.

Aos Profs. Drs. Cláudia Lima e Dalton de Andrade. À Dr^a Gallis.

Aos meus amigos e à minha família e, muito em especial,

À minha querida esposa pela paciência, tolerância, estímulo e apoio emocional necessários que me proporcionou. Nos momentos de carinhosa espera e naqueles de dedicação sincera.

Índices

Índice Geral

Resumo	i
Abstract	ii
Résumé	iii
Agradecimentos	v
Índices	vi
Índice Geral	vii
Índice de Tabelas	xi
Índice de Figuras	xii
Capítulo 1 – Objecto de Investigação	1
1 Objecto de Investigação	2
1.1 Definição do Problema	3
1.2 Objectivos da Investigação	3
1.3 Justificação do Estudo	3
1.4 Limitações do Estudo	4
1.5 Organização da Tese	4
1.6 Revisão de Literatura	4
Capítulo 2 – Enquadramento Teórico	8
2 Enquadramento Teórico	9
2.1 Modelação de dados com estrutura hierárquica (tipos de aninhamento ou hierarquia)	9
2.1.1 Introdução	9
2.1.2 Tipos de aninhamento ou hierarquia	10
2.1.3 Alguns problemas a ter em conta na análise dos dados hierárquicos	13
2.1.3.1 A não-independência dos dados	13
2.1.3.2 Os dados de nível cruzado	13
2.1.4 Algumas considerações conceptuais	15
2.1.4.1 Fontes de variação contextual e composicional	15
2.1.4.2 Heterogeneidade contextual	16
2.1.4.3 Heterogeneidade individual	17
2.1.4.4 Interação Contexto – Indivíduo	17
2.1.4.5 Contextos hierárquicos múltiplos	17
2.1.4.6 Mudança de pessoas, mudança de lugares	18
2.1.4.7 Respostas inter-relacionadas	18
2.1.4.8 Contextos sobrepostos “classificação cruzada”	18
2.1.5 Razões teóricas para os modelos lineares hierárquicos ou multinível	19
2.1.6 Razões estatísticas para os modelos lineares hierárquicos	19
2.1.7 Síntese	21
2.2 Introdução ao modelo linear hierárquico (MLH)	22
2.2.1 Nota histórica	22
2.2.2 O modelo de regressão linear simples (MLO)	24
2.2.3 O modelo linear hierárquico com dois níveis (alunos e escolas)	27
2.2.3.1 O modelo de ordenadas aleatórias	33
2.2.3.2 O modelo de declives aleatórios	34
2.2.3.3 Opções de centralização	36
2.2.3.4 O modelo com várias variáveis explicativas	37
2.2.3.5 O modelo combinado: forma multinível	39

2.2.3.6	O modelo combinado: forma matricial	42
2.2.3.7	Breves notas	45
2.2.4	Alguns sub-modelos mais simples do MLH com 2 níveis	46
2.2.4.1	Modelo ANOVA com um factor e efeitos aleatórios	49
2.2.4.2	Modelo de Regressão de médias como respostas	51
2.2.4.3	Modelo ANCOVA com um factor e efeitos aleatórios	52
2.2.4.4	Modelo de Regressão com coeficientes aleatórios	53
2.2.4.5	Modelo de Ordenadas e Declives como Respostas	55
2.2.4.6	Modelo com Declives variando não aleatoriamente	56
2.2.5	Extensões do MLH	57
2.2.5.1	O modelo linear hierárquico geral com 2 níveis	57
2.2.5.2	O modelo linear hierárquico de 3 níveis	58
2.3	Métodos de estimação para o modelo linear hierárquico	62
2.3.1	Modelo de nível único	64
2.3.2	Modelo linear hierárquico	66
2.3.2.1	Estimação dos parâmetros fixos (γ 's)	66
2.3.2.2	Estimação dos efeitos aleatórios (u 's)	68
2.3.2.3	Estimação dos componentes de variância – covariância (R e G)	69
2.3.3	Modelos logísticos para variáveis dependentes binárias	70
2.3.3.1	Coefficiente de Partição de Variância	71
2.4	Estimação Intervalar e Testes de Hipóteses	72
2.4.1	Estimação intervalar	72
2.4.2	Testes de Hipóteses	72
2.4.2.1	Testes de Hipóteses para Efeitos Fixos (γ)	73
2.4.2.2	Testes de Hipóteses para Efeitos Aleatórios (u)	74
2.4.2.3	Testes de Hipóteses para Variância e Componentes de Variância (R e G)	75
2.4.3	Comparação de modelos aninhados: <i>Deviance</i>	77
2.5	Seleccção de Modelos	78
2.5.1	<i>Deviance</i>	78
2.5.2	Coefficiente de Determinação – R^2	78
2.5.3	Diagnóstico DIC	79
2.6	Técnicas de Diagnóstico	81
2.6.1	Análise dos resíduos	81
2.6.2	Análise de pontos “extremos”	82
2.7	Modelo Logit (Multinível) para dados categorizados	82
2.8	Os modelos lineares hierárquicos são necessários?	85
2.8.1	Algumas limitações	86
2.8.2	Algumas precauções a ter	87
2.8.3	Algumas razões para ajustar um modelo linear hierárquico	87
Capítulo 3 – Metodologia		90
3	Metodologia	91
3.1	Classificação da Investigação	91
3.2	Seleccção da População – alvo	91
3.3	Recolha de Dados	92
3.4	Análise e Tratamento dos Dados	93
3.5	Procedimentos	93
Capítulo 4 – Aplicação do MLH na Área da Educação		94
4	Aplicação do MLH na Área da Educação	95
4.1	Amostra	95

4.2	Variáveis seleccionadas	97
4.2.1	Variável resposta	98
4.2.2	Definição de nível	98
4.2.2.1	Nível do Aluno	98
4.2.2.2	Nível da Escola	99
4.2.2.3	Nível de Distrito	99
4.2.3	Variáveis do estudo	99
Capítulo 5 – Modelos Estatísticos		105
5	Modelos Estatísticos	106
5.1	Preparação dos dados	106
5.2	Análise descritiva e estratégia de modelação	106
Capítulo 6 – Análise de resultados		108
6	Análise de resultados	109
6.1	Breve descrição dos dados recolhidos através dos questionários (ou breve perfil do aluno)	109
6.2	Do Modelo Base ao Modelo Final	111
6.2.1	Modelo de Regressão Logística de efeitos aleatórios	111
6.2.2	Modelo de Regressão Logística (considerado como base de estudo)	113
6.2.3	Modelo com a variável ZNOTAS_DC	125
6.2.4	Modelo com variáveis relacionadas com o agregado familiar e bens na habitação dos alunos	128
6.2.5	Modelo com variáveis que traduzem comportamentos dos alunos	136
6.2.6	Modelo com variáveis com o percurso escolar dos alunos e com o seu comportamento perante os estudos	141
6.2.7	Modelo com o conjunto das variáveis de contexto	144
6.2.8	Modelo com a variável Razão da Escolha do Curso (RAZAO)	149
6.2.8.1	Modelo com a categoria APTIDAO da variável RAZAO	149
6.2.8.2	Modelo com a categoria TRAD_FAM da variável RAZAO	150
6.2.8.3	Modelo com a categoria MODA da variável RAZAO	150
6.2.8.4	Modelo com a categoria VANT_ECON da variável RAZAO	151
6.2.8.5	Modelo com a categoria MEN_EXIG da variável RAZAO	151
6.2.8.6	Modelo com a categoria D_INSUC da variável RAZAO	152
6.2.8.7	Modelo com a categoria NTER_OPC da variável RAZAO	152
6.2.8.8	Modelo com a categoria OUT_RAZ da variável RAZAO	153
6.2.8.9	Modelo com a categoria VARIOS_IT da variável RAZAO	153
6.2.8.10	Modelo com o conjunto das categorias da variável RAZAO	154
6.2.9	Modelo com a variável CURSO/PROFISSÃO que o aluno desejaria ter no futuro	158
6.2.9.1	Modelo com a categoria ADMINST da variável CURSO	158
6.2.9.2	Modelo com a categoria E_P_LIB da variável CURSO	158
6.2.9.3	Modelo com a categoria TEC_N_INT da variável CURSO	159
6.2.9.4	Modelo com a categoria PES_SER_V da variável CURSO	159
6.2.9.5	Modelo com a categoria OP_ART_S da variável CURSO	160
6.2.9.6	Modelo com a categoria INDECISO da variável CURSO	161
6.2.9.7	Modelo com o conjunto de categorias da variável CURSO, sem a categoria INDECISO	162
6.2.10	Modelo com a variável PORQUÊ	164
6.2.10.1	Modelo com a categoria VOCACAO da variável PORQUÊ	164
6.2.10.2	Modelo com a categoria T_FAMIL da variável PORQUÊ	165

6.2.10.3	Modelo com a categoria ESTA_MODAL da variável PORQUÊ	165
6.2.10.4	Modelo com a categoria VANT_ECO da variável PORQUÊ	166
6.2.10.5	Modelo com a categoria FAC_EMP da variável PORQUÊ	166
6.2.10.6	Modelo com a categoria N_R_IND da variável PORQUÊ	167
6.2.10.7	Modelo com o conjunto de categorias da variável PORQUÊ, sem a categoria N_R_IND	167
6.2.11	Modelo com a variável EXPECTATIVA	170
6.2.11.1	Modelo com a categoria FORM_PROF da variável EXPECTATIVA	170
6.2.11.2	Modelo com a categoria FOR_TEO da variável EXPECTATIVA	171
6.2.11.3	Modelo com a categoria F_CONS_C da variável EXPECTATIVA	171
6.2.11.4	Modelo com a categoria VAR_ITENS da variável EXPECTATIVA	172
6.2.11.5	Modelo com o conjunto de categorias da variável EXPECTATIVA	173
6.2.12	Modelo com o conjunto das variáveis RAZÃO, CURSO, PORQUÊ e EXPECTATIVA	175
6.2.13	Modelo com o conjunto das variáveis RAZÃO, CURSO, PORQUÊ e EXPECTATIVA com a introdução da variável IMPORT_E	186
6.2.14	Modelo final	191
6.2.15	Modelo final simplificado	214
6.2.16	Modelo final com a variável IMPORT_E	219
Capítulo 7 - Comentário, Conclusões e Recomendações		225
7	Comentário, Conclusões e Recomendações	226
7.1	Comentário	226
7.2	Conclusões	226
7.3	Recomendações	227
Bibliografia		229
1	Referencias Bibliográficas	230
Anexos		239
Anexo 1 – Escolas Participantes		
Anexo 2 – Questionário		
Anexo 3 – Análise das Notas das Disciplinas Científicas		

Índice de Tabelas

Tabela 1: Três classes de Modelos Lineares Hierárquicos	48
Tabela 2: Descrição das variáveis seleccionadas	100
Tabela 3: Recodificação de variáveis	101
Tabela 4: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da <i>Deviance</i> (MCMC/DIC) do Modelo com efeitos aleatórios	118
Tabela 5: Matriz de Correlações para o nível 3	122
Tabela 6: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da <i>Deviance</i> (MCMC/DIC)	124
Tabela 7: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da <i>Deviance</i> (MCMC/DIC)	126
Tabela 8: Matriz de Correlações para o nível 3	126
Tabela 9: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da <i>Deviance</i> (MCMC/DIC)	132
Tabela 10: Matriz de Correlações para o nível 3	133
Tabela 11: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da <i>Deviance</i> (MCMC/DIC)	137
Tabela 12: Matriz de Correlações para o nível 3	138
Tabela 13: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da <i>Deviance</i> (MCMC/DIC)	142
Tabela 14: Matriz de Correlações para o nível 3	142
Tabela 15: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da <i>Deviance</i> (MCMC/DIC)	145
Tabela 16: Matriz de Correlações para o nível 3	146
Tabela 17: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da <i>Deviance</i> (MCMC/DIC)	154
Tabela 18: Matriz de Correlações para o nível 3	155
Tabela 19: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da <i>Deviance</i> (MCMC/DIC)	162
Tabela 20: Matriz de Correlações para o nível 3	163
Tabela 21: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da <i>Deviance</i> (MCMC/DIC)	168
Tabela 22: Matriz de Correlações para o nível 3	169
Tabela 23: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da <i>Deviance</i> (MCMC/DIC)	174
Tabela 24: Matriz de Correlações para o nível 3	174
Tabela 25: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da <i>Deviance</i> (MCMC/DIC)	176
Tabela 26: Matriz de Correlações para o nível 3	177
Tabela 27: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da <i>Deviance</i> (MCMC/DIC)	178
Tabela 28: Matriz de Correlações para o nível 3	178
Tabela 29: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da <i>Deviance</i> (MCMC/DIC)	180
Tabela 30: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da <i>Deviance</i> (MCMC/DIC)	181
Tabela 31: Matriz de Correlações para o nível 3	181
Tabela 32: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da <i>Deviance</i> (MCMC/DIC)	182
Tabela 33: Matriz de Correlações para o nível 3	182
Tabela 34: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da <i>Deviance</i> (MCMC/DIC)	189
Tabela 35: Matriz de Correlações para o nível 3	190
Tabela 36: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da <i>Deviance</i> (MCMC/DIC)	194
Tabela 37: Matriz de Correlações para o nível 3	194
Tabela 38: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da <i>Deviance</i> (MCMC/DIC)	216
Tabela 39: Matriz de Correlações para o nível 3	216
Tabela 40: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da <i>Deviance</i> (MCMC/DIC)	221
Tabela 41: Matriz de Correlações para o nível 3	222

Índice de Figuras

Figura 1 – Estrutura hierárquica dos dados educacionais.	10
Figura 2.1 – Estrutura de dados multinível com classificação hierárquica	11
Figura 2.2 – Estrutura de dados multinível com classificação cruzada	11
Figura 2.3 – Estrutura de dados multinível com classificação biográfica	12
Figura 3 – Diagrama acerca dos Determinantes Multinível da Educação.	14
Figura 4: Relação entre a resposta Y_i e a variável explicativa X_i para uma hipotética escola	26
Figura 5: Relação entre a resposta Y_i e a variável exploratória X_i para duas hipotéticas escolas	28
Figura 6 – Relação entre a resposta Y_{ij} e a variável explicativa X_{ij} para várias escolas	29
Figura 7 – Relação entre a resposta Y_{ij} e a variável explicativa X_{ij} para várias escolas	30
Figura 8 – Relação entre a resposta Y_{ij} e a variável explicativa X_{ij} para várias escolas	30
Figura 9: Dados com estrutura hierárquica com dois níveis	31
Figura 10: Dados com estrutura hierárquica com três níveis	59
Figura 11: Situação geográfica da Região alvo de estudo	95
Figura 12: As cores representam os Concelhos onde houve Escolas com respostas: cor azul, representa o Litoral e a cor verde o Interior	95
Figura 13: Distrito de Lisboa	96
Figura 14: Distrito de Leiria	96
Figura 15: Distrito de Setúbal	96
Figura 16: Distrito de Santarém	96
Figura 17: Modelo de Regressão Logística, sem variáveis, com estimação RIGLS	112
Figura 18: Modelo de Regressão Logística, sem variáveis, com estimação RIGLS	112
Figura 19: Modelo de Regressão Logística, sem variáveis, com estimação MCMC	113
Figura 20: Modelo de Regressão Logística com as variáveis SEXO, CURSO e D_IDADE,	115
Figura 21: Modelo de Regressão Logística com as variáveis URBANA e SUB_URB, com estimação RIGLS	115
Figura 22: Modelo de Regressão Logística com as variáveis MeDIDA_T e MeDIDA_E, com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)	116
Figura 23: Modelo de Regressão Logística, com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)	116
Figura 24: Modelo de Regressão Logística, com estimação MCMC (Output do MLwiN 2.02)	117
Figura 25: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo <i>caterpillar</i> - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (Output do MLwiN 2.02)	118
Figura 26: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados	119
Figura 27.1: Gráficos dos resíduos e dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (Output do MLwiN 2.02)	120
Figura 27.2: Gráficos dos resíduos e dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (Output do MLwiN 2.02)	120
Figura 27.3: Gráficos dos resíduos deletion do nível 3 – emparelhados (Output do MLwiN 2.02)	121
Figura 28: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria PSICOL) (Output do MLwiN 2.02)	122
Figura 29: Janela das trajectórias para o parâmetro β_0 (Output do MLwiN 2.02)	123

Figura 30: Modelo de Regressão Logística, com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	123
Figura 31: Modelo de Regressão Logística, com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	124
Figura 32: Modelo de Regressão Logística, com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	125
Figura 33: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo caterpillar - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	126
Figura 34: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados	127
Figura 35.1: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	127
Figura 35.2: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	127
Figura 35.3: Gráficos dos valores <i>leverage</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	127
Figura 35.4: Gráficos dos resíduos <i>deletion</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	128
Figura 35.5: Gráficos dos valores da <i>influence</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	128
Figura 36: Modelo de Regressão Logística, com estimação RIGLS (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	129
Figura 37: Modelo de Regressão Logística, com estimação RIGLS (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	129
Figura 38: Modelo de Regressão Logística, com estimação RIGLS (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	130
Figura 39: Modelo de Regressão Logística, com estimação RIGLS (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	130
Figura 40: Modelo de Regressão Logística, com estimação RIGLS (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	131
Figura 41: Modelo de Regressão Logística, com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	132
Figura 42: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo <i>caterpillar</i> - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	133
Figura 43: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados	134
Figura 44.1: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	134
Figura 44.2: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	134
Figura 44.3: Gráficos dos valores <i>leverage</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	134
Figura 44.4: Gráficos dos resíduos <i>deletion</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	135
Figura 44.5: Gráficos dos valores da <i>influence</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	135
Figura 45: Modelo de Regressão Logística, com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	137
Figura 46: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo <i>caterpillar</i> - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	138
Figura 47: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados	139
Figura 48.1: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	139
Figura 48.2: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	139

Figura 48.3: Gráficos dos valores <i>leverage</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	139
Figura 48.4: Gráficos dos resíduos <i>deletion</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	140
Figura 48.5: Gráficos dos valores da <i>influence</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	140
Figura 49: Modelo de Regressão Logística, com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	141
Figura 50: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo <i>caterpillar</i> - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	142
Figura 51: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados	143
Figura 52.1: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	143
Figura 52.2: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	143
Figura 52.3: Gráficos dos valores <i>leverage</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	143
Figura 52.4: Gráficos dos resíduos <i>deletion</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	144
Figura 52.5: Gráficos dos valores da <i>influence</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	144
Figura 54: Modelo de Regressão Logística, com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	145
Figura 55: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo <i>caterpillar</i> - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	146
Figura 56: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados	147
Figura 57.1: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	147
Figura 57.2: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	147
Figura 57.3: Gráficos dos valores <i>leverage</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	147
Figura 57.4: Gráficos dos resíduos <i>deletion</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	148
Figura 57.5: Gráficos dos valores da <i>influence</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	148
Figura 58.1: Modelo de Regressão Logística para a categoria APTIDAO com estimação RIGLS (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	149
Figura 58.2: Modelo de Regressão Logística para a categoria TRAD_FAM com estimação RIGLS (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	150
Figura 58.3: Modelo de Regressão Logística para a categoria MODA com estimação RIGLS (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	150
Figura 58.4: Modelo de Regressão Logística para a categoria VANT_ECON com estimação RIGLS (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	151
Figura 58.5: Modelo de Regressão Logística para a categoria MEN_EXIG com estimação RIGLS (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	151

Figura 58.6: Modelo de Regressão Logística para a categoria D_INSUC com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)	152
Figura 58.7: Modelo de Regressão Logística para a categoria NTER_OPC com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)	152
Figura 58.8: Modelo de Regressão Logística para a categoria OUT_RAZ com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)	153
Figura 58.9: Modelo de Regressão Logística para a categoria VARIOS_IT com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)	153
Figura 58.10: Modelo de Regressão Logística para o conjunto de categorias da variável RAZAO, com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	154
Figura 59: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo <i>caterpillar</i> - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	155
Figura 60: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados	156
Figura 61: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	157
Figura 62.1: Modelo de Regressão Logística para a categoria ADMINST com estimação MCMC (Output do MLwiN 2.02)	158
Figura 62.2: Modelo de Regressão Logística para a categoria E_P_LIB com estimação MCMC (Output do MLwiN 2.02)	158
Figura 62.3: Modelo de Regressão Logística para a categoria T_N_INT com estimação MCMC (Output do MLwiN 2.02)	159
Figura 62.4: Modelo de Regressão Logística para a categoria PES_SER_V com estimação MCMC (Output do MLwiN 2.02)	159
Figura 62.5: Modelo de Regressão Logística para a categoria OP_ART_S com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)	160
Figura 62.6: Modelo de Regressão Logística para a categoria INDECISO com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)	161
Figura 62.7: Modelo de Regressão Logística para o conjunto de categorias da variável CURSO com estimação MCMC (Output do MLwiN 2.02)	162
Figura 63: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo <i>caterpillar</i> - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	163
Figura 64.1: Modelo de Regressão Logística para a categoria VOCACAO com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)	164
Figura 64.2: Modelo de Regressão Logística para a categoria T_FAMIL com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)	165
Figura 64.3: Modelo de Regressão Logística para a categoria ESTA_MODA com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)	165
Figura 64.4: Modelo de Regressão Logística para a categoria VANT_ECO com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)	166
Figura 64.5: Modelo de Regressão Logística para a categoria FAC_EMP com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)	166
Figura 64.6: Modelo de Regressão Logística para a categoria N_R_IND com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)	167
Figura 64.7: Modelo de Regressão Logística para o conjunto de categorias da variável PORQUÊ com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	168

Figura 65: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo <i>caterpillar</i> - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	169
Figura 66.1: Modelo de Regressão Logística para a categoria FORM_PROFO com estimação RIGLS_ (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	170
Figura 66.2: Modelo de Regressão Logística para a categoria FOR_TEO com estimação RIGLS (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	171
Figura 66.3: Modelo de Regressão Logística para a categoria F_CONS_C com estimação RIGLS (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	171
Figura 66.4: Modelo de Regressão Logística para a categoria VAR_ITENS com estimação RIGLS (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	172
Figura 67: Modelo de Regressão Logística para o conjunto de categorias da variável EXPECTATIVA com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	173
Figura 68: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo <i>caterpillar</i> - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	175
Figura 69: Modelo de Regressão Logística para o conjunto de categorias das variáveis RAZÃO e CURSO com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	176
Figura 70: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo <i>caterpillar</i> - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	177
Figura 71: Modelo de Regressão Logística para o conjunto de categorias das variáveis RAZÃO, CURSO e PORQUÊ, com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	178
Figura 72: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo <i>caterpillar</i> - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	179
Figura 73: Modelo de Regressão Logística para o conjunto das variáveis, com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	180
Figura 74: Modelo de Regressão Logística para o conjunto das variáveis, com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	181
Figura 75: Modelo de Regressão Logística para o conjunto das variáveis, com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	182
Figura 76: Modelo de Regressão Logística para o conjunto das variáveis, com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	183
Figura 77: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo <i>caterpillar</i> - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	183
Figura 78: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados	184
Figura 79.1: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	184
Figura 79.2: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	184

Figura 79.3: Gráficos dos valores <i>leverage</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	184
Figura 79.4: Gráficos dos resíduos <i>deletion</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	185
Figura 79.5: Gráficos dos valores da <i>influence</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	185
Figura 80: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria PSICOL) (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	185
Figura 81: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria SOZINHO) (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	186
Figura 82: Modelo de Regressão Logística para o conjunto das variáveis, com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	187
Figura 83: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo <i>caterpillar</i> - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	188
Figura 84: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados	188
Figura 85.1: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	188
Figura 85.2: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	189
Figura 85.3: Gráficos dos valores <i>leverage</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	189
Figura 85.4: Gráficos dos resíduos <i>deletion</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	189
Figura 85.5: Gráficos dos valores da <i>influence</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	189
Figura 86: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria PSICOL) (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	190
Figura 87: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria SOZINHO) (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	191
Figura 88.1: Modelo de Regressão Logística para o conjunto das variáveis, com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	192
Figura 88.2: Modelo de Regressão Logística para o conjunto das variáveis, com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	193
Figura 89: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo <i>caterpillar</i> - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	194
Figura 90: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados	195
Figura 91.1: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	195
Figura 91.2: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	195
Figura 91.3: Gráficos dos valores <i>leverage</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	195
Figura 91.4: Gráficos dos resíduos <i>deletion</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	196

Figura 91.5: Gráficos dos valores da <i>influence</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	196
Figura 92: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria PSICOL) (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	196
Figura 93: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria SOZINHO) (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	197
Figura 94.1: Janela das trajetórias para o parâmetro β_0 (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	198
Figura 94.2: Janela das trajetórias para o parâmetro β_1 (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	198
Figura 94.3: Janela das trajetórias para o parâmetro β_2 (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	199
Figura 94.4: Janela das trajetórias para o parâmetro β_3 (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	199
Figura 94.5: Janela das trajetórias para o parâmetro β_4 (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	199
Figura 94.6: Janela das trajetórias para o parâmetro β_5 (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	200
Figura 94.7: Janela das trajetórias para o parâmetro β_8 (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	200
Figura 94.8: Janela das trajetórias para o parâmetro β_9 (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	200
Figura 94.9: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{10} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	201
Figura 94.10: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{11} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	201
Figura 94.11: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{12} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	201
Figura 94.12: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{13} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	202
Figura 94.13: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{14} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	202
Figura 94.14: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{15} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	202
Figura 94.15: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{16} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	203
Figura 94.16: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{17} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	203
Figura 94.17: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{18} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	203
Figura 94.18: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{19} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	204
Figura 94.19: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{20} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	204
Figura 94.20: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{21} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	204
Figura 94.21: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{22} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	205
Figura 94.22: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{23} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	205
Figura 94.23: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{24} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	205
Figura 94.24: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{25} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	206
Figura 94.25: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{26} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	206
Figura 94.26: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{27} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	206
Figura 94.27: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{28} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	207
Figura 94.28: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{29} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	207
Figura 94.29: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{30} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	207
Figura 94.30: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{31} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	208
Figura 94.31: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{32} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	208
Figura 94.32: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{33} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	208
Figura 94.33: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{34} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	209
Figura 94.34: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{35} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	209

Figura 94.35: Janela das trajectórias para o parâmetro β_{36} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	209
Figura 94.36: Janela das trajectórias para o parâmetro β_{37} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	210
Figura 94.37: Janela das trajectórias para o parâmetro β_{38} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	210
Figura 94.38: Janela das trajectórias para o parâmetro β_{39} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	210
Figura 94.39: Janela das trajectórias para o parâmetro β_{40} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	211
Figura 94.40: Janela das trajectórias para o parâmetro β_{41} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	211
Figura 94.41: Janela das trajectórias para o parâmetro β_{42} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	211
Figura 94.42: Janela das trajectórias para o parâmetro β_{43} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	212
Figura 94.43: Janela das trajectórias para o parâmetro β_{44} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	212
Figura 94.44: Janela das trajectórias para o parâmetro β_{45} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	212
Figura 94.45: Janela das trajectórias para o parâmetro σ_{v2}^2 (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	213
Figura 94.46: Janela das trajectórias para o parâmetro σ_{v32} (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	213
Figura 94.47: Janela das trajectórias para o parâmetro σ_{v3}^2 (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	213
Figura 94.48: Janela das trajectórias para o parâmetro σ_{e1}^2 (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	214
Figura 95: Modelo de Regressão Logística para o conjunto das variáveis, com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	215
Figura 96: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo <i>caterpillar</i> - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	216
Figura 97: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados	217
Figura 98.1: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	217
Figura 98.2: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	217
Figura 98.3: Gráficos dos valores <i>leverage</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	217
Figura 98.4: Gráficos dos resíduos <i>deletion</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	218
Figura 98.5: Gráficos dos valores da <i>influence</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	218
Figura 99: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria PSICOL) (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	218
Figura 100: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria SOZINHO) (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	219
Figura 101: Modelo de Regressão Logística para o conjunto das variáveis, com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	220
Figura 102: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo <i>caterpillar</i> - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	221
Figura 103: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados	222
Figura 104.1: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	222

Figura 104.2: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	222
Figura 104.3: Gráficos dos valores <i>leverage</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	222
Figura 104.4: Gráficos dos resíduos <i>deletion</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	223
Figura 104.5: Gráficos dos valores da <i>influence</i> do nível 3 – emparelhados (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	223
Figura 105: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria PSICOL) (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	223
Figura 106: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria SOZINHO) (<i>Output</i> do MLwiN 2.02)	224

Capítulo 1 – Objecto de Investigação

1 Objecto de Investigação

Introdução

A tomada de consciência da sociedade em geral para a importância da formação escolar e o desenvolvimento económico e industrial do país nas últimas décadas vieram originar, por consequência, o alargamento da escolaridade obrigatória em Portugal, em 1986. Esta medida contribuiu para que a heterogeneidade e a diversidade cultural fossem uma realidade na população escolar (Cortesão, 1998, citado por Piscarreta, 2002). Na escola, já não se encontra só uma “elite”, os filhos das famílias economicamente mais favorecidas, ou os alunos que estão motivados para a obtenção de uma escolaridade superior. Encontra-se também, todo um conjunto de alunos, filhos de famílias mais carenciadas, com outros interesses e motivações que, portanto, dão origem a turmas bastante heterogéneas onde os interesses, os níveis sócio-culturais, as aptidões e os recursos, são diferentes e multi-diversificados.

Interessa portanto averiguar se a escola tem respondido e/ou contribuído e se poderá responder às carências de qualificações decorrentes das mutações sociais e tecnológicas entretanto operadas. É extremamente relevante investigar qual é, por conseguinte, a influência da Escola Pública nas escolhas profissionais e qual a importância que daí advém na posterior inserção social e profissional dos alunos.

A igualdade de acesso que a escola oferece não é, geralmente acompanhada por uma igualdade de sucesso dos alunos que a frequentam (Cortesão, 1998, citado por Piscarreta, 2002). Vários são os factores (o contexto) que contribuem e influenciam o aparecimento do tão propalado fenómeno «insucesso escolar», tais como, o meio socio-cultural, a família, os pares, os *media*, ou, também, algum professor ou certa disciplina; de certa forma, a escola no seu todo. São vários os estudos já realizados sobre este assunto. Por isso, não vamos analisar este assunto com grande profundidade, mas antes, o objecto de investigação será procurar recolher e analisar informações relevantes acerca das perspectivas profissionais dos alunos (no caso, do 10º ano de escolaridade) e da importância do papel da escola em futuras decisões

dos mesmos. Porque todo o aluno acabará, mais tarde ou mais cedo, por fazer parte integrante da sociedade e contribuir com o seu esforço e labor para o progresso e desenvolvimento do país em que está inserido. É certo que alguns, se não todos, os factores anteriormente apontados também contribuem, influenciam e condicionam de alguma maneira as decisões dos alunos. Ou seja, directa e/ou indirectamente, eles vão ser tomados em conta, pelo que, o estudo pode vir a ter, também, papel contributivo relevante para o citado fenómeno «insucesso escolar».

1.1 Definição do Problema

Questões de Partida:

- Quais as perspectivas profissionais dos alunos?
- Qual é a importância do papel da escola em futuras decisões e em que medida a escola apoia (influencia) essas decisões?

1.2 Objectivos da Investigação

- Identificar as «ideias» dos alunos quanto às suas perspectivas profissionais.
- Identificar as dificuldades (ou não) dos alunos na sua escolha.
- Averiguar qual é o papel que a escola tem nesse processo de opinião e decisão.
- Que apoio (influência) e importância tem a escola nessas decisões?
- Que outros factores, latentes ou não, podem também ter influência decisiva no processo.

1.3 Justificação do Estudo

O sistema educacional de um país é um conjunto de instituições fundamental para o seu desenvolvimento sócio-económico. A educação, em particular, ocupa uma posição central na nossa visão sobre o processo de crescimento económico (...) É natural, portanto, que uma melhor compreensão dos determinantes do desempenho educacional dos alunos seja de grande interesse académico e de política pública (Albernaz et al, 2002).

O objectivo deste estudo é contribuir para esta maior compreensão, desde logo, através da análise e estudo das perspectivas profissionais dos alunos e da relevância do papel que a escola pode e deve ter nessa decisão.

1.4 Limitações do Estudo

Dado o interesse do estudo é uma limitação não o poder fazer a nível nacional. Por isso mesmo, também não poder analisar dicotomias do tipo: interior/litoral, cidade/campo, etc. Ou, escolas com envolvimento social notoriamente diferente (isto implicava *a priori* outro tipo de estudo).

Outros aspectos limitativos do estudo prendem-se com questões temporais e ainda com a disponibilidade dos participantes.

O estudo limitou-se a análises em 4 distritos incompletos; Lisboa, Setúbal, Santarém e Leiria.

1.5 Organização da Tese

Este trabalho está organizado em 3 volumes. O volume I é o corpo principal sendo os outros dois, volumes de anexos. O volume I compõe-se de 7 capítulos. O capítulo 1 é uma introdução ao objectivo de investigação; no capítulo 2 faz-se o enquadramento teórico dos modelos lineares hierárquicos; no capítulo 3 descreve-se a metodologia de investigação resumidamente; introduz-se a aplicação dos MLH na área da Educação no capítulo 4; abordam-se os modelos estatísticos a aplicar no capítulo 5; a análise de resultados no capítulo 6 e no capítulo 7 faz-se uma breve discussão do trabalho, salientam-se as conclusões e sugere-se caminhos para futura investigação. Os volumes 2 e 3 são volumes de análise descritiva dos dados e de modelos introdutórios ao estudo.

1.6 Revisão de Literatura

A revisão de literatura respeitante à área do estudo, quer de natureza teórica, quer de natureza investigativa, constitui uma componente fundamental do processo de investigação (Hermano e Ferreira, 1998).

O nosso trabalho centra-se no enquadramento teórico de resposta à questão fundamental: “Qual a relevância do apoio da Escola nas perspectivas profissionais dos alunos do 10º ano de escolaridade”. Investigámos portanto alguns trabalhos na área da Educação que de algum modo estivessem ligados com a temática em estudo.

Em Ramos, L.C. (1992) a autora aborda a temática da Escola na inserção social e profissional dos jovens. Compara e analisa discursos e representações dos diversos actores sociais intervenientes; alunos, professores, pais, autarcas, sindicalistas e empresários. Apresenta um questionário aos alunos e depois, através de entrevistas, com os outros elementos, vai comparar “um conjunto de opiniões e posicionamentos sobre as respostas que o Sistema Regular de Ensino deverá dar às carências de qualificações, decorrentes das mutações sociais e tecnológicas dos anos 70 e 80” (p. II, do Vol. I.). A autora questiona sobretudo se “os cursos técnico-profissionais/cursos tecnológicos poderiam ter um papel decisivo na articulação entre estratégias de formação e estratégias de desenvolvimento das regiões no quadro do projecto da construção europeia (p. II, Vol.I)” então em voga, dada a revisão do ensino anteriormente havida e a integração de Portugal na União Europeia.

Piscarreta (2002) faz uma abordagem sobre as representações sociais da Matemática em alunos do 9º ano de escolaridade. O insucesso académico na disciplina de Matemática é o foco principal desta dissertação. Apresenta um estudo comparativo e descritivo, e uma análise com base na recolha de dados de 4 turmas (de cada uma das duas escolas), através de um questionário. Daí parte para a entrevista a dois pares de alunos em que as representações que tem da Matemática são antagónicas. Diz a autora a p.234:

«O insucesso na disciplina de Matemática está ligado com as representações sociais que os alunos vão construindo desde os primeiros contactos sociais, nomeadamente com a família, os amigos e os media. A imagem negativa que muitos alunos têm da Matemática, mesmo antes de entrarem para a escola, é extremamente influenciada pelo meio social (Piscarreta & César, 2001a). E mesmo depois de iniciada a vida escolar, o sucesso ou insucesso nesta disciplina vai influenciar a representação social que os alunos terão desta disciplina (Oliveira, Teles e César, 2002)»

Já Pessoa (2003) define um modelo teórico para o aluno de sucesso e, todos os outros alunos que saem fora deste modelo pelas mais diversas razões apontadas são considerados alunos com insucesso. Através de um questionário ele vai identificando as diversas

componentes das variáveis que formam ou influenciam esse aluno modelo partindo, depois, para algumas conclusões retiradas de um estudo quantitativo exaustivo. Confirmam-se algumas das hipóteses e afirmações feitas em Piscarreta.

Muitos outros autores se debruçam sobre temáticas na área de Ensino, embora muitos deles senão a maioria, debruçam sobretudo a sua atenção sobre a eficácia escolar, nomeadamente no estudo de quais os efeitos precedentes que levam à desigualdade de resultados em Educação. São várias as referências que encontramos para a pesquisa de modelos que permitam explicar o rendimento dos alunos, desde Coleman (1966), aos mais recentes Ruiz de Miguel e Castro Morera (2006). Destacamos ainda o trabalho de Ferrão, M.E. (2003), onde são introduzidos e desenvolvidos modelos de regressão multinível em educação.

A ênfase pode ser colocada tanto na escola como na aula. Outros autores preferem abordar o contexto ou os recursos, factores que tendem a ter influência na eficácia das escolas e dos alunos. Daí aparecerem termos muito referidos como: escola eficaz ou escola de qualidade.

As variáveis de entrada dos diversos estudos são persistentemente:

- sobre características pessoais do aluno (sexo, estrutura do agregado familiar, nível sócio-económico e sócio-cultural da família, ou da escola, percurso escolar, expectativas que têm sobre a sua formação académica);
- sobre os recursos existentes e colocados à disposição das escolas (materiais, pedagógicos e relativos ao pessoal); ou,
- sobre características contextuais como a localização da escola, tipo de bairro onde o aluno habita, grupo de pares, etc.

Todas elas devem ser levadas em conta num modelo, onde depois se procura encontrar as fontes de variação, ou identificar factores que contribuam para a eficácia escolar, que possam ser susceptíveis de manipulação e que também possam desempenhar um papel preponderante na influência ou contribuição do rendimento escolar dos alunos e das escolas.

Em muitos trabalhos científicos, nomeadamente, nas Ciências Sociais, as populações investigadas têm uma estrutura hierárquica, ou seja, os indivíduos em estudo estão agrupados em unidades de nível mais baixo, que por sua vez pertencem a unidades de um nível mais alto e assim sucessivamente.

Em particular, na Educação «encontra-se, frequentemente, este tipo de planeamento, pois cada aluno está subordinado a uma turma que, por sua vez, está subordinada a um ano de escolaridade que, por sua vez, está subordinada a uma Escola, etc.» (Ferreira, J., 2004).

Em modelos de regressão tradicionais, existe a suposição de independência entre indivíduos mas, quando os dados estão dispostos segundo uma estrutura hierárquica, os indivíduos de um mesmo nível, pertencentes a uma unidade de nível mais elevado, raramente são independentes; partilham de um mesmo ambiente ou apresentam características semelhantes. Passa a existir uma correlação entre os níveis que é contemplada pelos modelos lineares hierárquicos (MLH).

Ruiz de Miguel (2006) e Ravines (2003) citam Draper (1995), afirmando que este,

«... argumenta que o uso de MHs tem três vantagens claras sobre outros métodos utilizados na análise de dados de Ciências Sociais. Primeiro, os MHs fornecem um ambiente natural onde expressar e comparar teorias sobre possíveis relações estruturais entre variáveis de cada nível. Segundo, o ajuste de MLH produz avaliações de incerteza melhor calibradas na presença de correlações intra-classe positivas típicas das Ciências Sociais. Finalmente, os MLH oferecem “framework” explícito para expressar a permutabilidade das unidades permitindo combinar informação sobre unidades de diferentes níveis (por exemplo, alunos e escolas) para a obtenção de predições bem calibradas».

Bergamo (2002) refere que

«... a utilização de modelos multiníveis está relacionada com um estudo com crianças do ensino fundamental conduzido nos anos 70 na Inglaterra por Bennett (1976)».

Posteriormente outros investigadores desenvolveram estes modelos, entre eles: Aitkin & Longdorf (1986), Bryk & Raudenbush (1992), Longdorf (1993), Goldstein (1995).

Actualmente, o desenvolvimento destes modelos, para além da Educação, está virado para as mais diversas áreas da Ciência.

Capítulo 2 – Enquadramento Teórico

2 Enquadramento Teórico

2.1 Modelação de dados com estrutura hierárquica (tipos de aninhamento ou hierarquia)

2.1.1 Introdução

As pessoas (e em certos casos também outras criaturas vivas) vivem normalmente em estruturas organizacionais, tais como famílias, escolas, empresas, igrejas, cidades, estados e países. Por exemplo:

- Os trabalhadores existem organizados em unidades de produção, de conhecimento, de classe, ou em regiões geográficas.
- Os trabalhadores de saúde convivem em casas, famílias, nas práticas médicas ou cuidados de saúde, em hospitais, em concelhos; em regiões ou países.
- Os estudantes vivem em família, convivem em grupo de pares, partilham turmas, anos de escolaridade, escolas, regiões administrativas escolares, vivem em países (Osborne, 2000).

Este tipo de estruturas, ou reagrupamentos, de indivíduos existe em todas as sociedades humanas, que, embora sendo diferentes entre si, têm algo em comum que os caracteriza – podem existir diversos tipos de ligações entre os diferentes indivíduos, ou grupos de indivíduos, ou níveis. As ligações têm muitas vezes uma estrutura hierárquica. Por isto, entende-se que os dados contêm informação acerca das unidades de observação de vários níveis¹ onde as unidades do nível mais baixo² estão aninhadas nas unidades do nível mais elevado³ o que perfaz uma hierarquia⁴. Ou seja, os dados são constituídos por níveis aninhados⁵ uns nos outros, onde as unidades de nível inferior (ou micro unidades) pertencem somente a uma unidade do nível superior (ou macro unidade).

¹ Para uma definição de níveis mais pormenorizada, consultar Courgeau, D. (2004).

² Ou micro nível, ou nível inferior.

³ Ou macro nível, ou nível superior.

⁴ Como veremos mais adiante, nem sempre os dados aninhados têm uma estrutura hierárquica.

⁵ “*Nested levels*” na bibliografia anglo-saxónica.

Em Educação, tem-se um exemplo clássico: os alunos (descritos por notas, estatuto social, idade, etc.) pertencem às turmas ou cursos (e cada aluno não pertence a mais do que a uma turma ou curso) que, por sua vez, podem ser caracterizadas por observações próprias (médias das notas, por exemplo) ou segundo os professores, e as turmas ou cursos pertencem às escolas (e cada turma não faz parte de mais do que de uma escola), e as escolas estão agrupadas nas Direções Regionais de Educação que por sua vez dependem, em última análise, do Ministério da Educação. A figura 1 representa este exemplo numa forma piramidal.



Figura 1 – Estrutura hierárquica dos dados educacionais.
Fonte: Adaptado de Plewis (1997)

Evidentemente, existem «outros tipos de dados hierarquizados: os acusados e os juízes; os habitantes, os bairros e os municípios; os eleitores, os cantões, os departamentos e as regiões, etc. (Bressoux, 2000)». Mas é, sobretudo, no meio escolar, que a análise destas estruturas hierarquizadas se revela particularmente útil⁶.

2.1.2 Tipos de aninhamento ou hierarquia

Existem diversos tipos de aninhamento ou hierarquia (Courgeau, 2004: 100). Temos de considerar dois casos em que as observações estão situadas:

1º – num determinado momento (**observações do momento** ou transversais); e,

⁶ Bauer (2004: 2) pergunta se “este tipo de estrutura não viola o pressuposto de independência das observações? Se as observações são independentes, nunca dois alunos serão mais ou menos similares a outros quaisquer dois alunos. Todavia, aqui, dois quaisquer alunos podem ser similares, um ao outro, *porque eles partilham o mesmo professor*; quaisquer duas turmas podem ser similares, uma à outra, *porque partilham a mesma escola*.”

2º – ao longo do tempo ou da vida dos indivíduos (**observações longitudinais**⁷ ou biográficas).

Nas observações do momento tem-se:

- a *classificação hierárquica* onde as ligações entre níveis são mais simples e directas;
e,

- a *classificação cruzada* onde as ligações entre níveis são mais complexas.

Enquanto que, nas observações longitudinais temos

- a *classificação biográfica*, em que, por exemplo, diversas observações ou tratamentos num mesmo indivíduo são analisadas em situações ou locais diferentes.

Estamos somente interessados na primeira.

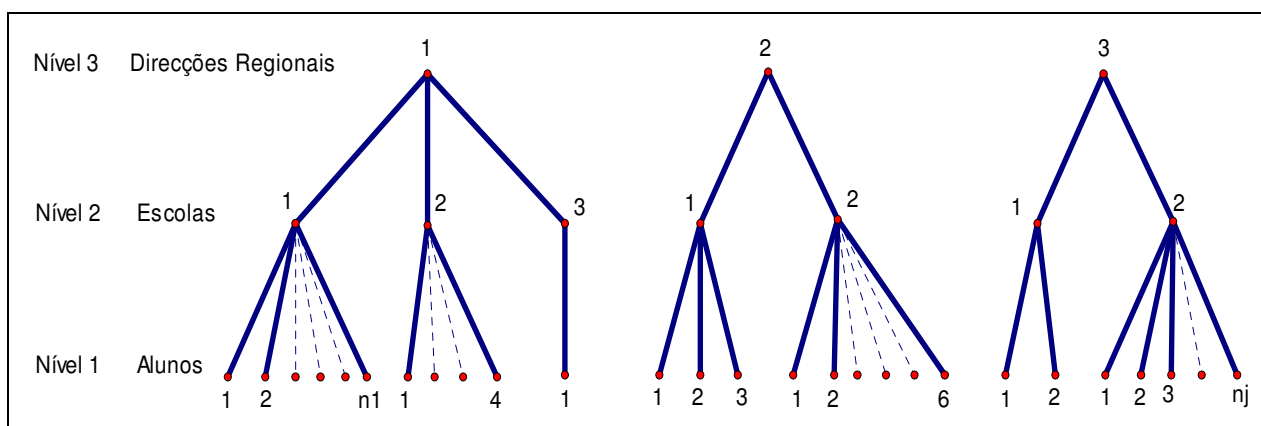


Figura 2.1 – Estrutura de dados multinível com classificação hierárquica

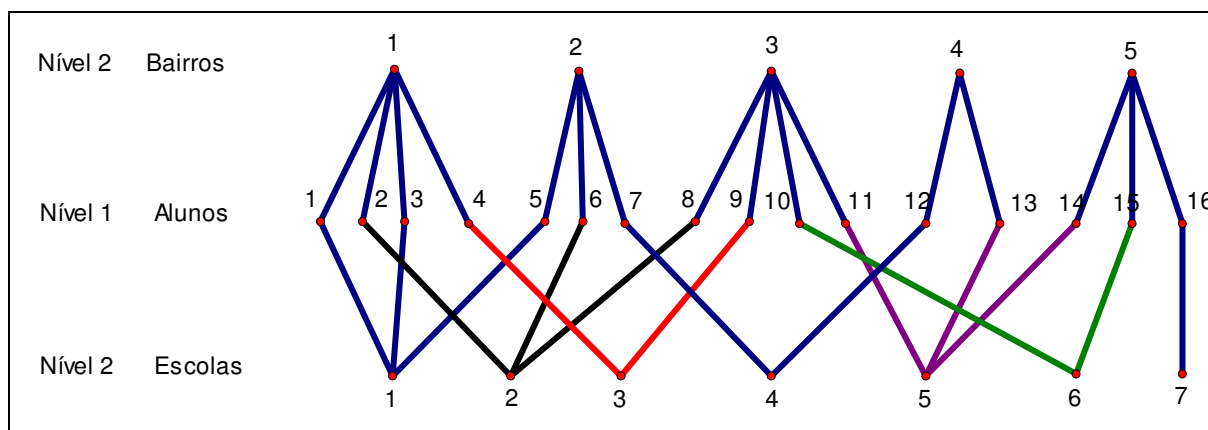


Figura 2.2 – Estrutura de dados multinível com classificação cruzada

⁷ Por exemplo, segundo Plewis (1997: 7) «podemos estar interessados em saber se determinada experiência em Educação induziu uma melhoria de um qualquer problema detectado, através da introdução ou intervenção de alguma espécie. Contudo, muitas vezes, estamos interessados em perceber naturalmente a mudança ou desenvolvimento educacional. Estudos longitudinais são então essenciais, recolhendo-se os dados das mesmas unidades (alunos, professores, etc.) em mais do que uma ocasião. Isto permite-nos estudar ambas as variações: entre unidades e dentro das unidades, tal como, por exemplo, a aquisição de leitura com a mudança de idade.»

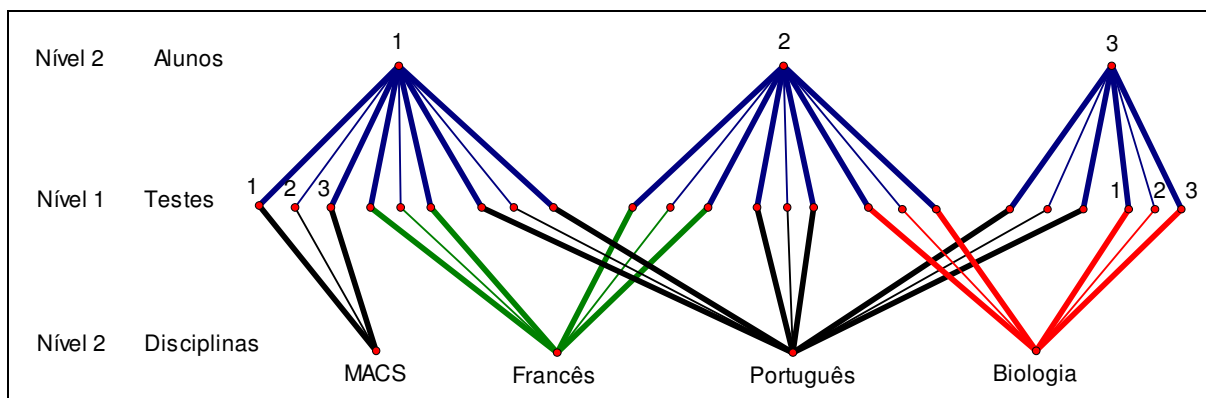


Figura 2.3 – Estrutura de dados multinível com classificação biográfica

Também Delaunay (2003a: 3-6) faz uma apresentação quase exaustiva das possíveis disposições e relações dos indivíduos e dos grupos. Assim, quanto à sua natureza os reagrupamentos podem ser do tipo (Delaunay, 2003):

- *Espacial* – bairros, comunidades.
- *Organizacional* – empresas, ramos de actividade, escolas.
- *Social* – redes, seitas, religiões.
- *Temporal* – segundo muitas modalidades:
 - Observações transversais feitas em diferentes momentos referentes a populações diferentes.
 - Em painel, onde o indivíduo constitui um contexto para as medidas sucessivas que o comportam. As medidas temporais referem-se às observações de nível 1 e os lugares ao nível 3. Estrutura muito usada em análise longitudinal ou biográfica.
 - Os modelos multivariados, quer sejam biográficos ou não, apresentam uma estrutura hierárquica: se conseguirmos explicar a variação de muitas “respostas” para um indivíduo, este faz contexto para elas; elas estão ligadas entre si pela sua origem.
 - Situações mais complexas e, sobretudo, de mais difícil tratamento: as estruturas cruzadas.

E, ainda, Longford (1993) nos dá exemplos de tais estruturas que incluem: *dados longitudinais* onde várias observações estão aninhadas nos indivíduos; *dados cruzados* a nível nacional onde as observações estão aninhadas em unidades geográficas, políticas ou

administrativas; *dados de amostras*⁸ onde os respondentes estão aninhados sob um entrevistador; e *dados de testes* dos alunos em escolas.

2.1.3 Alguns problemas a ter em conta na análise dos dados hierárquicos

2.1.3.1 A não-independência dos dados

Ao recolhermos os dados de uma amostra de indivíduos (alunos) que vivem em hierarquia, verifica-se que estes têm tendência a apresentarem características mais similares uns com os outros, do que aqueles que são amostrados aleatoriamente a partir de uma população inteira. No nosso caso, os alunos de uma determinada turma, por exemplo,

«são mais similares uns com os outros do que com aqueles que são amostrados aleatoriamente de uma população de um distrito, como um todo. Isto explica-se porque os alunos não são agrupados aleatoriamente em turmas a partir dessa população mas sim, são agrupados em turmas de uma determinada escola, baseados, sobretudo, por factores geográficos. Por conseguinte, estes alunos tendem a vir de uma comunidade, ou segmento de comunidade, que será mais homogénea, por exemplo, em termos de valores, ou de estatuto sócio-económico, ou raça ou etnia, do que será a população na sua totalidade. Tem-se, por conseguinte, um problema de dependência a nível dos dados devido a estes alunos apresentarem, de alguma maneira, características semelhantes, como sejam: ambientais, demográficas, pré-requisitos, ou outras quaisquer (Osborne, 2000).

Mais adiante, veremos que este problema da não-independência dos dados viola certos pressupostos de alguns modelos de análise.

2.1.3.2 Os dados de nível cruzado

Nas Ciências Humanas, em geral, os sistemas são abertos, por definição. Logo, é impossível controlar, restringir, ou remover os efeitos das influências contextuais do exterior.

⁸ “*Surveys*” na bibliografia anglo-saxónica.

Assim, torna-se importante, ser capaz de adequar medidas e analisar aqueles efeitos (Luke, 2004). Na figura 3 está representado o aluno e alguns dos factores contextuais que o podem influenciar.

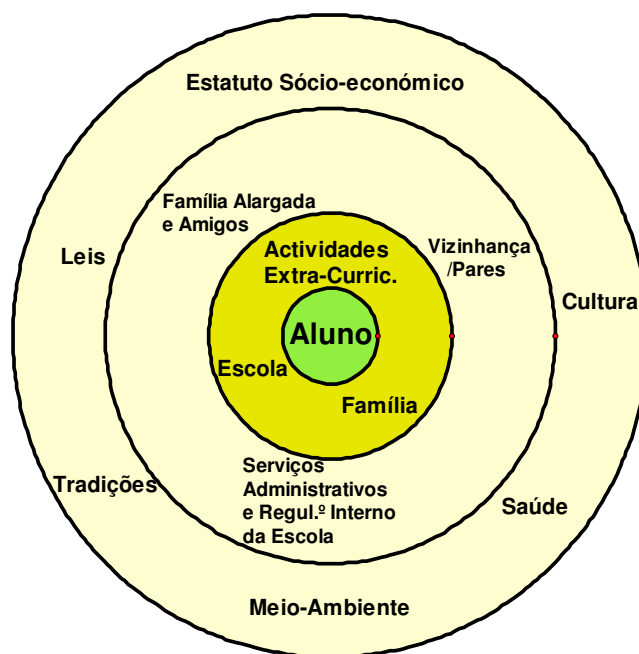


Figura 3 –Diagrama acerca dos Determinantes Multinível da Educação.
Fonte: Adaptado de Luke (2004)

São muitas as vezes em que interessa perceber como as variáveis contextuais (por exemplo, tamanho da turma, composição da turma, tipo de ensino do professor, políticas educacionais) afectam as respostas individuais (por exemplo, aproveitamento, atitudes, retenção) (Osborne, 2000). Para Hox (2002) se existem efeitos de contexto social nos alunos, estes efeitos devem ser medidos por processos de intervenção que dependem das características do contexto social. Surgem, portanto, efeitos de interacção de nível cruzado entre os alunos e o nível de contexto que causa nestes diferentes influências que deverão ser bem especificadas.

Mas, sendo os dados recolhidos a nível individual (dos alunos) como será esta unidade de análise e como lidar com a natureza cruzada dos dados? Podemos adoptar três estratégias principais (Osborne, 2000):

«- *Designar as características da turma, ou do professor, ou da escola para todos os alunos. Isto é mover as variáveis de nível mais elevado para um nível mais baixo.*

Temos novamente o problema da não-independência dos dados porque todos os alunos vão assumir pontos comuns numa variável.

- Agregando a nível da turma, ou da escola. Por exemplo: o efeito do professor ou das características da turma no aproveitamento médio da turma. Agora, perde-se a maioria da variabilidade individual na variável resposta, e esta, muda significativa e substancialmente do aproveitamento individual para o aproveitamento médio da turma.

- Nenhuma destas abordagens é satisfatória, pelo que, uma terceira abordagem se torna necessária: a modelação hierárquica (ou multinível).»

2.1.4 Algumas considerações conceptuais⁹

«Alguns conceitos centrais são intrínsecos para adoptar uma perspectiva multinível». Seja, por exemplo, o problema de consumo de droga¹⁰, pelos alunos, o que poderá afectar conseqüentemente a sua saúde e o seu aproveitamento escolar. Nem sempre os alunos que consomem droga, habitam em bairros considerados degradados, ou de baixo nível social e cultural, ou suburbanos, onde pode existir também, muitas vezes por arrasto, outro tipo de problemas como o consumo de álcool ou o vandalismo. Também nos bairros bem estruturados, tanto física como socialmente, pode existir o mesmo problema, agora, por motivos diversos, tais como por exemplo, o excesso de dinheiro que facilita a aquisição de droga e a falta de acompanhamento ou ausência prolongada por parte dos pais.

2.1.4.1 Fontes de variação contextual e composicional

Entre diferentes grupos, ou contextos, podem existir variações quanto ao consumo de droga provenientes de factores que são intrínsecos e medidos nesses mesmos contextos. Ou seja, estas variações são devidas, ao que se designa por *efeitos contextuais*¹¹.

⁹ Salvo indicação contrária, vamos aqui, neste sub-capítulo, seguir as linhas mestras das considerações expostas por Subramanian *et al* (2003), aparecendo as citações em itálico.

¹⁰ A problemática da droga é um exemplo que facilita a explicação das ideias e conceitos que aqui são expostos. Poder-se-ia, igualmente, ter recorrido a um outro qualquer factor.

¹¹ Ou efeitos de área ou ecológicos.

Por outro lado, certos tipos de alunos são mais susceptíveis ao consumo de droga do que outros devido às suas características individuais por habitarem em certos bairros – temos variações designadas *composicionais*.

Paralelamente, semelhantes considerações se podem fazer em relação à relevância do apoio da Escola nas perspectivas profissionais dos alunos do 10º ano de escolaridade. Mesmo sabendo-se que as Escolas são diferentes entre si, quer-se então investigar, qual a fonte dessa variação e, qual o modo, como essa fonte de variação influencia o aluno na sua escolha e, também, a própria Escola – mesmo sabendo que existem limitações nos estudos deste tipo. Como assinalam Ruiz de Miguel e Castro Morera (2006) no seu trabalho sobre eficácia escolar:

«Na investigação clássica sobre eficácia escolar detectam-se algumas limitações, tais como, a impossibilidade de distinguir entre efeitos que provêm dos diversos agentes implicados no sistema educativo ou a impossibilidade de estabelecer as relações entre os diferentes níveis de agregação em presença¹².»

Resumindo, a questão que se coloca *«não é se existem variações entre diferentes contextos (o que sempre existe) mas qual é a sua fonte, isto é, são as variações entre diferentes grupos composicionais ou contextuais?»*. Estas *«noções das causas de variação contextual e composicional têm relevância geral e são aplicáveis se o contexto é administrativo (p.e., regiões ou países), temporal (p.e., diferentes períodos de tempo) ou institucional (p.e., escolas)»*.

2.1.4.2 Heterogeneidade contextual

As diferenças contextuais podem ser complexas além de desagregarem as fontes de variação contextual e composicional. Ou seja, os contextos de escola (ou de turma, ou de bairro) podem ter grande influência num grupo de alunos (p.e., de turmas de cursos tecnológicos) e não influenciar outro grupo (p.e., de turmas de cursos científico-humanísticos).

¹² *«...A metodologia multinível permite superar estas limitações, convertendo-se numa ferramenta metodológica de grande relevância na investigação educativa.»*

2.1.4.3 Heterogeneidade individual

Uma qualquer característica de grupo, em determinados contextos individuais, pode variar mais ou menos em relação à média das diferenças. Por exemplo, alunos de cursos tecnológicos, além de serem contextualmente heterogêneos quanto à apetência para uma determinada profissão, podem apresentar maior variabilidade quando comparados com outros grupos.

2.1.4.4 Interação Contexto – Indivíduo

Além das características individuais, também as diferenças contextuais, em conjunto com aquelas, podem ser influenciadas pelas diferentes características dos bairros (grupos). Contrariamente, *«as diferenças individuais podem interagir com contextos»*. Seja o exemplo: alunos que “frequentam cursos técnico-profissionais” (característica individual) podem apresentar diferentes apetências para o trabalho manual/oficinal dependendo do nível (ou índice) de “pequenas empresas existentes no bairro” (característica do lugar) onde vivem. Haverá, portanto, alguma relação entre as apetências destes alunos e as características sócio-económicas dos bairros onde vivem? E estas últimas têm influência diversa em diferentes grupos de alunos? Mesmo levando em linha de conta *«os efeitos complexos dos factores sócio-económicos individuais e dos bairros»* onde os alunos vivem.

2.1.4.5 Contextos hierárquicos múltiplos

Também *«os grupos contextuais, eles próprios, podem ser conceptualizados e medidos em níveis múltiplos»*, tal que variáveis individuais, *«não sejam somente influenciadas pelo ambiente próximo dos alunos (p.e., bairros ou escolas) mas também pelos seus agrupamentos de nível superior ou macro-ecológicos»* (p.e., concelhos ou regiões). Pelo que *«uma análise das variações deve considerar a importância que ambos os grupos contextuais»* terão: tanto os próximos (p.e., escolas) como também os macro-contextuais (p.e., regiões) aos quais, alunos e bairros, pertencem.

2.1.4.6 Mudança de pessoas, mudança de lugares

Os contextos estão em constante mudança tal como as circunstâncias (e as apetências) das pessoas (os alunos neste caso).

Cabe perguntar: se há mudanças ao longo do tempo nos alunos (p.e., nas apetências), pode haver igualmente e com o mesmo sentido, mudanças contextuais (da Escola ou do bairro) e, se sim, para que tipos de grupos de alunos?

2.1.4.7 Respostas inter-relacionadas

Por vezes as respostas estão inter-relacionadas, isto é, consideremos os alunos com comportamentos de risco: não só consomem droga, como também, por exemplo, álcool em excesso. Ressalta nestes comportamentos dois aspectos, típicos e comuns: um qualitativo (sim ou não) e outro quantitativo (quanto). Por exemplo, um aluno que bebe pode não quantificar o que bebe. Igualmente, um bairro com elevado índice de consumo de álcool pode ter poucas pessoas (alunos) que bebam mas, as que bebem, bebem em excesso, o que pode induzir conclusões enganadoras ao considerarmos a média.

«Este é um caso típico de abordagem de respostas múltiplas. Poder-se-ia perguntar se os bairros com elevado número de consumidores de álcool são os que têm elevado índice de consumo de álcool e/ou se os bairros com elevado número de consumidores de álcool também o são em relação ao consumo de droga, depois de ter em consideração as diferenças composicionais?»

2.1.4.8 Contextos sobrepostos “classificação cruzada”

Os contextos não são só hierarquicamente múltiplos, como também podem ser sobrepostos.

Por exemplo, os alunos que vivem em aldeias, podem ser influenciados tanto pelo ambiente de aldeia, ao conviverem com amigos da aldeia (ambiente local), como pelo ambiente do grupo de amigos (os pares) com quem convivem, na cidade mais próxima. Note-se que, *«os locais onde vivem e os locais que frequentam»* os pares, não têm, nem necessitam, *«de estar aninhados uns nos outros»*.

Pergunta-se: «qual é a contribuição relativa de grupos contextuais diferentes que podem estar (ou não), não aninhados uns nos outros, mas sobrepostos» (p.e., bairros e locais de convívio dos pares)?

2.1.5 Razões teóricas para os modelos lineares hierárquicos ou multinível

Existe um argumento muito simples para o uso de técnicas multinível. Como já foi referido anteriormente, grande parte do que se estuda, na natureza, tem estrutura multinível¹³. Então, devemos usar técnicas teóricas e analíticas que também sejam multinível (Hox, 2002). Isto é, sempre que haja ou «se suspeite haver a existência de “cachos”¹⁴ nos dados, então, a estrutura multinível deve ser tomada em conta» (Subramanian, 2004: 603).

Contudo, a maneira como se tratam os dados pode provocar o aparecimento de conclusões erróneas que são verdadeiras falácias. Um problema típico em ciências do comportamento é o de recolher os dados dos indivíduos e depois agregá-los para ganhar conhecimento profundo (“insight”) acerca do grupo onde aqueles pertencem. Isto é uma *falácia atomista*, onde inferências acerca dos grupos são incorrectamente feitas a partir da informação do nível dos indivíduos (Hox, 2002). Também se pode verificar que «as regressões dentro do grupo podem diferir das regressões entre grupos e que essas diferenças podem corresponder a diferentes e complementares processos educacionais» (Plewis, 1997: 3), ou seja, consiste na análise dos dados num nível e formular conclusões noutra nível (Hox, 2002). No nosso caso, transferem-se os resultados do nível de grupo (contexto) para o nível individual – temos a *falácia ecológica*.

Diga-se que as falácias são um problema de *inferência* não de *medida*.

2.1.6 Razões estatísticas para os modelos lineares hierárquicos

Uma vez recolhidos os dados nos vários níveis, temos que decidir a que nível analisá-los.

Por exemplo, no meio escolar, podemos *agregar* variáveis dos alunos no nível da escola ou *desagregar* variáveis da escola para o nível dos alunos¹⁵.

¹³ Na verdade, «uma vez que sabemos existem hierarquias, vê-mo-las por toda a parte» (Kreft & de Leeuw, 1998).

¹⁴ “clusters” na bibliografia anglo-saxónica.

¹⁵ Para mais detalhes consultar o capítulo 3 de Snijders e Bosker (1999).

Analisar os dados de diferentes níveis num único nível não é adequado e acarreta problemas bem distintos¹⁶.

No primeiro caso, perdemos potencialmente grandes quantidades de informação útil, porque a informação acerca dos alunos desaparece da análise (de Leeuw, 2005; Hox, 2002) pelo que esta perde força. Este caso pode ser considerado grave porque as relações entre variáveis agregadas podem ser muito mais fortes e diferentes do que as relações entre as variáveis não agregadas (Fox e Glas, 2002). Mas uma vantagem é que agregando variáveis se pode examinar como as relações num nível de análise varia através doutro nível (Nezlek, 2001: 773).

No segundo caso, criamos artificialmente dependências nos dados, porque, por definição, os alunos da mesma escola, obtêm o mesmo resultado numa variável da escola desagregada (de Leeuw, 2005; Hox, 2002). Uma das maiores omissões desta abordagem é que ela não permite examinar como podem variar as relações entre variáveis através dos alunos (Nezlek, 2001: 773)¹⁷. Ora, como se assume que os dados desagregados são independentes entre si¹⁸, isto sendo uma má especificação pode provocar ameaças na validade das inferências (Fox e Glas, 2002; Hox, 2002), ou seja, ao não se reconhecer a natureza da dependência nos dados, pode levar a supor relações significativas, onde elas não existam. Para Fox e Glas (2002) quando se ignora a estrutura aninhada dos dados multinível, os erros padrão são estimados com enviesamento.

Outra alternativa é fazer uma análise para cada unidade da ordem mais elevada, separadamente. Por exemplo, fazemos uma análise de regressão no nível do aluno, para cada escola, separadamente. Isto, contudo, tende a introduzir um número muito elevado de parâmetros. Também ignora o facto que faz sentido assumir que análises diferentes estejam relacionadas porque as escolas estão a funcionar no mesmo sistema educacional (de Leeuw, 2005).

Torna-se claro que é necessário tratar os dados de cada nível e as respectivas interações de uma maneira mais apropriada levando em conta todas estas questões. Verifica-se, assim, que «uma perspectiva estatística e metodológica multinível fornece uma base de trabalho compreensiva para descrever estes assuntos (Subramanian *et al*, 2003)».

¹⁶ Como já foi mencionado no ponto 2.1.3.2.

¹⁷ Ou dito de outra forma, as características ou processos que ocorrem num nível mais elevado de análise têm influência nas características ou processos num nível mais baixo (Luke, 2004).

¹⁸ Os testes estatísticos ordinários obrigam a que os dados das observações individuais sejam independentes.

Os modelos que são mais adequados ao tipo de análise que temos vindo a descrever, em que os dados têm uma estrutura aninhada/hierárquica, são os modelos estatísticos designados por *modelos de regressão linear hierárquicos*, ou *multinível*.

2.1.7 Síntese

Os modelos lineares hierárquicos, são aplicados para lidarem com dados onde se reconhece explicitamente níveis múltiplos, principalmente, para deslindar as diferentes origens das variações nos resultados quando há correlação nos dados. Isto é, quando o problema em estudo:

- tem uma estrutura multinível;
- e/ou quando um processo é pensado para operar com mais do que um nível (Subramanian *et al*, 2003: 69)¹⁹;
- ou quando se está interessado em descrever a variabilidade e heterogeneidade na população em estudo, mais do que os valores médios (Subramanian, 2004: 602),

é pertinente o uso de modelos multinível porque estes:

- «Combinam a informação de variáveis de diferentes níveis num modelo simples, sem agregação ou desagregação (Aguerre, 2003; de Leeuw, 2005; Kreft e de Leeuw, 1998: 27)».
- São uma classe de modelos que leva em consideração a estrutura multinível – como uma característica dos dados com relevante importância – e que torna possível incorporar variáveis de diferentes níveis de agregação, «isto é, acomoda mais do que uma variável independente em qualquer nível de análise» (Nezlek, 2001: 777).
- Permitem a análise de variáveis de diferentes níveis simultaneamente levando em linha de conta as diversas e múltiplas dependências (ou correlações²⁰) existentes nos, e entre, os diferentes níveis.

Sendo assim, estes modelos, permitem que não haja desperdício de informação e que os dados tenham, por sua vez, um tratamento estatístico onde as várias dependências sejam tratadas com mais realidade, contrariamente aos modelos estatísticos clássicos que não podem lidar com estes requisitos porque:

¹⁹ Por razões económicas, de eficiência, ou outras, por vezes é conveniente adoptar planos de amostragem em estádios múltiplos, o que ocorre muito frequentemente quando a amostra é em larga escala.

²⁰ A análise dos MLH, tal como muitos outros procedimentos de análise de coeficientes aleatórios, confia mais nas matrizes de covariância, e não nas de correlação, para estimar os parâmetros (Nezlek, 2001: 780).

- 1- Operam a um único nível.
- 2- Dão ênfase à modelação das relações médias e não à heterogeneidade subjacente existente nos dados.
- 3- Tendem «a minimizar e/ou ajustar/corrigir o “ruído” devido ao agrupamento (em cachos) dos dados correlacionados (Subramanian *et al*, 2003: 70)».
- 4- Não têm em consideração a dependência dos dados. Espera-se que os dados (dos alunos) dentro de um grupo (turma ou curso) que estão próximas no tempo (na turma) ou no espaço (escola), sejam mais parecidos que os dados de grupos diferentes.
- 5- Não consideram os efeitos aleatórios – enquanto que os modelos lineares hierárquicos possibilitam amostras aleatórias de alunos em contextos também aleatórios.
- 6- Não consideram as interações entre os diferentes níveis, isto é, entre variáveis definidas em diferentes níveis de hierarquia. Frequentemente, isto leva a inferências inadequadas (Ruiz de Miguel e Castro Morera, 2006).

2.2 Introdução ao modelo linear hierárquico (MLH)

2.2.1 Nota histórica

Os modelos ou técnicas de análise de estruturas de dados aninhados têm sofrido um aumento de popularidade (Bryk e Raudenbush, 1992; Longford, 1993; Goldstein, 1995; Kreft e de Leeuw, 1998), de tal modo rápido que novos livros e artigos ficam “ultrapassados” mais depressa do que se podem ler ou adquirir (Monette *et al*, 2002: 4). Tais técnicas são referidas muito vezes como modelagem multinível²¹ e a sua popularidade resulta, sobretudo, da sua capacidade de ultrapassar as limitações das abordagens tradicionais (Reise e Duan, 2003: 285). E, devido também aos «recentes avanços nas capacidades computacionais estatísticas que têm feito com que estes modelos fiquem mais acessíveis aos pesquisadores num vasto leque de disciplinas» (Sullivan *et al*, 1999; Osborne, 2000).

²¹ “*Multilevel Modelling (MLM)*” na bibliografia anglo-saxónica.

Pode dizer-se que haverá tantas maneiras específicas de modelos multinível quantas as questões científicas que se vão levantando. No entanto, há certos tipos de modelos multinível aplicados a certas estruturas que aparecem nas diferentes disciplinas de pesquisa²².

Actualmente, o desenvolvimento destes modelos está voltado para as áreas de dados com respostas discretas, modelos de séries temporais, classificações cruzadas, dados perdidos e modelos não lineares (Bergamo, 2002: 6). Ou seja, os dados hierárquicos ocorrem em muitas outras áreas para lá da aplicação na Educação, tanto que, há novas aplicações, como por exemplo, nas Ciências da Saúde, em Biologia, em Sociologia, em Demografia, em Economia, em Criminologia, em Epidemiologia, em Geografia, em Crescimento Animal e Vegetal, em Pesquisas domiciliárias ou em Robótica.

Citando Joop Hox (2002: 11) verificamos que, historicamente,

«o modelo de regressão multinível tornou-se conhecido na literatura de investigação sob vários nomes, tais como “modelo de coeficientes aleatórios” (de Leeuw & Kreft, 1986; Longford, 1993), “modelo de componentes de variância” (Longford, 1987), e “modelo linear hierárquico” (Raudenbush & Bryk, 1986, 1988). As publicações orientadas estatisticamente tendem a referir-se a este modelo como um modelo de efeitos mistos ou modelo misto (Littell, Milliken, Stroup & Wolfinger, 1996). Os modelos descritos nestas publicações não são exactamente o mesmo, mas eles são muitíssimo similares e eu refiro-me a eles colectivamente como “modelos de regressão multinível”. Todos eles assumem que há um conjunto de dados hierárquicos, com uma única variável resposta que é medida no nível mais baixo, existindo variáveis explicativas em todos os níveis. Conceptualmente, é vantajoso ver o modelo de regressão multinível como um sistema hierárquico de equações de regressão.»
(Tradução própria)

Também Kreft e Jan de Leeuw (1998: 15-17, secção 1.4) fazem uma descrição sobre a história dos modelos lineares hierárquicos.

Gibbons e Hedeker (2000), designam estes modelos por *modelos de efeitos mistos* num artigo sobre as aplicações dos mesmos em Bioestatística e, igualmente, fazem uma

²² Um resumo disto, aplicada às Ciências Sociais e da Saúde, é dado por Luke (2004: 8) e, também, ver na tabela 1, página (48).

referência histórica à análise de dados em dois níveis em que

«...o tipo de dados em dois níveis (assumindo que β tem uma distribuição na população de sujeitos e ε tem uma distribuição na população de respostas nos sujeitos e também na população de sujeitos) pertence à classe de problemas chamados “modelos mistos” (Elston & Grizzle, 1962; Longford, 1987), “regressão com parâmetros dispersados aleatoriamente” (Rosenberg, 1973), “permutabilidade entre regressões múltiplas” (Lindley & Smith, 1972), “regressão estocástica de dois graus” (Fearn, 1975), “estimação James – Stein (James & Stein, 1961), “modelos de componentes de variância” (Harville, 1977; Dempster, Rubin, & Tsutakawa, 1981), “modelos de coeficientes aleatórios” (DeLeeuw & Kreft, 1986), “modelos lineares hierárquicos” (Bryk & Raudenbush, 1987), “modelos multinível” (Goldstein, 1986) e “modelos de regressão de efeitos aleatórios” (Laird e Ware, 1982). Ao longo destes artigos embrionários, adicionalmente, vários textos com extensão de livros foram publicados descrevendo estes métodos (Bock, 1989a; Bryk & Raudenbush, 1992; Diggle, Liang, & Zeger, 1994; Godstein, 1995; Jones, 1993; Longford, 1993; Lindsey, 1993). Para a maior parte, estes tratamentos são baseados na assumpção que os resíduos, ε , são igualmente distribuídos com $N \sim (\mathbf{0}, \Sigma_{\varepsilon})$ em todos os sujeitos e os parâmetros de tendência pessoal, β , são $N \sim (\mathbf{0}, \Sigma_{\beta})$ independentes de ε ». (Tradução própria)

Na linha de investigação sobre eficácia escolar, aplicando modelos lineares hierárquicos, pode consultar-se o já referido artigo de Ruiz de Miguel e Castro Morera (2006) ou também o artigo de Gaviria (2004). Em ambos os artigos encontra-se uma breve descrição histórica.

2.2.2 O modelo de regressão linear simples (MLO)

Antes de descrever o modelo convém ter presente que:

- Como toda a análise mais simples, a análise dos dados começa com uma exploração de todos os dados usando, quase sempre, gráficos de modo a excluir os menos usuais, talvez e possivelmente incorrectos dados pontuais designados por “outliers”.

- Como em todos os modelos, fazem-se suposições – quando os dados são em grande número e carregam significados diversos. Como é comum, na realidade educacional, exigem-se modelos menos simplistas e que levem em linha de conta todos os possíveis factores, características e relações existentes, nos indivíduos e nos grupos, mesmo que latentes.

- Pensamos e desejamos, na maioria das vezes, que o elo de ligação entre a resposta e as variáveis explicativas seja feito por um modelo linear. O modelo mais simples e fundamental é a recta. Esta representa a ligação entre a resposta (Y) – que é medida a uma escala contínua – e a variável explicativa simples (X). Na prática, pode acontecer haver mais do que uma variável explicativa. Na estatística designa-se por modelo de regressão linear simples²³.

Para melhor ilustrar as diferenças entre a regressão clássica e a multinível considere-se, como exemplo, uma amostra hipotética de J escolas de uma população onde há n_j alunos em cada escola j ($j = 1, 2, \dots, J$). Tomamos o índice j para as escolas e o índice i para os alunos individualmente ($i = 1, 2, \dots, n_j$).

Começamos, então, com o modelo de mínimos quadrados ordinários (designado simplesmente por MQO²⁴) e, também, por considerar uma única escola.

²³ Como veremos mais adiante (matematicamente), o uso do método dos mínimos quadrados ordinários (MQO) para estimar e fazer inferências acerca dos coeficientes, na análise de regressão linear, pressupõe um certo número de suposições que devem ser satisfeitas. Segundo Menard (2002: 4-5) elas são e passamos a citar:

«- **Medição:** todas as variáveis independentes são intervalos, razões ou dicotómicas, e toda a variável dependente é contínua, não limitada e medida numa escala por intervalos ou razões. Todas as variáveis são medidas sem erro.

- **Especificação:** a) todas as preditivas relevantes da variável dependente são incluídas na análise, b) preditivas não irrelevantes da variável dependente são incluídas na análise e, c) a forma da relação (permitindo transformações das variáveis dependente ou independente) é linear.

- **Valor esperado do erro:** O valor esperado do erro é zero.

- **Homocedasticidade:** A variância do termo do erro é o mesmo ou constante para todos os valores das variáveis independentes.

- **Normalidade dos erros:** Os erros são normalmente distribuídos para cada conjunto de valores das variáveis independentes.

- **Não há auto-correlação:** Não há auto-correlação entre os termos de erro produzidos pelos diferentes valores das variáveis independentes.

- **Não há correlação entre os termos de erro e as variáveis independentes:** Os termos de erro não são correlacionados com as variáveis independentes.

- **Ausência de multicolinearidade perfeita:** Para a regressão múltipla, nenhuma das variáveis independentes é uma perfeita combinação linear das outras variáveis independentes.

²⁴ “OLS” na bibliografia anglo-saxónica.

A partir de agora, seguimos uma escrita de maneira a adoptar a notação e o desenvolvimento usados por Bryk & Raudenbush (1992) e H. Goldstein (1995).

Neste modelo, representado na figura 4, a relação entre a variável resposta, Y_i , (isto é, a resposta para o aluno i pertencente a uma qualquer escola j), e a variável explicativa associada a este aluno é X_i , pelo que o modelo vem como:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + e_i \quad \text{com } i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

onde

- Y_i é a resposta do i -ésimo aluno;
- X_i é a variável explicativa que caracteriza o i -ésimo aluno;
- β_0 é a ordenada na origem²⁵;
- β_1 é o declive da recta de regressão²⁶;
- e_i é o erro aleatório associado ao i -ésimo aluno, de média nula e variância σ^2 e são independentes, ou seja, $e_i \sim N(0, \sigma^2)$ i.i.d.

Uma possível interpretação geométrica²⁷ do modelo dado pela equação (1) é representada na figura 4 seguinte.

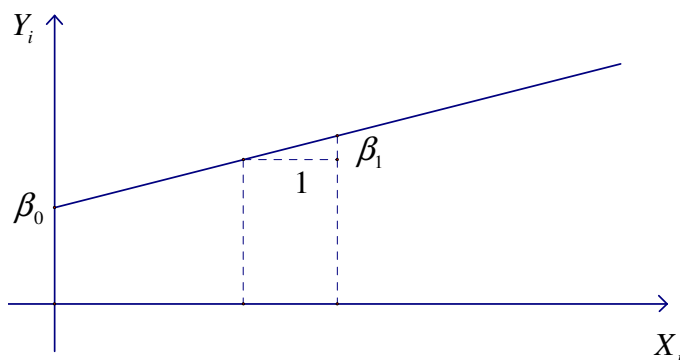


Figura 4: Relação entre a resposta Y_i e a variável explicativa X_i para uma hipotética escola

²⁵ Ou valor esperado da variável resposta Y_i para X_i igual a zero. Também se designa por “*intercepto*”, palavra derivada (?) do inglês “*intercept*”, e que se observa em muitos trabalhos em língua portuguesa.

²⁶ Ou índice de inclinação da recta de regressão, ou seja, a mudança esperada em Y_i quando X_i aumenta de uma unidade.

²⁷ Vulgarmente designada por recta de regressão ou, também, só por regressão.

Este é um modelo individual em que a resposta só depende das características individuais dadas por X_i . É ajustado para todos os grupos (escolas) pelo que é suprimida qualquer diferença contextual que pode ser importante e estar subjacente nas relações médias.

Observa-se, da figura 4, que não se identifica a escola a que pertence o aluno operando-se com todos os dados e, portanto, β_1 é o efeito *pooled*²⁸ da variável X_i sobre Y_i .

Segundo Aguerre (2003: 15)

«o uso deste método implica desconhecer as propriedades específicas de uma das duas unidades de análise:

- se se trabalha com os alunos, ignora -se o agrupamento nas escolas devido ao suposto de ausência de autocorrelação (Greene, 1999: 501 e seg.; Raudenbush e Bryk, 2002: capítulo 1);

- se se trabalha ao nível das escolas, ignora-se a heterogeneidade que possa existir nos alunos de uma escola. É fundamental ter presente em atenção ambas as restrições.»

2.2.3 O modelo linear hierárquico com dois níveis (alunos e escolas)

Consideremos, agora, o caso hipotético de duas escolas. Assim, para a escola 1, tem-se

$$Y_{i1} = \beta_{01} + \beta_{11}X_{i1} + e_{i1} \quad (2)$$

e, para a escola 2

$$Y_{i2} = \beta_{02} + \beta_{12}X_{i2} + e_{i2} \quad (3)$$

Obtém-se duas rectas de regressão, uma para cada escola como se indica na figura 5.

²⁸ Agregado ou fundido.

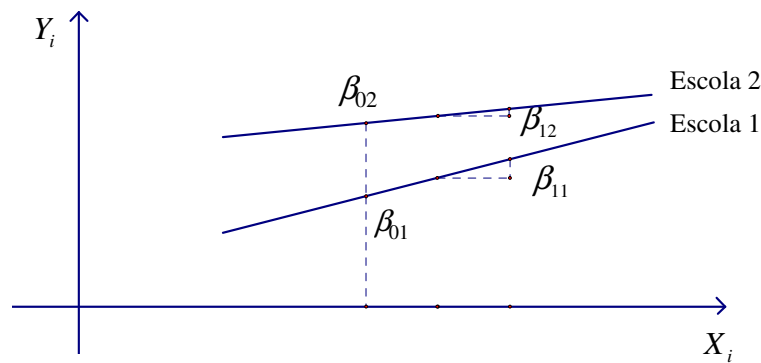


Figura 5: Relação entre a resposta Y_i e a variável exploratória X_i para duas hipotéticas escolas

Para Raudenbush e Bryk (1992:11) a eficácia da escola está associada à estimativa da sua ordenada na origem (por exemplo, representando a média da proficiência da escola) e a equidade (social) está associada ao respectivo declive. Seguindo este critério e observando a figura 5, podemos afirmar que a escola 2 é mais eficiente, pois $\beta_{02} > \beta_{01}$ e também é a que promove mais a equidade, pois $\beta_{12} < \beta_{11}$.

Neste ponto várias questões podem surgir (Monette *et al*, 2002: 14):

- «- Têm as duas escolas a mesma estrutura, isto é, têm o mesmo β ?
- Talvez as ordenadas na origem sejam diferentes com uma escola melhor do que a outra mas com o mesmo declive.
- Talvez os declives sejam diferentes mas uma escola é melhor do que a outra para toda a extensão de X .
- Será que há uma interação essencial com uma escola para um X elevado, e com outra para um X baixo?
- Poderemos também permitir diferentes σ e testar igualdade de variância (condicional dado X).
- Devemos estar preparados para questionar a linearidade subjacente ao modelo». (Tradução própria).

Em geral, considerando todas as escolas, pode ter-se um conjunto de rectas para explicar a variabilidade da amostra. O modelo vem, então, como:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + e_{ij} \quad (4)$$

onde

- Y_{ij} é a variável resposta do i -ésimo aluno para a j -ésima escola;
- X_{ij} é a variável explicativa medida no i -ésimo aluno agrupado na j -ésima escola;
- β_{0j} é a ordenada na origem²⁹ para a j -ésima escola;
- β_{1j} é o declive associado à variável explicativa X_{ij} do i -ésimo aluno na j -ésima escola;
- e_{ij} é o erro aleatório associado ao i -ésimo aluno agrupado na j -ésima escola, com a suposição: $e_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$ i.i.d.

As ordenadas e os declives têm agora um índice j (o que nos lembra que se pode analisar somente em cada escola por si) e também indica que eles podem variar dum grupo para o outro (de escola para escola), ou seja, cada escola pode ter uma única, ordenada β_{0j} e declive β_{1j} , que serão diferentes para cada escola, como se representou na figura 5 anteriormente. Pelo que, na prática, podemos encontrar três situações distintas:

- As rectas de regressão para cada escola são iguais, o que levaria a considerar um único nível de análise (figura 4).
- As rectas de regressão diferem só na ordenada (figura 6) ou só no declive (figura 7).
- Ou diferem tanto na ordenada como no declive, o que leva a pensar em construir um modelo que considere os distintos níveis de hierarquia (figura 8).

a) Diferentes ordenadas e o mesmo declive;

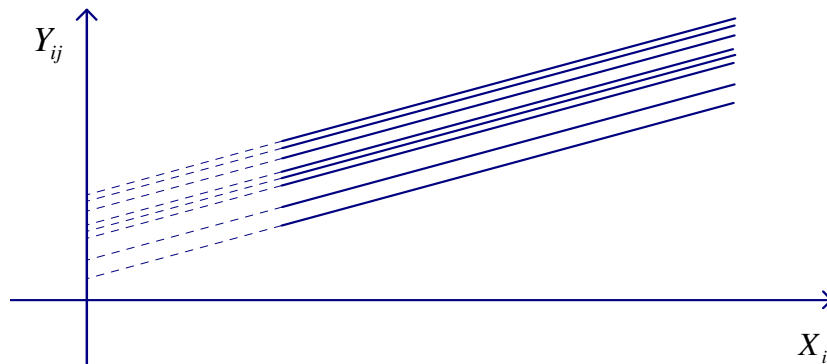


Figura 6 – Relação entre a resposta Y_{ij} e a variável explicativa X_{ij} para várias escolas (diferentes ordenadas e o mesmo declive)

²⁹ A partir de agora, passaremos a designar a «ordenada na origem» só por «ordenada», por comodidade.

b) Mesma ordenada e diferentes declives;

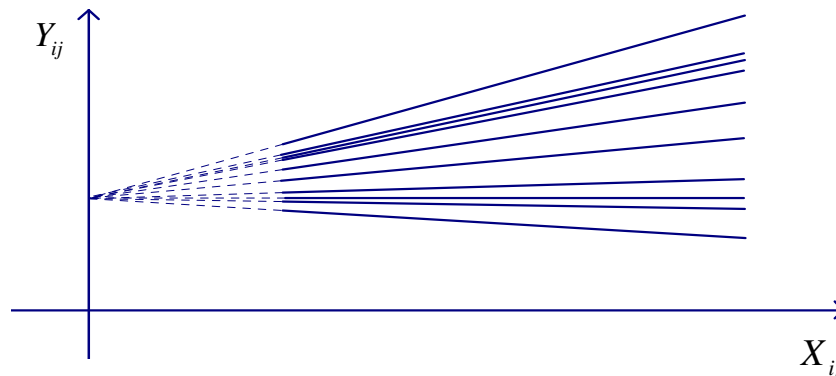


Figura 7 – Relação entre a resposta Y_{ij} e a variável explicativa X_{ij} para várias escolas (mesma ordenada e diferentes declives)

c) Diferentes ordenadas e diferentes declives.

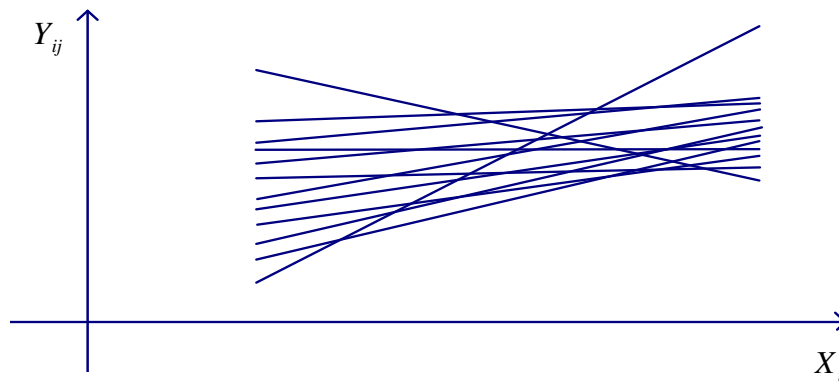


Figura 8 – Relação entre a resposta Y_{ij} e a variável explicativa X_{ij} para várias escolas (diferentes ordenadas e diferentes declives)

Também se pode verificar que as unidades dentro de cada grupo (alunos, por exemplo) podem apresentar características similares e, na hora de considerar uma ou várias respostas, o efeito que terá o grupo (a turma ou a escola) sobre as unidades individuais pode ser de grande importância. As observações dentro de cada grupo não serão independentes, e ao aplicar os métodos de regressão clássicos, como a estimação por MQO, violar-se-á o suposto de independência (um dos pontos referidos na nota 23).

Efectivamente, verifica-se que os alunos não estão só relacionados com as suas próprias escolas, também têm diferenças entre si. E, como o nosso objectivo não é estudar somente uma dada variável explicativa, mas tudo o que envolve o estudo em causa, torna-se necessário um modelo que tenha em conta toda a variabilidade existente entre as variáveis (escolas) e que possa incorporar também as características diversas de cada uma delas e dos

seus alunos. Como foi referido na secção 2.1.5. e como também afirmam Bergamo (2002: 7), Hox (2002), Subramanian (2004), entre muitos outros, uma maneira de se levar em conta tal tipo de análise, é considerar os dados de acordo com uma estrutura hierárquica.

Consideremos o modelo dado pela equação 4 onde, agora, os alunos observados são classificados como unidades do nível 1 (mais baixo), aninhados nas escolas, e as escolas como unidades do nível 2 (mais elevado), como se sugere na figura seguinte.

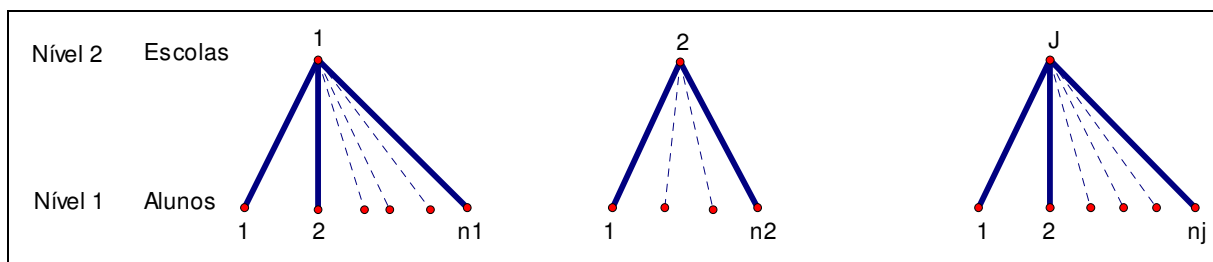


Figura 9: Dados com estrutura hierárquica com dois níveis

Tem-se, portanto, n_j unidades do nível 1 (alunos) para cada unidade do nível 2 (escolas). Note-se que os dados não necessitam de ser equilibrados, isto é, para $j \neq k$, não é necessário ter-se $n_j = n_k$.

Tal como em Monette *et al*, (2002: 15) vamos, também aqui, seguir as tabelas de sinónimos dadas por Snijders e Bosker (1999), tanto para as unidades dos dois níveis como para as variáveis:

<i>Unidades macro nível</i>	<i>Unidades micro nível</i>
<i>Macro unidades</i>	<i>Micro unidades</i>
<i>Unidades primárias</i>	<i>Unidades secundárias</i>
<i>“Clusters”</i>	<i>Unidades elementares</i>
<i>Unidades nível 2</i>	<i>Unidades nível 1</i>

As variáveis podem ser classificadas como:

- **macro variáveis** que descrevem as unidades macro e têm o mesmo valor para cada micro unidade numa macro unidade; e,
- **micro unidades** que variam entre micro unidades nas macro unidades. Alguns sinónimos são:

<i>Variável macro</i>	<i>Variável micro</i>
<i>Explicativa de macro nível</i>	<i>Explicativa de micro nível</i>
<i>Variável externa</i>	<i>Variável interna</i>
<i>Variável nível 2</i>	<i>Variável nível 1</i>

Como é que o modelo linear hierárquico acomoda a estrutura hierárquica presente nos dados?

Este modelo incorpora naturalmente, e de uma forma parcimoniosa, a estrutura hierárquica ou de agrupamento da população em estudo, tratando a ordenada e os coeficientes de inclinação como variáveis aleatórias (Ferrão, 2003), o que permite estudar a variabilidade das estimativas existente entre os grupos e intra-grupos. Sendo estes coeficientes, β_{0j} e β_{1j} , desconhecidos e considerados aleatórios, «significa que os seus valores são supostamente distribuídos segundo uma função de probabilidade (Kreft & de Leeuw, 1998)» e que, portanto, é de desenvolver um modelo para os predizer. Assim, “esta natureza aleatória dos coeficientes” aparece mais claramente quando eles são decompostos ao nível dos grupos. Pode-se, então, considerá-los como variáveis resposta do nível 2 e escrever:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j} \quad (5a)$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + u_{1j} \quad (5b)$$

onde

- γ_{00} é a ordenada média para todas as escolas³⁰;
- γ_{10} é o declive médio para todas as escolas;
- u_{0j} é erro aleatório para cada escola (afastamento em relação à ordenada média³¹);
- u_{1j} é o erro aleatório de cada escola (afastamento em relação ao declive médio³²).

Pode estimar-se um parâmetro suplementar: a covariância entre as ordenadas e os declives, τ_{01} ³³. Assume-se também que u_{0j} e u_{1j} são independentes dos e_{ij} , ou seja,

³⁰ Ou seja, representa a grande média.

³¹ É uma variável aleatória de média nula e de variância τ_{00} , ou seja, $u_{0j} \sim N(0, \tau_{00})$ e i.i.d. Logo, $\beta_{0j} \sim N(\gamma_{00}, \tau_{00})$, onde τ_{00} é a variância populacional das ordenadas.

³² É uma variável aleatória de média nula e variância τ_{11} , ou seja, $u_{1j} \sim N(0, \tau_{11})$ e i.i.d. Logo, $\beta_{1j} \sim N(\gamma_{11}, \tau_{11})$, onde τ_{11} é a variância populacional dos declives.

$$\text{Cov}(\tau_{0j}, e_{ij}) = \text{Cov}(\tau_{1j}, e_{ij}) = 0.$$

Como se observa nas equações (5a) e (5b) os coeficientes de regressão não têm a mesma ordenada e o mesmo declive pelo que os seus efeitos aleatórios, u_{0j} e u_{1j} , podem ajudar a esclarecer as possíveis diferenças (Bergamo, 2002: 10).

Note-se, ainda, que um valor positivo de τ_{01} implica que as escolas que tenham ordenadas elevadas, positivas, tendem a ter também declives positivos (Bryk e Raudenbush, 1992: 12; Browne e Rasbash, 2001).

2.2.3.1 O modelo de ordenadas aleatórias

O modelo (5a) descreve a resposta a variar conforme o grupo (escola) em que os alunos estão inseridos. Mas, como veremos no modelo da equação (6), este ainda não explica tudo e pode «sobre ou subestimar as “verdadeiras” diferenças contextuais» (Subramanian *et al*, 2003), entre escolas. Pelo que as possíveis diferenças que a escola pode provocar (efeito do contexto) podem ser confundidas e, por conseguinte, mal interpretadas, com o que está nessa escola (efeito de composição).

Substituindo somente (5a) em (2) obtemos um modelo básico designado por modelo completo de ordenadas aleatórias (ver figura 6):

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \beta_{1j}X_{ij} + \underbrace{u_{0j} + e_{ij}}_{\text{parte aleatória}} \quad (6)$$

Para estimar este modelo, estima-se quatro parâmetros: γ_{00} e β_{1j} , que são como os coeficientes de regressão múltipla clássica e dão-nos a linha de regressão média da qual a linha da escola j é repetida para desvio aleatório u_{0j} . Estes coeficientes de regressão são chamados *parâmetros fixos*. Também se estima τ_{00} e σ^2 que são designados por *parâmetros aleatórios* (Browne e Rasbash, 2001). A componente aleatória associada à ordenada tem variância τ_{00} , representando a variabilidade da ordenada entre escolas. O erro de nível 1, e_{ij} , tem variância σ^2 e representa a variabilidade intra-escola (Queiroz e César, 2000).

³³ Como, $\text{Cov}(u_{0j}, u_{1j}) = \tau_{01}$. Logo, $\text{Cov}(\beta_{0j}, \beta_{1j}) = \tau_{01}$ onde τ_{01} é a covariância populacional entre β_{0j} e β_{1j} , ou seja, entre ordenada e declive (a nível da escola).

Os alunos dependem, agora, não só do efeito da variável X_{ij} , como também dum efeito da variável para a escola que eles frequentam, u_{0j} .

Este modelo assume que as escolas são uniformes em termos da resposta Y_{ij} e, que cada uma das respostas se pode situar, acima ou abaixo, da resposta média ajustada.

De alguma forma, este modelo já descreve as origens da variação contextual e composicional.

2.2.3.2 O modelo de declives aleatórios³⁴

O efeito de X_{ij} também pode variar nas escolas. Podemos, portanto, estender o modelo de ordenada aleatória para permitir a possibilidade, às escolas que apresentarem declives diferentes, terem um coeficiente β_{1j} a variar, aleatoriamente, no nível da escola. Substituindo (5b) em (6), obtém-se:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}X_{ij} + \underbrace{u_{0j} + u_{1j}X_{ij} + e_{ij}}_{\text{parte aleatória}} \quad (7)$$

Este modelo é designado como o modelo completo de ordenadas aleatórias e declives aleatórios.

Agora, também, se pode dizer que o modelo dado pela equação (5b) introduz, além do valor médio, mais um factor variável, u_{1j} , específico para cada escola. Obtém-se, assim, no nível 2 (das escolas) dois termos aleatórios, u_{0j} e u_{1j} . O modelo descreve a heterogeneidade contextual através das escolas. Aliás, «as variáveis deste nível 2 são designadas por variáveis contextuais e a especificidade contextual é a existência da legitimidade para comparar grupos (as escolas)» (Gill, 2004).

Contudo, este modelo não admite, ainda, a heterogeneidade entre alunos nas escolas. Os modelos MQO assumem que os resíduos, no nível dos alunos, tenham variância constante (existência de homocedasticidade) o que não é verdade porque, o efeito de X_{ij} , pode variar, de aluno para aluno, em cada escola (existência de heterocedasticidade). Por isso, há que

³⁴ Ou modelo de coeficientes aleatórios ou modelos mistos.

modelar a heterogeneidade a nível contextual (das escolas) e a nível individual (dos alunos)³⁵. Esta última, é introduzida ao permitir que haja variação do parâmetro, γ_{10} , associado à variável X_{ij} , no nível do aluno.

O modelo dado pela equação (7), assim como também o modelo anterior dado pela equação (6), comporta a diferença chave entre os modelos multinível e os modelos de regressão clássicos.

Como se observa este modelo tem três variáveis aleatórias:

- e_{ij} , uma variável aleatória no nível do aluno;
- u_{0j} , uma variável aleatória no nível da escola; e um termo,
- $u_{1j}X_{ij}$ designado como uma *interacção aleatória entre grupos e X*³⁶ (Snijders e Bosker, 1999: 68) e que representa a heterocedasticidade dos resíduos³⁷ (Bressoux, 2000: 88), enquanto que o modelo de regressão clássica só apresenta uma variável aleatória designada vulgarmente como termo de erro.

³⁵ Para mais detalhes sobre a heterogeneidade contextual e individual consultar Subramanian *et al* (2003: 76-82).

³⁶ Para mais detalhes sobre o significado deste termo consultar: Snijders e Bosker, 1999: capítulos, 5 e 8; Bressoux, 2000: 88-90; Delaunay, 2003a: 11.

³⁷ Para Bressoux, (2000: 88-90) se,

«na equação (7) o termo $u_{1j}X_{ij}$ é não nulo, então, há heterocedasticidade. Significa que a variância do nível 2 varia como uma função de X.

A variância total de Y decompõe-se com efeito assim: $Var(Y_{ij}|X_{ij}) = \sigma^2 + \tau_{00}^2 + \tau_{11}^2 X_{ij}^2 + 2\tau_{01} X_{ij}$.

A variância do nível 2 é pois igual a: $Var(u_{0j} + u_{1j}X_{ij}) = \tau_{00}^2 + \tau_{11}^2 X_{ij}^2 + 2\tau_{01} X_{ij}$.

Vê-se que ela se transforma numa função quadrática de X. Modela-se, pois, uma variância complexa no nível 2, ou seja, trata-se de heterocedasticidade».

«Note-se que pode tratar-se igualmente a variância do nível 1 como uma variância complexa, ao considerá-la como uma função linear, ou não linear (Goldstein, 1995), de uma ou de várias variáveis explicativas, o que permite, então lá, tratar-se de caso de heterocedasticidade, desta vez no nível 1».

(Tradução própria)

2.2.3.3 Opções de centralização

A interpretação dos parâmetros do modelo (particularmente as ordenadas, β_{0j} , para todo o j) depende do modo como as variáveis explicativas do nível 1 são consideradas. Isto é um problema de centralização e os modelos MLH «apresentam três opções básicas: não haver centralização; centralização na grande média; e, centralização na média de grupo» (Nezlek, 2001: 775).

Pode dizer-se que (Bergamo, 2002: 9; Sullivan *et al*, 1999: 858; Bryk & Raudenbush, 1992: 25-29; Kreft e de Leeuw, 1998: 106-114):

«- se a variável explicativa do nível 1, X_{ij} , é considerada na sua medida original, então a ordenada β_{0j} é o valor esperado da variável resposta Y_{ij} quando X_{ij} for igual a zero;

- agora, se a variável explicativa do nível 1, X_{ij} , está centrada na sua média geral, isto é, centrada em $\bar{X}_{..}$, então, a ordenada β_{0j} é interpretada como a média da j -ésima escola do nível 2 ajustada para a variável X ; mas,

- se a variável explicativa do nível 1, X_{ij} , está centrada em $\bar{X}_{.j}$, isto é, na respectiva média da escola do nível 2, então a ordenada β_{0j} é interpretada como a média não ajustada da variável resposta Y_{ij} ; finalmente,

- se a variável explicativa do nível 1, X_{ij} , está centrada em qualquer outro valor médio, então a ordenada β_{0j} é interpretada como o valor esperado da variável resposta Y_{ij} para cada valor da variável explicativa».

As opções de centralização são analisadas em pormenor pelos autores atrás mencionados. Contudo, Natis (2000: 20) afirma que

«...a mudança na localização das variáveis explicativas em modelos de coeficientes aleatórios pode tornar mais adequada a interpretação dos coeficientes do modelo bem como solucionar possíveis problemas numéricos no processo de estimação e melhorar aspectos computacionais. Porém esta é

uma questão bastante discutida uma vez que os efeitos causados pela mudança na localização em modelos de coeficientes aleatórios não são os mesmos que ocorrem em modelos de coeficientes fixos onde a simples adição ou subtração de uma constante modifica apenas a ordenada da regressão enquanto os demais coeficientes e componentes de variância e covariância permanecem os mesmos³⁸».

Basicamente, pode dizer-se que (Nezlek, 2001: 775):

- *Os modelos com variáveis explicativas não centradas (ou seja, considerada na sua medida original), são mais verosímeis do que aqueles que têm variáveis explicativas centradas quando se estimam parâmetros, devido às altas correlações entre ordenadas e declives, e frequentemente, as variáveis explicativas não necessitam de serem centradas para reduzir esta correlação.*
- *Se 0 não é um valor sensível para uma variável de nível 1 (ou seja, por exemplo, a variável tem escala de 1 a 7 em que 0 não é um valor possível), então a variável deverá ser centrada.*

Não obstante, «nenhuma regra simples cobre todos os casos» (Bryk e Raudenbush, 1992: 27), pelo que, quando se analisa, têm de tomar-se decisões acerca da centralização baseadas na estrutura dos dados e nas hipóteses de interesse.

2.2.3.4 O modelo com várias variáveis explicativas

Pode explicar-se os efeitos aleatórios das ordenadas e dos declives incluindo no modelo variáveis, ou covariáveis, explicativas observadas ou, simplesmente, indicadoras³⁹. Estas podem caracterizar os indivíduos (outras variáveis X) ou os outros grupos (variáveis W) que também irão explicar a variabilidade entre essas unidades.

³⁸ Fez-se alterações ao texto de modo a adaptar o mesmo à linguagem usada em Portugal.

³⁹ Indicadora como, por exemplo, $W_j = \begin{cases} 1 & \text{se a escola } j \text{ é privada, católica, etc.} \\ 0 & \text{se a escola } j \text{ é pública} \end{cases}$ (Bryk e Raudenbush, 1992:

14). Ou, também o género, o nível sócio-económico ou etnia.

Também se recorre por vezes a *variáveis mudas*⁴⁰ com o objecto de representar o efeito de factores qualitativos⁴¹ (Guimarães e Cabral, 1997: 535-538). Estas variáveis explicam, implicitamente, algumas das diferenças que possam existir nas unidades contextuais mas, explicam muito pouco sobre os mecanismos que deduzem essas diferenças, visto que, as variáveis *mudas* não representam nada de “substantivo” (Jones e Steenbergen, 1997: 8).

Uma das características principais dos modelos multinível é a capacidade que eles têm para modelar os efeitos de grupo como uma função que relaciona as características dos grupos (das escolas) com as características individuais (dos alunos). As variáveis que traduzem as características de grupo são introduzidas no nível de grupo e vão manifestar-se por todo o modelo através das combinações dos seus termos.

Seja então considerada a variável, W_j , pelo que o modelo para o nível 2 será, agora, da forma:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + u_{0j} \quad (8a)$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}W_j + u_{1j} \quad (8b)$$

onde

- γ_{00} é o valor esperado das ordenadas para W_j ;
- γ_{10} é o valor esperado dos declives para W_j ;
- γ_{01} é o coeficiente de regressão associado à variável explicativa W_j do nível 2 relativo à ordenada;
- γ_{11} é o coeficiente de regressão associado à variável explicativa W_j do nível 2 relativo ao declive;
- u_{0j} é o efeito aleatório da j-ésima escola sobre a ordenada para W_j ⁴²;
- u_{1j} é o efeito aleatório da j-ésima escola sobre o declive para W_j ⁴³;
- τ_{00} é a variância populacional das ordenadas corrigida por W_j ;

⁴⁰ “*dummy variables*” na bibliografia anglo-saxónica.

⁴¹ Para mais detalhes e exemplos ver obra citada.

⁴² Ver nota 32.

⁴³ Ver nota 33.

- τ_{11} é a variância populacional dos declives corrigida por W_j ;
- τ_{01} é a covariância entre β_{0j} e β_{1j} ⁴⁴.

Note-se que, tal como no modelo dado em (1), pode considerar-se W_j na sua escala original ou centrada na média geral $\bar{W}_{..}$.

Ao incluir esta variável explicativa W_j , agora τ_{00} , τ_{11} e τ_{01} são componentes de variância e covariância condicionais ou residuais. Ou seja, elas representam a variabilidade em β_{0j} e β_{1j} remanescente depois do controlo de W_j (Bryk e Raudenbush, 1992: 14).

Também se pode afirmar que não é possível estimar os parâmetros destas equações de regressão directamente porque as respostas β_{0j} e β_{1j} não são observadas. Contudo, os dados contém informação necessária para esta estimação (Bryk e Raudenbush, 1992: 14). Uma maneira de proceder seria usar um processo em duas etapas:

- Estimar β_{0j} e β_{1j} pelo MQO em cada escola, e
- Usar os valores estimados na análise do nível 2 com o modelo acima.

2.2.3.5 O modelo combinado: forma multinível⁴⁵

Não interessa desenvolver modelos de níveis separados. Logo, este modelo de dois níveis produz-se introduzindo as características de escola, no modelo original que caracteriza os alunos. Ou seja, substituindo as equações (8a) e (8b) na equação (4), e reordenando os termos, obtém-se uma única equação para a resposta, ou modelo combinado:

$$\begin{aligned}
 Y_{ij} &= (\gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + u_{0j}) + (\gamma_{10} + \gamma_{11}W_j + u_{1j})X_{ij} + e_{ij} \\
 &= \underbrace{\gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + \gamma_{10}X_{ij} + \gamma_{11}W_jX_{ij}}_{\text{parte fixa}} + \underbrace{u_{0j} + u_{1j}X_{ij} + e_{ij}}_{\text{parte aleatória (erro aleatório)}}
 \end{aligned}
 \tag{9a}$$

Porque este modelo tem variáveis que contém tantos efeitos fixos como aleatórios, é designado, por vezes, por modelo misto. Este modelo parece a soma de dois modelos lineares (Monette *et al*, 2002: 17):

⁴⁴ Ver nota 34.

⁴⁵ A forma matricial é dada na secção seguinte 2.2.3.6.

$$\gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + \gamma_{10}X_{ij} + \gamma_{11}W_jX_{ij} \quad (10a)$$

Contém a parte fixa com os coeficientes fixos e que envolve as variáveis explicativas X_{ij} do nível 1 (alunos) e W_j do nível 2 (escolas) e um termo entre níveis $W_j X_{ij}$ (interacção de nível cruzado), com parâmetros γ_{00} , γ_{01} , γ_{10} , γ_{11} , e um termo:

$$u_{0j} + u_{1j}X_{ij} \quad (10b)$$

com parâmetros aleatórios u_{0j} e u_{1j} , também designado por parte aleatória. Além de que também pode ser visto como um modelo linear com uma forma complexa do erro (Kreft e de Leeuw, 1998: 49), sendo este:

$$\delta_{ij} = u_{0j} + u_{1j}X_{ij} + e_{ij} \quad (10c)$$

vindo o modelo da equação (9a) como:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + \gamma_{10}X_{ij} + \gamma_{11}W_jX_{ij} + \delta_{ij} \quad (9b)$$

Neste modelo (9) os erros não são independentes. Embora os alunos sejam unidades de nível 1, independentes, há dependência entre eles porque estão agrupados dentro das escolas, e dentro de cada escola j , os erros são dependentes porque as componentes u_{0j} e u_{1j} são comuns para cada um dos alunos dessa escola. Os erros também podem ter variância desigual, não homogénea, (existência de heterocedasticidade), porque os u_{0j} e u_{1j} variam de escola para escola e dependem do valor de X_{ij} que varia de aluno para aluno (Bryk e Raudenbush, 1992: 15)⁴⁶.

Como se sabe, o método dos mínimos quadrados ordinários requer que os erros aleatórios sejam independentes, normalmente distribuídos e tenham variância constante (i.i.d.). E este modelo não é um caso no qual se possa aplicar este método. Pelo contrário, tal

⁴⁶ Se o valor de X_{ij} for centrado, como por exemplo, $(X_{ij} - \bar{X}_{\bullet\bullet})$, isto é bem visível.

como já se disse anteriormente:

- os coeficientes β_j no nível 1 podem ser fixos ou aleatórios;
- no nível 2, os coeficientes γ são considerados fixos, as variâncias e covariâncias entre os níveis 1 e 2 são designados por componentes de variância; e,
- o erro tem uma forma complexa.

De facto, é fácil verificar que a variância do termo de erro aleatório não é constante e que os erros das unidades do nível 1 em cada unidade do nível 2 estão correlacionados. Além disso, recorde-se os pressupostos acerca dos componentes deste termo de erro⁴⁷:

$$(P.1) \quad E(u_{0j}) = E(u_{1j}) = E(e_{ij}) = 0$$

$$(P.2) \quad var(u_{0j}) = \tau_{00}, \quad var(u_{1j}) = \tau_{11}, \quad var(e_{ij}) = \sigma^2$$

$$(P.3) \quad Cov(u_{0j}, e_{ij}) = Cov(u_{1j}, e_{ij}) = Cov(e_{ij}, e_{kl}) = 0$$

$$(P.4) \quad Cov(u_{0j}, u_{1j}) = \tau_{01}$$

em que:

- o pressuposto (P.1) declara que não há parâmetro de erro sistemático ou ruído de nível 1;
- o pressuposto (P.2) declara que o parâmetro de erro e erro de nível 1 podem ser caracterizados por variâncias constantes; e,
- os pressupostos (P.3) e (P.4) indicam que os diferentes componentes de δ_{ij} são não correlacionados, com excepção de u_{0j} e u_{1j} . Isto significa que:

- 1- Não há correlação directa entre os erros de nível 1.
- 2- Os erros de nível 1 e de nível 2 não são correlacionados.

Com estes pressupostos pode deduzir-se a variância de δ_{ij} :

⁴⁷ Os pressupostos são extensões das restrições requeridas para o modelo de regressão simples, MQO, (Bryk & Raudenbush, 1992; Snijders & Bosker, 1999).

$$\begin{aligned}
\text{var}(\delta_{ij}) &= E(u_{0j} + u_{1j}X_{ij} + e_{ij})^2 \\
&= E(u_{0j}^2) + 2X_{ij}E(u_{0j}u_{1j}) + X_{ij}^2E(u_{1j}^2) + E(e_{ij}^2) \\
&= \tau_{00}^2 + 2X_{ij}\tau_{01} + X_{ij}^2\tau_{11}^2 + \sigma^2.
\end{aligned} \tag{11a}$$

Verifica-se que, enquanto as componentes de δ_{ij} são homocedásticas, δ_{ij} em si mesmo é inerentemente heterocedástico como uma função de explicativas de nível 1. Na verdade, somente quando não é assumido o parâmetro de erro para o declive do nível 1, é que $\text{var}(\delta_{ij})$ será homocedástica (Jones e Steenbergen, 1997: 12).

Os erros multinível também estão correlacionados, para as unidades de nível 1, no mesmo contexto. Seja, δ_{ij} e δ_{kj} , dois desses erros. Então:

$$\begin{aligned}
\text{Cov}(\delta_{ij}, \delta_{kj}) &= E[(u_{0j} + u_{1j}X_{ij} + e_{ij})(u_{0j} + u_{1j}X_{kj} + e_{kj})] \\
&= E[u_{0j}^2] + X_{ij}E[u_{0j}u_{1j}] + X_{kj}E[u_{0j}u_{1j}] + X_{ij}X_{kj}E[u_{1j}^2] \\
&= \tau_{00}^2 + (X_{ij} + X_{kj})\tau_{01} + X_{ij}X_{kj}\tau_{11}^2 \\
&\neq 0.
\end{aligned} \tag{11b}$$

2.2.3.6 O modelo combinado: forma matricial

Para simplificar sobretudo o processo de estimação é conveniente usar-se notação matricial. Assim, se reunirmos todas as observações da escola j , estes modelos anteriores podem

ser representados em vectores e matrizes⁴⁸ como se segue⁴⁹:

- O modelo para o nível 1 como em (4) vem:

$$Y_j = X_j\beta_j + e_j \quad \text{com } j = 1, 2, \dots, J \tag{12}$$

onde,

⁴⁸ Isto é designado por formulação do modelo de Laird – Ware.

⁴⁹ (Bergamo, 2002: 12; G. Monette et al, 2002: 18; Sullivan *et al*, 1999: 862; Natis, 2000: 33-37; Bryk e Raudenbush, 1992: 230-236)

$$\mathbf{Y}_j = \begin{bmatrix} Y_{1j} \\ Y_{2j} \\ \vdots \\ Y_{n_jj} \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{X}_j = \begin{bmatrix} 1 & X_{1j} \\ 1 & X_{2j} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & X_{n_jj} \end{bmatrix} ; \quad \boldsymbol{\beta}_j = \begin{bmatrix} \beta_{0j} \\ \beta_{1j} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{e}_j = \begin{bmatrix} e_{1j} \\ e_{2j} \\ \vdots \\ e_{n_jj} \end{bmatrix}$$

- O modelo para o nível 2 como em (8a) e (8b) vem:

$$\boldsymbol{\beta}_j = \mathbf{W}_j \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{u}_j \quad \text{com } j = 1, 2, \dots, J \quad (13)$$

onde,

$$\boldsymbol{\beta}_j = \begin{bmatrix} \beta_{0j} \\ \beta_{1j} \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{W}_j = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{W}_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \mathbf{W}_j \end{bmatrix} ; \quad \boldsymbol{\gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_{00} \\ \gamma_{01} \\ \gamma_{10} \\ \gamma_{11} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{u}_j = \begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{1j} \end{bmatrix}$$

- O modelo combinado de (12) e (13), como em (9a), vem:

$$\mathbf{Y}_j = \underbrace{\mathbf{X}_j \mathbf{W}_j}_{\mathbf{A}_j} \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{X}_j \mathbf{u}_j + \mathbf{e}_j \quad \text{com } j = 1, 2, \dots, J \quad (14a)$$

ou, equivalentemente,

$$\mathbf{Y}_j = \mathbf{A}_j \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{X}_j \mathbf{u}_j + \mathbf{e}_j \quad \text{com } j = 1, 2, \dots, J \quad (14b)$$

onde, $\mathbf{A}_j = \mathbf{X}_j \mathbf{W}_j$, ou seja:

$$\mathbf{A}_j = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{W}_j & X_{1j} & \mathbf{W}_j X_{1j} \\ 1 & \mathbf{W}_j & X_{2j} & \mathbf{W}_j X_{2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \mathbf{W}_j & X_{n_jj} & \mathbf{W}_j X_{n_jj} \end{bmatrix}$$

em que, A_j e W_j são matrizes conhecidas do delineamento, $\boldsymbol{\gamma}$ é um vector dos efeitos fixos, \mathbf{u}_j é um vector dos efeitos aleatórios e \mathbf{e}_j é o vector dos erros ou resíduos. Assume-se que este modelo tenha

$$\mathbf{e}_j \sim N(0, \mathbf{R}) \quad \text{em que } \mathbf{R} = \sigma^2 \mathbf{I}_{n_j}, \text{ e}$$

$$\mathbf{u}_j \sim N(0, \mathbf{G}) \quad \text{em que } \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \tau_{00} & \tau_{01} \\ \tau_{10} & \tau_{11} \end{bmatrix}$$

e, também,

$$\text{Cov}(\mathbf{u}_j, \mathbf{e}_j) = 0.$$

Até aqui, o modelo desenvolvido é muito simplificado pelo que, para conter mais variáveis explicativas, em cada nível e entre níveis, é necessário generalizar o modelo para que este incorpore mais especificações da sua flexibilidade (Gill, 2004). Assim, se agruparmos todas as escolas, ou melhor, colocarmos as matrizes das escolas em matrizes maiores tem-se, de uma forma mais compacta:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\boldsymbol{\gamma} + \mathbf{X}\mathbf{u} + \mathbf{e} \quad (15)$$

onde,

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_J \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_J \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\gamma} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\gamma}_0 \\ \boldsymbol{\gamma}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\gamma}_J \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{X}_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{X}_J \end{bmatrix}; \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_J \end{bmatrix} \text{ e}$$

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{e}_J \end{bmatrix}$$

com

$$\mathbf{u}_j \sim N \left(0, \begin{bmatrix} \mathbf{G} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{G} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{G} \end{bmatrix} \right)$$

e

$$\mathbf{e}_j \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I}).$$

A matriz de variância – covariância é:

$$\text{Var}(\mathbf{Y}) = \mathbf{X} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{X}^T + \sigma^2 \mathbf{I} = \mathbf{V} \sigma^2 \quad (16)$$

onde

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{G} \end{bmatrix}.$$

Assume-se que \mathbf{V} é não singular.

Desta maneira, o modelo MLH permite qualquer número de variáveis explicativas em ambos os níveis, bem como, combinações diferindo através dos níveis contextuais.

2.2.3.7 Breves notas

1ª nota. Segundo Zhang *et al*, (2000) uma consequência muito importante do modelo dado pela equação (14a) é a perda de independência entre os resíduos de \mathbf{Y}_j . Pode ver-se isto através da matriz de variância – covariância de \mathbf{Y}_j :

$$\text{Var}(\mathbf{Y}_j) = \text{Var}(\mathbf{X}_j \mathbf{u}_j + \mathbf{e}_j) = \mathbf{X}_j \mathbf{G} \mathbf{X}_j^T + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (16)$$

onde (Ferrão, 2003: 93):

- a matriz $\sigma^2 \mathbf{I}$ é uma matriz diagonal em blocos, representando a contribuição de variância do nível 1 para a variabilidade total da variável resposta; e,
- a matriz $\mathbf{X}_j \mathbf{G} \mathbf{X}_j^T$ é triangular em blocos representando a contribuição da variância do nível 2 para a variabilidade total da variável resposta.

Os termos fora da diagonal da matriz de variância – covariância, normalmente, não são zeros.

2ª nota. Quando não há efeitos aleatórios no modelo de nível 2 (13), o modelo linear hierárquico reduz-se ao modelo de regressão ordinário que inclui variáveis do nível 1, \mathbf{X}_j , variáveis do nível 2, \mathbf{W}_j , e os seus termos de interacção. O modelo torna-se, portanto, em:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{XW}\boldsymbol{\gamma} + \mathbf{e} \quad (17)$$

«Este modelo de regressão linear de um único nível (17) foi usado muitas vezes na pesquisa de efeitos escolares, especialmente, nos anos antes de 1980. É habitual as características da escola serem “fundidas” nos dados dos estudantes (os alunos da mesma escola são “fundidos” com as variáveis da mesma escola), pelo que tratam as variáveis do nível da escola e as variáveis do nível do aluno como se elas fossem do mesmo nível e efectuam uma análise de regressão de um único nível. Se a estrutura dos dados exhibe correlação entre grupos, ou “clusters”, e o analista não tem em conta isso, então o modelo é mal especificado (Zhang et al: 2000)». (Tradução própria)

2.2.4 Alguns sub-modelos mais simples do MLH com 2 níveis⁵⁰

Para obter uma boa escolha, na amálgama confusa dos possíveis modelos, ajuda ver que a forma final do modelo depende de algumas decisões, tais como, (Luke, 2004: 11-12. Tradução própria):

- «Quantos níveis há nos dados e quantos desses níveis queremos para o modelo?

⁵⁰ Segue-se, sobretudo, Bryk e Raudenbush (1992).

- *Quantas variáveis explicativas para cada nível devemos considerar?*
- *Desejamos modelar ordenadas no nível 1, declives, ou ordenadas e declives como uma função das características do nível 2?*
- *Finalmente, que partes do modelo devem incluir efeitos aleatórios?».*

Seja o caso em que consideremos só uma variável explicativa no nível 1, X_{ij} , e só uma variável explicativa no nível 2, W_j , o modelo dado pelas equações (4), (8a), (8b), ou (9a), é o caso mais simples de um modelo linear hierárquico completo. Repetindo a equação (9a):

$$\begin{aligned}
 Y_{ij} &= (\gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + u_{0j}) + (\gamma_{10} + \gamma_{11}W_j + u_{1j})X_{ij} + e_{ij} \\
 &= \underbrace{\gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + \gamma_{10}X_{ij} + \gamma_{11}W_jX_{ij}}_{\text{parte fixa}} + \underbrace{u_{0j} + u_{1j}X_{ij} + e_{ij}}_{\text{parte aleatória (erro aleatório)}}
 \end{aligned}
 \tag{9a}$$

A partir deste modelo podem ser obtidos sub-modelos mais simples bastando, para isso, que alguns termos destas equações sejam considerados nulos. Na prática, é vulgar encontrar situações em que isso é possível ou desejável.

Por isso, podem surgir novos modelos para os quais podemos aplicar métodos de análise de dados mais comuns, tais como sejam os modelos seguintes, apresentados da maneira mais simples para a mais complexa (Bryk e Raudenbush, 1992: 15-16), subdivididos em três classes principais, como se mostra, em resumo, na tabela 1, adaptada sobretudo a partir de Luke (2004: 13-14) – são três classes muito vulgares de modelos multinível:

- i) Modelo ANOVA com um factor⁵¹ e efeitos aleatórios.
- ii) Modelo de Regressão de médias como respostas.
- iii) Modelo ANCOVA com um factor e efeitos aleatórios.
- iv) Modelo de Regressão com coeficientes aleatórios.
- v) Modelo com Interceptos e Declives como respostas.
- vi) Modelo com Declives variando não aleatoriamente.

⁵¹ Modelo «one-way» ANOVA na bibliografia anglo-saxónica.

Tabela 1: Três classes de Modelos Lineares Hierárquicos

Classe	Sistema de Equações do Modelo	Modelo de Efeitos Mistos	Descrição do Modelo	Notas
1. Modelo Incondicional	N1: $Y_{ij} = \beta_{0j} + e_{ij}$ N2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$	$Y_{ij} = \gamma_{00} + u_{0j} + e_{ij}$	ANOVA com um factor e efeitos aleatórios	Muitas vezes usado como <i>modelo nulo</i> para estimar efeitos entre grupos e o <i>coeficiente de correlação intra-classe</i>
2.1 Modelos de Ordenadas Aleatórias	N1: $Y_{ij} = \beta_{0j} + e_{ij}$ N2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + u_{0j}$	$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + u_{0j} + e_{ij}$	Médias como respostas	Aqui a ênfase é nas preditivas do nível 2
2.2	N1: $Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + e_{ij}$ N2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + u_{0j}$ $\beta_{1j} = \gamma_{10}$	$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}X_{ij} + \gamma_{01}W_j + u_{0j} + e_{ij}$	ANCOVA com um factor e efeitos aleatórios	
2.3	N1: $Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + e_{ij}$ N2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + u_{0j}$ $\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}W_j$	$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}X_{ij} + \gamma_{01}W_j + \gamma_{11}W_jX_{ij} + u_{0j} + e_{ij}$	Declives variando não aleatoriamente	
3.1 Modelos de Ordenadas e Declives Aleatórios	N1: $Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + e_{ij}$ N2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$ $\beta_{1j} = \gamma_{10} + u_{1j}$	$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}X_{ij} + u_{0j} + u_{1j}X_{ij} + e_{ij}$	Modelo de Regressão com coeficientes aleatórios	Ordenadas e Declives do modelo do nível 1 a variar através das unidades do nível 2, mas não há modelagem para a variabilidade das preditivas do nível 2
3.2	N1: $Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + e_{ij}$ N2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + u_{0j}$ $\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}W_j + u_{1j}$	$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + \gamma_{10}X_{ij} + \gamma_{11}W_jX_{ij} + u_{0j} + u_{1j}X_{ij} + e_{ij}$	Ordenadas e Declives como respostas	A Ordenada e os Declives são modelados usando a(s) preditiva(s) do nível 2. Existência do termo “cruzado” $W \times X$ chamado <i>coeficiente de interacção de nível cruzado</i>

Fonte: Adaptado de Luke (2004); Sullivan *et al* (1999); e, Bryk e Raudenbush (1992)

2.2.4.1 Modelo ANOVA com um factor e efeitos aleatórios⁵²

Este é o modelo mais simples, que ilustra bem algumas das características particulares destes modelos. Serve geralmente como ponto de partida da análise de dados hierárquicos, visto que ele proporciona a estimação pontual e o intervalo de confiança para a grande média, γ_{00} .

Neste caso, o modelo não envolve nenhuma variável explicativa em ambos os níveis, 1 e 2, ou seja, β_{1j} é igual a zero para todo o j . Pode ser deduzido das equações (4) e (8a) e não havendo variáveis explicativas no nível 1 a equação (4) reduz-se a:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + e_{ij} \quad (18)$$

Note-se que este modelo só contém o parâmetro de nível 2, a ordenada, β_{0j} , que é a resposta média para a j -ésima unidade, \bar{Y}_j .

Igualmente, não havendo variáveis explicativas no nível 2 a equação (8a) reduz-se a:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j} \quad (19)$$

Substituindo a equação (19) na equação (18) obtém-se o modelo combinado:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + u_{0j} + e_{ij} \quad (20)$$

Este modelo introduz o modelo de componentes de variância (Bryk e Raudenbush, 1992). Também poderíamos encontrar este modelo se na equação (9a) se se removerem todos os termos que contenham um X ou W . Sendo assim, ele não explica nenhuma variância em Y mas decompõe a mesma em dois termos independentes, dada por:

⁵² Ou *modelo unicamente de ordenada* ou *modelo nulo*. É muitas vezes referido como o *modelo incondicional completo* (Bryk e Raudenbush, 1992: 17). No capítulo 5, do seu livro, dão um exemplo de aplicação deste submodelo.

$$\text{var}(Y_{ij}) = \text{var}(u_{0j} + e_{ij}) = \tau_{00} + \sigma^2 \quad (21)$$

onde,

- σ^2 é a variância dos erros e_{ij} do nível 1 que representa a variabilidade intra-grupo; e,
- τ_{00} é a variância dos erros u_{0j} do nível 2 que representa a variabilidade entre-grupos.

Usando este modelo podemos definir o coeficiente de correlação intra-classe⁵³ dado por:

$$\rho = \frac{\tau_{00}}{\tau_{00} + \sigma^2} \quad (22)$$

Este coeficiente indica a proporção de variância explicada pela estrutura de grupo dentro da população em estudo (Bryk e Raudenbush, 1992), isto é, representa o tamanho relativo da variância entre escolas⁵⁴. O coeficiente varia entre 0 e 1. Portanto, e hipoteticamente, nos casos extremos quando:

- o seu valor é nulo, significa que os alunos estão homogeneamente distribuídos entre as escolas, τ_{00} seria estatisticamente igual a zero, pelo que toda a variância em Y se deve à variabilidade entre os alunos não tendo as escolas qualquer influência; e,
- o seu valor é 1, toda a variabilidade em Y se deve à diferença entre escolas, não tendo, por conseguinte, qualquer influência as características individuais do aluno mas sim, as características da escola onde ele está inserido.

Observação: Repare-se, ainda, que se tem intra-escola (Monette et al, 2002: 20-21):

$$E(\bar{Y}_{.j} | \beta_{0j}) = \beta_{0j} \quad (23)$$

⁵³ “ICC – *intra-class correlation*” na bibliografia anglo-saxónica. Para mais detalhes consultar Subramanian *et al* (2003: 82-84); Goldstein (1995), por exemplo.

⁵⁴ O coeficiente de correlação intra-classe também pode ser interpretado como correlação intra-unidade, a correlação esperada entre duas unidades do mesmo grupo, isto é, entre dois alunos da mesma escola (Goldstein, 1995; Hox, 2002; Browne e Rasbash, 2001). Quando a variável resposta não é contínua é designado por coeficiente de partição de variância.

$$\text{Var}(\bar{Y}_{\cdot j} | \beta_{0j}) = \frac{\sigma^2}{n_j} \quad (24)$$

e através da população:

$$E(\bar{Y}_{\cdot j}) = \gamma_{0j} \quad (25)$$

$$\text{Var}(\bar{Y}_{\cdot j}) = \tau_{00} + \frac{\sigma^2}{n_j} \quad (26)$$

Duas conclusões se retiram:

- a média do modelo incondicional é igual à média da média condicional; e,
- a variância do modelo incondicional é igual à média da variância condicional mais a variância da média condicional.

2.2.4.2 Modelo de Regressão de médias como respostas⁵⁵

Segundo Bryk e Raudenbush (1992: 18) um outro dos problemas estatísticos comuns é o que envolve as médias de cada um dos muitos grupos como uma resposta a ser explicada pelas características de grupo.

No nível 1 tem-se novamente a equação:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + e_{ij} \quad (27)$$

e no nível 2, com uma variável explicativa, vem:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + u_{0j}. \quad (28)$$

Substituindo e ordenando vem para o modelo combinado:

⁵⁵ Este sub-modelo é uma forma de modelo de ordenada aleatória (Bryk e Raudenbush, 1992: 30).

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + u_{0j} + e_{ij}. \quad (29)$$

Note-se que neste modelo a variância

$$\text{Var}(Y_{ij}) = \text{Var}(u_{0j} + e_{ij}) \quad (30)$$

é uma variância *condicional* devido a W . Também o significado de u_{0j} agora é diferente do significado do modelo anterior. Vejamos, na equação (19), representa o desvio das médias das unidades j da grande média⁵⁶ e, agora, representa o resíduo

$$u_{0j} = \beta_{0j} - \gamma_{00} - \gamma_{01}W_j. \quad (31)$$

Identicamente, τ_{00} , é a variância condicional em β_{0j} depois de corrigida por W_j .

2.2.4.3 Modelo ANCOVA com um factor e efeitos aleatórios⁵⁷

Considere-se, agora, as restrições:

- os coeficientes do nível 2, γ_{01} e γ_{11} ; e,
- os efeitos aleatórios u_{0j} , para todo o j ,

são iguais a zero. Resulta daqui que o modelo do nível 1 é:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + e_{ij} \quad (32)$$

e o modelo do nível 2 será:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j} \quad (33a)$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} \quad (33b)$$

⁵⁶ Ou média global ou geral.

⁵⁷ Este é um modelo clássico ANCOVA com um factor em que os efeitos do nível 2 são vistos como aleatórios (Bryk e Raudenbush, 1992: 30). Ver o capítulo 5, do seu livro.

vindo o modelo combinado como:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}W_j + u_{0j} + e_{ij} \quad (34)$$

Este modelo apresenta uma só variável explicativa que está constrangida por um coeficiente fixo, γ_{10} , para cada unidade j do nível 2 como se indica em (33b). Ou seja, γ_{10} é igual para qualquer grupo.

Até agora verificou-se que todos os sub-modelos são exemplos de modelos com ordenada aleatória. Só o coeficiente da ordenada do nível 1, β_{0j} , foi visto como aleatória. Não se considerou a existência de declive nos modelos *ANOVA com um factor* ou *Regressão de Médias como Respostas*; só no último sub-modelo, *ANCOVA com um factor e efeitos aleatórios*, β_{1j} , foi incluído mas, ainda assim, restringido a ser fixo, isto é, o seu efeito é comum para todos os grupos. No entanto, na maioria dos casos de aplicação dos modelos lineares hierárquicos estão envolvidos estudos em que os declives do nível 1 são considerados como variando aleatoriamente através de todas as unidades do nível 2 (Bryk e Raudenbush, 1992: 20).

2.2.4.4 Modelo de Regressão com coeficientes aleatórios⁵⁸

Este é o caso mais simples dum modelo de regressão com coeficientes aleatórios.

O modelo do nível 1 é:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + e_{ij} \quad (35)$$

e o modelo do nível 2 é:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j} \quad (36a)$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + u_{1j} \quad (36b)$$

⁵⁸ Este sub-modelo é um modelo incondicional no nível 2 onde todos os coeficientes do nível 1 podem variar aleatoriamente (Bryk e Raudenbush, 1992: 30).

onde,

γ_{00} é a ordenada média através das unidades do nível 2;

γ_{10} é o declive médio através das unidades do nível 2;

u_{0j} é o incremento único para a ordenada associada à unidade j do nível 2; e,

u_{1j} é o incremento para o declive associado à unidade j do nível 2.

A variabilidade (ou dispersão) dos efeitos aleatórios do nível 2 será representada pela matriz de variância – covariância:

$$\text{var} \left(\begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{1j} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} \tau_{00} & \tau_{01} \\ \tau_{10} & \tau_{11} \end{bmatrix} = \mathbf{G} \quad (37)$$

onde,

$\text{var}(u_{0j}) = \tau_{00}$ é a variância incondicional nas ordenadas do nível 1;

$\text{var}(u_{1j}) = \tau_{11}$ é a variância incondicional nos declives do nível 1; e,

$\text{cov}(u_{0j}, u_{1j}) = \tau_{01}$ é a covariância incondicional entre as ordenadas e os declives do nível 1.

Substituindo (36a) e (36b) em (35) o modelo combinado será:

$$Y_{ij} = \underbrace{\gamma_{00} + \gamma_{10} X_j}_{p.f.} + \underbrace{u_{0j} + u_{1j} X_{ij}}_{p.a.} + e_{ij} \quad (38)$$

Esta equação representa:

- a resposta Y_{ij} como função de uma equação de regressão média, $\gamma_{00} + \gamma_{10} X_{ij}$,

mais,

- o erro aleatório com três componentes:

- u_{0j} o efeito aleatório da unidade j sobre a média;

- $u_{1j} X_{ij}$ o efeito aleatório da unidade j , u_{1j} , sobre o declive β_{1j} ; e,

- e_{ij} o erro do nível 1.

Este modelo defende que a categorização da escola j não é importante para determinar o efeito esperado em Y_{ij} , mas que há uma fonte adicional de erro proveniente dessas mesmas categorias. Por conseguinte, especificar o modelo só com uma fonte de erro, é perder um efeito de heterocedasticidade (Gill, 2004).

2.2.4.5 Modelo de Ordenadas e Declives como Respostas⁵⁹

Este sub-modelo corresponde ao modelo completo apresentado anteriormente em (4), vindo para o nível 1:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + e_{ij} \quad (39)$$

e para o nível 2:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + u_{0j} \quad (40a)$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}W_j + u_{1j}. \quad (40b)$$

Substituindo (40a) e (40b) em (39) obtém-se:

$$Y_{ij} = \underbrace{\gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + \gamma_{10}X_{ij} + \gamma_{11}W_jX_{ij}}_{p.f.} + \underbrace{u_{0j} + u_{1j}X_{ij}}_{p.a.} + e_{ij}. \quad (41)$$

O termo “cruzado” $W \times X$ é chamado *interacção de nível cruzado* e tem a função de permitir ao declive médio relacionado com X variar com W .

⁵⁹ Aplicações do modelo: ver capítulo 5 no contexto de efeitos organizacionais e capítulo 6 no contexto do estudo de curvas de crescimento (Bryk e Raudenbush, 1992).

2.2.4.6 Modelo com Declives variando não aleatoriamente⁶⁰

Nalguns casos, o analista poderá justificar quase completamente a variabilidade dos declives de regressão, β_{1j} . O analista terá, então, que encontrar a variância residual de β_{1j} depois do controlo por W_j , isto é, a variância dos resíduos, u_{1j} , deve ser muito próximo de zero. Por outras palavras, após o controlo por W_j pouca ou nenhuma variância nos declives deverá restar por explicar (Bryk e Raudenbush, 1992: 21/22). Isto implica considerar $\tau_{11} = 0$ (daqui que $\tau_{01} = 0$ também, senão G não será uma matriz de variância).

Este é um sub-modelo em que a variação em β_{1j} , de escola para escola, é completamente consistente com a variação esperada intra-escolas não havendo necessidade de postular que $\tau_{11} > 0$ (Monette, 2002: 30).

Assim o modelo para o nível 2 vem:

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}W_j. \quad (42a)$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + u_{0j} \quad (42b)$$

A equação (4) mantém-se como o modelo para o nível 1:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + e_{ij}. \quad (43)$$

Após fazer as substituições de (42a) e (42b) em (43), o modelo combinado vem:

$$Y_{ij} = \underbrace{\gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + \gamma_{10}X_{ij} + \gamma_{11}W_jX_{ij}}_{p.f.} + \underbrace{u_{0j} + e_{ij}}_{p.a.} \quad (44)$$

Note-se que neste modelo os declives variam de grupo para grupo mas de uma maneira não aleatória, o que fica demonstrado na equação (42a) em que β_{1j} varia somente em função de

⁶⁰ Ver aplicação deste tipo de sub-modelo, no capítulo 8, de Bryk e Raudenbush (1992).

W_j . Este é mais um modelo em que a ordenada varia aleatoriamente através das unidades do nível 2, como se observa da leitura da equação (42b).

2.2.5 Extensões do MLH

2.2.5.1 O modelo linear hierárquico geral com 2 níveis

Na prática, pode acontecer que existam mais do que uma variável explicativa tanto no nível 1 como no nível 2. Ou seja, pode generalizar-se as equações (4), (8) e (9), incluindo múltiplas variáveis explicativas de nível 1 e de nível 2. Considerando que se tem P variáveis explicativas X no nível 1, indicadas com o índice p , sendo ($p = 1, 2, \dots, P$), a equação de nível 1 vem como:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{pj} X_{pij} + e_{ij} \quad (45)$$

onde β_{pj} são os declives para X_{pij} . Ou na forma de somatório:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \sum_p \beta_{pj} X_{pij} + e_{ij} \quad (46)$$

Considerando, agora, que também se tem Q variáveis explicativas W no nível 2, indicadas com o índice q , sendo ($q = 1, 2, \dots, Q$), a equação para o nível 2 vem:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{0q} W_{qj} + u_{0j} \quad (47a)$$

$$\beta_{pj} = \gamma_{p0} + \gamma_{pq} W_{qj} + u_{pj} \quad (47b)$$

onde γ_{0q} são os declives de W_{qj} e γ_{p0} é o efeito médio de X_{pij} (Simard e Marchand, 1995).

Ou na forma de somatório:

$$\beta_{oj} = \gamma_{00} + \sum_q \gamma_{0q} W_{qj} + u_{0j} \quad (48a)$$

$$\beta_{pj} = \gamma_{p0} + \sum_q \gamma_{pq} W_{qj} + u_{pj} \quad (48b)$$

A equação (9a) tornar-se-á uma equação mais geral (Hox, 1998; 2002):

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{p0} X_{pij} + \gamma_{0q} W_{qj} + \gamma_{pq} W_{qj} X_{pij} + u_{pj} X_{pij} + u_{0j} + e_{ij}. \quad (49)$$

Ou, na forma mais compacta, usando somatórios (Snijders e Bosker, 1999: 76; Jones e Steenbergen, 1991: 13):

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \sum_p \gamma_{p0} X_{pij} + \sum_q \gamma_{0q} W_{qj} + \sum_p \sum_q \gamma_{pq} W_{qj} X_{pij} + \sum_p u_{pj} X_{pij} + u_{0j} + e_{ij}. \quad (50)$$

O significado dos diversos componentes desta equação é idêntico aos da equação 9.

É importante ressaltar que a inclusão de variáveis explicativas nas equações do modelo do nível 2, com excepção da que representa o coeficiente β_{0j} , resulta no aparecimento de termos de interacção entre variáveis dos dois níveis do modelo (Natis, 2000: 16). Mas, quando se decide quais as variáveis a introduzir nos modelos, nunca se deve deixar de considerar que, «pelo simples facto de adicionar, por exemplo, uma única variável no nível 1, isso requer habitualmente a estimação de mais do que um único parâmetro. Incluir uma variável significa que as covariâncias entre esta e os outros erros aleatórios também terão de ser estimadas» (Nezlek, 2001: 778).

Também é importante realçar que a inclusão de variáveis explicativas nas equações, tanto do nível 1 como do nível 2, pode ser feita com diversos propósitos, por exemplo, para examinar hipóteses de mediação; para controlar a covariação entre medidas; etc.

2.2.5.2 O modelo linear hierárquico de 3 níveis

Em Portugal, as escolas estão geralmente agrupadas dependendo burocraticamente de uma autoridade territorial, as Direcções Regionais de Educação. E, superiormente, do Ministério

da Educação e, em última instância, do próprio Governo. Segundo Goldstein e Woodhouse (2000) este aspecto não está presente, em geral, na teoria.

A figura 10 representa uma hipotética estrutura dos dados aninhados em três níveis de observação.

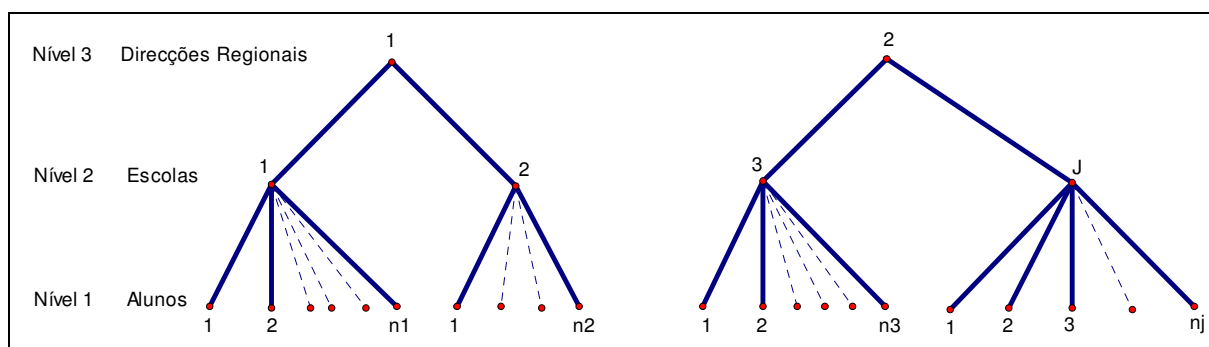


Figura 10: Dados com estrutura hierárquica com três níveis

Para Goldstein e Woodhouse (2000),

«... um dos rasgos mais persistentes na investigação sobre a eficácia escolar é a sua concepção das escolas, entidades discretas, que não interactivam entre si e que têm características derivadas dos seus alunos e de seus professores, assim como, outras estruturas permanentes. (...) Há um problema com o suposto básico mencionado no começo do parágrafo, concretamente, que as escolas são assumidas como entidades não interactivas. Uma reflexão detalhada sobre as formas como as escolas funcionam, especialmente em Inglaterra, revela que as acções e as características de qualquer escola estão vinculadas com as características de outras escolas. (...) Mortimore e Whitty (1997) fizeram uma pontualização similar sobre a impossibilidade de separar o funcionamento da escola das constricções da sociedade» (tradução própria de Aguerre, 2003).

Ora bem, se as escolas não podem ser entendidas ignorando, por exemplo, as estruturas institucionais de governo, controlo e funcionamento do sistema educativo, a investigação sobre os efeitos das escolas não pode ignorar, que na realidade, alguns efeitos podem ser mais correctamente atribuídos às sociedades nacionais, aos sistemas educativos ou às entidades

territoriais, dos quais são parte as escolas. As fontes de variação nas aprendizagens estendem-se para incorporar os territórios e reconhecer que a estrutura aninhada ou hierárquica dos dados tem um nível adicional (Aguerre, 2003).

Ou seja, por outras palavras, o modelo pode não ficar bem ampliado ao incorporar múltiplas variáveis explicativas, sendo necessário também estendê-las por mais do que dois níveis de análise. Aqui, a lógica base é uma ampliação directa do modelo de nível 2: aos parâmetros de cada nível de análise é permitido variar sobre o nível de análise seguinte mais elevado, sendo os parâmetros no nível mais elevado de análise considerados fixos (Jones e Steenbergen, 1991: 15).

Se designarmos, um terceiro nível, por exemplo, a Direcção Regional com o índice k , então, as equações introduzidas anteriormente devem ser reformuladas e ampliadas para poderem incorporar esta nova forma de variação, ficando-se com:

- No nível 1 (alunos):

$$Y_{ijk} = \beta_{0jk} + \beta_{1jk} X_{ijk} + e_{ijk} \quad (51)$$

ou na forma de somatório:

$$Y_{ijk} = \beta_{0jk} + \sum_p \beta_{pjk} X_{pijk} + e_{ijk} \quad (52)$$

- Aos parâmetros β é permitido variarem (contextualmente) através das unidades do nível 2 (escolas) de acordo com:

$$\beta_{0jk} = \gamma_{00k} + \gamma_{01k} W_{jk} + u_{0jk} \quad (53a)$$

$$\beta_{1jk} = \gamma_{10k} + \gamma_{11k} W_{jk} + u_{1jk} \quad (53b)$$

ou na forma de somatório:

$$\beta_{ojk} = \gamma_{00k} + \sum_q \gamma_{0qk} W_{qjk} + u_{0jk} \quad (54a)$$

$$\beta_{pjk} = \gamma_{p0k} + \sum_q \gamma_{pqk} W_{qjk} + u_{pjk} \quad (54b)$$

- Por fim, aos parâmetros γ é permitido variarem (contextualmente) através das unidades do nível 3 (direcções regionais):

$$\gamma_{00k} = \lambda_{000} + \lambda_{00s} Z_{sk} + r_{00k} \quad (55a)$$

$$\gamma_{01k} = \lambda_{010} + \lambda_{01s} Z_{sk} + r_{01k} \quad (55b)$$

$$\gamma_{10k} = \lambda_{100} + \lambda_{10s} Z_{sk} + r_{10k} \quad (55c)$$

$$\gamma_{11k} = \lambda_{110} + \lambda_{11s} Z_{sk} + r_{11k} \quad (55d)$$

ou na forma de somatório:

$$\gamma_{00k} = \lambda_{000} + \sum_s \lambda_{00s} Z_{sk} + r_{00k} \quad (56a)$$

$$\gamma_{0qk} = \lambda_{0q0} + \sum_s \lambda_{0qs} Z_{sk} + r_{0qk} \quad (56b)$$

$$\gamma_{p0k} = \lambda_{p00} + \sum_s \lambda_{p0s} Z_{sk} + r_{p0k} \quad (56c)$$

$$\gamma_{pqk} = \lambda_{pq0} + \sum_s \lambda_{pqs} Z_{sk} + r_{pqk} \quad (56d)$$

Segundo o estudo de Aguerre (2003) «... dado que se partiu (pode partir) a variância entre a sua componente individual (aluno), organizacional (escola) e territorial (direcção regional), se dilui o enviesamento que ocasiona atribuir à escola também uma componente, por exemplo, de eficácia (ou ineficácia) originada na administração educativa territorial».

A estrutura que estas equações produzem é muito complexa. Entre outras coisas, ela contém efeitos principais para as variáveis explicativas do nível 1, do nível 2 e do nível 3, além de, interacções duplas e triplas de nível cruzado. Mais ainda, este modelo de três níveis contém um termo de erro muito complexo. Escusado será dizer que, modelos multinível com maior número de níveis produzem estruturas ainda mais complexas (Jones e Steenbergen, 1991: 16), ou

seja, «*mais complicada se torna a interpretação dos coeficientes do modelo e a sua estrutura de variância e covariância*» (Natis, 2000: 18).

Embora os computadores e os diversos pacotes de *software* apropriado, permitam análises bem complexas com relativa facilidade. Daí que seja aconselhado, sempre que possível, refrear o número de níveis (habitualmente, só se usa dois) a menos que, por algo claro e racional, ou por se ter expectativas muito fortes acerca da natureza dos efeitos e das suas contingências, assim o aconselhe.

Algumas vezes, também sucede que «*o número de unidades experimentais de um dos níveis do modelo pode ser insuficiente para que este nível possa ser levado em conta, uma vez que o número de parâmetros, que se deseja estimar, cresce com o aumento do número de níveis de hierarquia*» (Natis, 2000: 18) o que, aliás, já foi realçado anteriormente. «*Neste caso, uma alternativa para incorporar uma variável associada a este nível é considerá-la num dos demais níveis, quer seja repetindo os mesmos valores para diversas unidades experimentais quer seja utilizando uma medida resumo desta variável, o que podemos designar por variável agregada*» (Natis, 2000: 19)⁶¹.

2.3 Métodos de estimação para o modelo linear hierárquico

Diversos métodos e algoritmos têm sido desenvolvidos para ajustar o modelo multinível e têm vindo a ser sistematicamente implementados no *software* padrão Fox e Glas (2002).

Browne e Rasbash (2001) fazem uma breve descrição dos vários métodos usados para estimar os modelos lineares hierárquicos ou multiníveis e Joop Hox (2002) apresenta uma breve explicação não técnica do principal método utilizado, o método da máxima verosimilhança, evidenciando algumas das alternativas mais usuais.

Segundo Ferrão (2003) os procedimentos para a estimativa dos diversos parâmetros baseiam-se fundamentalmente em dois métodos: método dos mínimos quadrados e método da maximização da função de verosimilhança. Para implementar este último, usam-se os algoritmos de Newton – Raphson; Fisher Scoring e o EM, que podem ser revistos em Longford (1993). É

⁶¹ Fez-se alterações ao texto de modo a adaptar o mesmo à linguagem usada em Portugal.

este último, sem dúvida, o método mais usado na modelação multinível porque ele é geralmente robusto e produz estimadores que são assintoticamente eficientes e consistentes Hox (2002). Para Browne e Rasbash (2001) não havendo uma fórmula simples que possa ser usada directamente há, contudo, dois tipos de abordagem possíveis: procedimentos iterativos⁶² e procedimentos de simulação⁶³.

Outros métodos de estimação que também são usados nos modelos lineares hierárquicos e nos modelos multinível, em geral, são os Mínimos Quadrados Ordinários (MQO), os Mínimos Quadrados Generalizados (MQG), os métodos Bayesianos - sobretudo a técnica Monte Carlo por Cadeias Markov (MCMC). Também se usam os métodos *Bootstrapping* para melhorar as estimativas dos parâmetros e dos erros padrão (Hox, 2002).

Para calcular os estimadores de Máxima Verosimilhança é necessário um processo iterativo. Na prática e, identicamente, a estimação dos parâmetros proporcionada pelo programa MLwiN 2.02 é feita pelo método dos mínimos quadrados generalizados iterativos (MQGI⁶⁴). O método dos MQGI desenvolve-se em duas etapas:

- estimativa dos parâmetros fixos;
- estimativa dos parâmetros aleatórios.

A execução das duas etapas sucede-se iterativamente até à obtenção da convergência para todas as estimativas dos parâmetros fixos e aleatórios Ferrão (2003), tratando-se os coeficientes fixos como quantidades conhecidas quando se calcula os parâmetros aleatórios (Simard e Marchand, 1995). Uma descrição completa pode ser encontrada em Goldstein, H. (1986).

Na análise multinível sucede muitas vezes que não ocorre convergência quando se pretende estimar muitos componentes aleatórios (de variância) que sejam próximos de zero. Uma solução é recorrer então aos Mínimos Quadrados Generalizados (MQG). Outra solução Hox, (2002), é simplificar o modelo deixando de lado alguns componentes aleatórios. Por vezes, a não convergência é sinal de quais os componentes aleatórios que podem ser omitidos.

No *Bootstrapping*, usa-se amostras que são repetida e aleatoriamente escolhidas, com reposição, a partir dos dados observados. Para cada uma destas amostras estimam-se os

⁶² O método da Máxima Verosimilhança (MV), o método da Máxima Verosimilhança Restrita (MVR) e métodos de Quasi-Verosimilhança (ver Goldstein, 1995: capítulo 5).

⁶³ O método de Cadeias de Markov pela técnica de Monte Carlo e métodos *Bootstrapping* (Browne, 2003; Goldstein, 1995).

⁶⁴ *IGLS – Iterative Generalized Least Squares*, na bibliografia anglo-saxónica.

parâmetros do modelo usando, geralmente, métodos de Máxima Verosimilhança. Este processo é repetido n vezes, obtendo-se, para cada parâmetro do modelo, um conjunto de n parâmetros estimados. É a variância destes n estimadores que é usada como um indicador da variância de amostragem associada ao parâmetro estimado obtido a partir da amostra total Efron e Tibshirani (1993). Normalmente usa-se este método quando há desconfiança da existência de resultados assintóticos: porque a amostra é pequena ou porque os dados não seguem uma distribuição Normal.

2.3.1 Modelo de nível único

Começemos por considerar o modelo combinado na forma matricial

$$Y = XW\gamma + Xu + e \quad (57)$$

que modela de maneira correcta aos dados. Ainda que, agora, as observações não sejam independentes umas das outras, pode ser mostrado que o estimador não enviesado de variância mínima (BLUE) de γ é:

$$\hat{\gamma}_{MQG} = (W^T X^T V^{-1} XW)^{-1} W^T X^T V^{-1} Y \quad (58)$$

Sabe-se que $\hat{\gamma}_{MQG}$ é não enviesado. Ou seja, a média é

$$E(\hat{\gamma}_{MQG}) = (W^T X^T V^{-1} XW)^{-1} W^T X^T V^{-1} E(Y) = \gamma, \quad (59)$$

e a matriz de variância – covariância de $\hat{\gamma}_{MQG}$ é:

$$Var(\hat{\gamma}_{MQG}) = (W^T X^T V^{-1} XW)^{-1} \sigma^2. \quad (60)$$

Todavia, na realidade,

$$\mathbf{V} = \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{X} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{X}^T + \mathbf{I}. \quad (61)$$

nunca é conhecida, (pelo que vários são os métodos e *software* que têm sido desenvolvidos para estimar os parâmetros).

Por outro lado, se a estrutura de correlação é esquecida e o modelo é mal especificado, ou seja, se os efeitos aleatórios do nível 2, \mathbf{u}_j , são considerados zero e se MQO é aplicado ao modelo de regressão ordinário $\mathbf{Y} = \mathbf{XW}\boldsymbol{\gamma} + \mathbf{e}$, o estimador resultante de $\boldsymbol{\gamma}$ é o estimador de mínimos quadrados ordinários (MQO)

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{MQO} = (\mathbf{W}^T \mathbf{X}^T \mathbf{XW})^{-1} \mathbf{W}^T \mathbf{X}^T \mathbf{Y}. \quad (62)$$

$\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{MQO}$ também é não enviesado. Ou seja, a média é

$$E(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{MQO}) = (\mathbf{W}^T \mathbf{X}^T \mathbf{XW})^{-1} \mathbf{W}^T \mathbf{X}^T E(\mathbf{Y}) = \boldsymbol{\gamma}, \quad (63)$$

e a matriz de variância – covariância associada torna-se:

$$\text{Var}(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{MQO}) = (\mathbf{W}^T \mathbf{X}^T \mathbf{XW})^{-1} \mathbf{W}^T \mathbf{X}^T \mathbf{V} \mathbf{XW} (\mathbf{W}^T \mathbf{X}^T \mathbf{XW})^{-1} \sigma^2. \quad (64)$$

Comparando (64) com (60) vê-se que, em geral, os elementos de (64) proporcionam variâncias mais largas tanto para coeficientes individuais como para funções lineares dos coeficientes. Por esta razão, ambos os estimadores, $\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{MQG}$ e $\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{MQO}$, são não enviesados para $\boldsymbol{\gamma}$, mas $\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{MQO}$ é menos eficiente. Contudo, pode concluir-se⁶⁵, de acordo com Zhang *et al* (2000), que a perda de eficiência não é usualmente considerada tão preocupante quando comparada com outros problemas habituais que se encontram com os dados da amostragem, tais como a não-resposta, a adequação do modelo, etc.

⁶⁵ Zhang *et al*, (2000) citam um estudo de Scott e Holt (1982) aplicado a um caso especial de um modelo de dois níveis.

Um outro problema pode surgir quando se aplica o estimador de MQO: alguns programas de *software* quando fazem uso dele introduzem erros graves ao estimarem $Var(\hat{\gamma}_{MQO})$. Por exemplo, o SPSS, produz um estimador enviesado:

$$\hat{V}(\hat{\gamma}_{MQO}) = (\mathbf{W}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{W})^{-1} \hat{\sigma}_{MQO}^2 \quad (65)$$

que, quando comparado com (64), dá para observar que este pode ser um pobre estimador enviesado da verdadeira matriz de variância.

2.3.2 Modelo linear hierárquico⁶⁶

Segundo Sullivan *et al* (1999) são várias as técnicas de estimação usadas na modelação linear hierárquica desde que o modelo compreenda diferentes tipos de parâmetros. Especialmente, os coeficientes de nível 1, β_j , podem ser fixos (isto é, iguais a uma constante: β_{1j} no modelo 2.2 da Tabela 1), variando não aleatoriamente (isto é, variando através das unidades de nível 2, mas somente, como uma função duma explicativa de nível 2, $W_j: \beta_{1j}$ no modelo 2.3 da Tabela 1) ou aleatórios (isto é, variando através das unidades de nível 2: β_{0j} nos modelos 1 – 3.3 ou β_{1j} nos modelos 3.1 e 3.2 da Tabela 1). Os coeficientes de nível 1, γ , são considerados efeitos fixos e as variâncias de nível 1 e 2 e, as covariâncias (σ^2 , τ_{00} , τ_{01} e τ_{11}) são chamadas componentes de variância. As técnicas de estimação para cada um dos tipos de parâmetro são descritas abaixo. Para mais detalhes teóricos ver em Littell *et al.* (1996) e em Searle *et al.* (1992).

2.3.2.1 Estimação dos parâmetros fixos (γ 's)

Na modelação dos MLH a estimação do tamanho dos efeitos em termos da variância explicada, depende das comparações dos parâmetros de variância, usando um procedimento de comparação do modelo similar ao usado no MQO. Contudo, por serem mais “realistas”, os

⁶⁶ Seguimos, sobretudo, Sullivan *et al* (1999).

mínimos quadrados ponderados (MQP⁶⁷) ou mínimos quadrados generalizados (MQG⁶⁸) são usados para estimar $\boldsymbol{\gamma}$ como se mostra a seguir (e, como se vê, a presença de $\hat{\mathbf{V}}^{-1}$ pode resultar num estimador que é bastante diferente do seu análogo (MQO):

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}} = (\mathbf{A}^T \hat{\mathbf{V}}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \hat{\mathbf{V}}^{-1} \mathbf{Y} \quad (66)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{V} = \text{var}(\mathbf{Y}) &= \mathbf{XGX}^T + \mathbf{R} \\ &= \mathbf{XGX}^T + \sigma^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (67)$$

\mathbf{A} é a matriz do plano $N \times 4$, com $N = \sum_{j=1}^J n_j$ e, $\hat{\mathbf{V}}$ é \mathbf{V} com \mathbf{G} e \mathbf{R} substituídos pelos seus estimadores de máxima verosimilhança. Os elementos de \mathbf{G} e \mathbf{R} (isto é, τ_{00} , τ_{01} , τ_{11} e σ^2) são designados os componentes de variância – covariância e são estimados pela máxima verosimilhança (MV⁶⁹) ou pela máxima verosimilhança restrita (MVR⁷⁰) como descrito na secção seguinte.

A variância do estimador $\hat{\boldsymbol{\gamma}}$ (66) é estimada por

$$\hat{\text{var}}(\hat{\boldsymbol{\gamma}}) = (\mathbf{A}^T \hat{\mathbf{V}}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \quad (68)$$

Sullivan *et al* (1999) referem que Liang e Zeger (1986) recomendam o seguinte como alternativa a (68), particularmente, no caso em que as variâncias de \mathbf{Y} não são homogéneas através das unidades do nível 2 (por exemplo, escolas):

$$\hat{\text{var}}(\hat{\boldsymbol{\gamma}}) = (\mathbf{A}^T \hat{\mathbf{V}}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \hat{\mathbf{V}}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{A} \hat{\boldsymbol{\gamma}}) (\mathbf{Y} - \mathbf{A} \hat{\boldsymbol{\gamma}})^T \hat{\mathbf{V}}^{-1} \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \hat{\mathbf{V}}^{-1} \mathbf{A})^{-1}. \quad (69)$$

⁶⁷ WLS – *Weighted Least Squares*, na bibliografia anglo-saxónica.

⁶⁸ GLS – *Generalized Least Squares*, na bibliografia anglo-saxónica.

⁶⁹ ML – *Maximum Likelihood*, na bibliografia anglo-saxónica.

⁷⁰ REML – *Restricted Maximum Likelihood*, na bibliografia anglo-saxónica.

2.3.2.2 Estimação dos efeitos aleatórios (u's)

Os efeitos aleatórios podem ser estimados usando estimadores contraídos. Por exemplo, o programa SAS Proc Mixed, gera estimadores de efeitos aleatórios de acordo com o seguinte:

$$\hat{\mathbf{u}} = \hat{\mathbf{G}} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{A} \hat{\boldsymbol{\gamma}}) \quad (70)$$

Geralmente, tem interesse estimar coeficientes aleatórios individuais (por exemplo, $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{0j}^*$ e $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{1j}^*$). Estes podem ser obtidos por substituição. Por exemplo, considerando o modelo $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{0j}^* = \hat{\boldsymbol{\gamma}}_{00} + \hat{\boldsymbol{\gamma}}_{01} \mathbf{W}_j + \hat{\mathbf{u}}_{0j}$, onde $\hat{\mathbf{u}}_{0j}$ é dado por (70). Um estimador contraído (também referido como sendo um estimador de Bayes empírico EB⁷¹) ou um melhor estimador não enviesado linear (BLUP⁷²) para o j-ésimo coeficiente aleatório (por exemplo, β_{0j} , no modelo 1, da Tabela 1) é, essencialmente, uma combinação linear pesada ótima da média total (grande média) estimada (por exemplo, $\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{00}$) e da j-ésima média do nível 2 (\bar{Y}_j). O grau de contracção depende da grandeza da variação nas médias do nível 2 (que está relacionada com o número de unidades de nível 1 numa unidade de nível 2 específica usada para gerar o estimador). Por conseguinte, quando n_j , o número de unidades de nível 1 da j-ésima unidade de nível 2, é pequena, o estimador do j-ésimo coeficiente aleatório aproxima-se da média do nível 2, \bar{Y}_j . Os estimadores *BLUP's* são vistos como estimadores de regressão da grande média ($\hat{\boldsymbol{\gamma}}$) baseados nos componentes de variância dos efeitos do modelo (por exemplo, $\hat{\mathbf{G}}$, $\hat{\mathbf{V}}$). Para mais detalhes, ver também Zeger *et al.* (1988). Os estimadores empíricos de Bayes (EM) são computacionalmente eficientes e os resultados são assintoticamente equivalentes às soluções Bayes.

⁷¹ EB – *Empirical Bayes*, na bibliografia anglo-saxónica.

⁷² BLUP – *Best Linear Unbiased Prediction*, na bibliografia anglo-saxónica.

2.3.2.3 Estimação dos componentes de variância – covariância (R e G)

Se o plano é perfeitamente equilibrado (isto é, n_j todos iguais e a distribuição das explicativas de nível 1 em cada unidade de nível 2 é a mesma) há fórmulas de forma fechada para estimar os parâmetros de variância – covariância (Searle *et al*, 1992). Quando o plano é desequilibrado usam-se processos numéricos iterativos para obter os estimadores. Usualmente, estes processos baseiam-se nas técnicas de estimação de máxima verosimilhança.

Os estimadores de máxima verosimilhança (MV) de G e R encontram-se maximizando a função de log-verosimilhança seguinte (ver também Searle *et al*, 1992):

$$l_{MV}(G, R) = -\frac{1}{2} \log |V| - \frac{N}{2} \log r^T V^{-1} r - \frac{N}{2} \left(1 + \log \frac{2\pi}{N} \right) \quad (71)$$

onde

$$r = Y - A(A^T V^{-1} A)^T A^T V^{-1} Y. \quad (72)$$

Se o número de unidades de nível 2, J , é grande, então, os estimadores gerados pela máxima verosimilhança são aproximadamente iguais aos estimadores gerados pela máxima verosimilhança restrita (MVR). Os estimadores MVR dos componentes de covariância baseiam-se nos resíduos que são calculados, depois de se estimar os efeitos fixos (66) pelos MQP ou pelos MQO e são estimadores baseados na maximização da verosimilhança marginal. Os estimadores MVR levam em linha de conta os graus de liberdade usados na estimação dos efeitos fixos quando se estima os componentes de variância. Os estimadores MVR de G e R são encontrados maximizando a função de log – verosimilhança seguinte (ver também Searle *et al*, 1992):

$$l_{MVR}(G, R) = -\frac{1}{2} \log |V| - \frac{1}{2} \log |A^T V^{-1} A| - \frac{(N-p)}{2} \log r^T V^{-1} r - \frac{(N-p)}{2} \left(1 + \log \frac{2\pi}{(N-p)} \right) \quad (73)$$

onde, $\mathbf{r} = \mathbf{Y} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{Y}$ e $p = \text{ordem}(\mathbf{A})$ ⁷³.

2.3.3 Modelos logísticos para variáveis dependentes binárias

Para modelos multinível com variáveis dependentes discretas, o método de MV é computacionalmente intensivo. Por isso, o programa usa métodos de quase-verosimilhança. O processo de estimação envolve um modelo não-linear multinível baseado na extensão de Taylor que transforma um modelo de resposta discreta⁷⁴ num modelo de resposta contínua. Depois da linearização, o modelo é então estimado, usando o método de mínimos quadrados generalizados iterativos (MQGI) ou o MQGI reponderados⁷⁵ (Goldstein, 2003). A transformação para a linearização requer o uso de uma aproximação e as que estão disponíveis no MLwiN são: a Quasi-Verosimilhança Marginal (QMV)⁷⁶ e a Quasi-Verosimilhança Preditiva ou Penalizada (QVP)⁷⁷. A mais simples e computacionalmente mais robusta é a aproximação (dos termos) de 1ª ordem, embora o programa também forneça a aproximação (dos termos) de 2ª ordem (Goldstein, 1991). A primeira dá estimadores que são enviesados descendentes, principalmente, quando o número de unidades do nível 2 é baixo e a segunda embora seja um melhoramento pode conduzir a problemas de convergência.

Alternativamente aos processos baseados na estimação de MV usa-se o método da Cadeia Markov de Monte Carlo (MCMC)⁷⁸ que também está à disposição no MLwiN, Browne (2003).

Enquanto que para variáveis dependentes contínuas o teste da razão de verosimilhanças é adequado para testar a variância do nível 2 (σ_{u0}^2), para testar variáveis dependentes discretas o valor da verosimilhança não merece confiança. Em alternativa, para variáveis não normalmente distribuídas é levado a cabo o teste de Wald, embora que aproximativo.

Mas, uma melhor solução é construir intervalos de confiança para os componentes de variância usando os métodos MCMC (ver Goldstein, 2003; Browne, 2003).

⁷³ $p = \text{rank}(\mathbf{A})$, na bibliografia anglo-saxónica.

⁷⁴ Ou variável dependente discreta, binomial, por exemplo.

⁷⁵ *RIGLS – Reweighted iterative generalized least squares*, na bibliografia anglo-saxónica.

⁷⁶ *ML – Marginal Quasi-Likelihood*, na bibliografia anglo-saxónica.

⁷⁷ *PQL – Predictive (or Penalized) Quasi-Likelihood*, na bibliografia anglo-saxónica.

⁷⁸ *MCMC – Monte Carlo Markov Chain*, na bibliografia anglo-saxónica.

O que foi dito para as variáveis dependentes binárias também é válido para modelos logísticos multinomiais onde a variável dependente é categórica, ordinal ou não ordinal, Rasbash *et al* (2004). Os métodos MCMC são agora os aconselhados, Browne (2003) porque a aproximação *MQL* produz estimadores muito enviesados, Rasbash *et al* (2004).

2.3.3.1 Coeficiente de Partição de Variância⁷⁹

No modelo de ordenadas aleatórias de 2 níveis – modelo 1, da tabela 1 – vimos que a proporção de variância residual total atribuída ao nível 2 é:

$$\frac{\sigma_{u0}^2}{\sigma_{u0}^2 + \sigma_e^2} \quad (74)$$

Para variáveis contínuas a *VPC* é igual à *correlação intra-classe*, que a correlação entre as unidades do nível 1 dentro do mesmo nível 2.

Para modelos de coeficientes aleatórios, a *VPC* e a *correlação intra-classe* não são a mesma coisa. Aqui, a *VPC* depende de variáveis explicativas vindo a variância para uma variável dependente binária como,

$$\text{var}(Y_{ij}) = \pi_{ij}(1 - \pi_{ij}) / \text{denom}_i \quad (75)$$

onde o denom_i ⁸⁰ é 1 quando a variável é binária.

Goldstein *et al* (2002) propõem uma alternativa que se pode ver, também, em Rasbash *et al* (2004).

⁷⁹ *VPC – Variance Partition Coefficient*, na bibliografia anglo-saxónica. Para ver mais detalhes, consultar Snijders e Bosker (1999).

⁸⁰ denom_i é um dos parâmetros da distribuição binomial: n_i .

2.4 Estimação Intervalar e Testes de Hipóteses

2.4.1 Estimação intervalar

Uma análise detalhada sobretudo para parâmetros fixos é feita por Pinheiro (2005) remetendo o estudo dos parâmetros aleatórios para Goldstein (1995). Contudo convém aqui afirmar que é de todo o interesse a investigação do comportamento dos intervalos de confiança, pois, dão informação do parâmetro em causa, ao incluírem uma medida de precisão do valor obtido. Os estimadores possuem uma distribuição de probabilidade visto serem variáveis aleatórias (por exemplo, as médias das classificações dos alunos, podem variar entre escolas).

Goldstein (1995) afirma que «a razão das log-verosimilhanças, ou estatística *deviance*, é uma base para a construção de regiões com $(1 - \alpha)\%$ de confiança para parâmetros adicionais. Se D_0 é tomado para o valor pontual com $\alpha\%$ da distribuição Qui-quadrado com q graus de liberdade, então, a região é construída satisfazendo a equação (85). É uma tarefa computacionalmente intensiva dado que, todos os parâmetros estimados são recalculados para cada ponto procurado».

Existem alternativas para o cálculo de estimativas intervalares, uma delas é usar simulações *bootstrap*, Goldstein (1995).

2.4.2 Testes de Hipóteses

Vários testes de hipóteses são geralmente de interesse nos modelos hierárquicos – para testar parâmetros e modelos, para verificar quais são as partes do modelo que são estatisticamente importantes. As hipóteses de teste estão prontamente disponíveis a menos que haja alguma discordância sobre quais as estatísticas de teste. Os testes são implementados de maneiras diferentes no MLwiN 2.02.

Os processos de teste gerais para os efeitos fixos, componentes de variância e efeitos aleatórios. Em geral, as estatísticas – t são produzidas para os efeitos fixos e aleatórios, enquanto que as estatísticas Wald Z e Qui-Quadrado são produzidas para as componentes de variância. Estes testes, particularmente, os testes para as componentes de variância só são válidos

assimptoticamente e, por conseguinte, devem ser interpretados com precaução, especialmente quando o número de unidades de nível 2, J , é pequeno, Sullivan *et al* (1999).

Para testar modelos, o MLwiN 2.02 também produz um valor *deviance*⁸¹ ($-2 \log\text{-likelihood}$) que pode ser usado para avaliar a adaptação dum novo modelo em relação a outro anterior mais pequeno.

2.4.2.1 Testes de Hipóteses para Efeitos Fixos (γ)

A hipótese de interesse é da forma

$$H_0 : \gamma_k = 0. \quad (76)$$

A estatística do teste é calculada tomando a razão entre o estimador MV (ou MVR) e o seu erro-padrão estimado, como se segue:

$$z = \frac{\hat{\gamma}_k}{\sqrt{\{\hat{\text{var}}(\hat{\gamma}_k)\}}}. \quad (77)$$

Como, formalmente, (isto é, sob H_0) a estatística z tem distribuição normal unitária assintótica é, por vezes, mais adequado considerá-la como uma estatística t , com $J - k - 1$ graus de liberdade, onde J é o número de unidades do nível 2 e k é o número total de variáveis explicativas no modelo⁸². Tem-se, então:

$$t = \frac{\hat{\gamma}_k}{\sqrt{\{\hat{\text{var}}(\hat{\gamma}_k)\}}}. \quad (78)$$

⁸¹ Na bibliografia anglo-saxónica

⁸² Enquanto o teste- z assume uma distribuição normal, este não é apropriado para as variâncias porque a distribuição de amostragem das variâncias é assimétrica (Bryk e Raudenbush, 1992: 48-55)

A equação acima (78) segue uma distribuição t para dados equilibrados e para algumas situações de dados não equilibrados.

Para testar mais do que um efeito fixo simultaneamente, é necessário usar contrastes. Para mais detalhes e exemplos, ver Bryk e Raudenbush, (1992); Natis, L. (2000); Pinheiro (2005).

2.4.2.2 Testes de Hipóteses para Efeitos Aleatórios (u)

Por vezes há interesse em investigar se um determinado coeficiente de regressão numa escola em particular é nulo, ou se é maior do que quando comparado com o correspondente coeficiente de outra qualquer escola. Estes são os casos de testes de hipóteses: de parâmetros isolados, no primeiro caso; e, de parâmetros múltiplos no segundo caso. Neste último compara-se dois ou mais parâmetros dum vector de coeficientes aleatórios.

A hipótese nula de interesse é da forma

$$H_0 : u_k = 0. \quad (79)$$

A estatística do teste é calculada tomando a razão entre o efeito aleatório estimado \hat{u}_k e os seus erros-padrão, como se segue:

$$t = \frac{\hat{u}_k}{\sqrt{\{\hat{\text{var}}(\hat{u}_k)\}}}. \quad (80)$$

A equação acima segue uma distribuição t para dados equilibrados e para algumas situações de dados não equilibrados. Segundo Sullivan *et al.* (1999) o erro-padrão estimado $\sqrt{\{\hat{\text{var}}(\hat{u}_k)\}}$, é maior sob MVR do que sob MV, especialmente, se o número de unidades de nível 2, J , é pequena. Contudo, o teste pode ser liberal se J é pequeno mesmo usando os estimadores MVR. Ou seja, os valores actuais podem exceder significativamente os valores nominais. Também, agora, para testar mais do que um efeito aleatório simultaneamente, é necessário usar contrastes. Ver mais detalhes em Bryk e Raudenbush (1992) ou Pinheiro (2005).

2.4.2.3 Testes de Hipóteses para Variância e Componentes de Variância (R e G)

Também, como anteriormente, a variância e os componentes de variância podem ser testados isolada ou simultaneamente. Poderá haver a necessidade de averiguar se os coeficientes de nível 1 têm de ser especificados como fixos, aleatórios ou variando não aleatoriamente, como vimos nos sub-modelos da Tabela 1.

Para verificar a existência de variação aleatória, a hipótese nula de interesse é da forma

$$H_0 : \tau_{kl} = 0 . \quad (81)$$

onde, τ_{kl} é um elemento de G . Se esta hipótese for rejeitada pode concluir-se que haverá variação aleatória nos β_{qj} .

Para testar esta hipótese tem-se duas vias:

- Se todos ou pelo menos a maioria dos grupos tiver dados suficientes para calcular as estimativas de MQO dos coeficientes β_{qj} , representados por $\hat{\beta}_{qj}$, Bryk e Raudenbush (1992) e Natis, L.(2000); ou,
- A estatística do teste é calculada tomando a razão entre o estimador e o seu erro-padrão⁸³ assíntótico, como se segue:

$$z = \frac{\hat{\tau}_{kl}}{\sqrt{\{\hat{\text{var}}(\hat{\tau}_{kl})\}}} . \quad (82)$$

Segundo Sullivan *et al* (1999), os erros-padrão assíntóticos são calculados da segunda derivada da verosimilhança com respeito às componentes de variância através de uma:

- Estatística Wald (82) que é válida para grandes amostras; ou,
- Estatística Qui-Quadrado como se segue:

⁸³ Segundo Bryk e Raudenbush, (1992: 55) «calculado através da inversa da matriz de informação (Longford, 1987)».

$$\chi_{J-1}^2 = \sum_{j=1}^J \frac{(\hat{\beta}_{0j} - \hat{\gamma}_{00})^2}{\hat{V}_j} \quad (83)$$

onde

$$\hat{V}_j = \frac{\sigma^2}{n_j}. \quad (84)$$

A forma mais geral de teste de hipótese para variâncias e covariâncias é baseada no teste da razão de variâncias que pode ser analisado, em detalhe, em Bryk e Raudenbush (1992) ou Pinheiro (2005).

Para testar um ou mais componentes de variância e covariância simultaneamente, pode usar-se o teste da razão de verosimilhanças. Assim, na hipótese nula tem-se todos os componentes que se deseja testar considerados nulos.

A estatística do teste de verosimilhanças é dada por:

$$H_{RV} = D_0 - D_1. \quad (85)$$

onde D_0 e D_1 são as “*deviances*” associadas a cada um dos modelos a testar⁸⁴. D_0 é calculado segundo:

$$D_0 = -2\log(L_0) \quad (86)$$

onde L_0 é o valor da verosimilhança associado com a estimativa de máxima verosimilhança do modelo “base” (começa-se com o modelo nulo), e, identicamente, D_1 é a *deviance* associada com a estimativa de máxima verosimilhança calculada sob o modelo alternativo:

$$D_1 = -2\log(L_1). \quad (87)$$

⁸⁴ “*Deviance*” corresponde a -2 vezes o “log” da sua função de verosimilhança avaliada no seu máximo. Pode ser visto como uma medida da qualidade do ajuste, isto é, quanto maior fôr o «*deviance*», mais pobre será o ajuste.

Esta estatística tem distribuição Qui-Quadrado com m graus de liberdade, onde m corresponde à diferença no número de parâmetros dos dois modelos, Bryk e Raudenbush (1992). E quanto menor for o seu valor melhor será o ajuste do modelo.

2.4.3 Comparação de modelos aninhados: *Deviance*

Se dois modelos são aninhados, ou seja, se um determinado modelo pode ser derivado de um modelo mais geral retirando-se parâmetros do modelo geral, então, podem-se comparar estatisticamente usando as suas *deviances* (Hox, 2002; Ferrão, 2003).

«Para comparar modelos com os mesmos efeitos fixos, mas com estruturas de covariâncias diferentes pode utilizar-se o critério de informação de Akaike. Contrariamente ao teste da razão de verosimilhanças, este critério pode ser utilizado quando a estrutura de covariâncias de um dos modelos não constitui uma forma reduzida do outro. O critério de informação de Akaike (AIC) é calculado como o log da função de verosimilhança avaliada em seu máximo, menos o número de parâmetros. O modelo que apresentar o maior valor do AIC pode ser considerado mais apropriado. O AIC também pode ser utilizado para comparar modelos com os mesmos componentes de variância e covariância porém com diferentes efeitos fixos, porém neste caso o teste só é possível sob a formulação de MV (Natis, 2000).»

O AIC para modelos multinível é mais convenientemente calculado através da *deviance* D e do número de parâmetros estimado q

$$AIC = D + 2q . \quad (88)$$

O AIC é um índice (indicação) de ajustamento muito geral que assume que se está comparando modelos que estão ajustados para o mesmo conjunto de dados, usando o mesmo método de estimação (Hox, 2002).

2.5 Selecção de Modelos

Nem sempre é fácil escolher o modelo que melhor se adapta à descrição dos dados em estudo. Dois dos critérios mais usados são: o coeficiente de determinação, R^2 e a “*deviance*”.

2.5.1 *Deviance*

Aquando da análise dos dados, deve verificar-se que quanto maior for o número de variáveis explicativas em estudo que vão sendo incluídas no modelo, menor será o valor da -2 vezes a log-verosimilhança, ou seja, melhor servirá o modelo. Não esquecendo, ainda, que o modelo deve ser parcimonioso em relação ao número de variáveis explicativas. Sendo assim, há necessidade de «saber se as variáveis que a cada momento são acrescentadas ao modelo contribuem significativamente para melhorar o poder de ajuste ou não (Ferrão, 2003: 55)».

Como já se disse, a *deviance* «só pode ser usada no apoio à selecção do melhor modelo quando os modelos sob avaliação forem aninhados, isto é, quando os parâmetros de um modelo forem um subconjunto de parâmetros do outro» (Ferrão, 2003: 55).

2.5.2 Coeficiente de Determinação – R^2

Havendo variabilidade nos dados, a análise dos mesmos feita através de modelos de regressão linear ordinários, defronta-se com uma pergunta clássica: quanto é a variabilidade total da variável resposta que é explicada pelas variáveis usadas na componente determinística do modelo? Isto é o que se designa por conceito de variância explicada e quanto mais elevada for a capacidade explicativa do modelo, melhor será a adaptação do mesmo aos dados. E, também, menor será o resíduo do modelo.

A estatística geralmente usada pelos modelos de regressão clássica para medir a *capacidade explicativa do modelo* é o R^2 – o coeficiente de determinação. «Esta estatística constitui a proporção da variância explicada face à variância total da variável resposta e é dada por (Ferrão, 2003: 56; Longford, 1993):

$$R^2 = \frac{\text{var}(Y) - \text{var}\left(Y - \sum_j \beta_j X_j\right)}{\text{var}(Y)} \quad (89)$$

ou, também,

$$R^2 = 1 - \frac{\text{var}\left(Y - \sum_j \beta_j X_j\right)}{\text{var}(Y)} \quad (90)$$

onde,

- o termo, $\text{var}\left(Y - \sum_j \beta_j X_j\right)$, representa a variância residual no modelo em causa (modelo com variáveis explicativas); e,
- $\text{var}(Y)$ é a variância do modelo nulo (modelo sem variáveis explicativas).

Segundo Ferrão (2003: 56), nos modelos de regressão multinível, nos quais apenas a ordenada tem componente aleatória, a variância total decompõe-se na variância de nível 1, σ_e^2 , e na variância de nível 2, σ_{uo}^2 . Pelo que, assim, é possível calcular-se o coeficiente de determinação considerando-se a variância total ($\sigma_e^2 + \sigma_{uo}^2$), a variância do primeiro nível, σ_e^2 , e ainda a do segundo nível, σ_{uo}^2 . Os três coeficientes de determinação serão denotados, respectivamente, por R^2 , R_1^2 e R_2^2 .

Quando o declive também é aleatório a expressão da variância do nível 2 é:

$$\text{var}(u_{oj} + u_{1j}X_{ij}) = \tau_{00}^2 + \tau_{11}^2 X_{ij}^2 + 2\tau_{01}X_{ij} \quad (91)$$

cujo cálculo se torna um pouco mais complicada.

2.5.3 Diagnóstico DIC

A estatística *deviance* para variáveis dependentes contínuas, caso normal, é dada por

$$\log\text{-verossimilhança} = -\frac{N}{2} \log(2\pi\hat{\sigma}_e^2) - \frac{1}{2\hat{\sigma}_e^2} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (92)$$

onde N é o número de unidades do nível mais baixo (alunos) na base de dados, $\hat{\sigma}_e^2$ é uma estimativa da variância do nível 1 e, \hat{y}_i é o valor estimado para o aluno i , no caso do modelo de regressão linear $\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + X_{ij}\hat{\beta}_1$. Para o modelo “saturado” tem-se $y_i = \hat{y}_i, \forall_i$ e o segundo termo na log-verossimilhança é zero (Browne, 2003: 25).

A *deviance* com amostragem MCMC é usada para encontrar o diagnóstico DIC, que é uma generalização do AIC. O processo é iterativo (ver Browne, 2003: 26) obtendo-se os valores através da equação

$$DIC = 2\bar{D} - D(\bar{\theta}) \quad (93)$$

Onde \bar{D} é a *deviance* média do número de iterações e $D(\bar{\theta})$ é a *deviance* para o valor esperado dos parâmetros desconhecidos.

Para modelos Binomiais a fórmula da *deviance* a usar é dada por

$$D = -2 \sum_i [y_i \log(p_i) + (1 - y_i) \log(1 - p_i)] \quad (94)$$

onde p_i é o valor estimado da observação i . Para calcular p_i é necessário usar a função de distribuição inversa que corresponde à função *link*, pelo que para a *logit* é necessário calcular o *antilog* para cada valor ajustado (Browne, 2003: 123).

Para modelos multinomiais a fórmula da *deviance* a usar é dada por

$$D = -2 \sum_i \sum_{j=1}^I [I(y_i = j) \hat{\pi}_i^{(j)}] \quad (95)$$

Onde $I(\)$ é uma função indicadora que dá 1 se a condição é satisfeita, se o aluno i satisfaz j . $\hat{\pi}_i^{(j)}$ é a probabilidade estimada de estar na escola j para o aluno i (Browne, 2003: 266).

2.6 Técnicas de Diagnóstico

Na nota 23, foram descritas algumas das *assumpções*, que se devem considerar, quando queremos estimar e fazer inferências acerca dos coeficientes dos modelos de regressão linear. Também para a regressão logística se supõe a existência de *assumpções* que devem ser respeitadas.

Ao longo do capítulo 6, secção 6.3, onde os modelos são sucessivamente analisados, por ordem crescente de complexidade, vão-se fazendo referências às possíveis violações e cuidados a ter, assim como, qual das técnicas usadas e colocadas à disposição do utilizador, pelo programa, para detectar possíveis discrepâncias aos pressupostos feitos. Para mais detalhes, sobretudo para modelos de regressão logística, consultar Menard (2002: capítulo 4).

Além dos erros cometidos aquando da especificação de um modelo, como: omitir variáveis relevantes, incluir variáveis irrelevantes, não linearidade no Logit, podem existir possíveis problemas devido à colinearidade (ou multicolinearidade) entre variáveis independentes, e também, podem existir problemas numéricos como as células zero especialmente quando se tem variáveis nominais, categorizáveis, por conseguinte.

2.6.1 Análise dos resíduos

Uma das técnicas mais importantes de diagnóstico do modelo é a análise dos resíduos.

Muitos dos pressupostos em regressão linear é acerca dos erros. Por isso, é de extrema importância a sua análise para que se possa retirar inferências estatísticas válidas, a partir de uma amostra para a população.

A violação de alguns dos pressupostos pode não ser grave mas a violação de outros como: a heterogeneidade que inflaciona os erros padrão e torna os testes de significância imprecisos; ou a correlação entre a variável independente e o termo de erro que indica geralmente má especificação, efeitos que podem incluir enviesamento, ineficiência ou inferência estatística errónea (Menard, 2002: 82).

Para detalhes mais técnicos, consultar por exemplo, Goldstein (1995), Pinheiro (2005) ou Bryk e Raudenbush (1992).

2.6.2 Análise de pontos “extremos”

O programa MLwiN coloca à disposição do utilizador algumas ferramentas de análise do resíduo como gráficos para verificar a normalidade dos resíduos, gráficos para detectar e trabalhar com casos com influência, possibilita também obter gráficos de resíduos para a detecção de outliers e outros pontos “extremos”⁸⁵.

A detecção e observação destes pontos são muito importantes. Normalmente, a técnica é excluir estes casos e verificar a influência que isso provoca nas estimativas do modelo. Por isso, a simples exclusão desses pontos da análise pode retirar muita da explicação entre as variáveis explicativas.

A forma como estes pontos extremos se posicionam em relação aos demais pontos torna-os diferentes, pois podem afectar ou não as estimativas do modelo (Pinheiro, 2005: 42).

Estes pontos são denominados de diferentes modos conforme a sua posição e influência. Assim, podem ser (Pinheiro, 2005: 42):

- *outlier* (aberrante), se a sua posição afastada dos demais, alterar a ordenada na origem;
- *leverage* (alavanca), se a sua posição não alterar muito as estimativas dos parâmetros mas altera as variâncias dos valores ajustados dos pontos na sua proximidade;
- *influence* (influência), se a sua posição alterar a estimativa do declive da recta ajustada.

Os gráficos para estes pontos foram, normalmente, obtidos nos diversos modelos estudados.

Para mais detalhes consultar os manuais sobre o MLwiN de Rasbash *et al* (2004) e de Browne (2003).

2.7 Modelo Logit (Multinível) para dados categorizados

No dia-a-dia encontra-se fenómenos que não são mensuráveis através de escala contínua. Por conseguinte, as respostas podem ser do tipo sim/não, sucesso/insucesso ou

⁸⁵ Extremos no sentido de aberrantes e não no sentido de pertencentes a extremos de caudas de distribuições.

masculino/feminino. Estas respostas são consideradas respostas binárias⁸⁶ que são codificadas normalmente como 0 e 1.

A resposta binária (0;1) para cada i -ésimo aluno é denominada por y_i . A probabilidade associada a $y_i = 1$ é representada por π_i .

A razão entre probabilidades de, por exemplo, sucesso e insucesso será, $\frac{\pi_i}{1 - \pi_i}$, denominada por *odds* para $y_i = 1$. Um modelo geral para dados de resposta binária é:

$$f(\pi_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i \quad (96)$$

onde $f(\pi_i)$ é alguma transformação de $\beta_0 + \beta_1 x_i$, denominada como função *link*. Chamamos função *logit* ao logaritmo Neperiano aplicado à *odds*, isto é

$$\log it(\pi_i) = \log \left(\frac{\pi_i}{1 - \pi_i} \right). \quad (97)$$

Assumindo variação binomial, as probabilidades associadas às proporções têm uma distribuição

$$y_{ij} = \text{Binomial}(\pi_{ij}; n_{ij}) \quad (98)$$

com

$$\text{var}(y_{ij} | \pi_{ij}) = \pi_{ij} (1 - \pi_{ij} / n_{ij}) \quad (99)$$

No caso binomial puro o n_{ij} toma o valor 1 e o modelo *logit* toma a forma

$$\log it(\pi_i) = \log \left(\frac{\pi_i}{1 - \pi_i} \right) = \beta_0 + \beta_1 x_i. \quad (100)$$

⁸⁶ *Dummy* na literature anglo-saxónica.

A relação entre a variável explicativa e π_i não é linear. Re-arranjando a equação (100) tem-se para π_i :

$$\pi_i = \frac{1}{1 + \exp[-(\beta_0 + \beta_1 x_i)]} \quad (101)$$

Segundo Ferrão (2003) pode-se estender o modelo «aos casos nos quais a variável resposta não é contínua», tendo-se por conseguinte a integração na classe de modelos lineares generalizados.

A função *link* assegura a ligação entre o preditor linear e a variável resposta (Ferrão, 2003).

A estimação envolve procedimentos que usam a linearização de Taylor. O programa MLwiN usa a Quasi-Verosimilhança Marginal ou a Quasi-Verosimilhança Penalizada como tipos de estimação, como já foi referido anteriormente neste capítulo. Também se pode recorrer ao método MCMC. Para mais detalhes, ver Goldstein (1995).

Para o caso da regressão logística multinomial a variável resposta para o indivíduo tem t categorias. A probabilidade de se estar na categoria s é dada por

$$\pi_i^{(s)} = P(y = s) \quad (102)$$

No modelo logístico multinomial, uma das categorias é tomada como referência, normalmente, a codificada como 0. Um conjunto de $t-1$ equações será então estimado, contrastando cada categoria restante com a categoria escolhida como referência. Supondo que se escolhe a última categoria, tem-se para uma só variável explicativa x_i que a função *logit link*

$$\log\left(\frac{\pi_i^{(s)}}{\pi_i^{(t)}}\right) = \beta_0^{(s)} + \beta_1^{(s)} x_i, \quad s = 1, \dots, t-1 \quad (103)$$

A expressão para $\pi_i^{(s)}$ ($s = 1, \dots, t-1$) pode ser obtida a partir da equação anterior:

$$\pi_i^{(s)} = \frac{\exp(\beta_0^{(s)} + \beta_1^{(s)} x_i)}{1 + \sum_{k=1}^{t-1} \exp(\beta_0^{(k)} + \beta_1^{(k)} x_i)}. \quad (104)$$

E a probabilidade de ser da categoria de referência t obtém-se por subtração:

$$\pi_i^{(t)} = 1 - \sum_{k=1}^{t-1} \pi_i^{(k)}. \quad (105)$$

Para o modelo de regressão logística multinomial de ordenadas aleatórias de dois níveis é dado por

$$\log\left(\frac{\pi_{ij}^{(s)}}{\pi_{ij}^{(t)}}\right) = \beta_0^{(s)} + \beta_1^{(s)} x_{ij} + u_j^{(s)}, \quad s = 1, \dots, t-1 \quad (106)$$

em que y_{ij} é a resposta categórica do aluno i da escola j e representa a probabilidade de estar a categoria s para $\pi_{ij}^{(s)}$. $u_j^{(s)}$ é o efeito aleatório do nível da escola assumindo que tem distribuição Normal com média zero e variância $\sigma_u^{2(s)}$.

Para mais detalhes consultar Goldstein (1995); Rasbash, (2004) ou Browne (2003).

2.8 Os modelos lineares hierárquicos são necessários?

O primeiro passo na construção de um modelo multinível é decidir se um modelo multinível é mesmo necessário. Em geral, tem-se três tipos de justificação para um modelo multinível: a empírica, a estatística e a teórica. Luke (2004) faz uma análise detalhada destes três tipos usando um exemplo.

1º - Usa os gráficos para uma inspeção rápida e auxiliar do comportamento dos dados (parte empírica).

2º - Verifica que os dados variam muito fortemente num nível superior o que implica que há uma substancial correlação intra-classe, confirmada pelo valor elevado do respectivo coeficiente e , ao reconhecer que os casos do seu estudo não são independentes, são aninhados, dão erros correlacionados (parte estatística).

3º - Examina como as características do nível superior influenciam o comportamento do nível inferior (parte teórica).

2.8.1 Algumas limitações

Embora os modelos lineares hierárquicos sejam mais gerais que os modelos de MQO são *a priori* menos restritivos, sendo, de facto, mais realistas. No entanto, como assinala Kreft (1996), esta generalidade tem também um preço:

«- Os modelos lineares hierárquicos são menos parcimoniosos porque estimam mais parâmetros.

- Paradoxalmente, embora os modelos lineares hierárquicos sejam mais gerais que os modelos MQO, os resultados podem aparecer menos gerais porque o ajustamento produzido pelo modelo arrisca-se a ser mais específico com os dados analisados.

- As amostras devem ser relativamente grandes. Note-se que, neste caso, é sobretudo o número de macro unidades o que é decisivo. A potência dos testes decresce rapidamente quando o número de macro unidades diminui.

- Os métodos de estimação dos modelos lineares hierárquicos são mais complicados e são, ainda, menos bem conhecidas as suas propriedades do que as dos clássicos MQO.»

2.8.2 Algumas precauções a ter

Segundo Delaunay (2003a) as precauções a ter são, entre outras possíveis de apresentar⁸⁷:

- *«Eliminar os valores extremos⁸⁸ (“outliers”), que podem ser situações aberrantes ou, simplesmente, erros de observação.*
- *Assegurar-se da normalidade dos resíduos. É uma hipótese elementar. Se ela não for cumprida é necessário verificar a distribuição gaussiana das variáveis e, eventualmente, transformá-las, ou ter como recurso modelos lineares generalizados.*
- *Os procedimentos de construção do modelo não estão bem estabelecidos (ascendentes ou descendentes). É prudente recomendar construções ascendentes⁸⁹ porque é impensável pôr todas as variáveis e todas as componentes aleatórias num modelo para eliminar as que não forem significativas: com efeito, é provável que o modelo não seja convergente. É bom procurar construir um modelo mais parcimonioso possível e pensar bem as hipóteses sobre os efeitos contextuais à medida que se introduzem os objectos.*
- *Por fim, é preciso lembrar que as variáveis aleatórias são estimadas, quer dizer que a decomposição da variância não é observada mas sim avaliada. Isto para dizer que as estimações não convergem sempre, e que uma componente pode aumentar depois de ser introduzido um objecto ou uma variável, portanto, significativa».*

2.8.3 Algumas razões para ajustar um modelo linear hierárquico

Há cada vez mais o consenso de que a técnica de modelação dos MLH proporciona análises mais precisas dos dados com estruturas multinível.

⁸⁷ Outros exemplos podem ser: o enviesamento (valores tendencialmente altos ou baixos dos coeficientes de regressão estimados); a ineficiência devido aos erros padrão dos coeficientes tenderem a ser mais elevados que o próprio coeficiente; inferência estatística inválida; ou casos de alta *leverage* e de alta influência.

⁸⁸ Extremo no sentido de fora da normalidade, não no sentido de ser um extremo de uma cauda longa.

⁸⁹ “*bottom-up*” na bibliografia anglo-saxónica.

Resumidamente, o que nos traz a análise multinível?

Seguindo Delaunay (2003b) e Aguerre (2003) podemos afirmar que a análise multinível:

- Permite explorar a totalidade dos dados (da informação) em todos os níveis de observação. Ou seja, associa, num mesmo modelo, diferentes fontes de informação. É, pois, possível especificar de forma, correcta e completa, a complexa interdependência entre as características de cada nível. Ao tornar possível fazer um modelo que considera todas as unidades de análise, evitam-se os enviesamentos que se cometem ao usar o método de mínimos quadrados que são:

a) Desconhecer os agrupamentos (de aluno e escola) gerados quando se “*aplanam os dados*”; e,

b) Suprimir a heterogeneidade dos alunos como quando se “*agregam os dados*” ao nível da escola.

- Permite ajustar o número de níveis necessários de modo a levar em conta os efeitos contextuais. O uso do modelo permite estabelecer se o contexto (a escola) tem efeitos diferentes sobre os indivíduos (os seus alunos) dependendo de quais sejam as suas características individuais. Ou seja, «*virtualmente, os modelos lineares hierárquicos não têm limite para a dimensão da sua hierarquia*», Gill (2004).

- Permite uma distinção imediata das variáveis/parâmetros segundo a sua variação de um nível para o outro. Ou seja, esta distinção levanta a restrição que impõe o suposto de ausência de auto-correlação no modelo de regressão linear múltipla, o qual resulta congruente com a teoria; isto é, por exemplo, que os alunos aprendem em processos de grupo e que, portanto, é esperado que as aprendizagens dos alunos dum mesmo grupo sejam semelhantes em alguma proporção.

- Permite que as inferências estatísticas, para cada nível, sejam conduzidas sobre o conjunto da população mas tendo em conta a especificidade do grupo. Isto dispensa-nos de termos que eleger uma amostra representativa para cada grupo. É, por exemplo, possível estabelecer a especificidade das turmas com um pequeno número de alunos por turma. A economia pode ser considerável se a amostra for construída estratificando os contextos, Delaunay (2003a).

- Facilita e é flexível na declaração dos efeitos fixos e aleatórios.

- Facilita o seguimento da variação residual do modelo à medida da sua construção, ao testar os efeitos contextuais e compreender aquilo que o modelo não explica. A decomposição da variância permite representar mais adequadamente a parte não sistemática do modelo. No método de mínimos quadrados especifica-se uma parte sistemática e uma parte aleatória com um único termo de erro, seja qual o nível considerado. Já se mostrou que este termo de erro não tem directamente uma interpretação quando se ajusta a nível do aluno (mais baixo), porque é uma mistura não distinguível entre os resíduos gerados a nível individual, e_{ij} , e os resíduos gerados a nível das escolas, u_{ij} . Este problema é resolvido no modelo multinível incluindo na sua especificação mínima a representação de dois (ou mais) termos de erro na equação.

Além de todos estes factores, há ainda que reconhecer o extraordinário melhoramento na mudança do cálculo estatístico proporcionado pelos computadores que veio facilitar os problemas anteriormente considerados de difícil tratamento.

Nunca esquecer que «*os métodos multinível, tal como todos os métodos estatísticos, devem ser usados com cuidado e compreensão*», Goldstein (1995).

Capítulo 3 – Metodología

3 Metodologia

3.1 Classificação da Investigação

L. R. Gay, referido em Hermano e Ferreira (1998), classificou a investigação:

- Quanto ao propósito.
- Quanto ao método.

Quanto ao propósito: pode-se considerar uma investigação aplicada. Tem o propósito de aplicar a teoria dos modelos hierárquicos lineares e avaliar a sua utilidade no estudo em causa, (ou seja, o modelo é uma “ferramenta” para a análise da questão fundamental em estudo: “Qual a relevância do apoio da Escola nas perspectivas profissionais dos alunos do 10º ano de escolaridade?”

Quanto ao método: pode-se considerar uma investigação descritiva em que a recolha dos dados foi efectuada mediante a administração de um questionário.

3.2 Selecção da População – alvo

Só foram seleccionados os alunos do 10º ano de escolaridade, no ano escolar de 2004/2005, ao abrigo das Portarias N°550-D/2004 de 21 de Maio e N°550-A/2004 de 21 de Maio. A população circunscreveu-se só a alunos do Ensino Secundário de Escolas Públicas.

Dado a impossibilidade da recolha ser a nível alargado, o processo de constituição da amostra foi por selecção não probabilística. Assim a selecção foi uma selecção de conveniência.

A escolha está relacionada com o facto da “relativa” proximidade da residência do investigador, conhecimento facilitador de contactos e com a disponibilidade demonstrada pelas entidades escolares contactadas.

Tentou-se abordar pelo menos uma turma de cada área disciplinar disponível em cada escola, o número possível de escolas por distrito (de preferência um nº. igual) e em quatro distritos: Lisboa, Setúbal, Santarém e Leiria.

No entanto, assim não foi possível acontecer. Por diversos motivos nem todos os Distritos apresentam um número de escolas respondentes idêntico. Por exemplo, no distrito de Lisboa, dois concelhos estão representados por três escolas, havendo também concelhos onde só foi possível obter resposta por parte de uma só turma por escola.

Os dados referentes às escolas dos diversos Distritos fazem parte do Anexo 1. Nas tabelas 1, 2, 3 e 4 apresentam-se os dados por Distritos em que constam os diferentes Concelhos e nestes são mencionadas as escolas contactadas e os respectivos cursos (células escurecidas) existentes à data. Estes dados foram obtidos no site do GIASE – Gabinete de Investigação e Avaliação do Sistema Educativo, em 2004.

Também se faz referência às escolas que forneceram respostas na tabela 5.

Nas tabelas 1 a 5 existem os totais referentes aos alunos: 33441 alunos inscritos para 8365 alunos que poderiam dar resposta. Ou seja, cerca de 25% da população foi o alvo.

A tabela 6 representa uma descrição do número de alunos pelos cursos das escolas respondentes, ao todo foram apurados 1344 questionários considerados como válidos. Foram repescados mais alguns questionários para a base de dados, o que fez 1393 unidades. Para o trabalho devido, sobretudo, às não respostas (*missing values*) em alguma das variáveis consideradas no estudo, foram só usados 1322 questionários. Isto perfaz cerca de 15,8% da população máxima que foi tomada como candidata à resposta.

3.3 Recolha de Dados

O instrumento seleccionado foi o questionário. Além do facto do investigador e inquirido não interagirem, em situação presencial, tem contudo, prós e contras.

É sistemático, é de simplicidade de análise, rápido na recolha e análise de dados (facilita o tratamento de dados computacionais), é barato mas, apresenta dificuldades de concepção, não é aplicável a toda a população e pode apresentar elevada taxa de não respostas.

Dado ser o questionário o instrumento de recolha de dados, tentou-se respeitar os procedimentos habituais para qualquer investigação.

Quanto aos aspectos de natureza prática dos questionários, estes requereram alguns cuidados especiais, sendo seguidas, dentro do possível, as indicações e instruções aconselhadas por Hermano e Ferreira (1998):

- Perguntas reduzidas ao *Q.B.*, tanto quanto possível fechadas, compreensíveis, não ambíguas, relevantes, de controlo, ...

3.4 Análise e Tratamento dos Dados

O resultado do questionário foi analisado quantitativamente.

Os dados depois de recolhidos foram seleccionados, essencialmente, através do programa SPSS. Foram eliminados aqueles questionários que apresentaram a presença de falta de dados em questões essenciais para o trabalho, ou não aceitáveis por mal preenchidos. Aquela também é uma das exigências do programa MLwiN utilizado no tratamento posterior dos dados para a obtenção dos modelos de regressão.

3.5 Procedimentos

O primeiro procedimento foi a elaboração e validação do Questionário através de um pré-questionário. Não houve “falhas graves” a salientar.

Outro procedimento a ter foi a localização e selecção das escolas. Foram seleccionadas todas as escolas públicas dos 4 Distritos já mencionados. Os contactos foram verbais e/ou por escrito.

Seguiu-se uma informação dos objectivos da investigação solicitando-se a colaboração através de carta escrita ao Presidente do Conselho Executivo da cada Escola. Formalizaram-se as necessárias autorizações institucionais para a realização dos questionários.

Capítulo 4 – Aplicação do MLH na Área da Educação

4 Aplicação do MLH na Área da Educação

4.1 Amostra

Já foi referido que a amostra se centrou nos Distritos limítrofes da residência do investigador. Por coincidência quase se poderia dizer que abrangeu a DREL – Direcção Regional de Educação de Lisboa mais uns concelhos das Direcções Regionais do Centro e do Alentejo.

As figuras seguintes esclarecem um pouco a situação, mostrando a região geográfica abrangida pelo estudo.

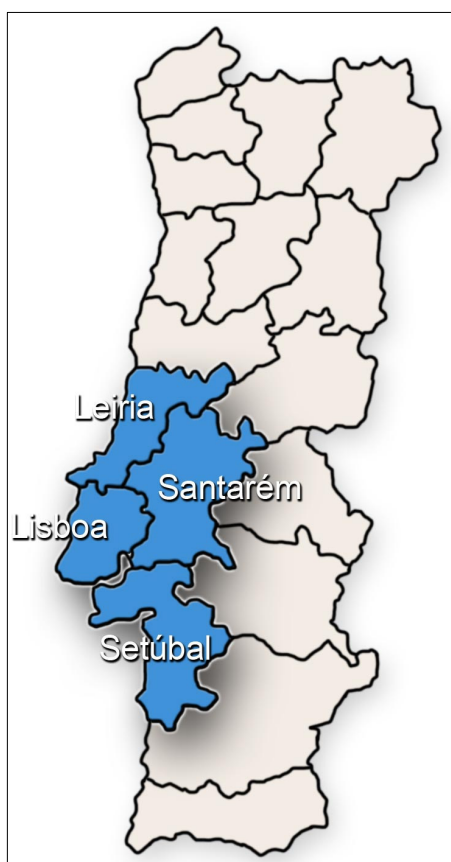


Figura 11: Situação geográfica da Região alvo de estudo

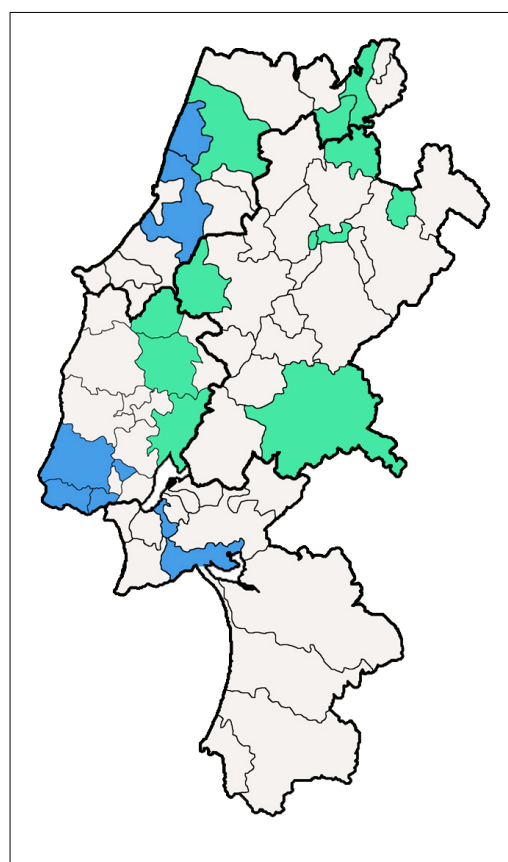


Figura 12: As cores representam os Concelhos onde houve Escolas com respostas: cor azul, representa o Litoral e a cor verde o Interior



Figura 13: Distrito de Lisboa

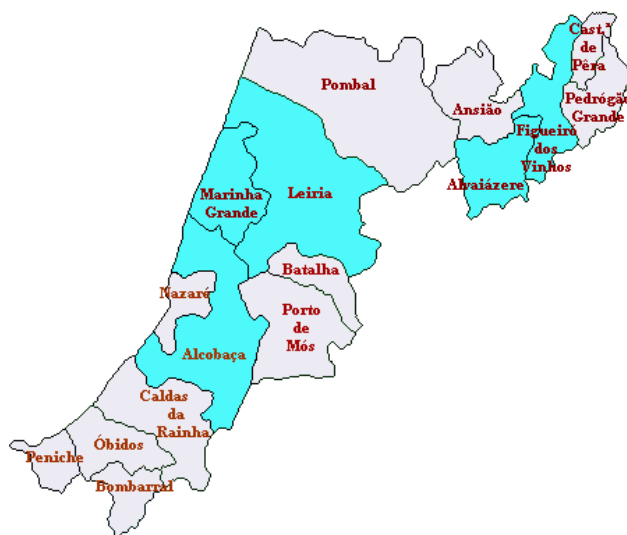


Figura 14: Distrito de Leiria



Figura 15: Distrito de Setúbal



Figura 16: Distrito de Santarém

Nas figuras acima assinalam-se os Concelhos com respostas por distrito. No Distrito de Setúbal só foi possível obter dados em dois Concelhos. No Distrito de Lisboa em dois dos Concelhos: Oeiras e Sintra, foi possível obter dados de 3 escolas cada. Como curiosidade, refira-se que o concelho de Lisboa não está representado. Para mais detalhes, consultar as tabelas do Anexo 1.

A região em relação ao todo do País talvez seja homogénea de mais. A priori poder-se-ia pensar assim. Isto poderá enviesar alguns dos resultados obtidos, tanto pelas semelhanças das características entre alunos como das próprias escolas. Só o distrito de Lisboa contribui com 63% das respostas e dentro de Lisboa: Oeiras com 20%; Sintra com 13,8%; Alenquer com 9% e V. F. de Xira com 7,2% representam 50% dos dados.

O tipo de cursos tecnológicos colocados à disposição dos alunos também poderá fazer a diferença. Também a grande rotatividade dos professores, pelas escolas, poderá esbater diferenças que se poderiam esperar obter com maior relevância. Por outro lado, a região em si, apresenta condições específicas como, por exemplo, o rendimento *per capita* dos indivíduos residentes, ser mais elevado do que a média do País. Estas circunstâncias poderão de algum modo, reflectirem-se nos dados obtidos (efeitos de contexto).

4.2 Variáveis seleccionadas

Na elaboração do Questionário, houve a preocupação de não fazer perguntas abertas, mesmo correndo o risco de limitar o âmbito das respostas mas, um pouco por comodidade também, para que o tratamento estatístico dos dados resultasse menos pesado.

Os objectivos das questões do Questionário foram essencialmente sobre aspectos de características pessoais, familiares, contextuais ao aluno e à escola. Podem-se resumir em alguns aspectos mais marcantes como sejam:

- o nível sócio-económico e sócio-cultural do agregado familiar do alunos;
- a existência de algum equipamento cultural, técnico e de conforto no lar que proporcionam ao aluno um certo grau de estabilidade;
- características do agregado familiar: sócio-profissionais, culturais e atitude perante a Escola;
- hábitos de trabalho, atenção e acompanhamento e ajuda familiar;
- atitudes do aluno perante os estudos, tanto através do comportamento em sala de aula como o seu percurso escolar;
- que ou quais as perspectivas de futuro dos alunos;

- a importância e relevância da Escola para o futuro do aluno.

Estes grupos são normalmente encontrados em estudos relacionados com a eficácia escolar, proficiência escolar do aluno, efeitos dos recursos escolares, efeitos de contexto tanto escolar como do bairro ou efeitos colaterais provenientes da convivência com os pares.

Os dados foram tratados e colocados em base de dados com o auxílio do pacote estatístico *SPSS*.

4.2.1 Variável resposta

A variável resposta é a variável APOIO que se relaciona com o apoio (ou “influência”) que a Escola poderá ter transmitido para o aluno aquando da escolha de curso. Curso este que está relacionado com futuras opções de vida. Sendo uma variável nominal ela, posteriormente, foi transformada em variáveis *dummy* para serem trabalhadas tanto em conjunto como isoladamente.

Verifica-se uma grande percentagem de opiniões a favor da categoria SOZINHO (42,6%) seguindo-se a FAMILIA com 29,4%. Com relativo peso a categoria PSICOL (9,4) e depois ainda com alguma percentagem (~5% cada) as categorias AMIGOS, TODOS (os apoios) e VARIOS (alguns daqueles apoios).

4.2.2 Definição de nível

O trabalho restringiu o estudo a dois níveis (nível do aluno e nível de escola), visto que o possível terceiro nível (nível de distrito) não tinha unidades suficientes para se realizar estimativas sem problemas de erro, além de que o modelo testado com três níveis deu estimativas dos parâmetros sem significado.

4.2.2.1 Nível do Aluno

O nível individual é definido como o do aluno com 15 anos de idade – considerada padrão para o 10º ano de escolaridade.

4.2.2.2 Nível da Escola

O nível da Escola é definido como o estabelecimento de ensino público que o aluno frequenta.

4.2.2.3 Nível de Distrito

O nível de distrito é definido como o conjunto de concelhos reunido sob uma Administração Central.

Seria mais lógico atribuir a este nível a categoria de Concelho mas a maioria dos Concelhos tem uma Escola só.

4.2.3 Variáveis do estudo

No Anexo 1, do Volume II, os dados são apresentados em gráficos, por variável, em bruto, sem grandes argumentos, nas suas frequências absolutas, relativas (percentagem) e acumuladas.

As variáveis para modelação foram retiradas dos diversos modelos individuais, apresentados no Anexo 3, do Volume III.

No Anexo 2, do Volume II, estão as análises do cruzamento das diversas variáveis com a variável de interesse central do estudo, APOIO.

Nos modelos de regressão linear é possível utilizar um método, em passos sucessivos (*stepwise*) do programa que se use, como por exemplo no *SPSS* que vai introduzindo variáveis explicativas, por ordem, começando com a que explica maior quantidade de variância. Nos modelos multinível não é possível fazer isso, pelo que a ordem de introdução das variáveis explicativas no modelo é ditada, na maioria das vezes, pela teoria subjacente ao modelo (Ruiz de Miguel e Castro Morera, 2003).

Também por isto, se recorreu em primeiro lugar a um estudo individual para cada uma das variáveis explicativas retiradas dos dados. E, só depois, se foi construindo modelos cada vez mais complexos, com um conjunto de variáveis seguindo o grupo de objectivos expressos anteriormente.

A tabela seguinte dá uma descrição das variáveis usadas no estudo.

Tabela 2: Descrição das variáveis seleccionadas

VARIÁVEL	DESCRIÇÃO
CURSO	Tipo de curso: Científico-humanístico ou Tecnológico
D_IDADE	Idade – diferença em relação à idade padrão de 15 anos (ano de 1989): 1990; 1989; 1988; 1987; 1986 ou outro
REGIAO **	Qual a localização da Escola: Litoral ou Interior
SEXO	Género: masculino ou feminino
ALUNO	Variável numérica identificadora do aluno
ESCOLA	Variável numérica identificadora da escola
ZNOTAS_DC	Classificação média das duas e/ou três disciplinas da área científica, dos diversos cursos, dos alunos – padronizada
ASSOALHA	Número de assoalhadas da habitação: 1; 2; 3; 4 ou mais de 4
COMPUT	Existência de computador do aluno na habitação: sim ou não
INTERNET	Existência de ligação à Internet na habitação: sim ou não
ENCICLOP	Existência de enciclopédia na habitação: sim ou não
LIV_ESC	Existência de livros não escolares na habitação: sim ou não
INT_ESC	Em casa, interessam-se pelo que se passa na escola? Quase todos os dias; muitas vezes; raramente ou nunca
EST_ESCO	O aluno estuda regularmente na escola: sim ou não
F_TPC	O aluno faz os trabalhos de casa – TPC: sempre; muitas vezes; às vezes ou nunca
AJU_TPC	O aluno tem ajuda nos TPC: sim; às vezes ou não
FREQ_10A	O aluno frequenta o 10º ano: pela 1ª vez; pela 2ª vez ou pela 3ª vez ou mais
REP_ANT	O aluno já repetiu anos anteriores ao 10º ano? Sim ou não
A_PART	O aluno é participativo: sim ou não
A_EMP	O aluno é empenhado: sim ou não
A_DIST	O aluno é distraído: sim ou não
UNIVERS	O aluno pretende continuar os estudos para a universidade: sim ou não
F_BIBLIO	O aluno frequenta a biblioteca: sim ou não
TAMA_ESC**	Tamanho da escola. Proporção do número de alunos inscritos no 10º ano de escolaridade – referência: 559 alunos
NALUNO_T	Proporção do número de alunos por turma – referência: 28 alunos por turma
LOCALIZ**	Tipo de localização da escola: urbana ou suburbana
MIDADE_E**	Média da diferença da idade do aluno por escola
MHAB_LIT	Maior das habilitações literárias dos pais. Escala de 0 a 20 pelo número de anos de escolaridade: sem o 1º ciclo (0); 1º ciclo (4); 2º ciclo (6); 3º ciclo (9); secundário (12); bacharelato ou licenciatura (17); mais do que a licenciatura (20)

** Representa as variáveis do nível de Escola

Ainda antes de tudo, algumas das variáveis por serem nominais tiveram de sofrer ligeiras alterações enquanto outras foram, ou suprimidas, ou profundamente alteradas. Assim:

- Algumas das variáveis foram re-escaladas ; outras,
- As categóricas foram alteradas para variáveis dummy, tantas quanto o número de categorias da variável inicial, com o propósito de facilitar a interpretação de resultados;
- Outras foram centradas em relação a um valor de referência.

Outras variáveis foram criadas a partir dos dados.

Na tabela, a seguir, apresenta-se algumas dessas variáveis que foram redimensionadas.

Tabela 3: Recodificação de variáveis

Variável original	Variável modificada	Alterações
D_IDADE	D_IDADE	Os anos de 1986/5/4 foram agregados numa só categoria
TIPO_CASA	TIP_CASA	Variável dicotómica: Vivenda/Moradia ou Andar/apartamento
N_ASSOA	NASSO_3 NASSO_4 NASSO_M4	Variáveis dicotómicas: sim ou não
AGR_FAM	PARENTAL; MONO_PAR; COMUNHAO; OUT_SIT	Variáveis dicotómicas: sim ou não
HABLIT_P HABLIT_M	MHAB_LIT	Variável agregada: Maior das habilitações Literárias dos Pais, em escala ordinal de 0 a 20 anos de escolaridade mínima para atingir o grau académico.
AJU_TPC	AJU_PAI AJU_MAE AJU_IRMA AJU_OUT	Variáveis dicotómicas: sim ou não
FREQ_10A	FREQ_10A_1 FREQ_10A_2 FREQ_10A_3	Variáveis dicotómicas: sim ou não
A_ESTUDA	EST_CASA ESTU_AMIG EST_ESC EST_NOUT	Variáveis dicotómicas: sim ou não
CURSO	CURSO_CH CURSO_T	Variáveis dicotómicas: sim ou não
RAZAO	APTIDAO TRAD_FAM MODA VANT_ECON MEN_EXIG D_INSUC NTER_OPC OUT_RAZ VARIOS_IT N_RESP	Variáveis dicotómicas: sim ou não
APOIO	FAMILIA	Variáveis dicotómicas: sim ou não

	AMIGOS PROF PSICOL COMUNIC SOZINHO TODOS OUTRO VARIOS NÃO_RESP	
CURSO_A	ADMINIST E_P_LIB TEC_N_INT PES_ADM_S PES_SER_V AGRIC_TA_P OP_ART_S OP_MONT TRAB_N_Q INDECISO	Variáveis dicotômicas: sim ou não
PORQUE	VOCACAO T_FAMIL ESTA_MODAL PREST_SOC VANT_ECO M_EXIG FAC_EMP O_RAZAO VARIAS_R N_R_IND	Variáveis dicotômicas: sim ou não
FUTURO	TRABALH ESPEC_FOR POLITEC SUP_UNIV OUTROS N_RES VARIO_IT	Variáveis dicotômicas: sim ou não
EXPECT	CONHEC_CG FORM_PROF FORM_TEO SIT_SE_F F_CONSC_C- OUTR VAR_ITENS NAO_R	Variáveis dicotômicas: sim ou não

LOCALIZ	URBANA ** SUB_URB ** RURAL **	Variáveis dicotómicas: sim ou não
FUTURO	UNIVERS	Variáveis dicotómica: Prossegue estudos universitários ou não
D_IDADE	MeDIDA_T **	Variável contínua: média das diferenças de idade por turma
D_IDADE	MeDIDA_E **	Variável contínua: média das diferenças de idade por escola
	TAM_ESC	Variável contínua: Razão entre o número de alunos da escola em relação à escola padrão, com 559 alunos o 10º ano
	NALUN_T	Variável contínua: Razão entre o número de alunos da turma em relação à turma padrão, com 28 alunos
REGIAO	LITORAL ** INTERIOR **	Variáveis dicotómicas: sim ou não

** Representa as variáveis do nível de Escola

Escusado será afirmar que as variáveis sofreram outro tipo de recodificação mas, por exigências técnicas intrínsecas ao funcionamento dos programas informáticos utilizados no tratamento de dados.

Segue-se uma classificação diferente da adoptada pelo INE – Instituto Nacional de Estatística – para a tipologia de áreas urbanas das Escolas em urbanas, suburbanas ou rurais. Por conseguinte, uma Escola considera-se URBANA se tiver um *ratio* maior do que 250 habitantes /hm² e for freguesia sede de Concelho e/ou freguesia da área urbana da cidade; uma Escola é considerada SUB_URB se estiver localizada nas outras freguesias urbanas e RURAL se estiver localizada nos restantes casos.

Segue-se a escala de 1 a 9 segundo a Classificação Nacional das Profissões, do Instituto do Emprego e Formação Profissional (1994), que é feita em grupos que estão «de algum modo ligadas pela formação exigida e pelo tipo de trabalho realizado» como:

- 1 – Quadros Superiores da Administração Pública, Dirigentes e Quadros Superiores de Empresas;
- 2 – Especialistas das Profissões Intelectuais e Científicas;
- 3 – Técnicos e Profissionais de Nível Intermédio;
- 4 – Pessoal Administrativo e Similares;
- 5 – Pessoal dos Serviços e Vendedores;
- 6 – Agricultores e Trabalhadores Qualificados da Agricultura e Pescas;

7 – Operários, Artífices e Trabalhadores Similares;

8 – Operadores de Instalações e Máquinas e Trabalhadores da Montagem;

9 – Trabalhadores não Qualificados.

Algumas das variáveis aqui apresentadas depois de analisadas e testadas mostraram-se pouco eficientes por diversas razões. Algumas das quais já foram referidas em análises anteriores, como sejam a existência de *missing values*, poucas unidades por célula, ou a variável quando agregada ou desagregada perde a sua influência.

Capítulo 5 – Modelos Estadísticos

5 Modelos Estatísticos

5.1 Preparação dos dados

O processo de análise dos dados realizou-se através dos programas de estatística SPSS e MLwiN, como já foi afirmado por diversas vezes.

Algumas variáveis auxiliares foram acrescentadas à base de dados para permitir proporcionar que o programa MLwiN estimasse os modelos. Duas variáveis, ambas iguais a 1, foram adicionadas para estimar, caso necessário, a variância binomial de nível 1 e a ordenada na origem.

5.2 Análise descritiva e estratégia de modelação

Tabelas de frequência e de proporções foram usadas para descrever as características da população em estudo. (Anexo 1, Volume II). Para ganhar algum conhecimento mais profundo entre a variável dependente e as diferentes variáveis do estudo, também contribuiu as tabelas de dupla entrada das referidas variáveis em relação com a variável dependente (resposta) APOIO. (Anexo 2, Volume II). Embora, não aparecem neste estudo com frequência, vários foram os diagramas de extremos e quartis que se construíram para descortinar a tendência das variáveis e dos modelos mais simples. Noutros trabalhos essa foi a opção (Valente e Oliveira, 2005; 2006). Aqui optou-se maioritariamente por gráficos de barras e análise residual, quase que empiricamente. A maior parte da análise descritiva foi feita com o uso do SPSS e MLwiN.

Foram também realizados modelos simples, com cada variável isoladamente, para perceber os possíveis comportamentos, sobretudo, naquelas variáveis nominais. Quais as variáveis ou quais as categorias que podem vir a ter influência no processo de modelação dos dados e maior contribuição dão aos futuros modelos? O estudo está descrito no Anexo 3, do volume III.

O processo de construção dum modelo linear hierárquico ou multinível começa sempre pelo modelo básico (modelo só com uma ordenada na origem) e as variáveis explicativas, que foram seleccionadas anteriormente, vão sendo introduzidas do nível mais baixo para o nível mais elevado. Para modelos de resposta binária, que é o caso, a 2ª ordem da QVP (PQL) ou a QVM (MQL) devem dar melhores resultados do que as de 1ª ordem (Goldstein,1995). São processos muito morosos, por vezes, e nem sempre se consegue obter convergência para as estimativas dos parâmetros, especialmente quando a base de dados é grande ou não apresenta um comportamento muito “regular”. Quase sempre se usou a 1ª ordem e recorreu-se ao método MCMC sempre que possível apesar do tempo gasto nas operações.

O modelo de regressão logística multinomial apropriado ao estudo foi descrito na secção 2.7. O método para este processo iterativo de cálculo requer computação muito pesada e, como muitos dos modelos tinham muitas variáveis, foi difícil obter facilmente a convergência dos modelos, o que nem sempre ocorria. Usaram-se sucessivos modelos, por conjunto de variáveis que de algum modo correspondiam aos objectivos a atingir ou por sucessivas novas inclusões de variáveis nesses mesmos modelos. Por fim, reuniam-se os modelos intermédios para um de conjunto, procedendo-se de maneira semelhante na procura de parâmetros de variáveis explicativas, significativos.

Algumas interações entre variáveis explicativas foram tentadas mas sem grande êxito nos modelos intermédios. Não aparecem no modelo final.

O objectivo principal é obter um modelo que explica alguma da variabilidade existente nos dados.

Vários modelos intermédios foram testados para conjuntos bem identificados de variáveis explicativas. (Anexo 3, do Volume III). Também mais adiante vamos encontrar alguns modelos intermédios mais complexos.

Provavelmente se se tivesse optado por realizar vários modelos logísticos separadamente, para cada categoria, ter-se-ia atingido resultados semelhantes, e aí poder-se-ia recorrer a modelos de comparação de nível único.

Depois do modelo mais simples começa-se por testar modelos mais elaborados, a partir da introdução de novas variáveis. A estimação dos parâmetros foi realizada recorrendo ao programa MLwiN.

Capítulo 6 – Análise de resultados

6 Análise de resultados

6.1 Breve descrição dos dados recolhidos através dos questionários (ou breve perfil do aluno)

Da análise das variáveis tomadas como centrais (RAZAO; APOIO; CURSO_A; PORQUE; FUTURO; UNIVERS; IMP_ESC; EXPECT) para o estudo da relevância da escola na decisão de escolha dos cursos pelos alunos há a salientar a partir dos respectivos gráficos de barras (Anexo 1, Volume II):

- A razão porque os alunos escolheram o curso que frequentam é porque ele é o mais adequado às suas aptidões e interesses. Com 69% das respostas esta categoria deixou quase sem significado as outras respostas. Mesmo assim, 7% dos alunos responderam que existe uma outra razão diversa das possibilidades apresentadas. Também 5,5% dos inquiridos afirma que não tinha opção de escolha o que pode gerar insucesso e, 6,1% pensa que a escolha é a mais acertada porque lhe trará benefícios económicos.
- Para a maioria dos alunos a Escola não parece ter tido grande influência, pelo menos, aparentemente, porque a família com 29,4%, e a escolha da própria convicção de opção sem ninguém é a que prevalece com 42,6%. 9,4% dos alunos recorreu ao psicólogo ou conselheiro de orientação. Embora sendo pouco relativamente às outras duas opções anteriores é, ainda assim, o dobro de qualquer outra mais próxima.
- Os cursos que os alunos mais desejariam vir a ter no futuro são cursos ligados às profissões intelectuais e científicas com 58,9%. Também ser técnico de nível intermédio que engloba profissões como, por exemplo, fisioterapeuta recolheu 16,7% das respostas. Este é um número muito próximo do dos indecisos ou que por outro motivo qualquer não responderam. Ambas as categorias pressupõem o prosseguimento dos estudos.
- Sobre as razões do porquê da escolha do curso que desejariam vir a ter no futuro 53% afirmou que é essa a sua ambição. Novamente o aspecto egocêntrico prevalece. As vantagens económicas também parecem ser uma das razões mais fortes para os alunos.

13,5% dos alunos afirmou que há outras razões para as suas pretensões. É uma resposta coincidente com a opção que tomaram sobre o curso que frequentam.

- Do que ficou saliente anteriormente se pode concluir que a grande maioria quer prosseguir com os seus estudos académicos e que a opções são feitas também maioritariamente por si próprios. Isso é visível na resposta sobre o que pensa vir a fazer o futuro. 55,3% quer prosseguir os estudos e aparece uma franja grande de alunos que prefere cursos de especialização/formação. Contudo, 21,2% afirma que irá trabalhar. Falta aqui perceber se é mesmo ter que trabalhar (o que pressupõe uma paragem completa ou parcial de prosseguir os seus estudos), ou então, a resposta é uma consequência inevitável da vida de cada um.

- Embora a maioria dos alunos diga que a importância daquilo que aprende na escola para o seu futuro profissional seja grande, existe 35% de respostas que valorizaram pouco o papel da escola.

- Finalmente, a expectativa que o aluno tem em relação à opção/curso que escolheu frequentar recai fortemente sobre a componente profissional. Existem 25,3% de alunos que nitidamente quererá prosseguir estudos pois o curso escolhido fornece-lhes conhecimento e cultura geral.

São respostas muito desequilibradas pois há sempre uma ou duas categorias muito marcantes em termos de percentagem. Todas as outras não passam de valores quase insignificantes por tão pequenos.

A maioria dos alunos encontra-se na idade escolar tomada como a mais normal ocorrer. Todavia, existe 21% com um ano de diferença e 9,3% com 2 anos de diferença o que dá mais de 30%. É um número muito elevado.

- Registe-se que cerca de 5% da população estudantil desta região é de “origem” africana. Essa não foi uma preocupação deste estudo, embora, muitos estudos já realizados por investigadores de vários países, afirmem que o factor raça é muito relevante e significativo nos seus estudos. Mas esse é um problema social que aqui não tem discussão.

- Há cerca de 30% dos alunos que afirmaram não terem ligação à INTERNET em casa.

- Também cerca de 25% não tem ENCICLOPÉDIA em casa.

- Prevalecem as famílias constituídas pelos dois pais, embora seja de realçar, os 13,4% de alunos que habita só com um dos pais.

- Os pais têm habilitações literárias semelhantes. Quando se agrega as duas variáveis numa só verifica-se que houve uma diferença saliente, para menos, ao nível da escolaridade primária.
- Verifica-se que 19,8% das mães têm profissões de trabalhador não qualificado. Nas três categorias superiores os pais levam uma vantagem de 10% (45,7 contra 35,2).
- A maioria dos pais interessam-se pelo que se passa na escola e os alunos estudam em casa.
- Grande percentagem de alunos não faz os deveres com regularidade.
- Dos 251 alunos que estão a repetir o 10ºano, apresentam-se dois motivos principais: ter mudado de opção ou insucesso em alguma disciplina. 13,9% dos alunos afirmam não gostar de estudar, e os restantes, é quase exclusivamente por várias razões ou também por chumbarem.
- Há cerca de 20% de alunos que já têm um passado de repetência antes do Secundário.
- Os alunos parecem ser pouco participativos, terem pouca iniciativa mas tentam empenharem-se e há grande simetria nas respostas dos distraídos.
- A maioria frequenta cursos científico-humanísticos. A consultar (Valente e Oliveira, 2006) sobre este tema.

Na secção 5.2 já foi salientado o porquê dos Anexos 1 e 2 do Volume II, assim como o Anexo 3, do Volume III, onde se efectuou um estudo com as diversas variáveis explicativas em modelos preliminares. Foi com base nestes modelos preliminares que se começou a desenvolver os sucessivos modelos até ao modelo final, descritos na secção 6.2 seguinte.

6.2 Do Modelo Base ao Modelo Final

6.2.1 Modelo de Regressão Logística de efeitos aleatórios

Na escolha e procura do melhor modelo, aquele que serve para explicar a possível variação existente entre alunos e entre escolas, começa-se por considerar o modelo de coeficientes aleatórios para a variável resposta em estudo que, no nosso caso, é a variável nominal APOIO, composta de 10 categorias, sendo escolhida como categoria de referência,

aquela que representa os alunos que não responderam, em oposição, a todos aqueles que responderam.

Assim tem-se inicialmente o modelo seguinte:

$$\begin{aligned}
 \text{resp}_{ijk} &\sim \text{Multinomial}(\text{CONST}_{ijk}, \pi_{ijk}) \\
 \log(\pi_{1jk} / \pi_{10jk}) &= 3.142(0.060)\text{CONST.FAMILIA}_{ijk} \\
 \log(\pi_{2jk} / \pi_{10jk}) &= 1.357(0.129)\text{CONST.AMIGOS}_{ijk} \\
 \log(\pi_{3jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{4jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{2k}\text{CONST.PSICOL}_{ijk} \\
 \beta_{2k} &= 2.039(0.213) + v_{2k} \\
 \log(\pi_{5jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{6jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{3k}\text{CONST.SOZINHO}_{ijk} \\
 \beta_{3k} &= 3.510(0.102) + v_{3k} \\
 \log(\pi_{7jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{4k}\text{CONST.TODOS}_{ijk} \\
 \beta_{4k} &= 1.525(0.194) + v_{4k} \\
 \log(\pi_{8jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{9jk} / \pi_{10jk}) &= 1.417(0.125)\text{CONST.VARIOS}_{ijk} \\
 \begin{bmatrix} v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \end{bmatrix} &\sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} 0.813(0.306) & & \\ -0.347(0.130) & 0.167(0.061) & \\ 0.290(0.202) & -0.208(0.104) & 0.491(0.247) \end{bmatrix} \\
 \text{cov}(v_{sik}, v_{rik}) &= -\pi_{sijk}\pi_{rijk}/\text{CONST}_{ijk} : s \neq r, \quad \pi_{sijk}(1-\pi_{sijk})/\text{CONST}_{ijk} : s = r,
 \end{aligned}$$

Figura 17: Modelo de Regressão Logística, sem variáveis, com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

Ou seja, simbolicamente, tem-se o modelo da figura 18, a seguir.

$$\begin{aligned}
 \text{resp}_{ijk} &\sim \text{Multinomial}(\text{CONST}_{ijk}, \pi_{ijk}) \\
 \log(\pi_{1jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_0\text{CONST.FAMILIA}_{ijk} \\
 \log(\pi_{2jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_1\text{CONST.AMIGOS}_{ijk} \\
 \log(\pi_{3jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{4jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{2k}\text{CONST.PSICOL}_{ijk} \\
 \beta_{2k} &= \beta_2 + v_{2k} \\
 \log(\pi_{5jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{6jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{3k}\text{CONST.SOZINHO}_{ijk} \\
 \beta_{3k} &= \beta_3 + v_{3k} \\
 \log(\pi_{7jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{4k}\text{CONST.TODOS}_{ijk} \\
 \beta_{4k} &= \beta_4 + v_{4k} \\
 \log(\pi_{8jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{9jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_5\text{CONST.VARIOS}_{ijk} \\
 \begin{bmatrix} v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \end{bmatrix} &\sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} \sigma_v^2 2 & & \\ \sigma_v 2 3 & \sigma_v^2 3 & \\ \sigma_v 2 4 & \sigma_v 3 4 & \sigma_v^2 4 \end{bmatrix} \\
 \text{cov}(v_{sik}, v_{rik}) &= -\pi_{sijk}\pi_{rijk}/\text{CONST}_{ijk} : s \neq r, \quad \pi_{sijk}(1-\pi_{sijk})/\text{CONST}_{ijk} : s = r,
 \end{aligned}$$

Figura 18: Modelo de Regressão Logística, sem variáveis, com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

Repare-se que o parâmetro σ_{v24}^2 tem coeficiente não significativo. Isto já é indicador de que este parâmetro, após a introdução de mais variáveis explicativas no modelo, possa vir a não ser considerado, logo, não se deve de levar em consideração uma possível existência de variabilidade entre as escolas para o parâmetro β_{4k} da categoria TODOS como se observa na figura seguinte.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTijk,  $\pi_{ijk}$ )
log( $\pi_{1jk} / \pi_{10jk}$ ) = 3.656(0.175)CONST.FAMILLAijk
log( $\pi_{2jk} / \pi_{10jk}$ ) = 1.864(0.207)CONST.AMIGOSijk
log( $\pi_{3jk} / \pi_{10jk}$ ) =
log( $\pi_{4jk} / \pi_{10jk}$ ) =  $\beta_{2k}$ CONST.PSICOLijk
 $\beta_{2k} = 2.296(0.258) + v_{2k}$ 
log( $\pi_{5jk} / \pi_{10jk}$ ) =
log( $\pi_{6jk} / \pi_{10jk}$ ) =  $\beta_{3k}$ CONST.SOZINHOijk
 $\beta_{3k} = 4.025(0.197) + v_{3k}$ 
log( $\pi_{7jk} / \pi_{10jk}$ ) = 1.985(0.206)CONST.TODOSijk
log( $\pi_{8jk} / \pi_{10jk}$ ) =
log( $\pi_{9jk} / \pi_{10jk}$ ) = 1.928(0.207)CONST.VARIOSijk

[
  v2k
  v3k
] ~ N(0,  $\Omega_v$ ) :  $\Omega_v = \begin{bmatrix} 0.654(0.314) & \\ -0.240(0.122) & 0.128(0.070) \end{bmatrix}$ 

cov( $y_{ijk}, y_{ijk}$ ) = -  $\pi_{ijk}\pi_{ijk} / \text{CONST}_{ijk} : s \neq r$ ,  $\pi_{ijk}(1 - \pi_{ijk}) / \text{CONST}_{ijk} : s = r$ ,
Deviance(MCMC) = 4050.734(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 19: Modelo de Regressão Logística, sem variáveis, com estimação MCMC (Output do MLwiN 2.02)

6.2.2 Modelo de Regressão Logística (considerado como base de estudo)

Este é o modelo de Regressão Logística de efeitos aleatórios que vamos considerar como referência para comparação com os futuros modelos ajustados.

A seguir começa-se por considerar um conjunto de variáveis que podemos considerar como formando um núcleo base, fixo. Isto é, as escolas estão situadas em locais próprios e imutáveis, embora sujeitas a que o seu raio de influência possa variar, por exemplo, por causas demográficas; os alunos que as frequentam, são aqueles alunos com as suas características, como o sexo ou a idade; o curso que os alunos frequentam também poderá ser considerado fixo, embora os alunos tenham a opção de alterar o seu percurso de vida, no fim do ano escolar, optando por outro curso.

Todavia, sendo a faixa etária dos alunos a mesma, as suas idades têm alguma diferença, em relação à idade de 15 anos, considerada como a idade referência para o 10º ano de escolaridade, em 2004: seja porque os alunos não começaram a frequentar a escola ao mesmo tempo; seja porque estiveram ausentes da escola por doença; seja por terem repetido anos anteriores ao 10º ano; ou por terem já chumbado por faltas no 10º ano; ou, ainda, por já terem mudado de opção ou, até também por razões demográficas: casos de filhos de emigrantes ou imigrantes. Assim, será razoável, poder agregar numa variável de turma, considerando esta como um conjunto de alunos, uma variável do aluno, isto é, por exemplo, obter a média das diferenças das idades de cada aluno da turma em relação à idade padrão de 15 anos, já referida, obtendo-se a variável MeDIDA_T. Ou mesmo, agregar estas diferenças ao nível da escola, também, obtendo-se a variável MeDIDA_E.

Quanto à localização geográfica das escolas, considerou-se três possibilidades: escola situada em zona URBANA; ou em zona suburbana – SUB_URB – e, ainda, em zona RURAL.

O processo de construção dos modelos é contínua, de preferência e, por conveniência, usa-se a ordem ascendente, introduzindo-se variável a variável, em cada uma das categorias, consoante o obtido nos modelos com as variáveis isoladas, retirando-se as mesmas sempre que se verifique que o seu parâmetro estimado não seja considerado significativo. É um processo moroso em que as variáveis explicativas podem ser colocadas ou retiradas dos sucessivos modelos devido a vários factores, sendo um deles, senão o maior, o problema da colinearidade ou multicolinearidade. Outro, é a análise de interações entre as variáveis.

Primeiramente, introduziu-se variáveis que reflectem características dos alunos: SEXO, CURSO, D_IDADE, modelo da figura 20, a seguir. Repare-se que o coeficiente da categoria TODOS é considerado, somente, fixo, não sendo, portanto, significativa a existência de variabilidade entre escolas.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πjk)
log(π1jk/π10jk) = 3.019(0.098)CONST.FAMILIAijk + 0.535(0.091)CURSO.FAMILIAijk
log(π2jk/π10jk) = 1.919(0.193)CONST.AMIGOSijk + -0.485(0.248)CURSO.AMIGOSijk
log(π3jk/π10jk) =
log(π4jk/π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk
β2k = 2.308(0.228) + v2k
log(π5jk/π10jk) =
log(π6jk/π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk
β3k = 3.790(0.090) + v3k
log(π7jk/π10jk) = 0.854(0.434)CONST.TODOSijk + -0.632(0.155)SEXO.TODOSijk + -0.603(0.116)D_IDADE.TODOSijk +
1.592(0.435)CURSO.TODOSijk
log(π8jk/π10jk) =
log(π9jk/π10jk) = 1.854(0.130)CONST.VARIOSijk + -0.402(0.168)SEXO.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.972(0.351) ]
[ v3k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ -0.331(0.120) 0.113(0.042) ]

cov(vijk, vijk) = - πijkπijk/CONSTjk: s ≠ r, πijk(1 - πijk)/CONSTjk: s = r,

```

Figura 20: Modelo de Regressão Logística com as variáveis SEXO, CURSO e D_IDADE, com estimação RIGLS (*Output* do MLwiN 2.02)

A seguir, introduziu-se variáveis referentes à localização das escolas: URBANA e SUB_URB, modelo da figura 21.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πjk)
log(π1jk/π10jk) = 3.096(0.093)CONST.FAMILIAijk + 0.603(0.079)CURSO.FAMILIAijk
log(π2jk/π10jk) = 2.496(0.132)CONST.AMIGOSijk + -0.683(0.180)CURSO.AMIGOSijk + -1.350(0.285)SUB_URB.AMIGOSijk
log(π3jk/π10jk) =
log(π4jk/π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk
β2k = 2.429(0.228) + v2k
log(π5jk/π10jk) =
log(π6jk/π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk
β3k = 3.921(0.089) + v3k
log(π7jk/π10jk) = 0.786(0.376)CONST.TODOSijk + -0.806(0.149)SEXO.TODOSijk + 1.385(0.365)CURSO.TODOSijk +
0.784(0.107)URBANA.TODOSijk + -0.498(0.098)D_IDADE.TODOSijk
log(π8jk/π10jk) =
log(π9jk/π10jk) = 1.978(0.128)CONST.VARIOSijk + -0.409(0.160)SEXO.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.967(0.351) ]
[ v3k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ -0.326(0.119) 0.110(0.041) ]

cov(vijk, vijk) = - πijkπijk/CONSTjk: s ≠ r, πijk(1 - πijk)/CONSTjk: s = r,

```

Figura 21: Modelo de Regressão Logística com as variáveis URBANA e SUB_URB, com estimação RIGLS (*Output* do MLwiN 2.02)

E, posteriormente, as variáveis agregadas: MeDIDA_T e MeDIDA_E, modelo da figura 22.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πijk)
log(π1jk/π10jk) = 3.961(0.130)CONST.FAMILIAijk + 0.369(0.075)CURSO.FAMILIAijk + -0.783(0.178)MeDIDA_T.FAMILIAijk
log(π2jk/π10jk) = 2.212(0.247)CONST.AMIGOSijk + -0.278(0.170)CURSO.AMIGOSijk + -1.276(0.248)SUB_URB.AMIGOSijk +
0.526(0.323)MeDIDA_E.AMIGOSijk
log(π3jk/π10jk) =
log(π4jk/π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + -1.200(0.321)MeDIDA_T.PSICOLijk
β2k = 3.326(0.245) + v2k
log(π5jk/π10jk) =
log(π6jk/π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + -0.901(0.168)MeDIDA_T.SOZINHOijk
β3k = 4.669(0.115) + v3k
log(π7jk/π10jk) = 3.062(0.286)CONST.TODOSijk + -1.068(0.138)SEXO.TODOSijk + 0.478(0.233)CURSO.TODOSijk +
0.430(0.082)URBANA.TODOSijk + -0.561(0.092)D_IDADE.TODOSijk + -1.782(0.288)MeDIDA_T.TODOSijk +
-0.385(0.241)MeDIDA_E.TODOSijk
log(π8jk/π10jk) =
log(π9jk/π10jk) = 2.349(0.114)CONST.VARIOSijk + -0.617(0.148)SEXO.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.648(0.249) ]
[ v3k ] [ -0.237(0.091) 0.087(0.033) ]

cov(γijk, γijk) = - πijkπijk/CONSTjk : s ≠ r; πijk(1 - πijk)/CONSTjk : s = r;

```

Figura 22: Modelo de Regressão Logística com as variáveis MeDIDA_T e MeDIDA_E, com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

Retirando MeDIDA_E.TODOS e introduzindo CURSO.SUB_URB.AMIGOS, obtém-se o modelo da figura 23 seguinte.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πijk)
log(π1jk/π10jk) = 3.394(0.140)CONST.FAMILIAijk + 0.426(0.091)CURSO.FAMILIAijk + -0.386(0.180)MeDIDA_T.FAMILIAijk
log(π2jk/π10jk) = 1.992(0.241)CONST.AMIGOSijk + -0.584(0.194)CURSO.AMIGOSijk + -1.573(0.423)SUB_URB.AMIGOSijk +
0.686(0.311)MeDIDA_E.AMIGOSijk + 0.890(0.487)CURSO.SUB_URB.AMIGOSijk
log(π3jk/π10jk) =
log(π4jk/π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + -0.846(0.328)MeDIDA_T.PSICOLijk
β2k = 2.821(0.252) + v2k
log(π5jk/π10jk) =
log(π6jk/π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + -0.537(0.168)MeDIDA_T.SOZINHOijk
β3k = 4.161(0.117) + v3k
log(π7jk/π10jk) = 2.197(0.370)CONST.TODOSijk + -0.847(0.150)SEXO.TODOSijk + 0.550(0.312)CURSO.TODOSijk +
0.488(0.103)URBANA.TODOSijk + -0.377(0.102)D_IDADE.TODOSijk + -1.545(0.309)MeDIDA_T.TODOSijk
log(π8jk/π10jk) =
log(π9jk/π10jk) = 2.001(0.123)CONST.VARIOSijk + -0.514(0.159)SEXO.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.696(0.266) ]
[ v3k ] [ -0.252(0.096) 0.091(0.035) ]

cov(γijk, γijk) = - πijkπijk/CONSTjk : s ≠ r; πijk(1 - πijk)/CONSTjk : s = r;

```

Figura 23: Modelo de Regressão Logística, com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

Com estimação MCMC, podemos obter modelos para os quais temos mais ferramentas de análise e, sobretudo, obter um critério de comparação dos sucessivos modelos – se estes são, ou não, bem ajustados aos dados. Assim, podemos saber mais facilmente se os modelos possibilitam uma melhor explicação da possível variabilidade existente entre as diversas escolas e quais as variáveis explicativas que são mais influentes no modelo e, ainda, se os coeficientes dos seus parâmetros são estáveis.

O programa MLwiN 2.02 usa o critério BDIC – *Bayesian Deviance Information Criterion* (DIC) – que é quase idêntico ao valor da *deviance* dado pelo método IGLS, para o mesmo modelo (Browne, 2003: 26).

Para o modelo da figura anterior obtemos o modelo da figura 24.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTijk, πijk)
log(π1jk/π10jk) = 3.712(0.267)CONST.FAMILIAijk + 0.306(0.177)CURSO.FAMILIAijk + -0.548(0.288)MeDIDA_T.FAMILIAijk
log(π2jk/π10jk) = 1.874(0.439)CONST.AMIGOSijk + -0.413(0.316)CURSO.AMIGOSijk + -0.892(0.521)SUB_URB.AMIGOSijk +
0.806(0.606)MeDIDA_E.AMIGOSijk + -0.085(0.734)CURSO.SUB_URB.AMIGOSijk
log(π3jk/π10jk) =
log(π4jk/π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + -0.877(0.405)MeDIDA_T.PSICOLijk
β2k = 2.705(0.347) + v2k
log(π5jk/π10jk) =
log(π6jk/π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + -0.545(0.286)MeDIDA_T.SOZINHOijk
β3k = 4.302(0.227) + v3k
log(π7jk/π10jk) = 2.148(0.599)CONST.TODOSijk + -0.716(0.280)SEXO.TODOSijk + 0.777(0.473)CURSO.TODOSijk +
0.561(0.268)URBANA.TODOSijk + -1.992(0.572)MeDIDA_T.TODOSijk + -0.222(0.228)D_IDADE.TODOSijk
log(π8jk/π10jk) =
log(π9jk/π10jk) = 2.094(0.216)CONST.VARIOSijk + -0.406(0.251)SEXO.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.894(0.389) ]
[ v3k ] [ -0.259(0.123) 0.113(0.058) ]

cov(πijk, πijk) = - πijkπijk/CONSTijk: s ≠ r; πijk(1 - πijk)/CONSTijk: s = r;
Deviance(MCMC) = 3987.148(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 24: Modelo de Regressão Logística, com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

Para este modelo tem-se os seguintes dados:

Tabela 4: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da *Deviance* (MCMC/DIC) do Modelo com efeitos aleatórios

Bayesian Deviance Information Criterion (DIC)				
Dbar	D(thetabar)	pD	DIC	
4050.73	4022.66	28.08	4078.81	Modelo com efeitos aleatórios
3987.15	3946.25	40.89	4028.04	Modelo com as variáveis
Diferença de Parâmetros		12.81		
Dif. ^a do Diagnóstico - DIC			50.06	

Houve uma redução sensível da *deviance*: $4022,66 - 3946,25 = 76,41$ pelo que se pode considerar este modelo melhor ajustado aos dados.

Pode-se, igualmente, ir observando o comportamento dos resíduos para as variáveis do nível 3 – variação entre escolas, representados na figura 25.

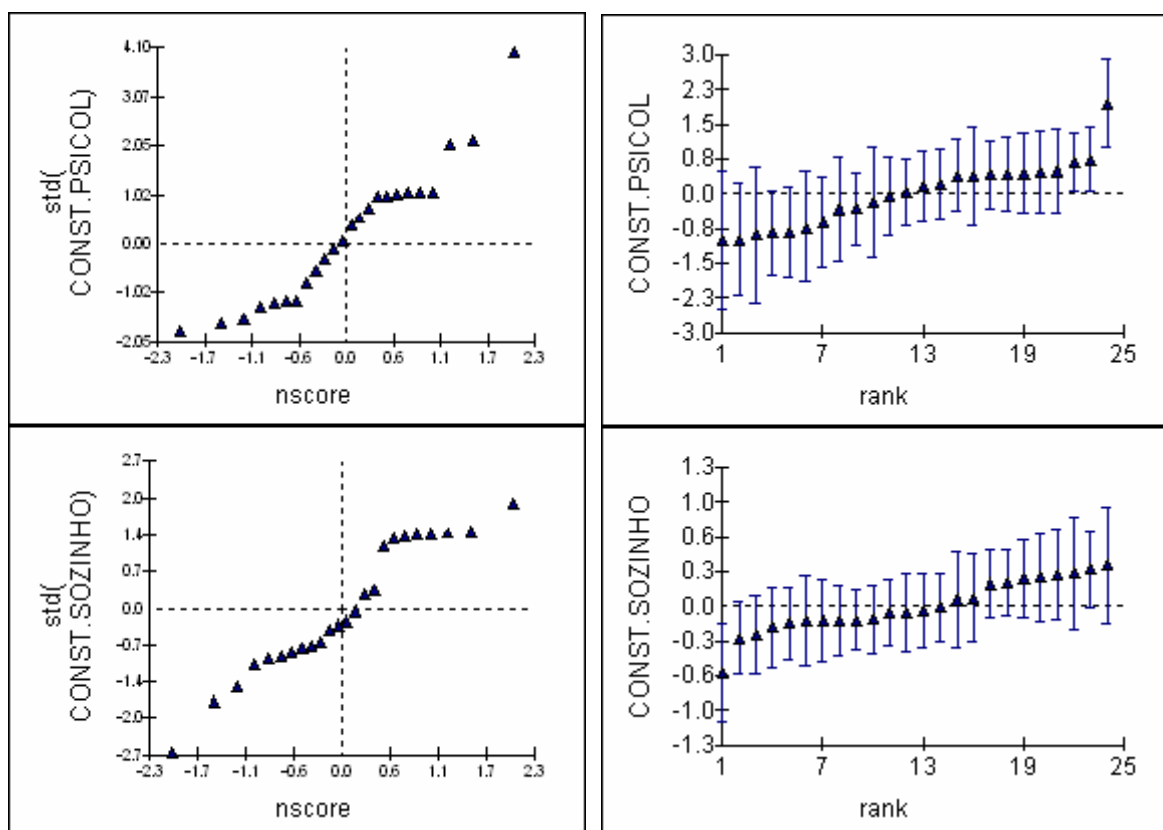


Figura 25: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo *caterpillar* - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

Através da distribuição dos *standardised residual vs fixed part prediction* para as categorias com variação a nível das escolas, da figura 25 anterior, verifica-se que os valores estão bem distribuídos à excepção do valor correspondente a uma das escolas.

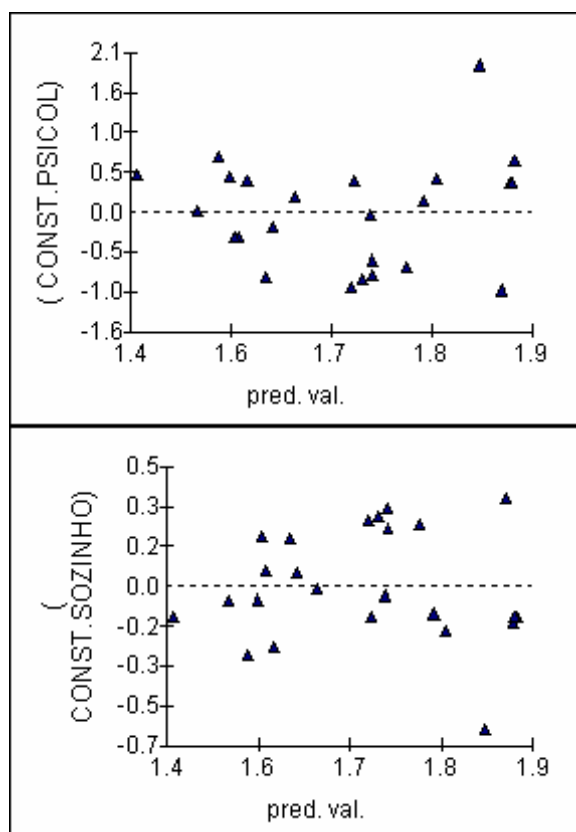


Figura 26: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados

Podemos também fazer outro tipo de análise através dos gráficos de diagnóstico das ordenadas na origem: gráficos dos resíduos emparelhados (*pairwise*), padronizados (ou *studentised*), *deletion*, *influence* e *leverage*, que também ajudam a ver o comportamento do modelo, sobretudo a confirmar a correlação entre as categorias e a influência dos possíveis *outliers*.

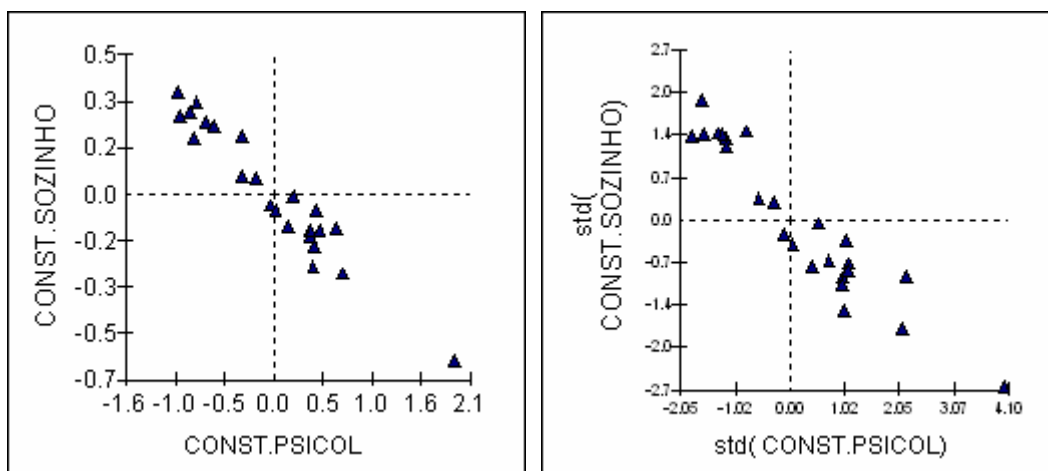


Figura 27.1: Gráficos dos resíduos e dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

Do gráfico da direita da figura 27.1, verifica-se que pelo menos uma das escolas (possivelmente mais duas) tem um valor que é significativamente diferente da média para um nível de confiança de 95% - é superior a 2.

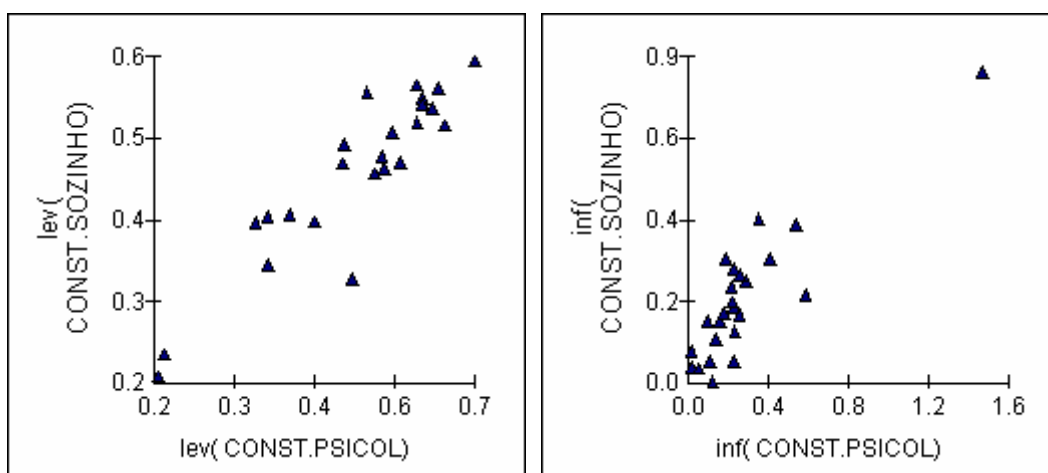


Figura 27.2: Gráficos dos resíduos e dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

Do gráfico da esquerda da figura 27.2, verifica-se que o valor de $2p/n$, onde p é o número de variáveis aleatórias para um nível particular e n é o número de unidades desse nível, é igual a 2 vezes 2 sobre 24, ou seja, 0,167. Para o nosso caso, contudo, nada de anormal se passa. Do gráfico da direita da figura, verifica-se a existência de um valor de um resíduo grosseiramente afastado o que influencia, em muito, a ordenada na origem

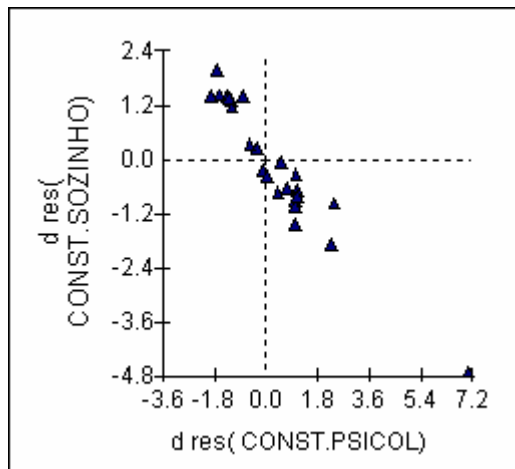


Figura 27.3: Gráficos dos resíduos deletion do nível 3 – emparelhados (Output do MLwiN 2.02)

Estes resíduos mostram o desvio entre a ordenada na origem para cada escola em particular e a média das ordenadas na origem de todas as escolas quando o modelo é ajustado para os dados excluindo aquela escola considerada. Como o número de escolas não é elevado – só há 24 escolas – poderá haver algumas diferenças. E há pelo menos um caso.

Outra maneira de representar os resíduos é dada na figura 28. Em baixo, à direita, observa-se o gráfico dos valores *leverage* sobre os resíduos padronizados. Aqui, escolas com valores *leverage* ou resíduos fora do normal podem ser facilmente identificados. Existem dois casos a considerar: um, em baixo, e outro, à direita.

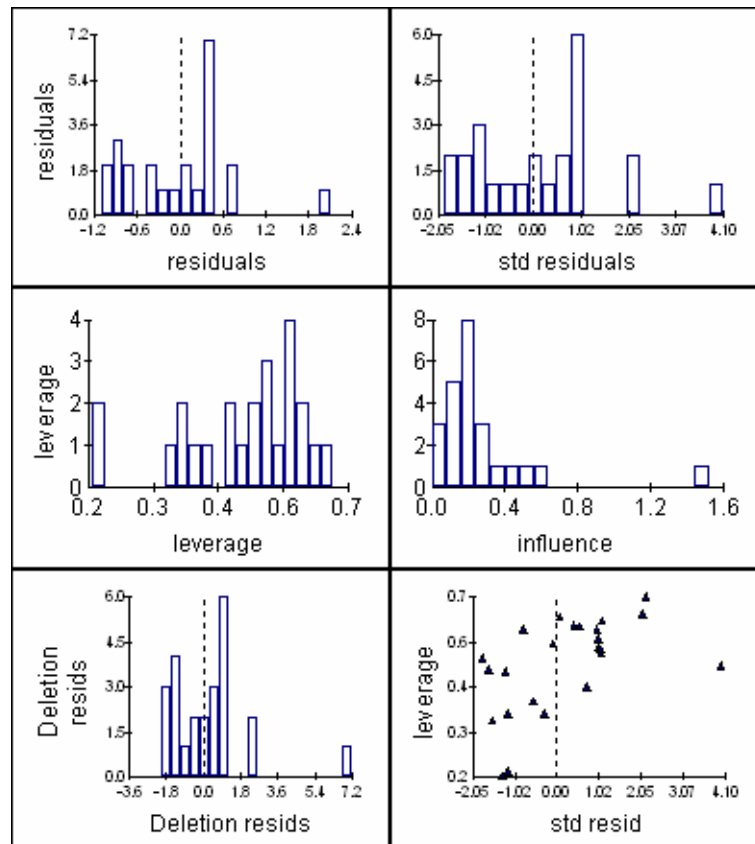


Figura 28: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria PSICOL) (Output do MLwiN 2.02)

Podemos ainda considerar a existência de correlação entre os resíduos do nível 3 – entre escolas.

Tabela 5: Matriz de Correlações para o nível 3

	CONST.PSICOL	CONST.SOZINHO
CONST.PSICOL	1.000	
CONST.SOZINHO	-0.830	1.000

Para um estudo mais em pormenor de cada um dos coeficientes do modelo podemos nos socorrer do gráfico das trajetórias do algoritmo MCMC para o número de iterações considerado (Browne, 2003:34 a 36, 127).

Um exemplo é dado na figura 29. É uma janela para o estudo do parâmetro β_0 do nosso modelo, dando o valor estimado de 3,712 (0,267). O diagnóstico Raftery-Lewis é baseado num quartil, em particular, da distribuição. O diagnóstico Nhat é usado para estimar o comprimento da cadeia de Markov requerida para estimar um quartil particular com uma dada significância. O

diagnóstico Brooks-Draper é baseado na média da distribuição. Tanto um como o outro sugerem que deveríamos ter corrido uma cadeia com muitas mais iterações para ter uma estimativa do parâmetro, em estudo, mais significativa.

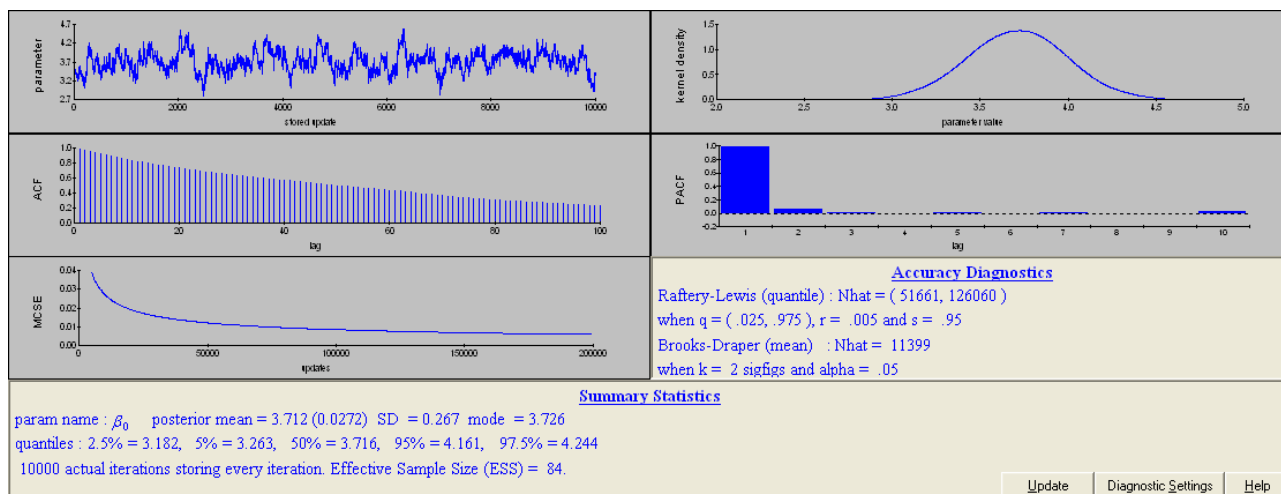


Figura 29: Janela das trajectórias para o parâmetro β_0 (Output do MLwiN 2.02)

Voltando ao nosso modelo, figura 24, e retirando os termos não significativos obtém-se o modelo, a seguir.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTijk,  $\pi_{ijk}$ )
log( $\pi_{1jk}$  /  $\pi_{10jk}$ ) = 0.419(0.219)CONST.FAMILIAijk + 0.234(0.173)CURSO.FAMILIAijk + -0.026(0.233)MeDIDA_T.FAMILIAijk
log( $\pi_{2jk}$  /  $\pi_{10jk}$ ) = -0.522(0.206)CONST.AMIGOSijk + -0.833(0.265)CURSO.AMIGOSijk + -0.754(0.365)SUB_URB.AMIGOSijk
log( $\pi_{3jk}$  /  $\pi_{10jk}$ ) =
log( $\pi_{4jk}$  /  $\pi_{10jk}$ ) =  $\beta_{2k}$ CONST.PSICOLijk + -0.322(0.336)MeDIDA_T.PSICOLijk
 $\beta_{2k}$  = -0.574(0.278) +  $v_{2k}$ 
log( $\pi_{5jk}$  /  $\pi_{10jk}$ ) =
log( $\pi_{6jk}$  /  $\pi_{10jk}$ ) =  $\beta_{3k}$ CONST.SOZINHOijk + 0.052(0.193)MeDIDA_T.SOZINHOijk
 $\beta_{3k}$  = 0.974(0.138) +  $v_{3k}$ 
log( $\pi_{7jk}$  /  $\pi_{10jk}$ ) = -1.566(0.740)CONST.TODOSijk + -0.664(0.282)SEXO.TODOSijk + 1.005(0.597)CURSO.TODOSijk +
0.617(0.274)URBANA.TODOSijk + -1.464(0.589)MeDIDA_T.TODOSijk
log( $\pi_{8jk}$  /  $\pi_{10jk}$ ) =
log( $\pi_{9jk}$  /  $\pi_{10jk}$ ) = -1.259(0.163)CONST.VARIOSijk + -0.421(0.264)SEXO.VARIOSijk

[  $v_{2k}$  ] ~ N(0,  $\Omega_v$ ) :  $\Omega_v$  = [ 0.920(0.400) ]
[  $v_{3k}$  ] [ -0.328(0.146) 0.126(0.062) ]

cov( $v_{2k}$ ,  $v_{3k}$ ) = -  $\pi_{ijk}\pi_{ijk}$ /CONSTijk: s ≠ r,  $\pi_{ijk}(1 - \pi_{ijk})$ /CONSTijk: s = r,
Deviance(MCMC) = 7238.341(11898 of 11898 cases in use)
  
```

Figura 30: Modelo de Regressão Logística, com estimação MCMC (Output do MLwiN 2.02)

Tabela 6: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da *Deviance* (MCMC/DIC)

Bayesian Deviance Information Criterion (DIC)				
Dbar	D(thetabar)	pD	DIC	
4050.73	4022.66	28.08	4078.81	Modelo com efeitos aleatórios
7238.34	7202.59	35.75	7274.09	Modelo ajustado
Diferença de Parâmetros		---		
Dif. ^a do Diagnóstico - DIC			---	

Simplificando o modelo anterior obtém-se o modelo da figura 31 que vamos considerar como **modelo base**, ou de partida, para a continuação do nosso estudo.

Em termos de variâncias aumentou em percentagem (48,77% e 91,72%, respectivamente para PSICOL e para SOZINHO) em relação ao modelo de efeitos aleatórios, o que pode explicar o porquê do modelo apresentar um diagnóstico DIC deveras alto e muito estranho.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πjk)
log(π1jk / π10jk) = 0.401(0.131)CONST.FAMILIAijk + 0.240(0.150)CURSO.FAMILIAijk
log(π2jk / π10jk) = -0.509(0.208)CONST.AMIGOSijk + -0.845(0.264)CURSO.AMIGOSijk +
-0.774(0.361)SUB_URB.AMIGOSijk
log(π3jk / π10jk) =
log(π4jk / π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + -0.238(0.363)MeDIDA_T.PSICOLijk
β2k = -0.635(0.280) + v2k
log(π5jk / π10jk) =
log(π6jk / π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + 0.145(0.210)MeDIDA_T.SOZINHOijk
β3k = 0.917(0.156) + v3k
log(π7jk / π10jk) = -2.593(0.535)CONST.TODOSijk + -0.603(0.277)SEXO.TODOSijk + 1.393(0.508)CURSO.TODOSijk +
0.910(0.254)URBANA.TODOSijk
log(π8jk / π10jk) =
log(π9jk / π10jk) = -1.432(0.132)CONST.VARIOSijk

[ v2k ]
[ v3k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.973(0.449)
-0.327(0.175) 0.260(0.119) ]

cov(v2k, v3k) = - π2jkπ3jk/CONSTjk: s ≠ r, π2jk(1 - π2jk)/CONSTjk: s = r,
Deviance(MCMC) = 7242.975(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 31: Modelo de Regressão Logística, com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

6.2.3 Modelo com a variável ZNOTAS_DC

Com a introdução das variáveis TAM_ESC e ZNOTAS_DC obtém-se o modelo seguinte, já simplificado.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πjk)
log(π1jk/π10jk) = 0.031(0.091)CONST.FAMILIAijk + 1.759(0.115)CURSO.FAMILIAijk + 2.637(0.205)MeDIDA_T.FAMILIAijk
log(π2jk/π10jk) = 1.679(0.226)CONST.AMIGOSijk + -0.993(0.274)CURSO.AMIGOSijk + -0.754(0.363)SUB_URB.AMIGOSijk
log(π3jk/π10jk) =
log(π4jk/π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + 2.062(0.250)MeDIDA_T.PSICOLijk + 0.487(0.116)ZNOTAS_DC.PSICOLijk
β2k = 0.551(0.161) + v2k
log(π5jk/π10jk) =
log(π6jk/π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + 1.296(0.263)MeDIDA_T.SOZINHOijk + 0.299(0.066)ZNOTAS_DC.SOZINHOijk
β3k = 2.510(0.170) + v3k
log(π7jk/π10jk) = 0.892(0.250)CONST.TODOSijk + -0.705(0.274)SEXO.TODOSijk + 0.479(0.268)URBANA.TODOSijk +
0.462(0.133)ZNOTAS_DC.TODOSijk
log(π8jk/π10jk) =
log(π9jk/π10jk) = 1.220(0.334)CONST.VARIOSijk + -1.434(0.770)TAM_ESC.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.019(0.030) ]
[ v3k ] [ -0.034(0.056) 0.150(0.098) ]

cov(yijk, yijk) = - πijkπ0jk/CONSTjk : s ≠ r, πijk(1 - π0jk)/CONSTjk : s = r,
Deviance(MCMC) = 4227.713(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 32: Modelo de Regressão Logística, com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

Repare-se que além de alguns parâmetros serem não significativos também os parâmetros para as variâncias são não significativos. Em termos de variâncias, o modelo melhorou muito. Tanto que os coeficientes deixaram de ser significativos pelo que a variabilidade existente, em grande parte, está explicada pelas variáveis introduzidas no modelo.

Segue-se uma descrição do modelo através de tabelas e gráficos correspondentes seguindo-se os passos, tal como já se indicou anteriormente.

Tabela 7: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da *Deviance* (MCMC/DIC) Bayesian Deviance Information Criterion (DIC)

Dbar	D(thetabar)	pD	DIC	
4050.73	4022.66	28.08	4078.81	Modelo com efeitos aleatórios
4227.71	4194.43	33.28	4260.99	Modelo ajustado
Diferença de Parâmetros		5.20		
Dif. ^a do Diagnóstico - DIC			182.18	

Este modelo ajusta pior os dados, tendo aumentado a *deviance* e, por conseguinte, o valor do DIC. Inclusivamente a correlação entre as categorias baixou muito.

Tabela 8: Matriz de Correlações para o nível 3

	CONST.PSICOL	CONST.SOZINHO
CONST.PSICOL	1.000	
CONST.SOZINHO	-0.630	1.000

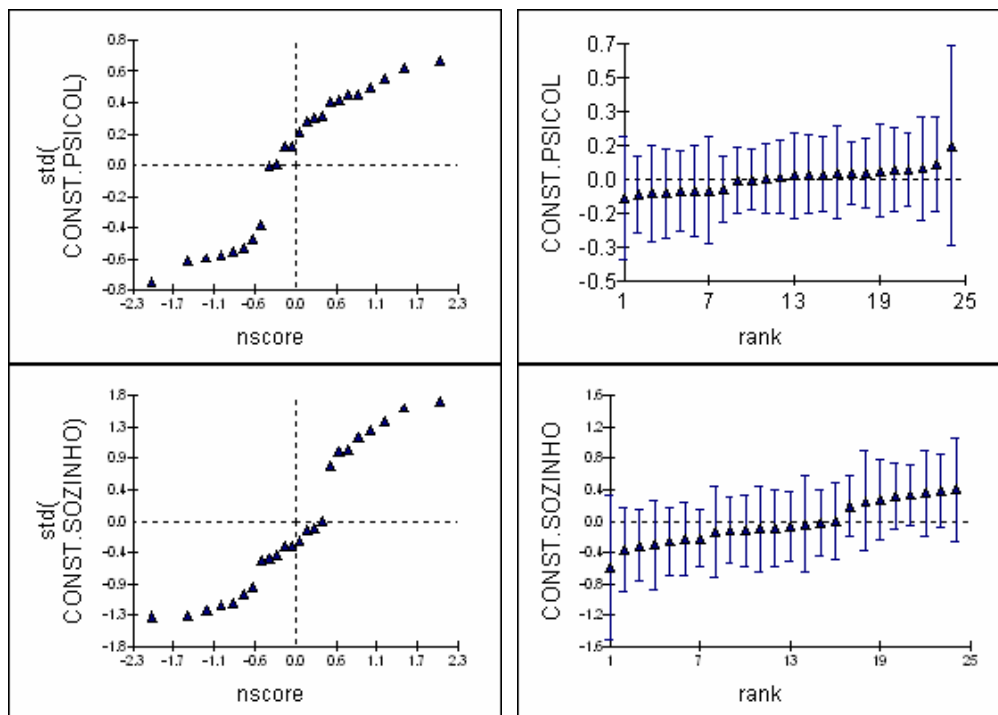


Figura 33: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo caterpillar - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (Output do MLwiN 2.02)

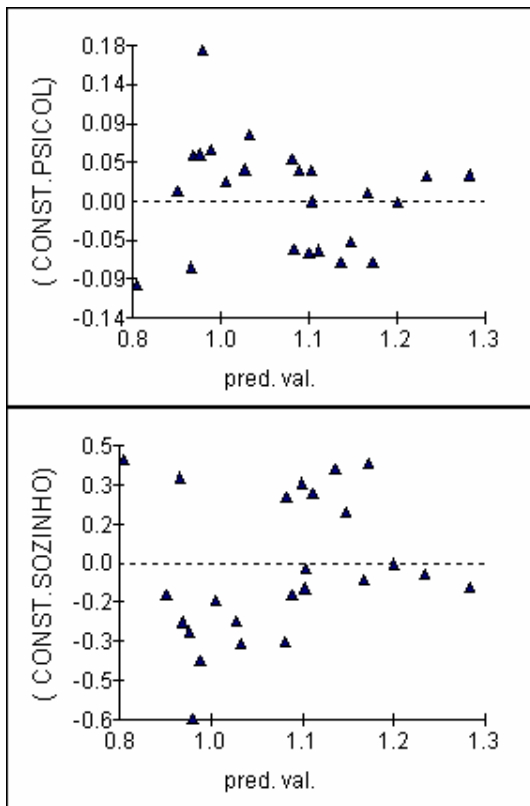


Figura 34: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados

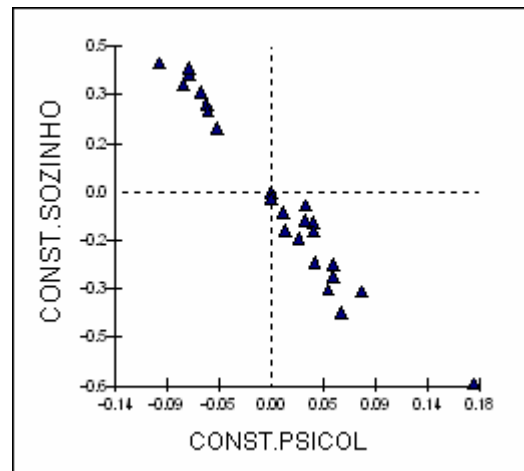


Figura 35.1: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

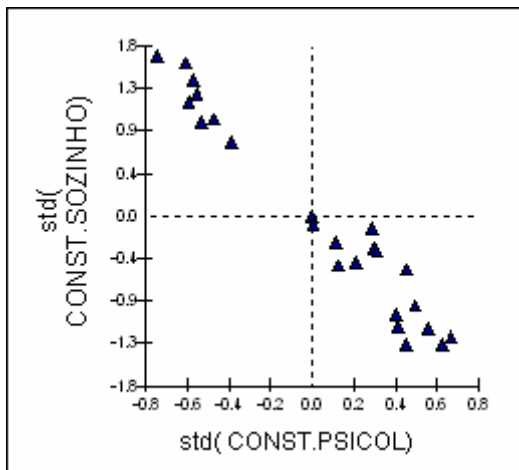


Figura 35.2: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

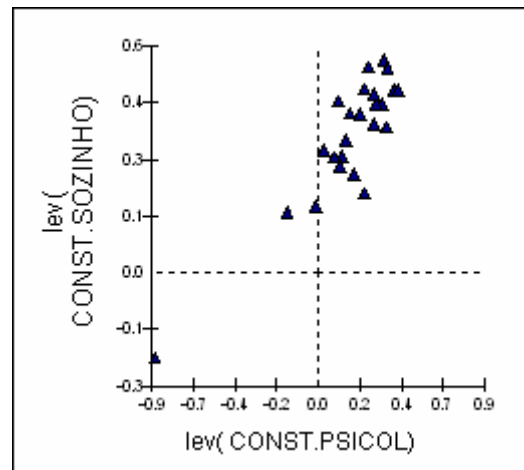


Figura 35.3: Gráficos dos valores *leverage* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

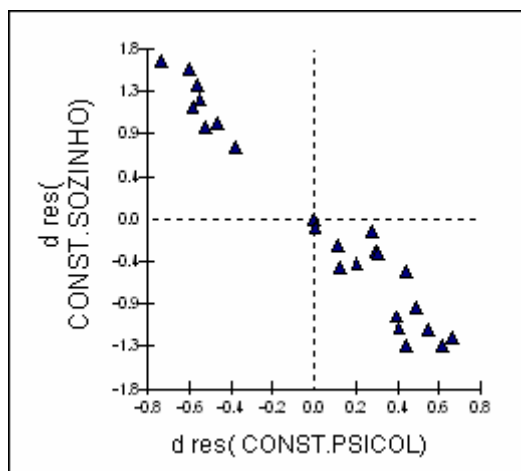


Figura 35.4: Gráficos dos resíduos *deletion* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

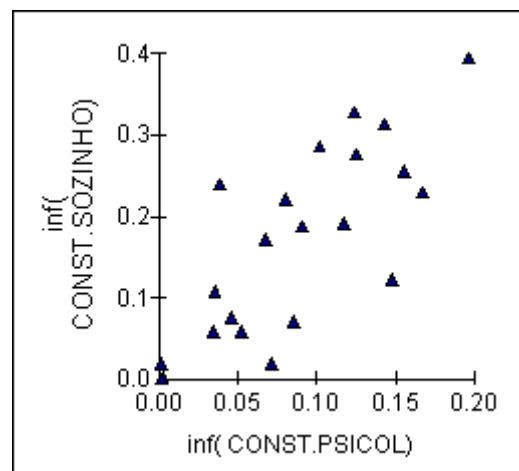


Figura 35.5: Gráficos dos valores da *influence* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

Não vamos mais considerar a continuação deste modelo, incluindo a variável ZNOTAS_DC porque não trouxe melhoria ao modelo que se procura e, também, porque as notas dos alunos às disciplinas científicas não devem ter tido papel preponderante na opção do curso que escolheram frequentar. Houve uma mudança de ciclo, quase radical, do ensino básico para o ensino secundário. Além de que, se isso fosse verdade, então, o modelo ajustado seria considerado melhor adaptado aos dados, o que não é o caso. Todavia, reconheço que possa influenciar, por exemplo, os alunos repetentes ou que estão a frequentar o 10º ano de escolaridade por mudança de opção para fugirem a alguma disciplina com insucesso ou nota menos positiva.

6.2.4 Modelo com variáveis relacionadas com o agregado familiar e bens na habitação dos alunos

Consideremos novamente o modelo base, figura 31, introduzindo nele, sucessivamente novas variáveis que estão relacionadas com os níveis, sócio-económico e sócio-cultural, do agregado familiar onde o aluno está inserido. Mantemos também a inclusão da variável TAM_ESC.

Modelo com a variável TIP_CASA é dado a seguir.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πjk)
log(π1jk/π10jk) = 4.600(0.122)CONST.FAMILIAijk + 0.196(0.061)CURSO.FAMILIAijk + -1.351(0.180)MeDIDA_T.FAMILIAijk
log(π2jk/π10jk) = 2.683(0.144)CONST.AMIGOSijk + 0.264(0.133)CURSO.AMIGOSijk + -0.399(0.140)SUB_URB.AMIGOSijk +
-1.134(0.221)TIP_CASA.AMIGOSijk
log(π3jk/π10jk) =
log(π4jk/π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + -1.616(0.321)MeDIDA_T.PSICOLijk
β2k = 3.760(0.245) + v2k
log(π5jk/π10jk) =
log(π6jk/π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + -1.312(0.167)MeDIDA_T.SOZINHOijk
β3k = 5.109(0.115) + v3k
log(π7jk/π10jk) = 3.994(0.186)CONST.TODOSijk + -1.364(0.130)SEXO.TODOSijk + -0.265(0.126)CURSO.TODOSijk +
0.930(0.090)URBANA.TODOSijk + -3.178(0.193)MeDIDA_T.TODOSijk
log(π8jk/π10jk) =
log(π9jk/π10jk) = 2.816(0.135)CONST.VARIOSijk + -0.447(0.116)SEXO.VARIOSijk + -0.026(0.213)TAM_ESC.VARIOSijk +
-0.654(0.181)TIP_CASA.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.652(0.248) ]
[ v3k ] [ -0.237(0.090) 0.086(0.033) ]

cov(v2k, v3k) = - π5jkπ6jk/CONSTjk : s ≠ r, π5jk(1 - π6jk)/CONSTjk : s = r,

```

Figura 36: Modelo de Regressão Logística, com estimação RIGLS (*Output* do MLwiN 2.02)

Modelo com a variável N_ASSOA, figura 37.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πjk)
log(π1jk/π10jk) = 3.627(0.123)CONST.FAMILIAijk + 0.366(0.072)CURSO.FAMILIAijk + -0.574(0.146)MeDIDA_T.FAMILIAijk
log(π2jk/π10jk) = 2.238(0.146)CONST.AMIGOSijk + -0.463(0.103)CURSO.AMIGOSijk + -0.950(0.166)SUB_URB.AMIGOSijk +
-0.724(0.111)TIP_CASA.AMIGOSijk + 1.837(0.150)NASSO_3.AMIGOSijk
log(π3jk/π10jk) =
log(π4jk/π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + -0.821(0.296)MeDIDA_T.PSICOLijk + 1.103(0.202)NASSO_3.PSICOLijk
β2k = 2.682(0.243) + v2k
log(π5jk/π10jk) =
log(π6jk/π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + -0.597(0.150)MeDIDA_T.SOZINHOijk + 1.206(0.096)NASSO_3.SOZINHOijk
β3k = 4.039(0.111) + v3k
log(π7jk/π10jk) = 2.454(0.325)CONST.TODOSijk + -0.866(0.131)SEXO.TODOSijk + 0.335(0.264)CURSO.TODOSijk +
0.744(0.111)URBANA.TODOSijk + -2.160(0.282)MeDIDA_T.TODOSijk
log(π8jk/π10jk) =
log(π9jk/π10jk) = 2.445(0.139)CONST.VARIOSijk + -0.354(0.140)SEXO.VARIOSijk + -0.619(0.279)TAM_ESC.VARIOSijk +
-0.421(0.150)TIP_CASA.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.614(0.236) ]
[ v3k ] [ -0.230(0.089) 0.086(0.033) ]

cov(v2k, v3k) = - π5jkπ6jk/CONSTjk : s ≠ r, π5jk(1 - π6jk)/CONSTjk : s = r,

```

Figura 37: Modelo de Regressão Logística, com estimação RIGLS (*Output* do MLwiN 2.02)

Modelo com a variável SASE, figura 38.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTijk, πijk)
log(π1jk/ π10jk) = 3.630(0.122)CONST.FAMILIAijk + 0.367(0.071)CURSO.FAMILIAijk + -0.575(0.145)MeDIDA_T.FAMILIAijk
log(π2jk/ π10jk) = 2.235(0.147)CONST.AMIGOSijk + -0.457(0.104)CURSO.AMIGOSijk + -0.933(0.165)SUB_URB.AMIGOSijk +
-0.722(0.112)TIP_CASA.AMIGOSijk + 1.807(0.150)NASSO_3.AMIGOSijk
log(π3jk/ π10jk) =
log(π4jk/ π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + -0.828(0.296)MeDIDA_T.PSICOLijk + 1.087(0.202)NASSO_3.PSICOLijk
β2k = 2.689(0.242) + v2k
log(π5jk/ π10jk) =
log(π6jk/ π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + -0.604(0.150)MeDIDA_T.SOZINHOijk + 1.189(0.096)NASSO_3.SOZINHOijk
β3k = 4.048(0.111) + v3k
log(π7jk/ π10jk) = 2.527(0.314)CONST.TODOSijk + -0.873(0.129)SEXO.TODOSijk + 0.301(0.257)CURSO.TODOSijk +
0.727(0.109)URBANA.TODOSijk + -2.103(0.275)MeDIDA_T.TODOSijk + -0.897(0.280)SASE.TODOSijk
log(π8jk/ π10jk) =
log(π9jk/ π10jk) = 2.445(0.138)CONST.VARIOSijk + -0.354(0.138)SEXO.VARIOSijk + -0.618(0.277)TAM_ESC.VARIOSijk +
-0.416(0.150)TIP_CASA.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.607(0.234) ]
[ v3k ] [ -0.228(0.088) 0.085(0.033) ]

cov(v2k, v3k) = - πijkπijk/CONSTijk: s ≠ r, πijk(1 - πijk)/CONSTijk: s = r,

```

Figura 38: Modelo de Regressão Logística, com estimação RIGLS (*Output* do MLwiN 2.02)

Modelo com variáveis significativas, retiradas dum modelo conjunto, e que são consideradas como representando alguns dos bens presentes na habitação do aluno: INTERNET; ENCICLOP, figura 39.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTijk, πijk)
log(π1jk/ π10jk) = 4.588(0.122)CONST.FAMILIAijk + 0.150(0.047)CURSO.FAMILIAijk + -1.760(0.110)MeDIDA_T.FAMILIAijk +
-0.254(0.051)INTERNET.FAMILIAijk + 1.008(0.062)ENCICLOP.FAMILIAijk
log(π2jk/ π10jk) = 2.862(0.101)CONST.AMIGOSijk + 0.341(0.056)CURSO.AMIGOSijk + -0.984(0.119)SUB_URB.AMIGOSijk +
-1.305(0.096)TIP_CASA.AMIGOSijk + 1.960(0.091)NASSO_3.AMIGOSijk
log(π3jk/ π10jk) =
log(π4jk/ π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + -1.781(0.210)MeDIDA_T.PSICOLijk + 1.334(0.149)NASSO_3.PSICOLijk
β2k = 3.842(0.159) + v2k
log(π5jk/ π10jk) =
log(π6jk/ π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + -1.548(0.120)MeDIDA_T.SOZINHOijk + 1.292(0.067)NASSO_3.SOZINHOijk +
-0.278(0.037)INTERNET.SOZINHOijk
β3k = 5.503(0.090) + v3k
log(π7jk/ π10jk) = 3.764(0.190)CONST.TODOSijk + -1.972(0.115)SEXO.TODOSijk + -0.719(0.070)CURSO.TODOSijk +
0.856(0.045)URBANA.TODOSijk + -3.667(0.119)MeDIDA_T.TODOSijk + -0.728(0.086)SASE.TODOSijk +
-0.056(0.052)INTERNET.TODOSijk + 2.032(0.160)ENCICLOP.TODOSijk
log(π8jk/ π10jk) =
log(π9jk/ π10jk) = 2.548(0.206)CONST.VARIOSijk + -1.154(0.093)SEXO.VARIOSijk + -1.090(0.124)TAM_ESC.VARIOSijk +
-1.104(0.100)TIP_CASA.VARIOSijk + 2.093(0.198)ENCICLOP.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.041(0.032) ]
[ v3k ] [ -0.014(0.012) 0.005(0.004) ]

cov(v2k, v3k) = - πijkπijk/CONSTijk: s ≠ r, πijk(1 - πijk)/CONSTijk: s = r,

```

Figura 39: Modelo de Regressão Logística, com estimação RIGLS (*Output* do MLwiN 2.02)

Modelo sem INTERNET.TODOS mas com a inclusão da variável MHAB_LIT, variável que é a maior das habilitações literárias do conjunto dos pais, traduzida para um número mínimo de anos de escolaridade que é necessário para as obter, e que representa, de alguma maneira (a que foi possível obter através do questionário), o nível sócio-cultural do agregado familiar onde o aluno está a viver.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTijk, πijk)
log(π1k/π10k) = 4.233(0.130)CONST.FAMILIAijk + 0.135(0.049)CURSO.FAMILIAijk + -1.461(0.119)MeDIDA_T.FAMILIAijk +
-0.259(0.053)INTERNET.FAMILIAijk + 0.788(0.060)ENCICLOP.FAMILIAijk + 0.023(0.003)MHAB_LIT.FAMILIAijk
log(π2k/π10k) = 2.709(0.112)CONST.AMIGOSijk + 0.147(0.061)CURSO.AMIGOSijk + -0.995(0.134)SUB_URB.AMIGOSijk +
-1.079(0.094)TIP_CASA.AMIGOSijk + 1.977(0.107)NASSO_3.AMIGOSijk
log(π3k/π10k) =
log(π4k/π10k) = β2kCONST.PSICOLijk + -1.578(0.231)MeDIDA_T.PSICOLijk + 1.269(0.164)NASSO_3.PSICOLijk
β2k = 3.643(0.171) + v2k
log(π5k/π10k) =
log(π6k/π10k) = β3kCONST.SOZINHOijk + -1.355(0.129)MeDIDA_T.SOZINHOijk + 1.268(0.075)NASSO_3.SOZINHOijk +
-0.227(0.041)INTERNET.SOZINHOijk
β3k = 5.230(0.096) + v3k
log(π7k/π10k) = 3.274(0.223)CONST.TODOSijk + -1.741(0.122)SEXO.TODOSijk + -0.550(0.090)CURSO.TODOSijk +
0.766(0.054)URBANA.TODOSijk + -3.342(0.147)MeDIDA_T.TODOSijk + -0.695(0.110)SASE.TODOSijk +
1.715(0.179)ENCICLOP.TODOSijk + 0.016(0.005)MHAB_LIT.TODOSijk
log(π8k/π10k) =
log(π9k/π10k) = 2.517(0.206)CONST.VARIOSijk + -0.969(0.104)SEXO.VARIOSijk + -1.326(0.165)TAM_ESC.VARIOSijk +
-0.872(0.109)TIP_CASA.VARIOSijk + 1.759(0.200)ENCICLOP.VARIOSijk

[ v2k ]
[ v3k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.095(0.056)
-0.035(0.021) 0.013(0.008) ]

cov(πijk/π10k) = - πijkπrlk/CONSTijk : s ≠ r, πijk(1 - πijk)/CONSTijk : s = r,

```

Figura 40: Modelo de Regressão Logística, com estimação RIGLS (*Output* do MLwiN 2.02)

Modelo com a variável PARENTAL, figura 41.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πjk)
log(π1jk / π10jk) = 3.064(0.405)CONST.FAMILIAijk + 0.310(0.183)CURSO.FAMILIAijk + -0.407(0.366)MeDIDA_T.FAMILIAijk +
0.203(0.176)INTERNET.FAMILIAijk + 0.392(0.168)ENCICLOP.FAMILIAijk + 0.019(0.015)MHAB_LIT.FAMILIAijk
log(π2jk / π10jk) = 2.246(0.288)CONST.AMIGOSijk + -0.365(0.294)CURSO.AMIGOSijk + -0.692(0.395)SUB_URB.AMIGOSijk +
-0.508(0.307)TIP_CASA.AMIGOSijk + 0.789(0.302)NASSO_3.AMIGOSijk
log(π3jk / π10jk) =
log(π4jk / π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + -1.299(0.423)MeDIDA_T.PSICOLijk + 0.477(0.247)NASSO_3.PSICOLijk
β2k = 2.977(0.316) + v2k
log(π5jk / π10jk) =
log(π6jk / π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + -0.791(0.322)MeDIDA_T.SOZINHOijk + 0.517(0.149)NASSO_3.SOZINHOijk +
0.089(0.152)INTERNET.SOZINHOijk + -0.155(0.140)PARENTAL.SOZINHOijk
β3k = 4.425(0.314) + v3k
log(π7jk / π10jk) = 2.574(0.567)CONST.TODOSijk + -0.807(0.277)SEXO.TODOSijk + 0.295(0.232)CURSO.TODOSijk +
0.443(0.270)URBANA.TODOSijk + -2.372(0.593)MeDIDA_T.TODOSijk + -1.587(0.831)SASE.TODOSijk +
0.422(0.378)ENCICLOP.TODOSijk + 0.015(0.028)MHAB_LIT.TODOSijk
log(π8jk / π10jk) =
log(π9jk / π10jk) = 2.112(0.401)CONST.VARIOSijk + -0.381(0.260)SEXO.VARIOSijk + -1.260(0.749)TAM_ESC.VARIOSijk +
-0.033(0.262)TIP_CASA.VARIOSijk + 0.682(0.329)ENCICLOP.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.290(0.189) ]
[ v3k ] [ -0.176(0.085) 0.134(0.086) ]

cov(vijk, vijk) = - πijkπijk/CONSTjk : s ≠ r, πijk(1 - πijk)/CONSTjk : s = r,
Deviance(MCMC) = 3960.278(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 41: Modelo de Regressão Logística, com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

Observa-se a presença de parâmetros não significativos que serão retirados a posteriori noutros modelos mais completos.

Obteve-se os seguintes dados:

Tabela 9: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da *Deviance* (MCMC/DIC)

Bayesian Deviance Information Criterion (DIC)				
Dbar	D(thetabar)	pD	DIC	
4050.73	4022.66	28.08	4078.81	Modelo com efeitos aleatórios
3960.28	3910.82	49.45	4009.73	Modelo ajustado
Diferença de Parâmetros		21.37		
Dif. ^a do Diagnóstico - DIC			69.08	

Este modelo ajusta melhor os dados, tendo diminuído a *deviance* (4022.66 – 3910.82 = 111.84) e, por conseguinte, o valor do DIC. Inclusivamente, a correlação entre as categorias aumentou ligeiramente passando de 0,830 para 0,892.

Tabela 10: Matriz de Correlações para o nível 3

	CONST.PSICOL	CONST.SOZINHO
CONST.PSICOL	1.000	
CONST.SOZINHO	-0.892	1.000

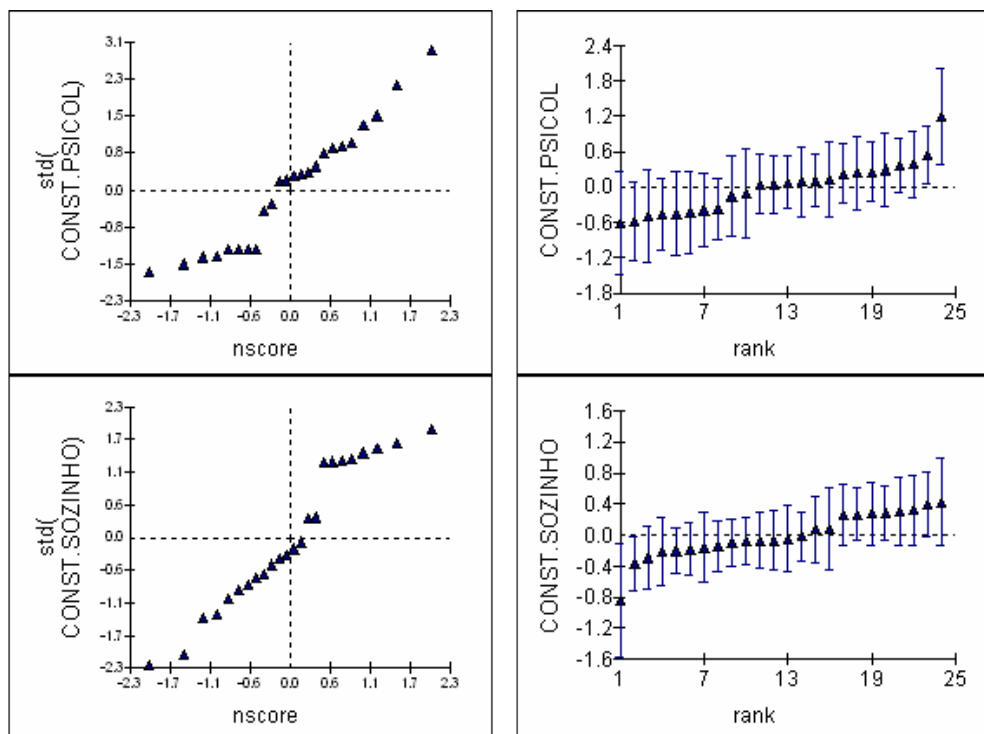


Figura 42: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo *caterpillar* - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

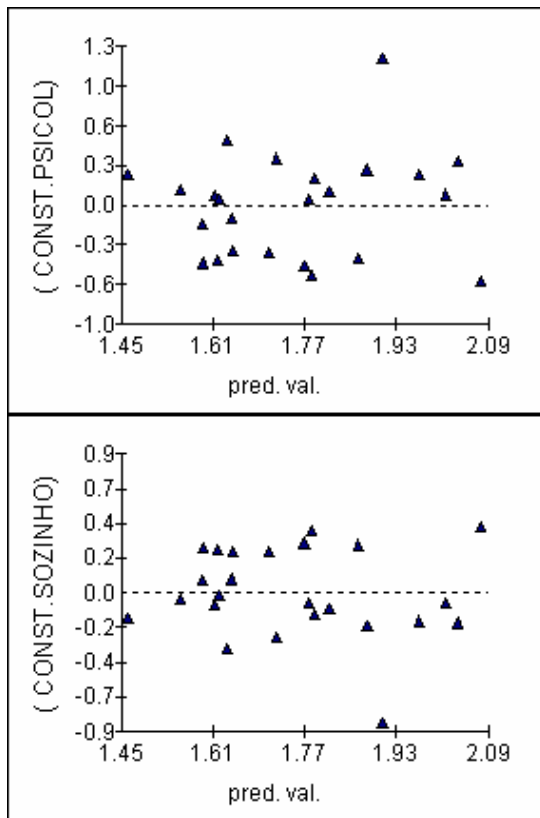


Figura 43: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados

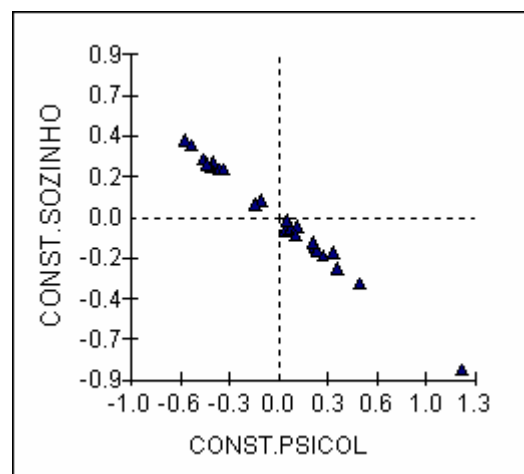


Figura 44.1: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

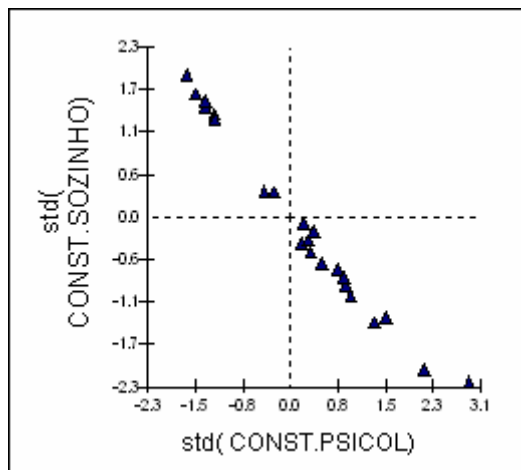


Figura 44.2: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

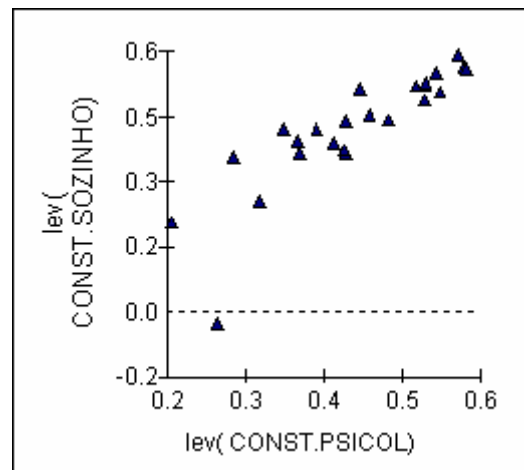


Figura 44.3: Gráficos dos valores *leverage* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

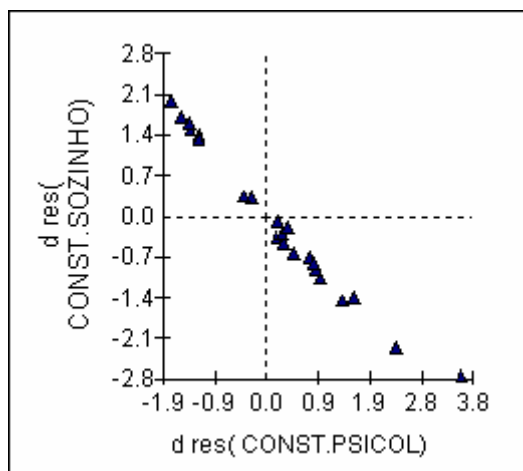


Figura 44.4: Gráficos dos resíduos *deletion* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

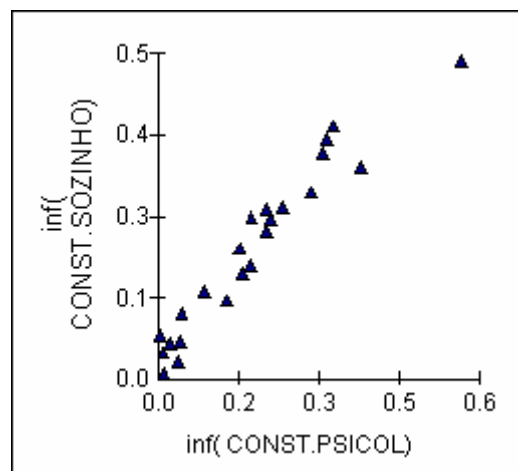


Figura 44.5: Gráficos dos valores da *influence* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

Neste modelo verifica-se a existência de variáveis cujos parâmetros não são significativos, casos de: INTERNET.SOZINHO; MHAB_LIT.TODOS; e TIP_CASA.VARIOS. Outros parâmetros embora com algum significado não são considerados relevantes, como sejam os casos de: MeDIDA_T.FAMILIA; INTERNET.FAMILIA; MHAB_LIT.FAMILIA; CURSO.AMIGOS; PARENTAL.SOZINHO; CURSO.TODOS; ENCICLOP.TODOS; SEXO.VARIOS. Também URBANA.TODOS não é suficientemente para garantir que seja significativo porque tem um erro padrão elevado. Constata-se que da análise deste modelo se pode retirar algumas consequências que deverão ser verificadas, a saber:

- Na categoria FAMILIA, é preponderante o tipo de curso e a existência de enciclopédia na habitação, tendo alguma importância, também, a existência de ligação à Internet e a habilitação literária dos pais. Terá uma influência negativa a turma ter uma média de idades maior que a idade padrão de 15 anos, ou seja, regista-se que deverá haver poucos alunos fora da idade padrão, pelo sinal negativo.
- Na categoria AMIGOS, é de realçar a influência do número de assoalhadas da habitação havendo uma influência de sinal contrário, mas vincada, quanto ao tipo de habitação e à localização da escola e, embora sem grande influência mas, ainda assim negativa, o tipo de curso. Isto configurará, de certa maneira, o aluno tipo dos bairros urbanos mais periféricos: a influência dos pais, o meio ambiente que rodeia a escola e a habitação e o significado que os estudos, ditos mais teóricos, terão no futuro desses alunos.

- Na categoria TODOS, as influências são muitas e diversas. Valoriza-se o tipo de curso, a localização urbana da escola, a habilitação literária dos pais e a existência de enciclopédia no lar e, embora, significativo mas, negativamente, a média da diferença de idades da turma, os alunos terem auxílio por parte do SASE e os alunos serem do sexo masculino.
- Na categoria VARIOS, o sexo masculino, o tamanho da escola, o tipo de habitação são influentes assim como a existência de enciclopédia no lar faz alguma diferença.
- Na categoria PSICOL, a decisão dos alunos é influenciada pelo número de assoalhadas da habitação e opostamente pela maior média da diferença de idades da turma.
- Na categoria SOZINHO, é um pouco semelhante, à atitude e influências dos alunos que manifestaram que o psicólogo foi quem deu o maior apoio. Acrescente-se, sem grande significado, a influência da existência de ligação à Internet no lar e o tipo de agregado familiar.

Estas duas últimas categorias manifestam uma correlação forte e negativa. Isto será muito interessante de analisar e, talvez, se retirem mais conclusões. Tal como os alunos da categoria AMIGOS demonstram um perfil que, sociologicamente, poderá ser corroborado.

6.2.5 Modelo com variáveis que traduzem comportamentos dos alunos

Voltando ao modelo anterior, da figura 31, já simplificado e introduzindo as variáveis: ESTU_CASA, ESTU_ESC, A_EMP, A_PART, A_PONT, A_ASSID e A_INIC, obtém-se o modelo da figura seguinte.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πijk)
log(π1jk/π10jk) = 2.576(0.297)CONST.FAMILIAijk + 0.456(0.168)CURSO.FAMILIAijk + 0.484(0.153)ENCICLOP.FAMILIAijk +
0.602(0.293)A_EMP.FAMILIAijk
log(π2jk/π10jk) = 3.665(0.563)CONST.AMIGOSijk + -0.744(0.391)SUB_URB.AMIGOSijk + -0.614(0.301)TIP_CASA.AMIGOSijk +
0.800(0.292)NASSO_3.AMIGOSijk + -1.138(0.504)ESTU_CASA.AMIGOSijk + -0.898(0.428)A_INIC.AMIGOSijk
log(π3jk/π10jk) =
log(π4jk/π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + -1.016(0.371)MeDIDA_T.PSICOLijk + 0.524(0.232)NASSO_3.PSICOLijk +
1.145(0.337)ESTU_ESC.PSICOLijk + 0.792(0.397)A_EMP.PSICOLijk
β2k = 2.151(0.397) + v2k
log(π5jk/π10jk) =
log(π6jk/π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + -0.572(0.224)MeDIDA_T.SOZINHOijk + 0.563(0.144)NASSO_3.SOZINHOijk +
0.527(0.289)A_EMP.SOZINHOijk
β3k = 3.837(0.321) + v3k
log(π7jk/π10jk) = 1.173(0.981)CONST.TODOSijk + -0.871(0.286)SEXO.TODOSijk + -2.430(0.470)MeDIDA_T.TODOSijk +
-1.758(0.834)SASE.TODOSijk + 2.346(0.970)A_ASSID.TODOSijk
log(π8jk/π10jk) =
log(π9jk/π10jk) = 2.062(0.542)CONST.VARIOSijk + -0.521(0.261)SEXO.VARIOSijk + 0.545(0.306)ENCICLOP.VARIOSijk +
-0.952(0.437)A_PONT.VARIOSijk + 0.749(0.446)A_PART.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.321(0.244) ]
[ v3k ] [ -0.200(0.115) 0.158(0.090) ]

cov(v2jk, v3jk) = -πijkπijk/CONSTjk: s ≠ r; πijk(1 - πijk)/CONSTjk: s = r;
Deviance(MCMC) = 3936.059(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 45: Modelo de Regressão Logística, com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

Os parâmetros são todos significativos à exceção da variância para a categoria PSICOL. Obeve-se os seguintes dados:

Tabela 11: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da *Deviance* (MCMC/DIC) Bayesian Deviance Information Criterion (DIC)

Dbar	D(thetabar)	pD	DIC	
4050.73	4022.66	28.08	4078.81	Modelo com efeitos aleatórios
3936.06	3888.42	47.63	3983.69	Modelo ajustado
Diferença de Parâmetros		19.55		
Dif. ^a do Diagnóstico - DIC			95.12	

Este modelo também ajusta bem os dados, tendo diminuído a *deviance* (4022.66 – 3888.42 = 134.24) e, por conseguinte, o valor do DIC. Inclusivamente, também a correlação entre as categorias aumentou ligeiramente, passando de 0,830 para 0,888.

Tabela 12: Matriz de Correlações para o nível 3

	CONST.PSICOL	CONST.SOZINHO
CONST.PSICOL	1.000	
CONST.SOZINHO	-0.888	1.000

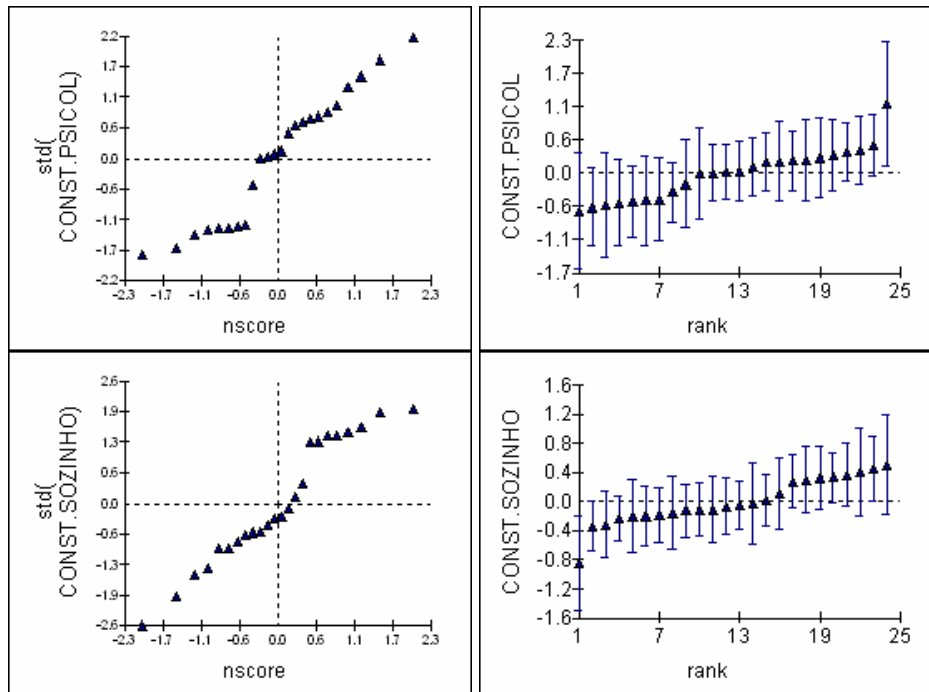


Figura 46: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo *caterpillar* - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

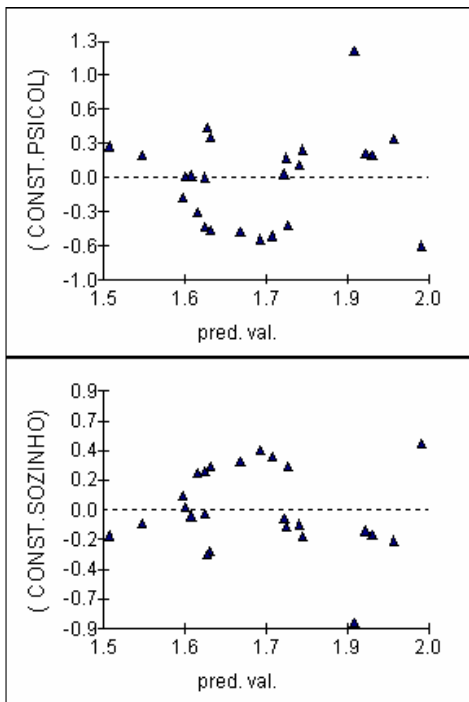


Figura 47: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados

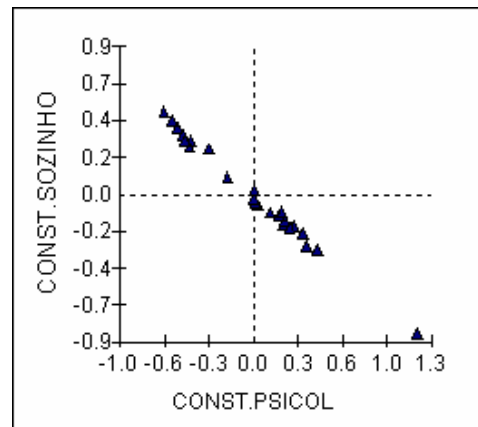


Figura 48.1: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

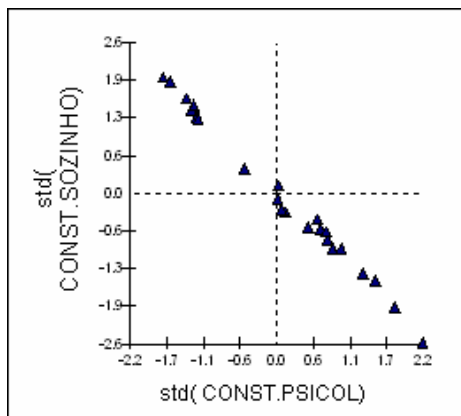


Figura 48.2: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

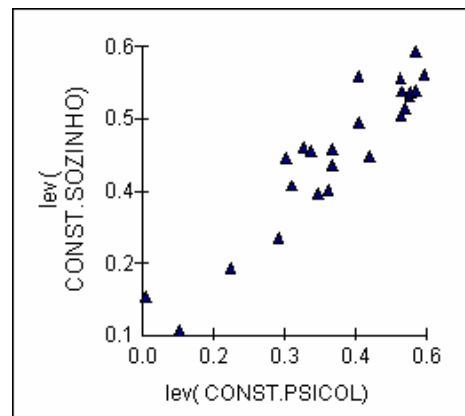


Figura 48.3: Gráficos dos valores *leverage* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

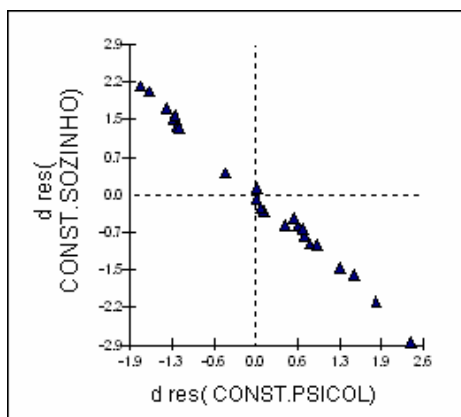


Figura 48.4: Gráficos dos resíduos *deletion* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

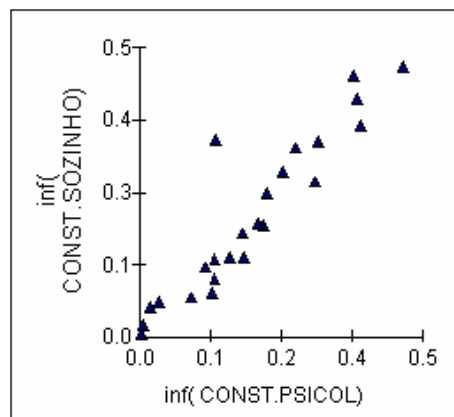


Figura 48.5: Gráficos dos valores da *influence* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

Relativamente a este modelo há a salientar que as novas variáveis vêm corroborar algumas das conclusões tiradas do modelo anterior, a saber:

- Na categoria FAMILIA, continua a ser preponderante o tipo de curso e a existência de enciclopédia na habitação, agora com o reforço do aluno se considerar empenhado.
- Na categoria AMIGOS, é de realçar a continuação da influência positiva do número de assoalhadas da habitação sendo que haverá uma influência negativa se o aluno estuda em casa ou se mostrar com iniciativa.
- Na categoria TODOS é positiva a influência do aluno ser assíduo.
- Na categoria VARIOS, os alunos não são pontuais e mostram-se participativos.
- Na categoria PSICOL, os alunos que estudam na escola e que se mostram empenhados marcam diferença. A entre-ajuda ou a ajuda, em si mesmo, pode estar subentendida nestes valores.
- Na categoria SOZINHO, as semelhanças de comportamento perante as mesmas variáveis que para a categoria PSIC.

Talvez esteja aqui um problema de auto-estima e auto-confiança, em tudo antagónicas, que os alunos destas últimas categorias demonstram. Seria interessante usar aqui, por exemplo, uma análise de trajetórias, para tentar descobrir as correlações existentes em alunos que manifestaram apoios tão díspares: aquele que decide por si e está convicto das suas atitudes e encara o seu futuro como algo que só a si diz respeito e, o outro, que demonstra necessitar de aconselhamento de terceiros, dos profissionais, para decidir o seu futuro.

6.2.6 Modelo com variáveis relacionadas com o percurso escolar dos alunos e com o seu comportamento perante os estudos

Voltamos ao modelo da figura 31 e introduz-se variáveis que estão relacionadas, de alguma maneira, com o percurso escolar dos alunos e com o seu comportamento perante os estudos, a saber: FREQ_10A, UNIVERS, F_TPC ou F_BIBLIO. Outras variáveis não se mostraram significativas. Obtém-se o modelo seguinte:

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πjk)
log(π1jk/π10jk) = 2.071(0.458)CONST.FAMILIAijk + 0.364(0.198)CURSO.FAMILIAijk + -0.172(0.351)MeDIDA_T.FAMILIAijk +
0.256(0.180)INTERNET.FAMILIAijk + 0.439(0.162)ENCICLOP.FAMILIAijk + 0.150(0.255)UNIVERS.FAMILIAijk +
1.415(0.343)F_TPC.FAMILIAijk
log(π2jk/π10jk) = 3.194(0.736)CONST.AMIGOSijk + -0.290(0.294)CURSO.AMIGOSijk + -0.783(0.396)SUB_URB.AMIGOSijk +
-0.524(0.314)TIP_CASA.AMIGOSijk + 0.753(0.303)NASSO_3.AMIGOSijk + -0.943(0.717)FREQ_10A_1.AMIGOSijk +
-1.539(0.776)FREQ_10A_2.AMIGOSijk
log(π3jk/π10jk) =
log(π4jk/π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + -0.998(0.436)MeDIDA_T.PSICOLijk + 0.470(0.242)NASSO_3.PSICOLijk +
0.213(0.313)UNIVERS.PSICOLijk + 0.817(0.445)F_TPC.PSICOLijk + 0.291(0.231)F_BIBLIO.PSICOLijk
β2k = 1.966(0.493) + v2k
log(π5jk/π10jk) =
log(π6jk/π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + -0.606(0.308)MeDIDA_T.SOZINHOijk + 0.514(0.157)NASSO_3.SOZINHOijk +
0.073(0.165)INTERNET.SOZINHOijk + -0.134(0.143)PARENTAL.SOZINHOijk + 0.164(0.237)UNIVERS.SOZINHOijk +
0.993(0.327)F_TPC.SOZINHOijk
β3k = 3.625(0.387) + v3k
log(π7jk/π10jk) = 0.850(0.827)CONST.TODOSijk + -0.709(0.278)SEXO.TODOSijk + 0.761(0.575)CURSO.TODOSijk +
0.480(0.279)URBANA.TODOSijk + -1.826(0.611)MeDIDA_T.TODOSijk + -1.550(0.812)SASE.TODOSijk +
0.497(0.366)ENCICLOP.TODOSijk + 0.185(0.393)UNIVERS.TODOSijk + 1.359(0.540)F_TPC.TODOSijk
log(π8jk/π10jk) =
log(π9jk/π10jk) = -8.085(5.198)CONST.VARIOSijk + -0.458(0.266)SEXO.VARIOSijk + -1.301(0.731)TAM_ESC.VARIOSijk +
-0.043(0.267)TIP_CASA.VARIOSijk + 0.655(0.335)ENCICLOP.VARIOSijk + 0.300(0.328)UNIVERS.VARIOSijk +
10.075(5.188)FREQ_10A_1.VARIOSijk + 10.059(5.203)FREQ_10A_2.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.385(0.228) ]
[ v3k ] [ -0.198(0.092) 0.127(0.075) ]

cov(yijkyijk) = - πjkπijk/CONSTjk: s ≠ r; πjk(1 - πijk)/CONSTjk: s = r;
Deviance(MCMC) = 3944.515(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 49: Modelo de Regressão Logística, com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

Os parâmetros não são todos significativos e o modelo é demasiado pesado em número de variáveis. Obteve-se os seguintes dados:

Tabela 13: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da *Deviance* (MCMC/DIC)
Bayesian Deviance Information Criterion (DIC)

Dbar	D(thetabar)	pD	DIC	
4050.73	4022.66	28.08	4078.81	Modelo com efeitos aleatórios
3944.52	3883.20	61.32	4005.83	Modelo ajustado
Diferença de Parâmetros		33.24		
Dif. ^a do Diagnóstico - DIC			72.98	

Este modelo também ajusta bem os dados, tendo diminuído a *deviance* (4022.66 – 3883.20 = 139.46) e, por conseguinte, o valor do DIC. Inclusivamente, também a correlação entre as categorias aumentou ligeiramente, passando de 0,830 para 0,893.

Tabela 14: Matriz de Correlações para o nível 3

	CONST.PSICOL	CONST.SOZINHO
CONST.PSICOL	1.000	
CONST.SOZINHO	-0.893	1.000

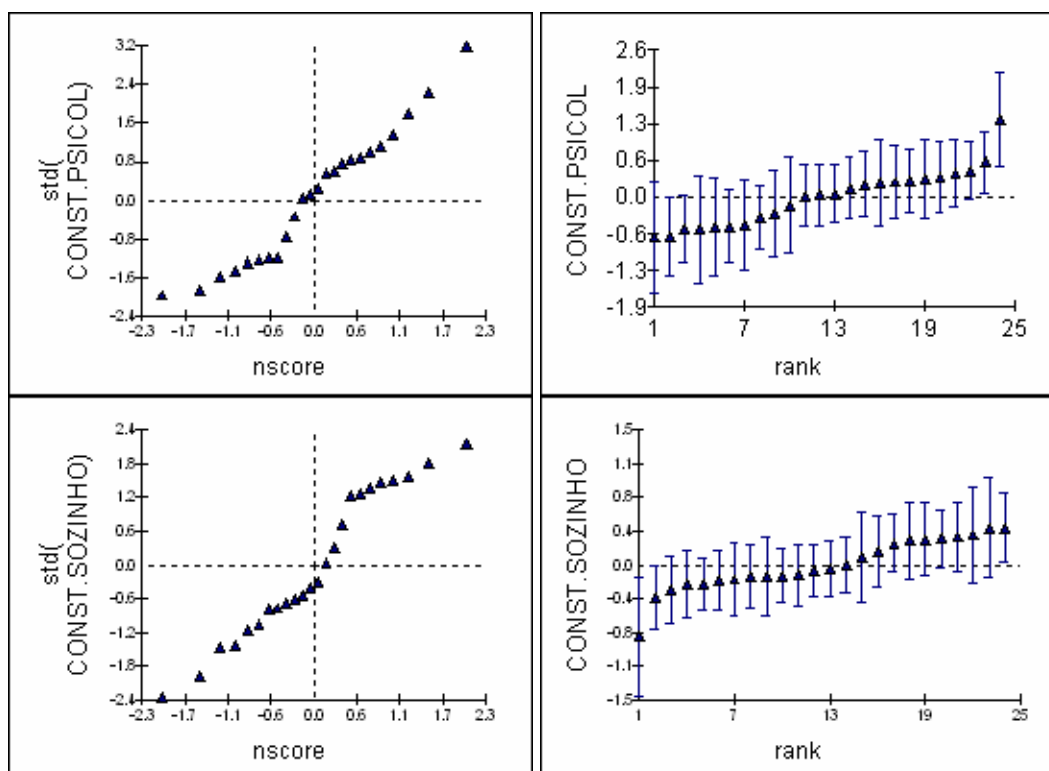


Figura 50: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo *caterpillar* - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

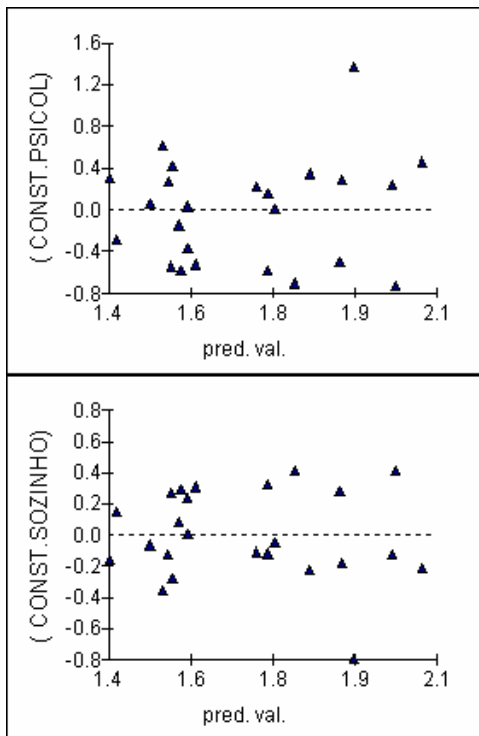


Figura 51: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados

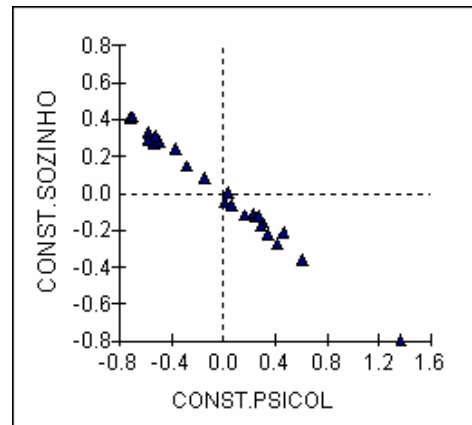


Figura 52.1: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

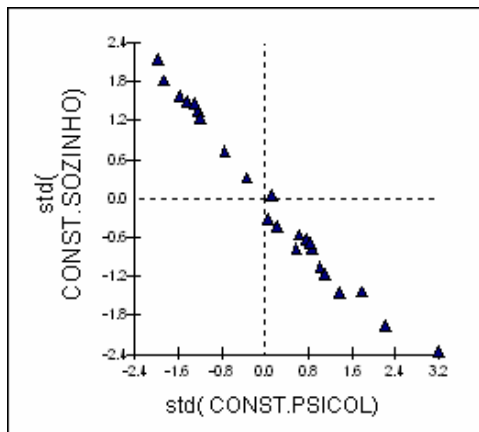


Figura 52.2: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

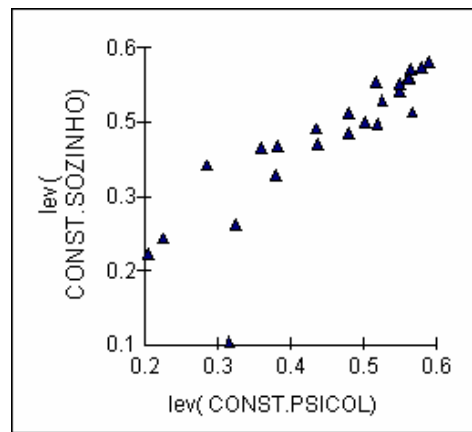


Figura 52.3: Gráficos dos valores *leverage* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

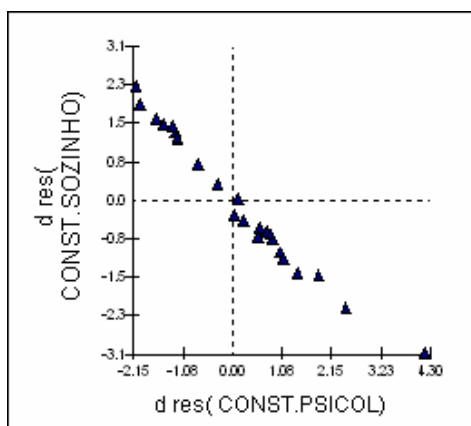


Figura 52.4: Gráficos dos resíduos *deletion* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

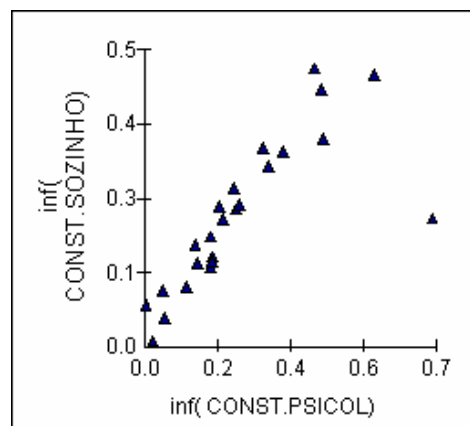


Figura 52.5: Gráficos dos valores da *influence* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

Relativamente a este modelo há a salientar que as novas variáveis também reforçam algumas das afirmações já feitas para os modelos anteriores. Assim:

- Na categoria FAMILIA, continua a ser preponderante o tipo de variáveis relacionadas com o estudo e/ou o prosseguimento de estudos.
- Na categoria AMIGOS, há a realçar a influência negativa das categorias da variável que indica o número de vezes que o aluno está a frequentar o 10º ano de escolaridade.
- Na categoria TODOS é positivo o aluno fazer os seus trabalhos de casa.
- Na categoria VARIOS, nada há a assinalar a não ser o comportamento das variáveis que tornou o modelo desta categoria um pouco instável em que os parâmetros são fora do normal.
- Na categoria PSICOL, os alunos que fazem os TPC contribuem para explicar a diferença.
- Na categoria SOZINHO, passa-se a mesma coisa quanto aos TPC.

Estas duas últimas categorias continuam a andar quase a par e a comportarem-se da mesma maneira.

6.2.7 Modelo com o conjunto das variáveis de contexto

Simplificando este modelo e introduzindo nele as variáveis do modelo da figura 45 obtém-se o modelo da figura seguinte.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πjk)
log(π1jk/π10jk) = 2.280(0.277)CONST.FAMILIAijk + 0.480(0.155)CURSO.FAMILIAijk + 0.126(0.090)ENCICLOP.FAMILIAijk +
1.139(0.389)F_TPC.FAMILIAijk + 0.498(0.337)A_EMP.FAMILIAijk
log(π2jk/π10jk) = 2.969(0.626)CONST.AMIGOSijk + -0.798(0.402)SUB_URB.AMIGOSijk + -0.578(0.312)TIP_CASA.AMIGOSijk +
0.854(0.295)NASSO_3.AMIGOSijk + 0.319(0.336)FREQ_10A_1.AMIGOSijk + -0.673(0.419)A_INIC.AMIGOSijk +
-0.881(0.471)ESTU_CASA.AMIGOSijk
log(π3jk/π10jk) =
log(π4jk/π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + -0.824(0.355)MeDIDA_T.PSICOLijk + 0.530(0.244)NASSO_3.PSICOLijk +
0.480(0.496)F_TPC.PSICOLijk + 0.987(0.457)A_EMP.PSICOLijk + 1.156(0.349)ESTU_ESC.PSICOLijk
β2k = 1.477(0.454) + v2k
log(π5jk/π10jk) =
log(π6jk/π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + -0.482(0.223)MeDIDA_T.SOZINHOijk + 0.565(0.147)NASSO_3.SOZINHOijk +
0.622(0.362)F_TPC.SOZINHOijk + 0.647(0.326)A_EMP.SOZINHOijk
β3k = 3.298(0.316) + v3k
log(π7jk/π10jk) = 0.598(0.881)CONST.TODOSijk + -0.832(0.283)SEXO.TODOSijk + 0.442(0.275)URBANA.TODOSijk +
-2.102(0.509)MeDIDA_T.TODOSijk + -1.666(0.830)SASE.TODOSijk + 1.103(0.587)F_TPC.TODOSijk +
1.813(0.908)A_ASSID.TODOSijk
log(π8jk/π10jk) =
log(π9jk/π10jk) = 2.161(0.659)CONST.VARIOSijk + -0.497(0.267)SEXO.VARIOSijk + -1.423(0.749)TAM_ESC.VARIOSijk +
0.511(0.311)ENCICLOP.VARIOSijk + 0.536(0.551)A_EMP.VARIOSijk + -0.936(0.444)A_PONT.VARIOSijk +
0.805(0.448)A_PART.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.645(0.289) ]
[ v3k ] [ -0.259(0.117) 0.112(0.056) ]

cov(πijk, πijk) = - πijkπijk/CONSTjk : s ≠ r; πijk(1 - πijk)/CONSTjk : s = r;
Deviance(MCMC) = 3927.539(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 54: Modelo de Regressão Logística, com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

Os parâmetros não são todos significativos e o modelo é demasiado pesado em número de variáveis. Obteve-se os seguintes dados:

Tabela 15: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da *Deviance* (MCMC/DIC)

Bayesian Deviance Information Criterion (DIC)				
Dbar	D(thetabar)	pD	DIC	
4050.73	4022.66	28.08	4078.81	Modelo com efeitos aleatórios
3927.54	3872.47	55.07	3982.60	Modelo ajustado
Diferença de Parâmetros		26.99		
Dif. ^a do Diagnóstico - DIC			96.21	

Este modelo também ajusta bem os dados, tendo diminuído a *deviance* ($4022.66 - 3872.47 = 150.19$) e, por conseguinte, o valor do DIC. Inclusivamente, também a correlação entre as categorias aumentou bastante, cerca de 15,8%, passando de 0,830 para 0,961.

Tabela 16: Matriz de Correlações para o nível 3

	CONST.PSICOL	CONST.SOZINHO
CONST.PSICOL	1.000	
CONST.SOZINHO	-0.961	1.000

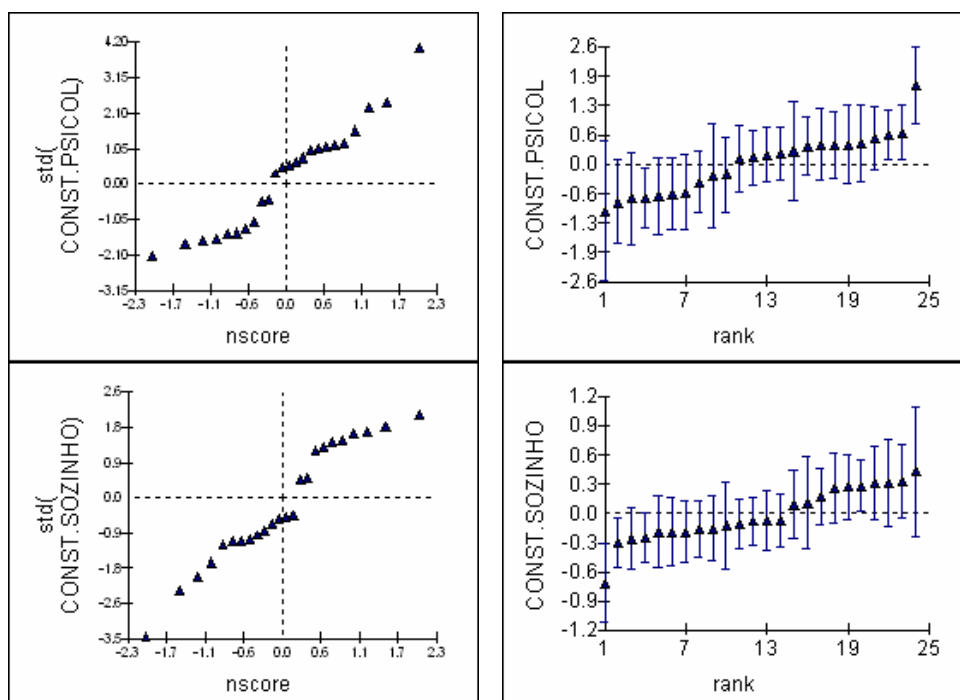


Figura 55: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo *caterpillar* - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

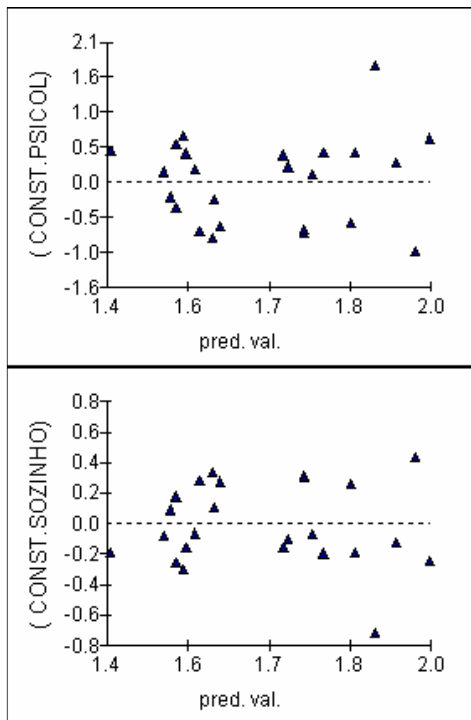


Figura 56: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados

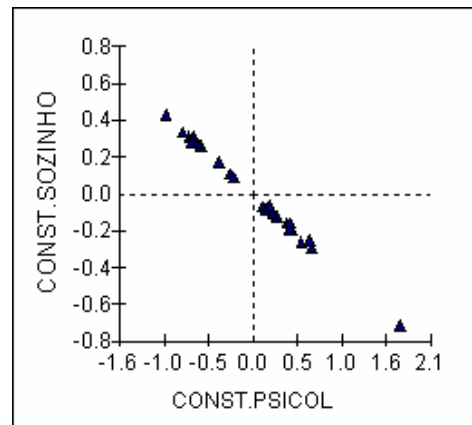


Figura 57.1: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

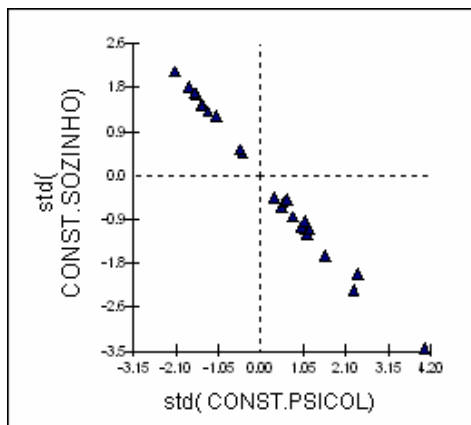


Figura 57.2: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

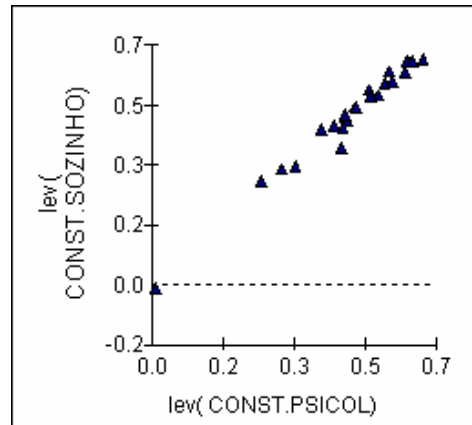


Figura 57.3: Gráficos dos valores *leverage* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

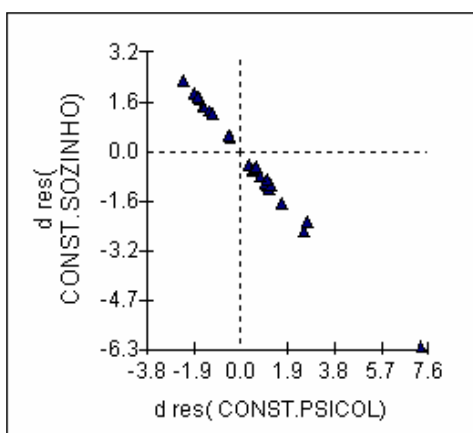


Figura 57.4: Gráficos dos resíduos *deletion* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

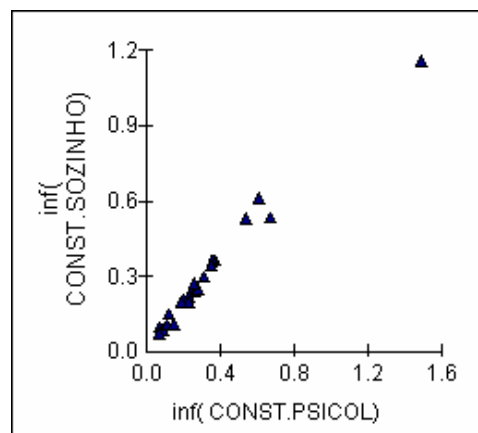


Figura 57.5: Gráficos dos valores da *influence* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

Relativamente a este modelo há a salientar que algumas variáveis que eram bastante significativas deixaram de o ser quando colocadas em conjunto com outras. Verifica-se que o modelo tende a ser bastante idêntico, em termos de variâncias, em relação ao modelo de efeitos aleatórios. Estes parâmetros de variância são significativos e os seus erros padrão também baixaram, melhorando assim as variâncias para as duas categorias. O parâmetro da categoria TODOS continua não significativo pelo que as diversas variáveis introduzidas explicam alguma da variabilidade que existia nesta categoria. Assim:

- Na categoria FAMILIA, continua a ser preponderante o tipo de aluno com comportamento direccionado para o prosseguimento de estudos.
- Na categoria AMIGOS, há a realçar a grande influência das variáveis que correspondem à sua habitação: tipo de casa e número de assoalhadas da mesma. São variáveis que pertencem a um contexto fora da escola, relacionado com o seu lar e, talvez, indirectamente, com o nível sócio-económico do seu agregado familiar. O aluno que estuda em casa faz diferença pela negativa.
- Na categoria TODOS não há alterações a registar.
- Na categoria VARIOS, não há a assinalar alterações de registo.
- Na categoria PSICOL, a variável que caracteriza os alunos que fazem os TPC deixa de ter contributo em presença das outras variáveis.
- Na categoria SOZINHO, a variável relativa ao empenho veio reforçar a atitude do aluno fazer os seus TPC.

Estas duas últimas categorias, ainda assim, continuam a comportarem-se quase da mesma maneira perante as mesmas variáveis.

6.2.8 Modelo com a variável Razão da Escolha do Curso (RAZAO)

A variável é categórica e o processo de tratamento é idêntico ao já descrito anteriormente pelo que se passa à apresentação e análise dos dados e dos resultados a que se chegou. As figuras referentes às categorias apresentam os modelos já simplificados.

6.2.8.1 Modelo com a categoria APTIDAO da variável RAZAO

$$\begin{aligned}
 \text{resp}_{ijk} &\sim \text{Multinomial}(\text{CONST}_{ijk}, \pi_{ijk}) \\
 \log(\pi_{1jk} / \pi_{10jk}) &= 3.259(0.106)\text{CONST.FAMILIA}_{ijk} + 0.243(0.125)\text{APTIDAO.FAMILIA}_{ijk} \\
 \log(\pi_{2jk} / \pi_{10jk}) &= 2.030(0.178)\text{CONST.AMIGOS}_{ijk} + -0.695(0.255)\text{APTIDAO.AMIGOS}_{ijk} \\
 \log(\pi_{3jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{4jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{2k}\text{CONST.PSICOL}_{ijk} \\
 \beta_{2k} &= 2.332(0.197) + v_{2k} \\
 \log(\pi_{5jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{6jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{3k}\text{CONST.SOZINHO}_{ijk} + 0.373(0.113)\text{APTIDAO.SOZINHO}_{ijk} \\
 \beta_{3k} &= 3.534(0.129) + v_{3k} \\
 \log(\pi_{7jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{4k}\text{CONST.TODOS}_{ijk} + 1.201(0.338)\text{APTIDAO.TODOS}_{ijk} \\
 \beta_{4k} &= 0.858(0.333) + v_{4k} \\
 \log(\pi_{8jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{9jk} / \pi_{10jk}) &= 1.698(0.124)\text{CONST.VARIOS}_{ijk} \\
 \\
 \begin{bmatrix} v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \end{bmatrix} &\sim \text{N}(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} 0.673(0.254) & & \\ -0.328(0.121) & 0.163(0.060) & \\ 0.426(0.168) & -0.219(0.089) & 0.299(0.152) \end{bmatrix} \\
 \\
 \text{cov}(y_{sijk}, y_{tijk}) &= -\pi_{sijk}\pi_{tijk} / \text{CONST}_{ijk} : s \neq t, \quad \pi_{sijk}(1 - \pi_{tijk}) / \text{CONST}_{ijk} : s = t,
 \end{aligned}$$

Figura 58.1: Modelo de Regressão Logística para a categoria APTIDAO com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

6.2.8.2 Modelo com a categoria TRAD_FAM da variável RAZAO

$$\begin{aligned}
 \text{resp}_{ijk} &\sim \text{Multinomial}(\text{CONST}_{jk}, \pi_{ijk}) \\
 \log(\pi_{1jk} / \pi_{10jk}) &= 3.130(0.061)\text{CONST.FAMILIA}_{ijk} + 1.291(0.114)\text{TRAD_FAM.FAMILIA}_{ijk} \\
 \log(\pi_{2jk} / \pi_{10jk}) &= 1.357(0.129)\text{CONST.AMIGOS}_{ijk} \\
 \log(\pi_{3jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{4jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{2k}\text{CONST.PSICOL}_{ijk} \\
 \beta_{2k} &= 2.040(0.212) + v_{2k} \\
 \log(\pi_{5jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{6jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{3k}\text{CONST.SOZINHO}_{ijk} \\
 \beta_{3k} &= 3.509(0.102) + v_{3k} \\
 \log(\pi_{7jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{4k}\text{CONST.TODOS}_{ijk} \\
 \beta_{4k} &= 1.525(0.193) + v_{4k} \\
 \log(\pi_{8jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{9jk} / \pi_{10jk}) &= 1.417(0.125)\text{CONST.VARIOS}_{ijk} \\
 \\
 \begin{bmatrix} v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \end{bmatrix} &\sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} 0.809(0.305) & & \\ -0.345(0.130) & 0.166(0.061) & \\ 0.287(0.201) & -0.207(0.104) & 0.488(0.246) \end{bmatrix} \\
 \\
 \text{cov}(y_{sijk}, y_{tijk}) &= -\pi_{sijk}\pi_{tijk}/\text{CONST}_{jk} : s \neq t, \quad \pi_{sijk}(1 - \pi_{tijk})/\text{CONST}_{jk} : s = t,
 \end{aligned}$$

Figura 58.2: Modelo de Regressão Logística para a categoria TRAD_FAM com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

6.2.8.3 Modelo com a categoria MODA da variável RAZAO

$$\begin{aligned}
 \text{resp}_{ijk} &\sim \text{Multinomial}(\text{CONST}_{jk}, \pi_{ijk}) \\
 \log(\pi_{1jk} / \pi_{10jk}) &= 3.152(0.060)\text{CONST.FAMILIA}_{ijk} \\
 \log(\pi_{2jk} / \pi_{10jk}) &= 1.323(0.131)\text{CONST.AMIGOS}_{ijk} + 2.839(0.191)\text{MODA.AMIGOS}_{ijk} \\
 \log(\pi_{3jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{4jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{2k}\text{CONST.PSICOL}_{ijk} \\
 \beta_{2k} &= 2.049(0.212) + v_{2k} \\
 \log(\pi_{5jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{6jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{3k}\text{CONST.SOZINHO}_{ijk} \\
 \beta_{3k} &= 3.519(0.102) + v_{3k} \\
 \log(\pi_{7jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{4k}\text{CONST.TODOS}_{ijk} \\
 \beta_{4k} &= 1.535(0.193) + v_{4k} \\
 \log(\pi_{8jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{9jk} / \pi_{10jk}) &= 1.427(0.125)\text{CONST.VARIOS}_{ijk} \\
 \\
 \begin{bmatrix} v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \end{bmatrix} &\sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} 0.808(0.305) & & \\ -0.345(0.130) & 0.166(0.061) & \\ 0.287(0.201) & -0.207(0.104) & 0.488(0.246) \end{bmatrix} \\
 \\
 \text{cov}(y_{sijk}, y_{tijk}) &= -\pi_{sijk}\pi_{tijk}/\text{CONST}_{jk} : s \neq t, \quad \pi_{sijk}(1 - \pi_{tijk})/\text{CONST}_{jk} : s = t,
 \end{aligned}$$

Figura 58.3: Modelo de Regressão Logística para a categoria MODA com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

6.2.8.4 Modelo com a categoria VANT_ECON da variável RAZAO

$$\begin{aligned}
 & \text{resp}_{ijk} \sim \text{Multinomial}(\text{CONST}_{ijk}, \pi_{ijk}) \\
 & \log(\pi_{1jk} / \pi_{10jk}) = 3.106(0.061)\text{CONST.FAMILIA}_{ijk} + 0.522(0.051)\text{VANT_ECON.FAMILIA}_{ijk} \\
 & \log(\pi_{2jk} / \pi_{10jk}) = 1.356(0.129)\text{CONST.AMIGOS}_{ijk} \\
 & \log(\pi_{3jk} / \pi_{10jk}) = \\
 & \log(\pi_{4jk} / \pi_{10jk}) = \beta_{2k}\text{CONST.PSICOL}_{ijk} \\
 & \beta_{2k} = 2.037(0.213) + v_{2k} \\
 & \log(\pi_{5jk} / \pi_{10jk}) = \\
 & \log(\pi_{6jk} / \pi_{10jk}) = \beta_{3k}\text{CONST.SOZINHO}_{ijk} \\
 & \beta_{3k} = 3.508(0.102) + v_{3k} \\
 & \log(\pi_{7jk} / \pi_{10jk}) = \beta_{4k}\text{CONST.TODOS}_{ijk} \\
 & \beta_{4k} = 1.523(0.193) + v_{4k} \\
 & \log(\pi_{8jk} / \pi_{10jk}) = \\
 & \log(\pi_{9jk} / \pi_{10jk}) = 1.415(0.125)\text{CONST.VARIOS}_{ijk} \\
 \\
 & \begin{bmatrix} v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} 0.810(0.306) & & \\ -0.345(0.130) & 0.166(0.061) & \\ 0.287(0.202) & -0.207(0.104) & 0.489(0.247) \end{bmatrix} \\
 \\
 & \text{cov}(v_{sijk}, v_{tijk}) = -\pi_{sijk}\pi_{tijk}/\text{CONST}_{ijk} : s \neq t, \quad \pi_{sijk}(1-\pi_{tijk})/\text{CONST}_{ijk} : s = t,
 \end{aligned}$$

Figura 58.4: Modelo de Regressão Logística para a categoria VANT_ECON com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

6.2.8.5 Modelo com a categoria MEN_EXIG da variável RAZAO

$$\begin{aligned}
 & \text{resp}_{ijk} \sim \text{Multinomial}(\text{CONST}_{ijk}, \pi_{ijk}) \\
 & \log(\pi_{1jk} / \pi_{10jk}) = 3.135(0.061)\text{CONST.FAMILIA}_{ijk} + 1.567(0.495)\text{MEN_EXIG.FAMILIA}_{ijk} \\
 & \log(\pi_{2jk} / \pi_{10jk}) = 1.319(0.131)\text{CONST.AMIGOS}_{ijk} + 2.687(0.650)\text{MEN_EXIG.AMIGOS}_{ijk} \\
 & \log(\pi_{3jk} / \pi_{10jk}) = \\
 & \log(\pi_{4jk} / \pi_{10jk}) = \beta_{2k}\text{CONST.PSICOL}_{ijk} + 2.244(0.586)\text{MEN_EXIG.PSICOL}_{ijk} \\
 & \beta_{2k} = 2.020(0.189) + v_{2k} \\
 & \log(\pi_{5jk} / \pi_{10jk}) = \\
 & \log(\pi_{6jk} / \pi_{10jk}) = \beta_{3k}\text{CONST.SOZINHO}_{ijk} + 1.394(0.469)\text{MEN_EXIG.SOZINHO}_{ijk} \\
 & \beta_{3k} = 3.505(0.100) + v_{3k} \\
 & \log(\pi_{7jk} / \pi_{10jk}) = \beta_{4k}\text{CONST.TODOS}_{ijk} \\
 & \beta_{4k} = 1.529(0.194) + v_{4k} \\
 & \log(\pi_{8jk} / \pi_{10jk}) = \\
 & \log(\pi_{9jk} / \pi_{10jk}) = 1.422(0.125)\text{CONST.VARIOS}_{ijk} \\
 \\
 & \begin{bmatrix} v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} 0.588(0.227) & & \\ -0.290(0.110) & 0.156(0.058) & \\ 0.384(0.184) & -0.246(0.107) & 0.506(0.239) \end{bmatrix} \\
 \\
 & \text{cov}(v_{sijk}, v_{tijk}) = -\pi_{sijk}\pi_{tijk}/\text{CONST}_{ijk} : s \neq t, \quad \pi_{sijk}(1-\pi_{tijk})/\text{CONST}_{ijk} : s = t,
 \end{aligned}$$

Figura 58.5: Modelo de Regressão Logística para a categoria MEN_EXIG com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

6.2.8.6 Modelo com a categoria D_INSUC da variável RAZAO

$$\begin{aligned}
 \text{resp}_{ijk} &\sim \text{Multinomial}(\text{CONST}_{ijk}, \pi_{ijk}) \\
 \log(\pi_{1jk} / \pi_{10jk}) &= 3.259(0.106)\text{CONST.FAMILIA}_{ijk} + 0.243(0.125)\text{APTIDAO.FAMILIA}_{ijk} \\
 \log(\pi_{2jk} / \pi_{10jk}) &= 2.030(0.178)\text{CONST.AMIGOS}_{ijk} + -0.695(0.255)\text{APTIDAO.AMIGOS}_{ijk} \\
 \log(\pi_{3jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{4jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{2k}\text{CONST.PSICOL}_{ijk} \\
 \beta_{2k} &= 2.332(0.197) + v_{2k} \\
 \log(\pi_{5jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{6jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{3k}\text{CONST.SOZINHO}_{ijk} + 0.373(0.113)\text{APTIDAO.SOZINHO}_{ijk} \\
 \beta_{3k} &= 3.534(0.129) + v_{3k} \\
 \log(\pi_{7jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{4k}\text{CONST.TODOS}_{ijk} + 1.201(0.338)\text{APTIDAO.TODOS}_{ijk} \\
 \beta_{4k} &= 0.858(0.333) + v_{4k} \\
 \log(\pi_{8jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{9jk} / \pi_{10jk}) &= 1.698(0.124)\text{CONST.VARIOS}_{ijk} \\
 \\
 \begin{bmatrix} v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \end{bmatrix} &\sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} 0.673(0.254) & & \\ -0.328(0.121) & 0.163(0.060) & \\ 0.426(0.168) & -0.219(0.089) & 0.299(0.152) \end{bmatrix} \\
 \\
 \text{cov}(v_{sijk}, v_{rjk}) &= -\pi_{sijk}\pi_{rjk}/\text{CONST}_{ijk} : s \neq r, \quad \pi_{sijk}(1 - \pi_{sijk})/\text{CONST}_{ijk} : s = r,
 \end{aligned}$$

Figura 58.6: Modelo de Regressão Logística para a categoria D_INSUC com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

6.2.8.7 Modelo com a categoria NTER_OPC da variável RAZAO

$$\begin{aligned}
 \text{resp}_{ijk} &\sim \text{Multinomial}(\text{CONST}_{ijk}, \pi_{ijk}) \\
 \log(\pi_{1jk} / \pi_{10jk}) &= 3.141(0.060)\text{CONST.FAMILIA}_{ijk} \\
 \log(\pi_{2jk} / \pi_{10jk}) &= 1.355(0.129)\text{CONST.AMIGOS}_{ijk} \\
 \log(\pi_{3jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{4jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{2k}\text{CONST.PSICOL}_{ijk} \\
 \beta_{2k} &= 2.038(0.203) + v_{2k} \\
 \log(\pi_{5jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{6jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{3k}\text{CONST.SOZINHO}_{ijk} + 0.788(0.141)\text{NTER_OPC.SOZINHO}_{ijk} \\
 \beta_{3k} &= 3.474(0.102) + v_{3k} \\
 \log(\pi_{7jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{4k}\text{CONST.TODOS}_{ijk} + 0.812(0.454)\text{NTER_OPC.TODOS}_{ijk} \\
 \beta_{4k} &= 1.491(0.195) + v_{4k} \\
 \log(\pi_{8jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{9jk} / \pi_{10jk}) &= 1.413(0.125)\text{CONST.VARIOS}_{ijk} \\
 \\
 \begin{bmatrix} v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \end{bmatrix} &\sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} 0.716(0.274) & & \\ -0.326(0.123) & 0.164(0.061) & \\ 0.371(0.195) & -0.236(0.106) & 0.482(0.237) \end{bmatrix} \\
 \\
 \text{cov}(v_{sijk}, v_{rjk}) &= -\pi_{sijk}\pi_{rjk}/\text{CONST}_{ijk} : s \neq r, \quad \pi_{sijk}(1 - \pi_{sijk})/\text{CONST}_{ijk} : s = r,
 \end{aligned}$$

Figura 58.7: Modelo de Regressão Logística para a categoria NTER_OPC com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

6.2.8.8 Modelo com a categoria OUT_RAZ da variável RAZAO

$$\begin{aligned}
 \text{resp}_{ijk} &\sim \text{Multinomial}(\text{CONST}_{ijk}, \pi_{ijk}) \\
 \log(\pi_{1jk} / \pi_{10jk}) &= 3.165(0.060)\text{CONST.FAMILIA}_{ijk} \\
 \log(\pi_{2jk} / \pi_{10jk}) &= 1.284(0.137)\text{CONST.AMIGOS}_{ijk} + 1.100(0.139)\text{OUT_RAZ.AMIGOS}_{ijk} \\
 \log(\pi_{3jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{4jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{2k}\text{CONST.PSICOL}_{ijk} \\
 \beta_{2k} &= 2.062(0.213) + v_{2k} \\
 \log(\pi_{5jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{6jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{3k}\text{CONST.SOZINHO}_{ijk} \\
 \beta_{3k} &= 3.533(0.102) + v_{3k} \\
 \log(\pi_{7jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{4k}\text{CONST.TODOS}_{ijk} \\
 \beta_{4k} &= 1.548(0.193) + v_{4k} \\
 \log(\pi_{8jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{9jk} / \pi_{10jk}) &= 1.440(0.125)\text{CONST.VARIOS}_{ijk} \\
 \\
 \begin{bmatrix} v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \end{bmatrix} &\sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} 0.812(0.306) & & \\ -0.345(0.130) & 0.166(0.061) & \\ 0.288(0.202) & -0.207(0.104) & 0.490(0.247) \end{bmatrix} \\
 \\
 \text{cov}(y_{ijk}y_{i'jk}) &= -\pi_{ijk}\pi_{i'jk}/\text{CONST}_{ijk} : s \neq r, \quad \pi_{ijk}(1-\pi_{ijk})/\text{CONST}_{ijk} : s = r,
 \end{aligned}$$

Figura 58.8: Modelo de Regressão Logística para a categoria OUT_RAZ com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

6.2.8.9 Modelo com a categoria VARIOS_IT da variável RAZAO

$$\begin{aligned}
 \text{resp}_{ijk} &\sim \text{Multinomial}(\text{CONST}_{ijk}, \pi_{ijk}) \\
 \log(\pi_{1jk} / \pi_{10jk}) &= 3.250(0.062)\text{CONST.FAMILIA}_{ijk} + -0.780(0.286)\text{VARIOS_IT.FAMILIA}_{ijk} \\
 \log(\pi_{2jk} / \pi_{10jk}) &= 1.418(0.129)\text{CONST.AMIGOS}_{ijk} \\
 \log(\pi_{3jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{4jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{2k}\text{CONST.PSICOL}_{ijk} \\
 \beta_{2k} &= 2.115(0.196) + v_{2k} \\
 \log(\pi_{5jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{6jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{3k}\text{CONST.SOZINHO}_{ijk} + -1.205(0.290)\text{VARIOS_IT.SOZINHO}_{ijk} \\
 \beta_{3k} &= 3.630(0.100) + v_{3k} \\
 \log(\pi_{7jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{4k}\text{CONST.TODOS}_{ijk} + -1.805(0.985)\text{VARIOS_IT.TODOS}_{ijk} \\
 \beta_{4k} &= 1.656(0.191) + v_{4k} \\
 \log(\pi_{8jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{9jk} / \pi_{10jk}) &= 1.265(0.144)\text{CONST.VARIOS}_{ijk} + 1.323(0.302)\text{VARIOS_IT.VARIOS}_{ijk} \\
 \\
 \begin{bmatrix} v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \end{bmatrix} &\sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} 0.658(0.253) & & \\ -0.301(0.115) & 0.155(0.058) & \\ 0.350(0.187) & -0.230(0.104) & 0.473(0.237) \end{bmatrix} \\
 \\
 \text{cov}(y_{ijk}y_{i'jk}) &= -\pi_{ijk}\pi_{i'jk}/\text{CONST}_{ijk} : s \neq r, \quad \pi_{ijk}(1-\pi_{ijk})/\text{CONST}_{ijk} : s = r,
 \end{aligned}$$

Figura 58.9: Modelo de Regressão Logística para a categoria VARIOS_IT com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

6.2.8.10 Modelo com o conjunto das categorias da variável RAZAO

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πijk)
log(π1jk / π10jk) = 3.641(0.169)CONST.FAMILIAijk + 1.278(0.677)TRAD_FAM.FAMILIAijk + 0.337(0.241)VANT_ECON.FAMILIAijk
log(π2jk / π10jk) = 1.748(0.214)CONST.AMIGOSijk + 3.542(1.073)MODA.AMIGOSijk + 0.838(0.393)OUT_RAZ.AMIGOSijk
log(π3jk / π10jk) =
log(π4jk / π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk
β2k = 2.459(0.202) + v2k
log(π5jk / π10jk) =
log(π6jk / π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + -0.684(0.319)VARIOS_IT.SOZINHOijk
β3k = 4.090(0.194) + v3k
log(π7jk / π10jk) = β4kCONST.TODOSijk + 1.357(0.441)APTIDAO.TODOSijk + 1.027(0.696)INTER_OPC.TODOSijk
β4k = 0.850(0.425) + v4k
log(π8jk / π10jk) =
log(π9jk / π10jk) = 1.696(0.211)CONST.VARIOSijk + 1.853(0.330)VARIOS_IT.VARIOSijk

[ v2k ]
[ v3k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.138(0.081)
                             -0.163(0.090) 0.205(0.117)
                             0.013(0.024) -0.015(0.024) 0.007(0.010) ]

cov(πsijk / π10jk) = - πsijkπtijk / CONSTjk: s ≠ t, πsijk(1 - πsijk) / CONSTjk: s = t,
Deviance(MCMC) = 3992.513(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 58.10: Modelo de Regressão Logística para o conjunto de categorias da variável RAZAO, com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

As categorias que têm mais influência, demonstram seguir alguma lógica já esperada. Os alunos da categoria FAMILIA salientam a tradição familiar e as vantagens económicas que os cursos escolhidos lhes podem proporcionar. Os alunos da categoria AMIGOS deram realce à moda e a outras razões não especificadas. Houve alunos que optaram por escolherem vários dos itens à sua disposição e isso torna-se saliente para os alunos das categorias SOZINHO e VARIOS.

Tabela 17: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da *Deviance* (MCMC/DIC)

Bayesian Deviance Information Criterion (DIC)				
Dbar	D(thetabar)	pD	DIC	
4027.27	3982.74	44.53	4071.80	Modelo sem a variável
3992.51	3960.95	31.57	4024.08	Modelo com a variável
Diferença de Parâmetros		12.96		
Dif. ^a do Diagnóstico - DIC			47.72	

Diminuiu a *deviance* (3982.74 – 3960.95 = 21.79) e, por conseguinte, o valor do DIC.

Tabela 18: Matriz de Correlações para o nível 3

	CONST.PSICOL	CONST.SOZINHO	CONST.TODOS
CONST.PSICOL	1.000		
CONST.SOZINHO	-0.969	1.000	
CONST.TODOS	0.418	-0.417	1.000

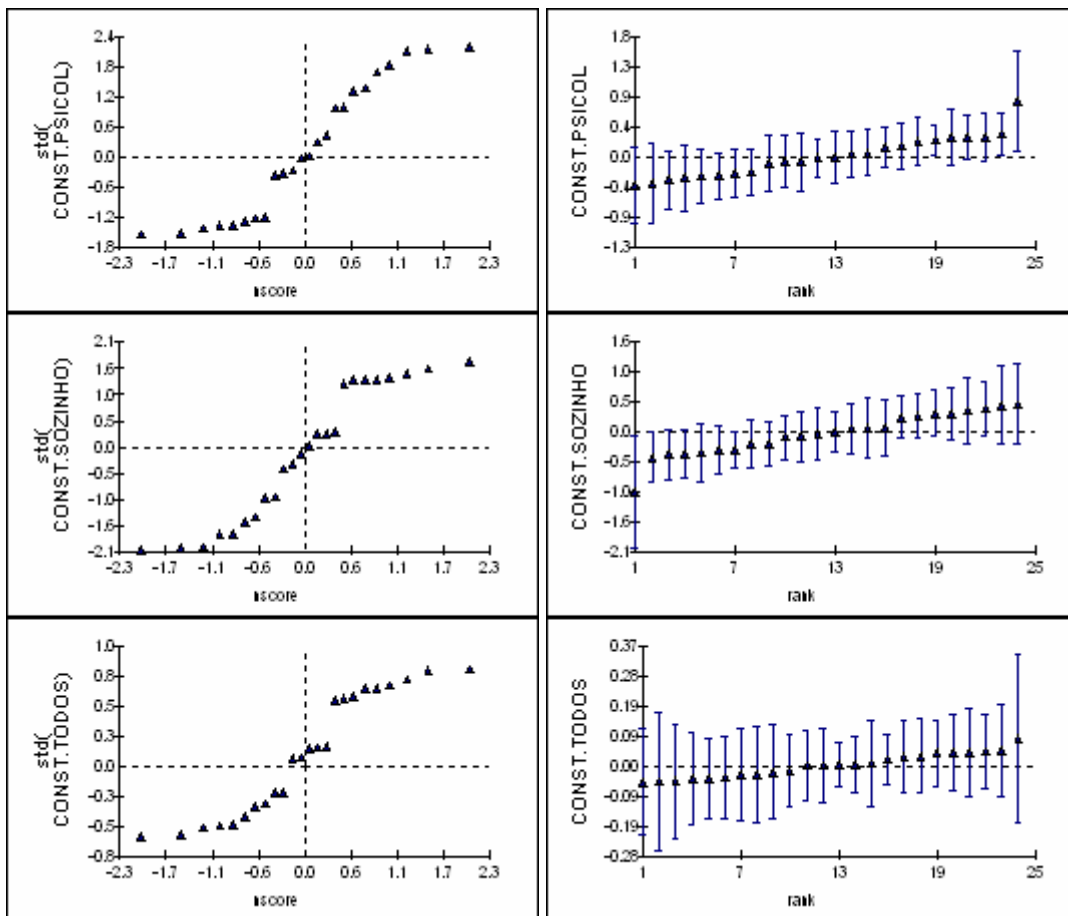


Figura 59: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo *caterpillar* - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

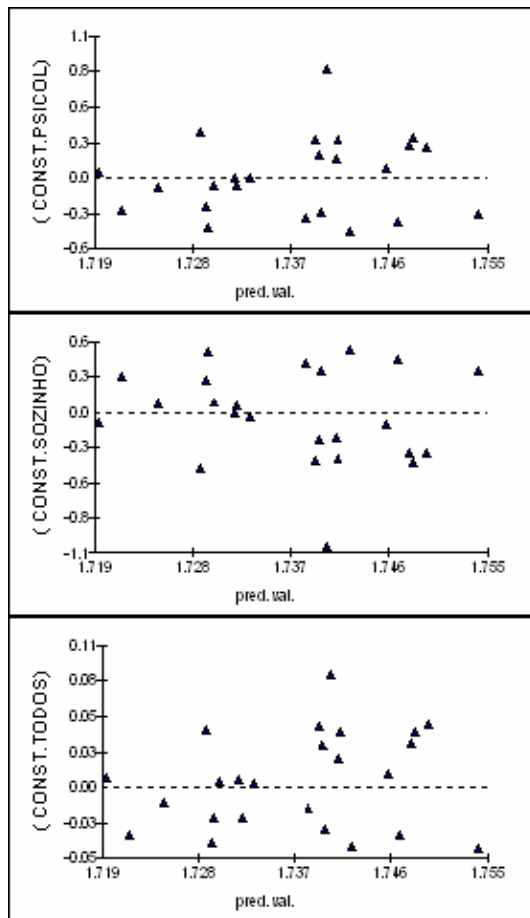


Figura 60: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados

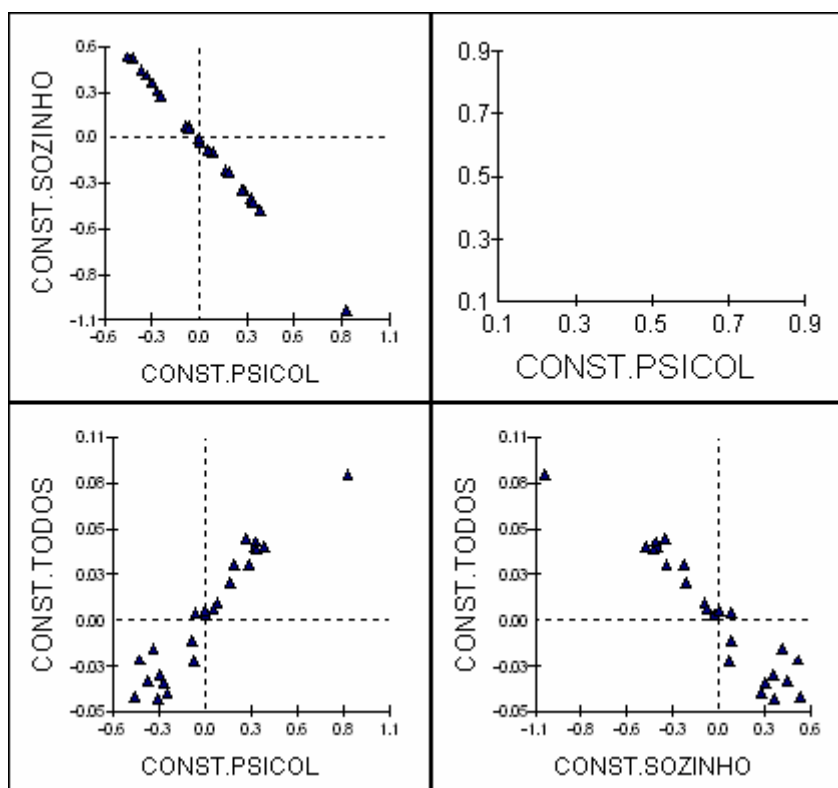


Figura 61: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

6.2.9 Modelo com a variável CURSO/PROFISSÃO que o aluno desejaria ter no futuro

6.2.9.1 Modelo com a categoria ADMINST da variável CURSO

```

respijk ~ Multinomial(CONSTijk, πijk)
log(π1jk / π10jk) = 3.649(0.161)CONST.FAMILIAijk
log(π2jk / π10jk) = 1.807(0.196)CONST.AMIGOSijk
log(π3jk / π10jk) =
log(π4jk / π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + 0.741(0.516)ADMINST.PSICOLijk
β2k = 2.229(0.249) + ν2k
log(π5jk / π10jk) =
log(π6jk / π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk
β3k = 4.006(0.171) + ν3k
log(π7jk / π10jk) = β4kCONST.TODOSijk + 0.602(0.705)ADMINST.TODOSijk
β4k = 1.858(0.231) + ν4k
log(π8jk / π10jk) =
log(π9jk / π10jk) = 1.916(0.197)CONST.VARIOSijk + 0.889(0.604)ADMINST.VARIOSijk

[ ν2k
  ν3k
  ν4k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.719(0.264)
                              -0.292(0.107) 0.136(0.049)
                              0.201(0.161) -0.158(0.079) 0.418(0.183) ]

cov(yijk, yijk) = -πijkπijk/CONSTijk : s ≠ r, πijk(1 - πijk)/CONSTijk : s = r,
Deviance(MCMC) = 3905.563(11520 of 11898 cases in use)

```

Figura 62.1: Modelo de Regressão Logística para a categoria ADMINST com estimação MCMC (Output do MLwiN 2.02)

6.2.9.2 Modelo com a categoria E_P_LIB da variável CURSO

```

respijk ~ Multinomial(CONSTijk, πijk)
log(π1jk / π10jk) = 3.318(0.213)CONST.FAMILIAijk + 0.570(0.199)E_P_LIB.FAMILIAijk
log(π2jk / π10jk) = 1.799(0.208)CONST.AMIGOSijk
log(π3jk / π10jk) =
log(π4jk / π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + 0.558(0.255)E_P_LIB.PSICOLijk
β2k = 1.903(0.261) + ν2k
log(π5jk / π10jk) =
log(π6jk / π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + 0.268(0.183)E_P_LIB.SOZINHOijk
β3k = 3.860(0.221) + ν3k
log(π7jk / π10jk) = β4kCONST.TODOSijk + 0.537(0.296)E_P_LIB.TODOSijk
β4k = 1.527(0.288) + ν4k
log(π8jk / π10jk) =
log(π9jk / π10jk) = 1.943(0.205)CONST.VARIOSijk

[ ν2k
  ν3k
  ν4k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.793(0.330)
                              -0.340(0.143) 0.165(0.069)
                              0.259(0.203) -0.191(0.111) 0.437(0.240) ]

cov(yijk, yijk) = -πijkπijk/CONSTijk : s ≠ r, πijk(1 - πijk)/CONSTijk : s = r,
Deviance(MCMC) = 3900.840(11520 of 11898 cases in use)

```

Figura 62.2: Modelo de Regressão Logística para a categoria E_P_LIB com estimação MCMC (Output do MLwiN 2.02)

6.2.9.3 Modelo com a categoria TEC_N_INT da variável CURSO

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πijk)
log(π1jk / π10jk) = 3.685(0.168)CONST.FAMILIAijk + -0.245(0.174)TEC_N_INT.FAMILIAijk
log(π2jk / π10jk) = 1.811(0.202)CONST.AMIGOSijk
log(π3jk / π10jk) =
log(π4jk / π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk
β2k = 2.264(0.255) + ν2k
log(π5jk / π10jk) =
log(π6jk / π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk
β3k = 3.998(0.199) + ν3k
log(π7jk / π10jk) = β4kCONST.TODOSijk + -0.552(0.398)TEC_N_INT.TODOSijk
β4k = 1.946(0.267) + ν4k
log(π8jk / π10jk) =
log(π9jk / π10jk) = 1.951(0.203)CONST.VARIOSijk

[ ν2k
  ν3k
  ν4k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.728(0.295)
                              -0.305(0.121) 0.144(0.056)
                              0.251(0.177) -0.173(0.094) 0.416(0.230) ]

cov(yijkyijk) = -πijkπijk/CONSTjk : s ≠ r, πijk(1 - πijk)/CONSTjk : s = r,
Deviance(MCMC) = 3906.407(11520 of 11898 cases in use)

```

Figura 62.3: Modelo de Regressão Logística para a categoria T_N_INT com estimação MCMC (Output do MLwiN 2.02)

6.2.9.4 Modelo com a categoria PES_SER_V da variável CURSO

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πijk)
log(π1jk / π10jk) = 3.612(0.153)CONST.FAMILIAijk
log(π2jk / π10jk) = 1.722(0.202)CONST.AMIGOSijk + 0.912(0.579)PES_SER_V.AMIGOSijk
log(π3jk / π10jk) =
log(π4jk / π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + 0.249(0.601)PES_SER_V.PSICOLijk
β2k = 2.236(0.223) + ν2k
log(π5jk / π10jk) =
log(π6jk / π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk
β3k = 3.949(0.166) + ν3k
log(π7jk / π10jk) = β4kCONST.TODOSijk + 0.410(0.688)PES_SER_V.TODOSijk
β4k = 1.864(0.233) + ν4k
log(π8jk / π10jk) =
log(π9jk / π10jk) = 1.913(0.188)CONST.VARIOSijk

[ ν2k
  ν3k
  ν4k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.683(0.282)
                              -0.255(0.109) 0.114(0.051)
                              0.065(0.184) -0.096(0.082) 0.359(0.240) ]

cov(yijkyijk) = -πijkπijk/CONSTjk : s ≠ r, πijk(1 - πijk)/CONSTjk : s = r,
Deviance(MCMC) = 3907.890(11520 of 11898 cases in use)

```

Figura 62.4: Modelo de Regressão Logística para a categoria PES_SER_V com estimação MCMC (Output do MLwiN 2.02)

6.2.9.5 Modelo com a categoria OP_ART_S da variável CURSO

$$\begin{aligned}
 \text{resp}_{ijk} &\sim \text{Multinomial}(\text{CONST}_{ijk}, \pi_{ijk}) \\
 \log(\pi_{1jk} / \pi_{10jk}) &= 3.130(0.060)\text{CONST.FAMILIA}_{ijk} \\
 \log(\pi_{2jk} / \pi_{10jk}) &= 1.345(0.129)\text{CONST.AMIGOS}_{ijk} \\
 \log(\pi_{3jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{4jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{2k}\text{CONST.PSICOL}_{ijk} \\
 \beta_{2k} &= 2.027(0.213) + v_{2k} \\
 \log(\pi_{5jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{6jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{3k}\text{CONST.SOZINHO}_{ijk} \\
 \beta_{3k} &= 3.497(0.102) + v_{3k} \\
 \log(\pi_{7jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{4k}\text{CONST.TODOS}_{ijk} \\
 \beta_{4k} &= 1.513(0.194) + v_{4k} \\
 \log(\pi_{8jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{9jk} / \pi_{10jk}) &= 1.374(0.127)\text{CONST.VARIOS}_{ijk} + 1.172(0.207)\text{OP_ART_S.VARIOS}_{ijk} \\
 \begin{bmatrix} v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \end{bmatrix} &\sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} 0.813(0.306) & & \\ -0.347(0.130) & 0.167(0.061) & \\ 0.289(0.202) & -0.208(0.104) & 0.491(0.247) \end{bmatrix} \\
 \text{cov}(y_{ijk}, y_{ijk}) &= -\pi_{ijk}\pi_{ijk}/\text{CONST}_{ijk} : s \neq r, \quad \pi_{ijk}(1 - \pi_{ijk})/\text{CONST}_{ijk} : s = r,
 \end{aligned}$$

Figura 62.5: Modelo de Regressão Logística para a categoria OP_ART_S com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

As categorias PES_ADM_S, OP_MON e TRAB_N_Q não são significativas.

6.2.9.6 Modelo com a categoria INDECISO da variável CURSO

$$\begin{aligned}
 \text{resp}_{ijk} &\sim \text{Multinomial}(\text{CONST}_{jk}, \pi_{ij}) \\
 \log(\pi_{1jk} / \pi_{10jk}) &= 3.699(0.064)\text{CONST.FAMILIA}_{ijk} + -0.509(0.165)\text{INDECISO.FAMILIA}_{ijk} \\
 \log(\pi_{2jk} / \pi_{10jk}) &= 1.827(0.128)\text{CONST.AMIGOS}_{ijk} \\
 \log(\pi_{3jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{4jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{2k}\text{CONST.PSICOL}_{ijk} + -0.819(0.303)\text{INDECISO.PSICOL}_{ijk} \\
 \beta_{2k} &= 2.628(0.188) + v_{2k} \\
 \log(\pi_{5jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{6jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{3k}\text{CONST.SOZINHO}_{ijk} + -0.301(0.136)\text{INDECISO.SOZINHO}_{ijk} \\
 \beta_{3k} &= 4.036(0.101) + v_{3k} \\
 \log(\pi_{7jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{4k}\text{CONST.TODOS}_{ijk} \\
 \beta_{4k} &= 1.996(0.196) + v_{4k} \\
 \log(\pi_{8jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{9jk} / \pi_{10jk}) &= 1.887(0.124)\text{CONST.VARIOS}_{ijk} \\
 \\
 \begin{bmatrix} v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \end{bmatrix} &\sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} 0.568(0.222) & & \\ -0.279(0.107) & 0.151(0.056) & \\ 0.344(0.180) & -0.233(0.104) & 0.525(0.247) \end{bmatrix} \\
 \\
 \text{cov}(v_{ijk}, v_{ij'k}) &= -\pi_{ij}\pi_{ij'k} / \text{CONST}_{jk} : s \neq r; \quad \pi_{ij}(1 - \pi_{ij}) / \text{CONST}_{jk} : s = r,
 \end{aligned}$$

Figura 62.6: Modelo de Regressão Logística para a categoria INDECISO com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

6.2.9.7 Modelo com o conjunto de categorias da variável CURSO, sem a categoria INDECISO

```

respijk ~ Multinomial(CONSTijk, πijk)
log(π1jk / π10jk) = 3.465(0.173)CONST.FAMILIAijk + 0.345(0.123)E_P_LIB.FAMILIAijk
log(π2jk / π10jk) = 1.890(0.196)CONST.AMIGOSijk
log(π3jk / π10jk) =
log(π4jk / π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + 0.272(0.200)E_P_LIB.PSICOLijk
β2k = 2.213(0.268) + v2k
log(π5jk / π10jk) =
log(π6jk / π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk
β3k = 4.002(0.171) + v3k
log(π7jk / π10jk) = β4kCONST.TODOSijk + -0.638(0.402)TEC_N_INT.TODOSijk
β4k = 2.002(0.236) + v4k
log(π8jk / π10jk) =
log(π9jk / π10jk) = 1.911(0.191)CONST.VARIOSijk + 1.025(0.693)OP_ART_S.VARIOSijk

[ v2k
  v3k
  v4k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.669(0.271)
                              -0.275(0.111) 0.131(0.050)
                              0.188(0.154) -0.154(0.077) 0.417(0.211) ]

cov(vijk, vijk) = - πijkπijkCONSTijk : s ≠ r, πijk(1 - πijk)/CONSTijk : s = r,
Deviance(MCMC) = 4026.640(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 62.7: Modelo de Regressão Logística para o conjunto de categorias da variável CURSO com estimação MCMC (Output do MLwiN 2.02)

Verifica-se que neste modelo a categoria E_P_LIB é a que tem relevância para os alunos das categorias FAMILIA e PSICOL. A categoria TEC_N_INT é a que recolhe importância para os alunos da categoria TODOS e a categoria OP_ART_S estranhamente, ou não, é a que gera relevância para os alunos da categoria VARIOS.

Tabela 19: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da Deviance (MCMC/DIC)

Bayesian Deviance Information Criterion (DIC)				
Dbar	D(thetabar)	pD	DIC	
4027.27	3982.74	44.53	4071.80	Modelo sem a variável
4026.64	3987.00	39.64	4066.28	Modelo com a variável
Diferença de Parâmetros		4.89		
Dif. ^a do Diagnóstico - DIC			5.52	

Aumentou a deviance (3982.74 – 3987.00 = – 4.26) e, por conseguinte, o valor do DIC não é razoável.

Tabela 20: Matriz de Correlações para o nível 3

	CONST.PSICOL	CONST.SOZINHO	CONST.TODOS
CONST.PSICOL	1.000		
CONST.SOZINHO	-0.930	1.000	
CONST.TODOS	0.356	-0.659	1.000

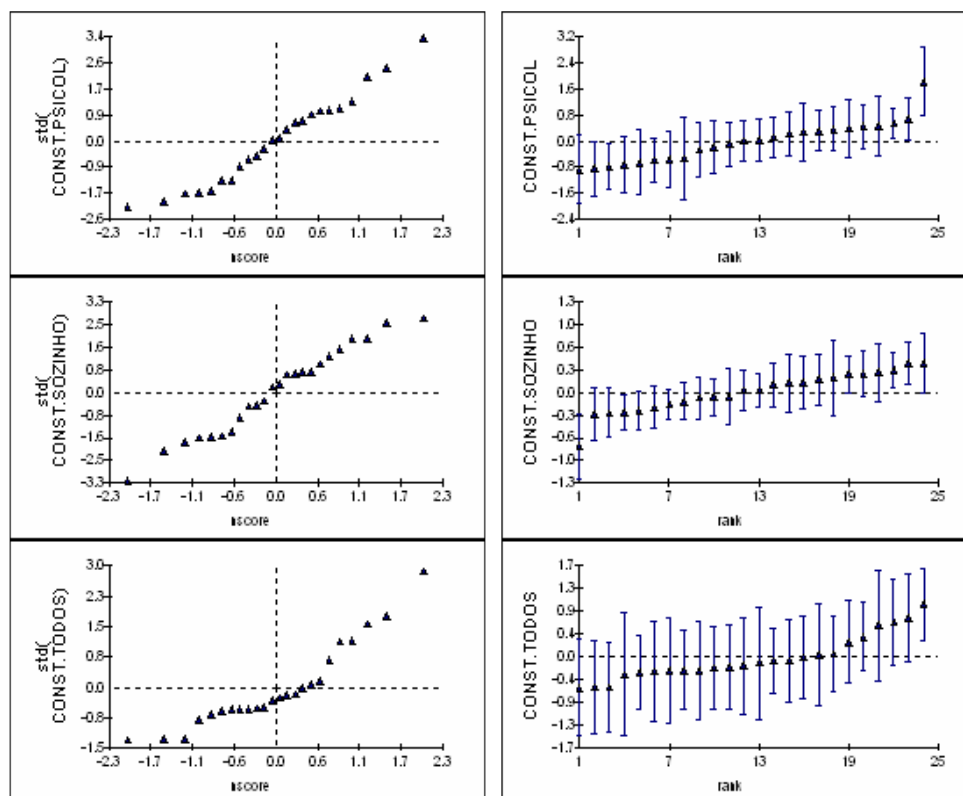


Figura 63: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo *caterpillar* - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

6.2.10 Modelo com a variável PORQUÊ

6.2.10.1 Modelo com a categoria VOCACAO da variável PORQUÊ

$$\begin{aligned}
 \text{resp}_{ijk} &\sim \text{Multinomial}(\text{CONST}_{jk}, \pi_{jk}) \\
 \log(\pi_{1jk} / \pi_{10jk}) &= 3.134(0.060)\text{CONST.FAMILIA}_{ijk} \\
 \log(\pi_{2jk} / \pi_{10jk}) &= 1.350(0.128)\text{CONST.AMIGOS}_{ijk} \\
 \log(\pi_{3jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{4jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{2k}\text{CONST.PSICOL}_{ijk} + 0.511(0.362)\text{VOCACAO.PSICOL}_{ijk} \\
 \beta_{2k} &= 2.016(0.212) + v_{2k} \\
 \log(\pi_{5jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{6jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{3k}\text{CONST.SOZINHO}_{ijk} \\
 \beta_{3k} &= 3.501(0.102) + v_{3k} \\
 \log(\pi_{7jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{4k}\text{CONST.TODOS}_{ijk} \\
 \beta_{4k} &= 1.518(0.193) + v_{4k} \\
 \log(\pi_{8jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{9jk} / \pi_{10jk}) &= 1.377(0.128)\text{CONST.VARIOS}_{ijk} + 0.813(0.477)\text{VOCACAO.VARIOS}_{ijk} \\
 \\
 \begin{bmatrix} v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \end{bmatrix} &\sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} 0.796(0.300) & & \\ -0.341(0.129) & 0.165(0.061) & \\ 0.296(0.201) & -0.209(0.104) & 0.490(0.246) \end{bmatrix} \\
 \\
 \text{cov}(v_{sjk}, v_{rjk}) &= -\pi_{sjk}\pi_{rjk}\text{CONST}_{jk} : s \neq r, \quad \pi_{sjk}(1 - \pi_{sjk})/\text{CONST}_{jk} : s = r,
 \end{aligned}$$

Figura 64.1: Modelo de Regressão Logística para a categoria VOCACAO com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

6.2.10.2 Modelo com a categoria T_FAMIL da variável PORQUÊ

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πijk)
log(π1jk / π10jk) = 3.446(0.097)CONST.FAMILIAijk + 0.537(0.121)T_FAMIL.FAMILIAijk
log(π2jk / π10jk) = 1.973(0.127)CONST.AMIGOSijk
log(π3jk / π10jk) =
log(π4jk / π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + 0.433(0.190)T_FAMIL.PSICOLijk
β2k = 2.411(0.233) + v2k
log(π5jk / π10jk) =
log(π6jk / π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + 0.237(0.107)T_FAMIL.SOZINHOijk
β3k = 3.994(0.114) + v3k
log(π7jk / π10jk) = β4kCONST.TODOSijk + 0.516(0.244)T_FAMIL.TODOSijk
β4k = 1.838(0.232) + v4k
log(π8jk / π10jk) =
log(π9jk / π10jk) = 2.034(0.123)CONST.VARIOSijk

[ v2k
  v3k
  v4k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.709(0.273)
                               -0.294(0.113) 0.138(0.052)
                               0.181(0.165) -0.142(0.082) 0.335(0.192) ]

cov(vijk, vij'k) = - πijkπij'k/CONSTjk : s ≠ r, πijk(1 - πijk)/CONSTjk : s = r,

```

Figura 64.2: Modelo de Regressão Logística para a categoria T_FAMIL com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

6.2.10.3 Modelo com a categoria ESTA_MODAL da variável PORQUÊ

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πijk)
log(π1jk / π10jk) = 3.169(0.061)CONST.FAMILIAijk + -0.282(0.084)ESTA_MODAL.FAMILIAijk
log(π2jk / π10jk) = 1.338(0.129)CONST.AMIGOSijk
log(π3jk / π10jk) =
log(π4jk / π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk
β2k = 2.021(0.211) + v2k
log(π5jk / π10jk) =
log(π6jk / π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk
β3k = 3.490(0.101) + v3k
log(π7jk / π10jk) = β4kCONST.TODOSijk + -0.579(0.357)ESTA_MODAL.TODOSijk
β4k = 1.595(0.185) + v4k
log(π8jk / π10jk) =
log(π9jk / π10jk) = 1.398(0.125)CONST.VARIOSijk

[ v2k
  v3k
  v4k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.796(0.301)
                               -0.343(0.129) 0.162(0.060)
                               0.301(0.186) -0.192(0.095) 0.390(0.207) ]

cov(vijk, vij'k) = - πijkπij'k/CONSTjk : s ≠ r, πijk(1 - πijk)/CONSTjk : s = r,

```

Figura 64.3: Modelo de Regressão Logística para a categoria ESTA_MODAL com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

6.2.10.4 Modelo com a categoria VANT_ECO da variável PORQUÊ

$$\begin{aligned}
 \text{resp}_{ijk} &\sim \text{Multinomial}(\text{CONST}_{jk}, \pi_{ij}) \\
 \log(\pi_{1jk}/\pi_{10jk}) &= 3.592(0.060)\text{CONST.FAMILIA}_{ijk} \\
 \log(\pi_{2jk}/\pi_{10jk}) &= 1.750(0.133)\text{CONST.AMIGOS}_{ijk} + 2.115(0.382)\text{VANT_ECO.AMIGOS}_{ijk} \\
 \log(\pi_{3jk}/\pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{4jk}/\pi_{10jk}) &= \beta_{2k}\text{CONST.PSICOL}_{ijk} + 1.647(0.339)\text{VANT_ECO.PSICOL}_{ijk} \\
 \beta_{2k} &= 2.424(0.144) + v_{2k} \\
 \log(\pi_{5jk}/\pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{6jk}/\pi_{10jk}) &= \beta_{3k}\text{CONST.SOZINHO}_{ijk} \\
 \beta_{3k} &= 3.975(0.060) + v_{3k} \\
 \log(\pi_{7jk}/\pi_{10jk}) &= \beta_{4k}\text{CONST.TODOS}_{ijk} + 1.731(0.423)\text{VANT_ECO.TODOS}_{ijk} \\
 \beta_{4k} &= 1.904(0.153) + v_{4k} \\
 \log(\pi_{8jk}/\pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{9jk}/\pi_{10jk}) &= 1.865(0.125)\text{CONST.VARIOS}_{ijk} \\
 \\
 \begin{bmatrix} v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \end{bmatrix} &\sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} 0.239(0.115) & & \\ -0.047(0.026) & 0.012(0.008) & \\ -0.170(0.102) & 0.022(0.022) & 0.168(0.119) \end{bmatrix} \\
 \\
 \text{cov}(v_{sjk}, v_{tk}) &= -\pi_{jk}\pi_{tk}/\text{CONST}_{jk} : s \neq t, \quad \pi_{jk}(1 - \pi_{jk})/\text{CONST}_{jk} : s = t,
 \end{aligned}$$

Figura 64.4: Modelo de Regressão Logística para a categoria VANT_ECO com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

6.2.10.5 Modelo com a categoria FAC_EMP da variável PORQUÊ

$$\begin{aligned}
 \text{resp}_{ijk} &\sim \text{Multinomial}(\text{CONST}_{jk}, \pi_{ij}) \\
 \log(\pi_{1jk}/\pi_{10jk}) &= 3.138(0.060)\text{CONST.FAMILIA}_{ijk} \\
 \log(\pi_{2jk}/\pi_{10jk}) &= 1.353(0.129)\text{CONST.AMIGOS}_{ijk} \\
 \log(\pi_{3jk}/\pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{4jk}/\pi_{10jk}) &= \beta_{2k}\text{CONST.PSICOL}_{ijk} \\
 \beta_{2k} &= 2.035(0.213) + v_{2k} \\
 \log(\pi_{5jk}/\pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{6jk}/\pi_{10jk}) &= \beta_{3k}\text{CONST.SOZINHO}_{ijk} \\
 \beta_{3k} &= 3.505(0.102) + v_{3k} \\
 \log(\pi_{7jk}/\pi_{10jk}) &= \beta_{4k}\text{CONST.TODOS}_{ijk} \\
 \beta_{4k} &= 1.521(0.193) + v_{4k} \\
 \log(\pi_{8jk}/\pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{9jk}/\pi_{10jk}) &= 1.383(0.127)\text{CONST.VARIOS}_{ijk} + 1.174(0.206)\text{FAC_EMP.VARIOS}_{ijk} \\
 \\
 \begin{bmatrix} v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \end{bmatrix} &\sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} 0.810(0.306) & & \\ -0.345(0.130) & 0.166(0.061) & \\ 0.289(0.202) & -0.208(0.104) & 0.491(0.247) \end{bmatrix} \\
 \\
 \text{cov}(v_{sjk}, v_{tk}) &= -\pi_{jk}\pi_{tk}/\text{CONST}_{jk} : s \neq t, \quad \pi_{jk}(1 - \pi_{jk})/\text{CONST}_{jk} : s = t,
 \end{aligned}$$

Figura 64.5: Modelo de Regressão Logística para a categoria FAC_EMP com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

6.2.10.6 Modelo com a categoria N_R_IND da variável PORQUÊ

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πijk)
log(π1jk/π10jk) = 3.504(0.060)CONST.FAMILIAijk
log(π2jk/π10jk) = 1.715(0.128)CONST.AMIGOSijk
log(π3jk/π10jk) =
log(π4jk/π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + -0.833(0.312)N_R_IND.PSICOLijk
β2k = 2.515(0.179) + v2k
log(π5jk/π10jk) =
log(π6jk/π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + -0.319(0.081)N_R_IND.SOZINHOijk
β3k = 3.929(0.097) + v3k
log(π7jk/π10jk) = β4kCONST.TODOSijk
β4k = 1.883(0.199) + v4k
log(π8jk/π10jk) =
log(π9jk/π10jk) = 1.774(0.124)CONST.VARIOSijk

[ v2k
  v3k
  v4k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.498(0.201)
                              -0.248(0.098) 0.138(0.053)
                              0.310(0.173) -0.227(0.103) 0.547(0.258) ]

cov(vijk, vipk) = - πijkπipk/CONSTjk : s ≠ r; πijk(1 - πijk)/CONSTjk : s = r;

```

Figura 64.6: Modelo de Regressão Logística para a categoria N_R_IND com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

As categorias PREST_SOC, M_EXIG, O_RAZAO e VARIAS_R não são significativas.

6.2.10.7 Modelo com o conjunto de categorias da variável PORQUÊ, sem a categoria N_R_IND

Depois de introduzidas as diversas categorias da variável PORQUÊ, chegou-se ao modelo mais simplificado representado na figura seguinte.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πijk)
log(π1jk/π10jk) = 3.418(0.196)CONST.FAMILIAijk + 0.446(0.184)T_FAMIL.FAMILIAijk
log(π2jk/π10jk) = 1.886(0.198)CONST.AMIGOSijk
log(π3jk/π10jk) =
log(π4jk/π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + 0.469(0.552)VANT_ECO.PSICOLijk + 0.505(0.262)T_FAMIL.PSICOLijk +
0.841(0.515)VOCACAO.PSICOLijk
β2k = 1.930(0.315) + v2k
log(π5jk/π10jk) =
log(π6jk/π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + 0.153(0.176)T_FAMIL.SOZINHOijk
β3k = 3.967(0.202) + v3k
log(π7jk/π10jk) = β4kCONST.TODOSijk + 0.427(0.296)T_FAMIL.TODOSijk
β4k = 1.587(0.317) + v4k
log(π8jk/π10jk) =
log(π9jk/π10jk) = 1.887(0.202)CONST.VARIOSijk + 0.732(0.594)VOCACAO.VARIOSijk + 0.924(0.703)FAC_EMP.VARIOSijk

[ v2k
  v3k
  v4k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.756(0.322)
                              -0.301(0.126) 0.141(0.057)
                              0.251(0.207) -0.176(0.096) 0.499(0.236) ]

cov(vijk, vijk) = - πijkπijk/CONSTjk : s ≠ r, πijk(1 - πijk)/CONSTjk : s = r,
Deviance(MCMC) = 4020.889(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 64.7: Modelo de Regressão Logística para o conjunto de categorias da variável PORQUÊ com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

Neste modelo há a salientar que existem parâmetros que ainda não são significativos pelo que o modelo pode não ser o mais bem adaptado aos dados. Realça-se que várias categorias resposta têm a categoria T_FAMIL como a que causa mais saliência. A categoria VOCACAO aparece em duas respostas. As categorias FAC_EMP e VANT_ECO aparecem, uma vez cada, sem grande significado.

Tabela 21: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da *Deviance* (MCMC/DIC)

Bayesian Deviance Information Criterion (DIC)				
Dbar	D(thetabar)	pD	DIC	
4027.27	3982.74	44.53	4071.80	Modelo sem a variável
4020.89	3977.55	43.34	4064.23	Modelo com a variável
Diferença de Parâmetros		1.19		
Dif. ^a do Diagnóstico - DIC			7.57	

Diminuiu a *deviance* (3982.74 – 3977.55 = 5.19), no entanto, o valor do DIC não é razoável.

Tabela 22: Matriz de Correlações para o nível 3

	CONST.PSICOL	CONST.SOZINHO	CONST.TODOS
CONST.PSICOL	1.000		
CONST.SOZINHO	-0.923	1.000	
CONST.TODOS	0.409	-0.663	1.000

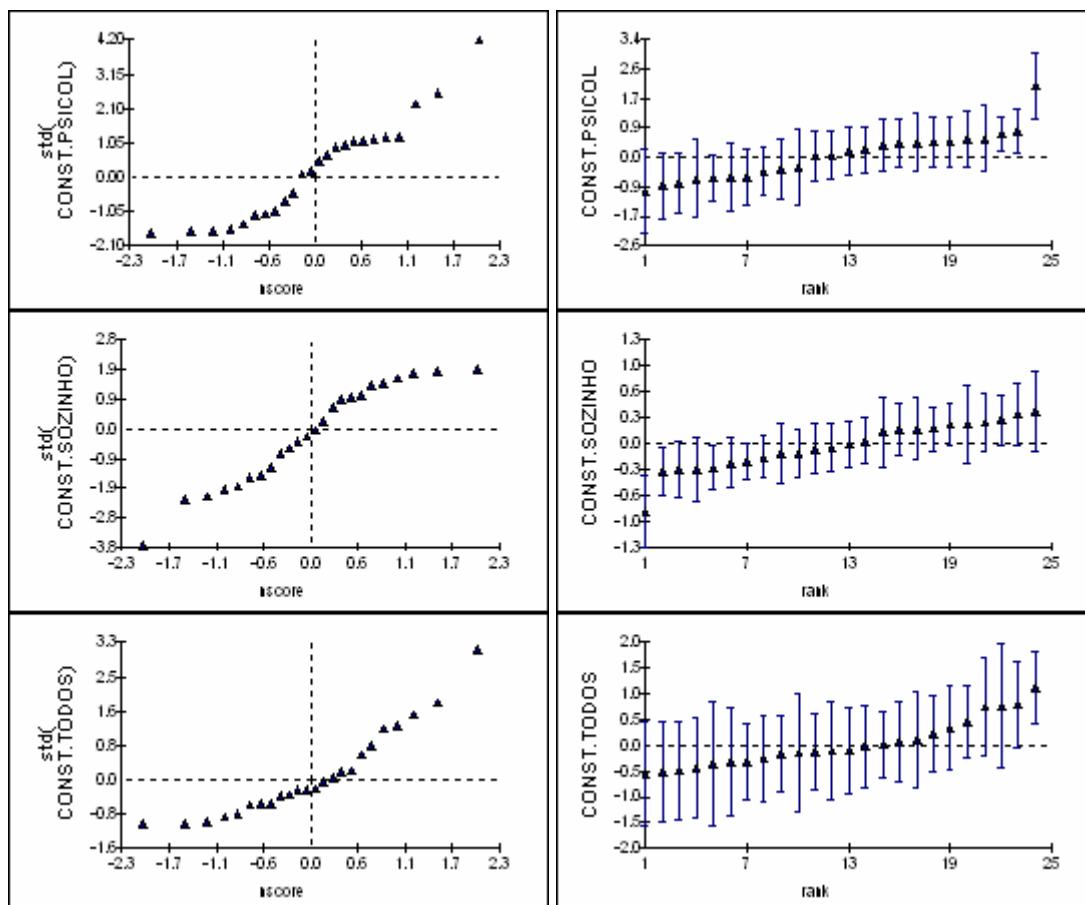


Figura 65: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo *caterpillar* - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

6.2.11 Modelo com a variável EXPECTATIVA

6.2.11.1 Modelo com a categoria FORM_PROF da variável EXPECTATIVA

$$\begin{aligned}
 \text{resp}_{ijk} &\sim \text{Multinomial}(\text{CONST}_{jk}, \pi_{ij}) \\
 \log(\pi_{1jk} / \pi_{10jk}) &= 3.076(0.060)\text{CONST.FAMILIA}_{ijk} \\
 \log(\pi_{2jk} / \pi_{10jk}) &= 1.644(0.141)\text{CONST.AMIGOS}_{ijk} + -0.740(0.210)\text{FORM_PROF.AMIGOS}_{ijk} \\
 \log(\pi_{3jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{4jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{2k}\text{CONST.PSICOL}_{ijk} \\
 \beta_{2k} &= 1.972(0.213) + v_{2k} \\
 \log(\pi_{5jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{6jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{3k}\text{CONST.SOZINHO}_{ijk} \\
 \beta_{3k} &= 3.446(0.102) + v_{3k} \\
 \log(\pi_{7jk} / \pi_{10jk}) &= \beta_{4k}\text{CONST.TODOS}_{ijk} \\
 \beta_{4k} &= 1.459(0.194) + v_{4k} \\
 \log(\pi_{8jk} / \pi_{10jk}) &= \\
 \log(\pi_{9jk} / \pi_{10jk}) &= 1.538(0.152)\text{CONST.VARIOS}_{ijk} + -0.356(0.193)\text{FORM_PROF.VARIOS}_{ijk}
 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} 0.817(0.308) & & \\ -0.347(0.131) & 0.166(0.061) & \\ 0.288(0.203) & -0.208(0.105) & 0.497(0.249) \end{bmatrix}$$

$$\text{cov}(v_{2jk}, v_{3jk}) = -\pi_{2jk}\pi_{3jk}/\text{CONST}_{jk}; s \neq r; \quad \pi_{2jk}(1 - \pi_{2jk})/\text{CONST}_{jk}; s = r;$$

Figura 66.1: Modelo de Regressão Logística para a categoria FORM_PROFO com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

6.2.11.2 Modelo com a categoria FOR_TEO da variável EXPECTATIVA

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πjk)
log(π1jk / π10jk) = 3.140(0.060)CONST.FAMILIAijk + -0.551(0.120)FOR_TEO.FAMILIAijk
log(π2jk / π10jk) = 1.344(0.128)CONST.AMIGOSijk
log(π3jk / π10jk) =
log(π4jk / π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk
β2k = 2.026(0.212) + v2k
log(π5jk / π10jk) =
log(π6jk / π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk
β3k = 3.495(0.102) + v3k
log(π7jk / π10jk) = β4kCONST.TODOSijk
β4k = 1.511(0.193) + v4k
log(π8jk / π10jk) =
log(π9jk / π10jk) = 1.404(0.125)CONST.VARIOSijk

[ v2k
  v3k
  v4k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.810(0.305)
                              -0.345(0.130) 0.166(0.061)
                              0.286(0.201) -0.206(0.104) 0.483(0.245) ]

cov(vs, vr) = - πsjkπrjk/CONSTjk : s ≠ r, πsjk(1 - πsjk)/CONSTjk : s = r,

```

Figura 66.2: Modelo de Regressão Logística para a categoria FOR_TEO com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

6.2.11.3 Modelo com a categoria F_CONS_C da variável EXPECTATIVA

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πjk)
log(π1jk / π10jk) = 3.754(0.060)CONST.FAMILIAijk
log(π2jk / π10jk) = 1.909(0.132)CONST.AMIGOSijk + 1.352(0.455)F_CONS_C.AMIGOSijk
log(π3jk / π10jk) =
log(π4jk / π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + 0.924(0.397)F_CONS_C.PSICOLijk
β2k = 2.622(0.212) + v2k
log(π5jk / π10jk) =
log(π6jk / π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + 0.834(0.230)F_CONS_C.SOZINHOijk
β3k = 4.096(0.088) + v3k
log(π7jk / π10jk) = β4kCONST.TODOSijk + 1.743(0.374)F_CONS_C.TODOSijk
β4k = 1.989(0.128) + v4k
log(π8jk / π10jk) =
log(π9jk / π10jk) = 2.028(0.124)CONST.VARIOSijk

[ v2k
  v3k
  v4k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.797(0.296)
                              -0.284(0.106) 0.102(0.038)
                              0.000(0.000) 0.000(0.000) 0.000(0.000) ]

cov(vs, vr) = - πsjkπrjk/CONSTjk : s ≠ r, πsjk(1 - πsjk)/CONSTjk : s = r,

```

Figura 66.3: Modelo de Regressão Logística para a categoria F_CONS_C com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

6.2.11.4 Modelo com a categoria VAR_ITENS da variável EXPECTATIVA

$$\begin{aligned}
 \text{resp}_{ijk} &\sim \text{Multinomial}(\text{CONST}_{jk}, \pi_{ij}^k) \\
 \log(\pi_{1i}^k / \pi_{10i}^k) &= 3.253(0.061)\text{CONST.FAMILIA}_{ijk} + -1.014(0.361)\text{VAR_ITENS.FAMILIA}_{ijk} \\
 \log(\pi_{2i}^k / \pi_{10i}^k) &= 1.421(0.129)\text{CONST.AMIGOS}_{ijk} \\
 \log(\pi_{3i}^k / \pi_{10i}^k) &= \\
 \log(\pi_{4i}^k / \pi_{10i}^k) &= \beta_{2k}\text{CONST.PSICOL}_{ijk} + -1.576(0.781)\text{VAR_ITENS.PSICOL}_{ijk} \\
 \beta_{2k} &= 2.163(0.207) + v_{2k} \\
 \log(\pi_{5i}^k / \pi_{10i}^k) &= \\
 \log(\pi_{6i}^k / \pi_{10i}^k) &= \beta_{3k}\text{CONST.SOZINHO}_{ijk} + -1.100(0.322)\text{VAR_ITENS.SOZINHO}_{ijk} \\
 \beta_{3k} &= 3.623(0.103) + v_{3k} \\
 \log(\pi_{7i}^k / \pi_{10i}^k) &= \beta_{4k}\text{CONST.TODOS}_{ijk} \\
 \beta_{4k} &= 1.591(0.190) + v_{4k} \\
 \log(\pi_{8i}^k / \pi_{10i}^k) &= \\
 \log(\pi_{9i}^k / \pi_{10i}^k) &= 1.274(0.142)\text{CONST.VARIOS}_{ijk} + 1.401(0.330)\text{VAR_ITENS.VARIOS}_{ijk} \\
 \begin{bmatrix} v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \end{bmatrix} &\sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} 0.758(0.287) & & \\ -0.338(0.127) & 0.165(0.061) & \\ 0.311(0.193) & -0.209(0.102) & 0.466(0.232) \end{bmatrix} \\
 \text{cov}(v_{2k}, v_{3k}) &= -\pi_{5i}^k \pi_{6i}^k / \text{CONST}_{jk} : s \neq r, \quad \pi_{5i}^k (1 - \pi_{5i}^k) / \text{CONST}_{jk} : s = r;
 \end{aligned}$$

Figura 66.4: Modelo de Regressão Logística para a categoria VAR_ITENS com estimação RIGLS (Output do MLwiN 2.02)

6.2.11.5 Modelo com o conjunto de categorias da variável EXPECTATIVA

Depois de introduzidas as diversas categorias da variável EXPECTATIVA, chegou-se ao modelo mais simplificado representado na figura seguinte.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πijk)
log(π1jk / π10jk) = 3.688(0.173)CONST.FAMILIAijk + -1.018(0.468)FOR_TEO.FAMILIAijk
log(π2jk / π10jk) = 2.247(0.234)CONST.AMIGOSijk + -0.795(0.266)FORM_PROF.AMIGOSijk
log(π3jk / π10jk) =
log(π4jk / π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk
β2k = 2.348(0.272) + v2k
log(π5jk / π10jk) =
log(π6jk / π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk
β3k = 4.007(0.195) + v3k
log(π7jk / π10jk) = β4kCONST.TODOSijk + 0.897(0.416)F_CONS_C.TODOSijk
β4k = 1.844(0.252) + v4k
log(π8jk / π10jk) =
log(π9jk / π10jk) = 1.675(0.211)CONST.VARIOSijk + 2.548(0.330)VAR_ITENS.VARIOSijk

[ v2k
  v3k
  v4k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.694(0.298)
                             -0.314(0.134) 0.178(0.074)
                             0.256(0.196) -0.156(0.100) 0.368(0.211) ]

cov(yijk, yijk) = - πijkπljk/CONSTjk: s ≠ r, πijk(1 - πijk)/CONSTjk: s = r,
Deviance(MCMC) = 3972.151(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 67: Modelo de Regressão Logística para o conjunto de categorias da variável EXPECTATIVA com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

Neste modelo há a salientar que existem parâmetros das covariâncias que não são significativos. Realça-se que a categoria resposta FAMILIA é a que tem a formação teórica como relevante, ficando a formação profissional como a mais relevante para os alunos da categoria AMIGOS. A formação de consciência cívica é a que mais salientam os alunos da categoria TODOS e os alunos de VARIOS optaram por escolherem vários itens para a sua resposta mais significativa.

Tabela 23: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da *Deviance* (MCMC/DIC)
Bayesian Deviance Information Criterion (DIC)

Dbar	D(thetabar)	pD	DIC	
4027.27	3982.74	44.53	4071.80	Modelo sem a variável
3972.15	3932.77	39.38	4011.53	Modelo com a variável
Diferença de Parâmetros		5.15		
Dif. ^a do Diagnóstico - DIC			60.27	

Diminuiu bastante a *deviance* ($3982.74 - 3932.77 = 49.97$), pelo que o valor do DIC é razoável.

Tabela 24: Matriz de Correlações para o nível 3

	CONST.PSICOL	CONST.SOZINHO	CONST.TODOS
CONST.PSICOL	1.000		
CONST.SOZINHO	-0.893	1.000	
CONST.TODOS	0.506	-0.610	1.000

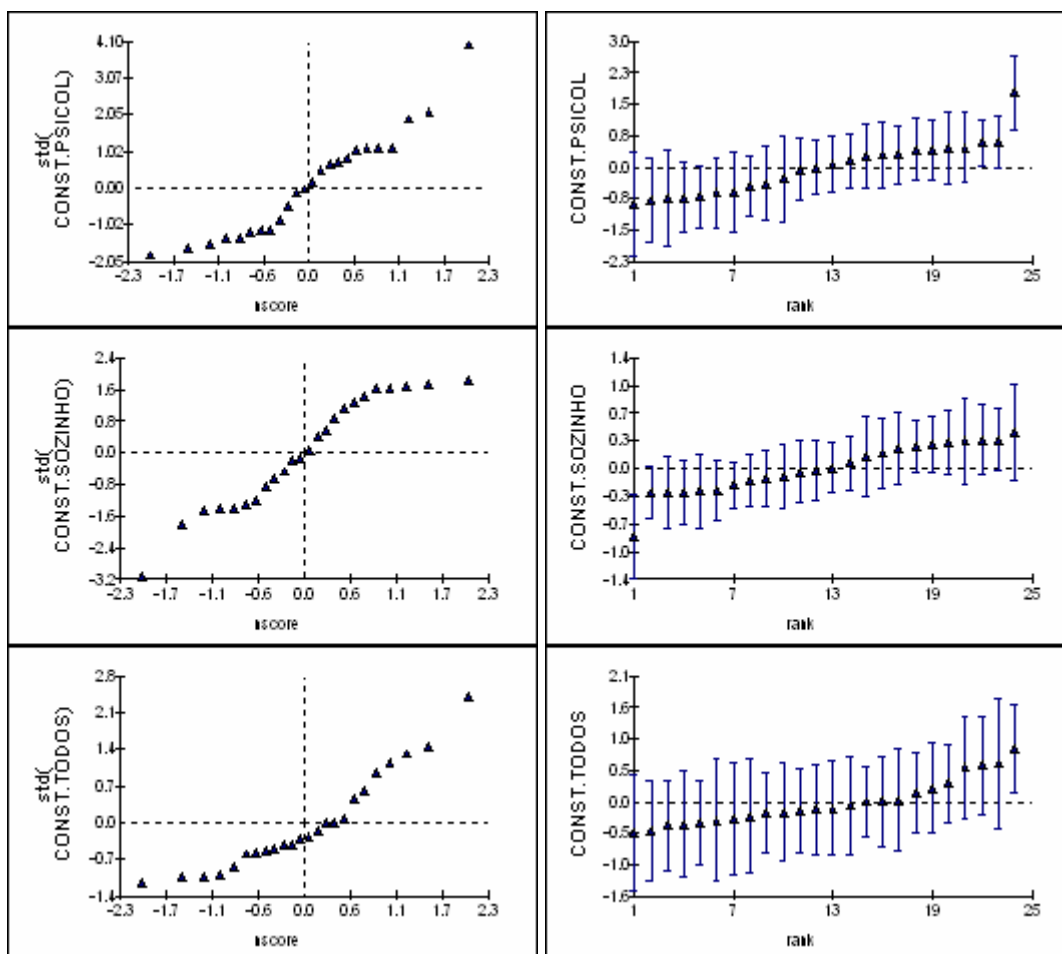


Figura 68: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo *caterpillar* - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

6.2.12 Modelo com o conjunto das variáveis RAZÃO, CURSO, PORQUÊ e EXPECTATIVA

Foram reunidos em um único modelo os quatro modelos anteriores para verificar quais as variáveis que seriam relevantes para o aluno quando escolheu o curso que está a frequentar, qual a sua preferência de curso ou profissão para o futuro e o porquê desse objectivo e, ainda, saber qual a expectativa que os alunos têm da utilidade do que aprendem no curso (ou percurso escolar) para a sua vida futura.

Assim, obtiveram-se alguns modelos intermédios que foram trabalhados até se encontrar aquele que mais se ajusta aos dados.

O primeiro foi o da figura 69 seguinte, só com as variáveis RAZÃO e CURSO. A categoria resposta TODOS revelou-se que não variava entre as escolas pelo que só apresenta o efeito fixo.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTijk, πijk)
log(π1jk / π10jk) = 3.435(0.179)CONST.FAMILIAijk + 1.220(0.681)TRAD_FAM.FAMILIAijk + 0.339(0.240)VANT_ECON.FAMILIAijk +
0.331(0.126)E_P_LIB.FAMILIAijk
log(π2jk / π10jk) = 1.748(0.199)CONST.AMIGOSijk + 3.473(1.036)MODA.AMIGOSijk + 0.819(0.397)OUT_RAZ.AMIGOSijk
log(π3jk / π10jk) =
log(π4jk / π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + 0.784(0.517)ADMINST.PSICOLijk + 0.329(0.211)E_P_LIB.PSICOLijk
β2k = 2.183(0.251) + v2k
log(π5jk / π10jk) =
log(π6jk / π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + -0.676(0.316)VARIOS_IT.SOZINHOijk
β3k = 4.063(0.175) + v3k
log(π7jk / π10jk) = 0.974(0.462)CONST.TODOSijk + 1.311(0.449)APTIDAO.TODOSijk + 1.056(0.682)NTER OPC.TODOSijk +
-0.621(0.397)TEC_N_INT.TODOSijk
log(π8jk / π10jk) =
log(π9jk / π10jk) = 1.647(0.201)CONST.VARIOSijk + 1.824(0.342)VARIOS_IT.VARIOSijk + 0.527(0.606)ADMINST.VARIOSijk +
0.917(0.736)OP_ART_S.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.320(0.230) ]
[ v3k ] [ -0.198(0.123) 0.151(0.107) ]

cov(yijk, yijk) = - πijkπijk/CONSTijk: s ≠ r, πijk(1 - πijk)/CONSTijk: s = r,
Deviance(MCMC) = 3981.421(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 69: Modelo de Regressão Logística para o conjunto de categorias das variáveis RAZÃO e CURSO com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

Tabela 25: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da *Deviance* (MCMC/DIC) Bayesian Deviance Information Criterion (DIC)

Dbar	D(thetabar)	pD	DIC	
4050.73	4022.66	28.08	4078.81	Modelo com efeitos aleatórios
3981.42	3941.84	39.59	4021.01	Modelo com as variáveis
Diferença de Parâmetros		11.51		
Dif. ^a do Diagnóstico - DIC			57.80	

Diminuiu bastante a *deviance* (4022.66 – 3941.84 = 80.82), pelo que o valor do DIC será razoável.

Tabela 26: Matriz de Correlações para o nível 3

	CONST.PSICOL	CONST.SOZINHO
CONST.PSICOL	1.000	
CONST.SOZINHO	-0.901	1.000

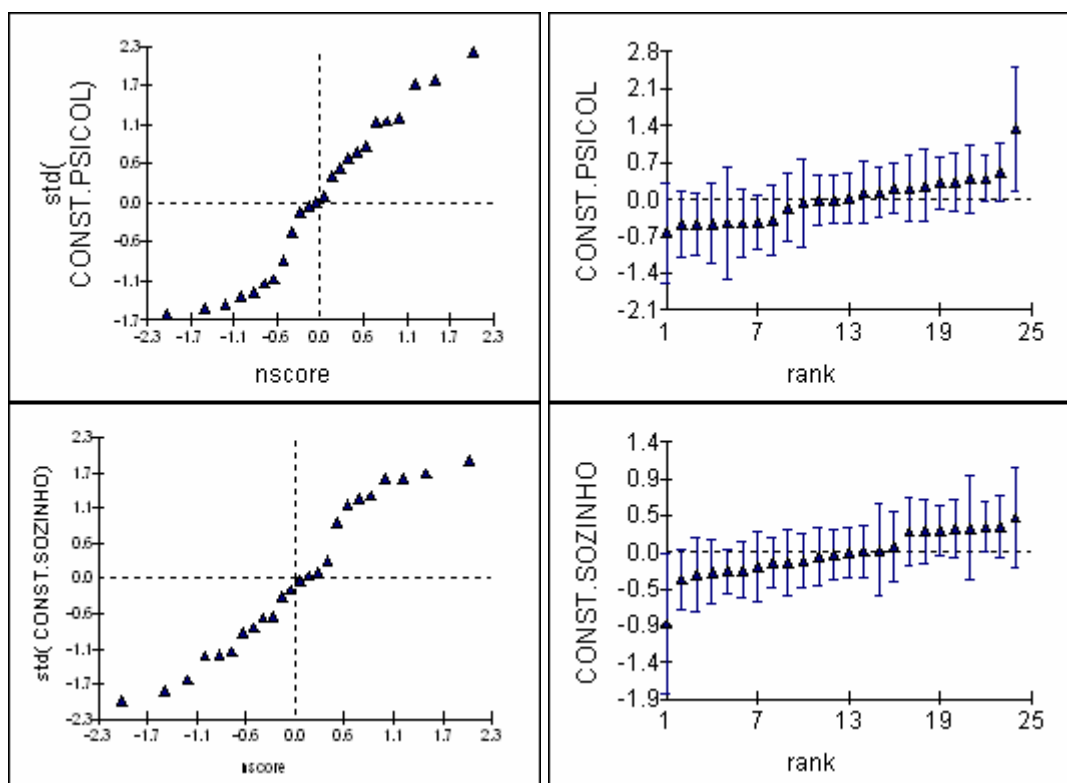


Figura 70: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo *caterpillar* - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

Segue-se o modelo com a variável PORQUÊ representado na figura 71.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πijk)
log(π1k/π10k) = 3.425(0.199)CONST.FAMILIAijk + 1.216(0.683)TRAD_FAM.FAMILIAijk + 0.339(0.241)VANT_ECON.FAMILIAijk +
0.338(0.131)E_P_LIB.FAMILIAijk
log(π2k/π10k) = 1.740(0.223)CONST.AMIGOSijk + 3.474(1.056)MODA.AMIGOSijk + 0.813(0.380)OUT_RAZ.AMIGOSijk
log(π3k/π10k) =
log(π4k/π10k) = β2kCONST.PSICOLijk + 0.729(0.517)ADMINST.PSICOLijk + 0.322(0.216)E_P_LIB.PSICOLijk
β2k = 2.175(0.276) + v2k
log(π5k/π10k) =
log(π6k/π10k) = β3kCONST.SOZINHOijk + -0.675(0.314)VARIOS_IT.SOZINHOijk
β3k = 4.047(0.215) + v3k
log(π7k/π10k) = 0.705(0.492)CONST.TODOSijk + 1.443(0.453)APTIDAO.TODOSijk + 1.193(0.696)NTER_OPC.TODOSijk +
-0.460(0.453)TEC_N_INT.TODOSijk + 0.172(0.299)T_FAMIL.TODOSijk
log(π8k/π10k) =
log(π9k/π10k) = 1.637(0.225)CONST.VARIOSijk + 1.823(0.341)VARIOS_IT.VARIOSijk + 0.505(0.629)ADMINST.VARIOSijk +
0.911(0.726)OP_ART_S.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.339(0.206) ]
[ v3k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ -0.202(0.103) 0.149(0.106) ]

cov(v2k, v3k) = - πijkπ6k/CONSTjk : s ≠ r, πijk(1 - πijk)/CONSTjk : s = r,
Deviance(MCMC) = 3980.504(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 71: Modelo de Regressão Logística para o conjunto de categorias das variáveis RAZÃO, CURSO e PORQUÊ, com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

Alguns parâmetros são ainda não significativos.

Tabela 27: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da *Deviance* (MCMC/DIC)

Bayesian Deviance Information Criterion (DIC)				
Dbar	D(thetabar)	pD	DIC	
4050.73	4022.66	28.08	4078.81	Modelo com efeitos aleatórios
3980.50	3940.44	40.07	4020.57	Modelo com as variáveis
Diferença de Parâmetros		11.99		
Dif. ^a do Diagnóstico - DIC			58.24	

Diminuiu bastante a *deviance* (4022.66 – 3940.44 = 82.22), pelo que o valor do DIC será razoável.

Tabela 28: Matriz de Correlações para o nível 3

	CONST.PSICOL	CONST.SOZINHO
CONST.PSICOL	1.000	
CONST.SOZINHO	-0.900	1.000

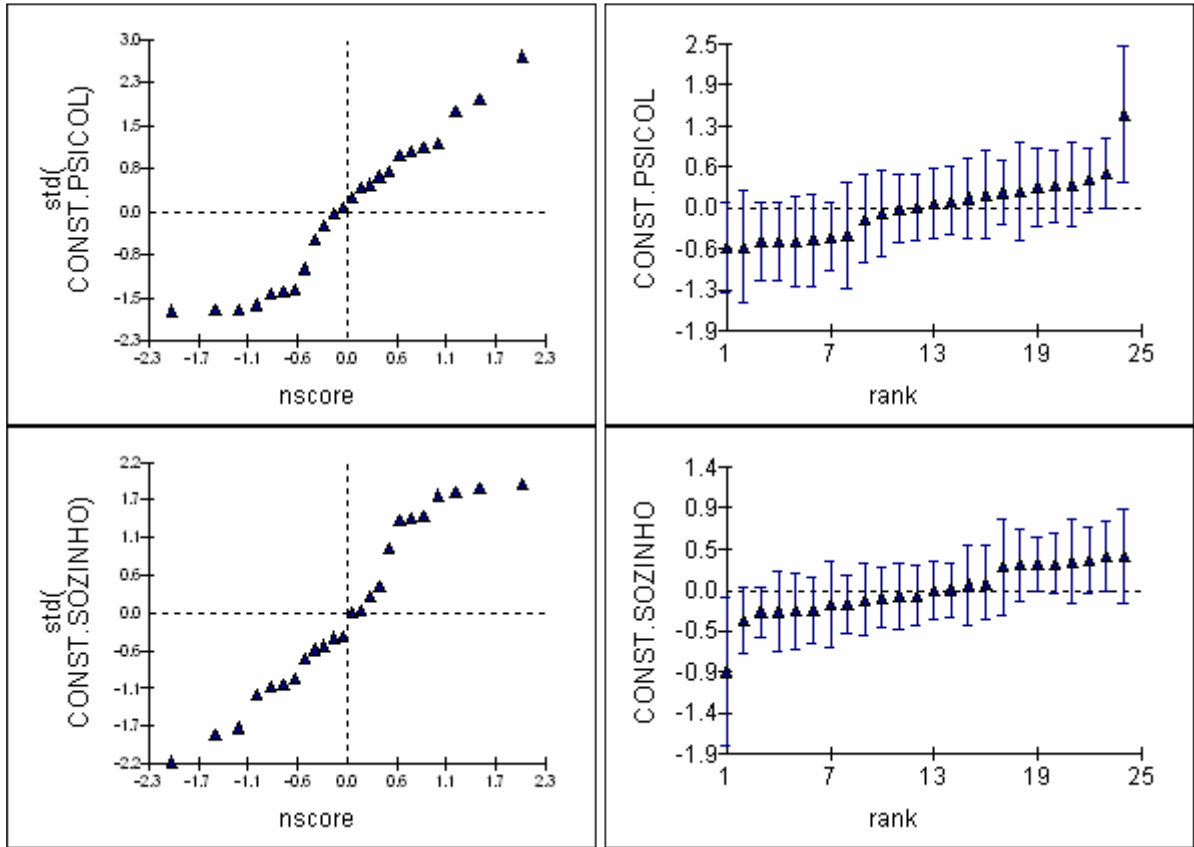


Figura 72: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo *caterpillar* - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πijk)
log(π1jk / π10jk) = 3.461(0.187)CONST.FAMILIAijk + 1.187(0.696)TRAD_FAM.FAMILIAijk + 0.300(0.241)VANT_ECON.FAMILIAijk +
0.336(0.131)E_P_LIB.FAMILIAijk + -1.026(0.455)FOR_TEO.FAMILIAijk
log(π2jk / π10jk) = 2.060(0.242)CONST.AMIGOSijk + 3.645(1.033)MODA.AMIGOSijk + 0.641(0.403)OUT_RAZ.AMIGOSijk +
-0.711(0.277)FORM_PROF.AMIGOSijk + 0.416(0.496)OUTR.AMIGOSijk
log(π3jk / π10jk) =
log(π4jk / π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + 0.732(0.513)ADMINST.PSICOLijk + 0.310(0.217)E_P_LIB.PSICOLijk
β2k = 2.024(0.360) + v2k
log(π5jk / π10jk) =
log(π6jk / π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + -0.687(0.329)VARIOS_IT.SOZINHOijk + 0.263(0.275)OUTR.SOZINHOijk
β3k = 4.037(0.192) + v3k
log(π7jk / π10jk) = 0.659(0.578)CONST.TODOSijk + 1.476(0.533)APTIDAO.TODOSijk + 1.169(0.776)NTER_OPC.TODOSijk +
-0.482(0.453)TEC_N_INT.TODOSijk + 0.098(0.301)T_FAMIL.TODOSijk + 0.944(0.418)F_CONS_C.TODOSijk
log(π8jk / π10jk) =
log(π9jk / π10jk) = 1.503(0.221)CONST.VARIOSijk + 1.291(0.372)VARIOS_IT.VARIOSijk + 0.387(0.633)ADMINST.VARIOSijk +
1.199(0.707)OP_ART_S.VARIOSijk + 2.058(0.375)VAR_ITENS.VARIOSijk

[ v2k ]
[ v3k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 1.849(0.728)
-0.269(0.167) 0.161(0.075) ]

cov(v2k, v3k) = - π2jkπ3jk/CONSTjk: s ≠ r; π2jk(1 - π2jk)/CONSTjk: s = r;
Deviance(MCMC) = 3934.386(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 73: Modelo de Regressão Logística para o conjunto das variáveis, com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

Processando o modelo, foi-se obtendo o modelo da figura 73, ainda com parâmetros não significativos apresentando-se o modelo algo grosseiro. A seguir tem-se o modelo da figura 74 que também não é o melhor.

Tabela 29: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da *Deviance* (MCMC/DIC)

Bayesian Deviance Information Criterion (DIC)				
Dbar	D(thetabar)	pD	DIC	
4050.73	4022.66	28.08	4078.81	Modelo com efeitos aleatórios
3934.39	3877.39	56.99	3991.38	Modelo com as variáveis
Diferença de Parâmetros		28.91		
Dif. ^a do Diagnóstico - DIC			87.43	

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πjk)
log(π1jk/π10jk) = 3.464(0.182)CONST.FAMILIAijk + 1.205(0.687)TRAD_FAM.FAMILIAijk + 0.354(0.129)E_P_LIB.FAMILIAijk +
-1.018(0.463)FOR_TEO.FAMILIAijk
log(π2jk/π10jk) = 2.127(0.232)CONST.AMIGOSijk + 3.597(1.025)MODA.AMIGOSijk + 0.719(0.388)OUT_RAZ.AMIGOSijk +
-0.794(0.263)FORM_PROF.AMIGOSijk
log(π3jk/π10jk) =
log(π4jk/π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + 0.655(0.501)ADMINST.PSICOLijk + 0.342(0.212)E_P_LIB.PSICOLijk
β2k = 2.020(0.266) + v2k
log(π5jk/π10jk) =
log(π6jk/π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + -0.642(0.316)VARIOS_IT.SOZINHOijk
β3k = 4.066(0.165) + v3k
log(π7jk/π10jk) = 0.632(0.467)CONST.TODOSijk + 1.357(0.428)APTIDAO.TODOSijk + 1.001(0.702)NTER_OPC.TODOSijk +
0.242(0.251)T_FAMIL.TODOSijk + 0.940(0.417)F_CONS_C.TODOSijk
log(π8jk/π10jk) =
log(π9jk/π10jk) = 1.516(0.211)CONST.VARIOSijk + 1.310(0.366)VARIOS_IT.VARIOSijk + 1.118(0.729)OP_ART_S.VARIOSijk +
2.096(0.372)VAR_ITENS.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.779(0.410) ]
[ v3k ] [ -0.234(0.106) 0.073(0.033) ]

cov(vijk, vijk) = - πijkπijk/CONSTjk: s ≠ r; πijk(1 - πijk)/CONSTjk: s = r;
Deviance(MCMC) = 3937.340(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 74: Modelo de Regressão Logística para o conjunto das variáveis, com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

Tabela 30: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da *Deviance* (MCMC/DIC)

Bayesian Deviance Information Criterion (DIC)				
Dbar	D(thetabar)	pD	DIC	
4050.73	4022.66	28.08	4078.81	Modelo com efeitos aleatórios
3937.34	3898.56	38.78	3976.12	Modelo com as variáveis
Diferença de Parâmetros		10.70		
Dif. ^a do Diagnóstico - DIC			102.69	

Diminuiu bastante a *deviance* (4022.66 – 3898.56 = 124.10), pelo que o valor do DIC será bom.

Tabela 31: Matriz de Correlações para o nível 3

	CONST.PSICOL	CONST.SOZINHO
CONST.PSICOL	1.000	
CONST.SOZINHO	-0.980	1.000

O modelo final com todos os parâmetros significativos é dado na figura 75, a seguir.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πijk)
log(π1jk/π10jk) = 3.506(0.191)CONST.FAMILIAijk + 1.189(0.688)TRAD_FAM.FAMILIAijk + 0.299(0.124)E_P_LIB.FAMILIAijk +
-1.032(0.476)FOR_TEO.FAMILIAijk
log(π2jk/π10jk) = 2.225(0.235)CONST.AMIGOSijk + 3.570(1.036)MODA.AMIGOSijk + -0.825(0.271)FORM_PROF.AMIGOSijk
log(π3jk/π10jk) =
log(π4jk/π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk
β2k = 2.325(0.243) + ν2k
log(π5jk/π10jk) =
log(π6jk/π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + -0.634(0.325)VARIOS_IT.SOZINHOijk
β3k = 4.064(0.186) + ν3k
log(π7jk/π10jk) = 1.056(0.354)CONST.TODOSijk + 1.094(0.348)APTIDAO.TODOSijk + 1.009(0.413)F_CONS_C.TODOSijk
log(π8jk/π10jk) =
log(π9jk/π10jk) = 1.522(0.224)CONST.VARIOSijk + 1.356(0.380)VARIOS_IT.VARIOSijk + 1.150(0.715)OP_ART_S.VARIOSijk +
2.079(0.377)VAR_ITENS.VARIOSijk

[ ν2k ] ~ N(0, Ων) : Ων = [ 0.672(0.283) ]
[ ν3k ] [ -0.264(0.116) 0.123(0.059) ]

cov(νijk, νijk) = - πijkπ0jk/CONSTjk: s ≠ r, πijk(1 - πijk)/CONSTjk: s = r,
Deviance(MCMC) = 3941.446(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 75: Modelo de Regressão Logística para o conjunto das variáveis, com estimação MCMC (Output do MLwiN 2.02)

Tabela 32: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da *Deviance* (MCMC/DIC)

Bayesian Deviance Information Criterion (DIC)				
Dbar	D(thetabar)	pD	DIC	
4050.73	4022.66	28.08	4078.81	Modelo com efeitos aleatórios
3941.45	3904.07	37.37	3978.82	Modelo com as variáveis
Diferença de Parâmetros		9.29		
Dif. ^a do Diagnóstico - DIC			99.99	

Diminuiu bastante a *deviance* (4022.66 – 3904.07 = 118.59), pelo que o valor do DIC será bom.

Tabela 33: Matriz de Correlações para o nível 3

	CONST.PSICOL	CONST.SOZINHO
CONST.PSICOL	1.000	
CONST.SOZINHO	-0.918	1.000

Simbolicamente o modelo será representado por:

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πjk)
log(π1jk / π10jk) = β0CONST.FAMILIAijk + β9TRAD.FAM.FAMILIAijk + β13E_P_LIB.FAMILIAijk + β15FOR_TEO.FAMILIAijk
log(π2jk / π10jk) = β1CONST.AMIGOSijk + β10MODA.AMIGOSijk + β16FORM_PROF.AMIGOSijk
log(π3jk / π10jk) =
log(π4jk / π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk
β2k = β2 + v2k
log(π5jk / π10jk) =
log(π6jk / π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + β11VARIOS_IT.SOZINHOijk
β3k = β3 + v3k
log(π7jk / π10jk) = β4CONST.TODOSijk + β8APTIDAO.TODOSijk + β17F_CONS_C.TODOSijk
log(π8jk / π10jk) =
log(π9jk / π10jk) = β5CONST.VARIOSijk + β12VARIOS_IT.VARIOSijk + β14OP_ART_S.VARIOSijk + β18VAR_ITENS.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ σv22 ]
[ v3k ] [ σv23 σv32 ]

cov(v2k, v3k) = - πjkπjk/CONSTjk : s ≠ r, πjk(1 - πjk)/CONSTjk : s = r,
Deviance(MCMC) = 3941.444(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 76: Modelo de Regressão Logística para o conjunto das variáveis, com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

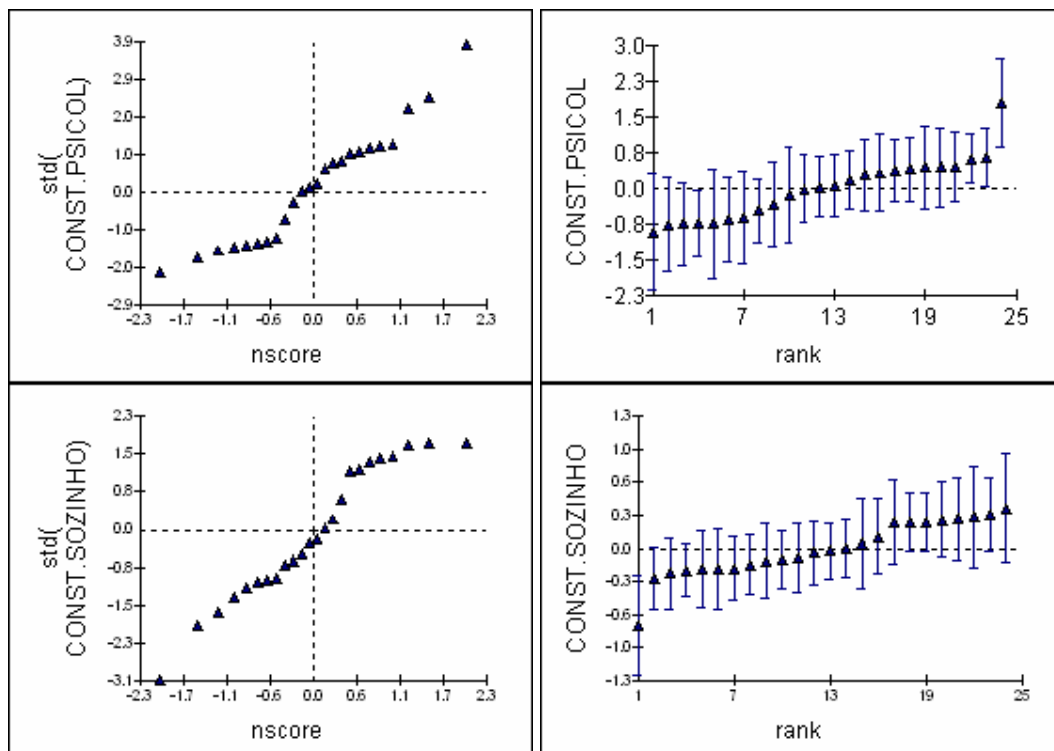


Figura 77: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo *caterpillar* - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

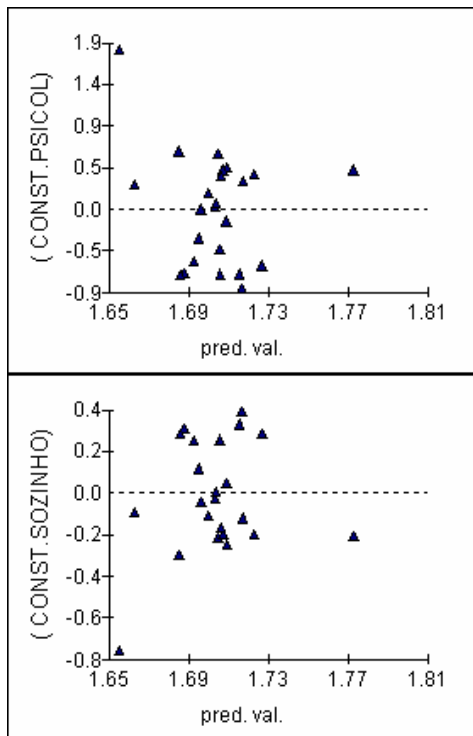


Figura 78: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados

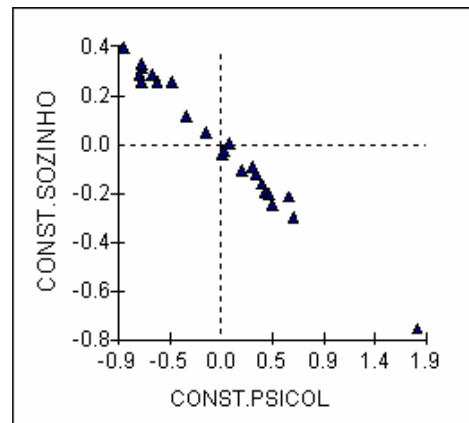


Figura 79.1: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

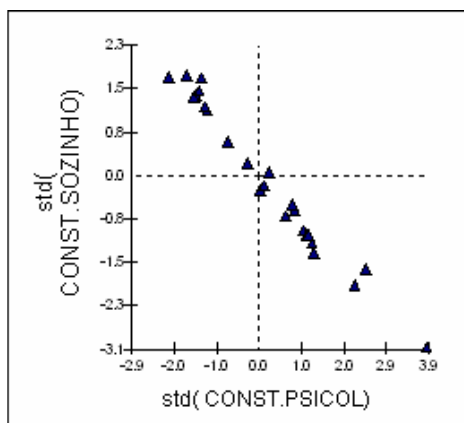


Figura 79.2: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

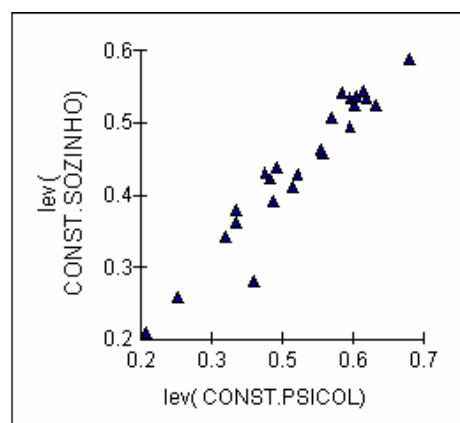


Figura 79.3: Gráficos dos valores *leverage* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

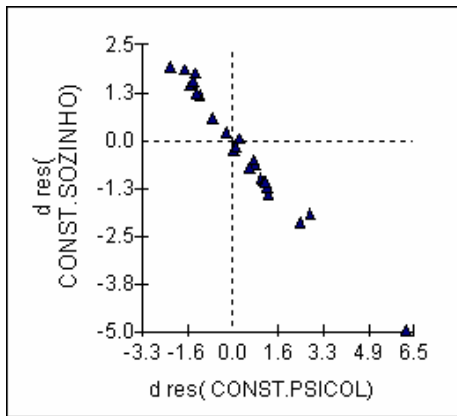


Figura 79.4: Gráficos dos resíduos *deletion* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

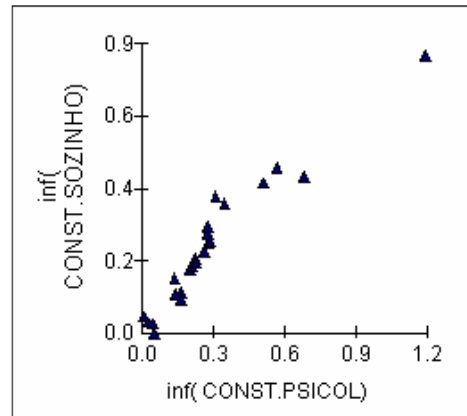


Figura 79.5: Gráficos dos valores da *influence* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

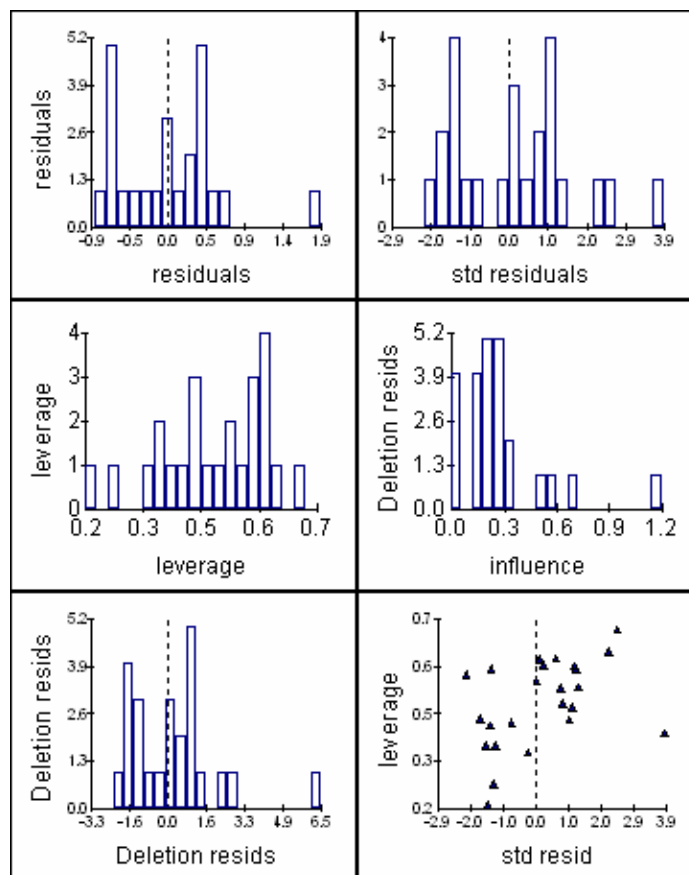


Figura 80: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria PSICOL) (*Output* do MLwiN 2.02)

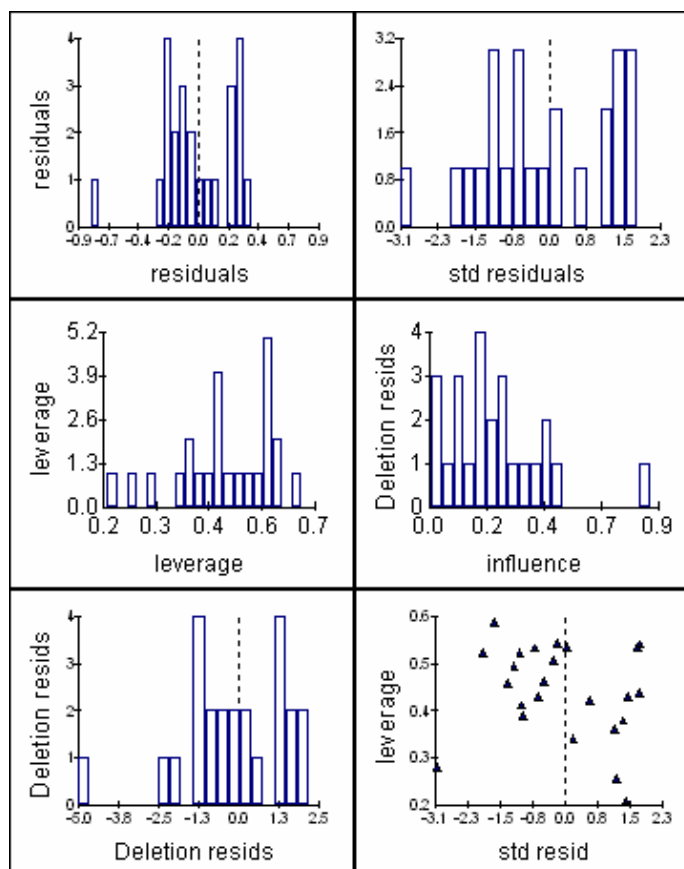


Figura 81: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria SOZINHO) (Output do MLwiN 2.02)

6.2.13 Modelo com o conjunto das variáveis RAZÃO, CURSO, PORQUÊ e EXPECTATIVA com a introdução da variável IMPORT_E

Foi tentado, ainda mais uma vez, a introdução no modelo da variável IMPORT_E para testar se, realmente, ela não faria alguma diferença.

Como se poderá observar da figura 82, para nenhuma das categorias resposta, a variável mostra alguma relevância, não é significativa. Este resultado é um tanto estranho porque seria de esperar que a importância que a escola tem no futuro de cada um dos alunos, após tantos anos de comunhão, seria tudo menos irrelevante, tanto no sentido positivo como no sentido negativo. O que sucede é os alunos tenham respondido quase de igual modo, pelo que, não haverá no seu comportamento, variabilidade a registrar

De realçar o valor para o coeficiente de correlação entre as duas categorias que, ainda assim, continua a ser elevado. Todavia, é mostrado o modelo obtido, que a figura 82 representa.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πijk)
log(π1k/π10k) = 3.418(0.422)CONST.FAMILIAijk + 1.177(0.683)TRAD_FAM.FAMILIAijk + 0.294(0.132)E_P_LIB.FAMILIAijk +
-1.009(0.465)FOR_TEO.FAMILIAijk + 0.041(0.250)IMPORT_E.FAMILIAijk
log(π2k/π10k) = 2.031(0.525)CONST.AMIGOSijk + 3.517(1.065)MODA.AMIGOSijk + -0.820(0.271)FORM_PROF.AMIGOSijk +
0.109(0.298)IMPORT_E.AMIGOSijk
log(π3k/π10k) =
log(π4k/π10k) = β2kCONST.PSICOLijk + 0.143(0.263)IMPORT_E.PSICOLijk
β2k = 2.170(0.424) + v2k
log(π5k/π10k) =
log(π6k/π10k) = β3kCONST.SOZINHOijk + -0.667(0.325)VARIOS_IT.SOZINHOijk + 0.177(0.237)IMPORT_E.SOZINHOijk
β3k = 3.791(0.428) + v3k
log(π7k/π10k) = 1.165(0.566)CONST.TODOSijk + 1.093(0.360)APTIDAO.TODOSijk + 1.021(0.408)F_CONS_C.TODOSijk +
-0.102(0.291)IMPORT_E.TODOSijk
log(π8k/π10k) =
log(π9k/π10k) = 1.335(0.502)CONST.VARIOSijk + 1.327(0.365)VARIOS_IT.VARIOSijk + 1.221(0.722)OP_ART_S.VARIOSijk +
2.105(0.372)VAR_ITENS.VARIOSijk + 0.102(0.301)IMPORT_E.VARIOSijk

[ v2k ]
[ v3k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.253(0.165)
-0.182(0.084) 0.157(0.087) ]

cov(pijk, pijk) = - πijkπijk/CONSTjk : s ≠ r; πijk(1 - πijk)/CONSTjk : s = r;
Deviance(MCMC) = 3949.516(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 82: Modelo de Regressão Logística para o conjunto das variáveis, com estimação MCMC (Output do MLwiN 2.02)

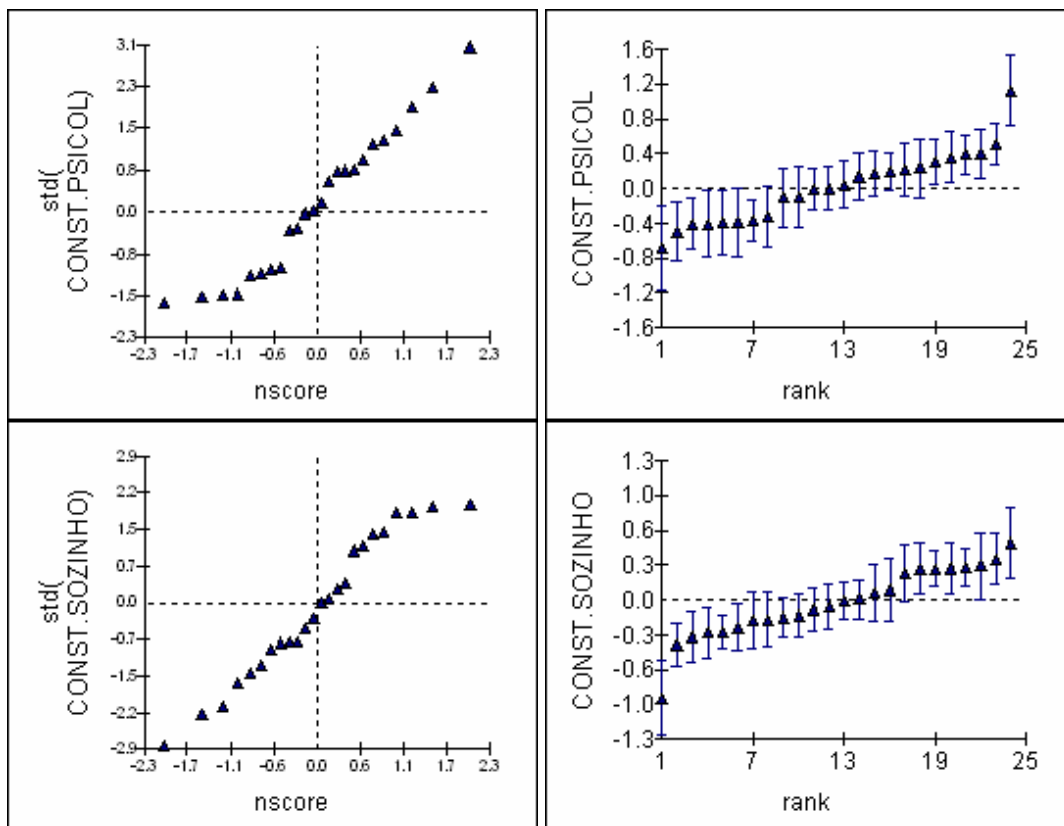


Figura 83: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo *caterpillar* - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

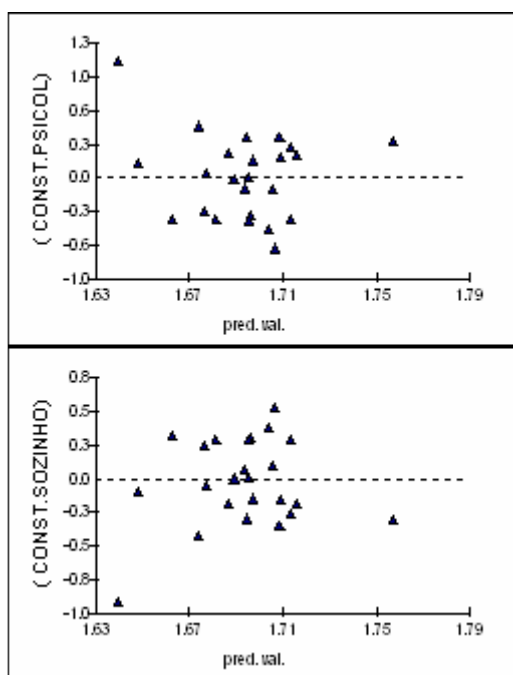


Figura 84: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados

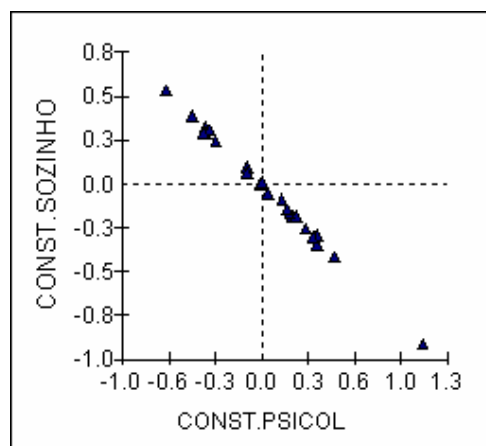


Figura 85.1: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

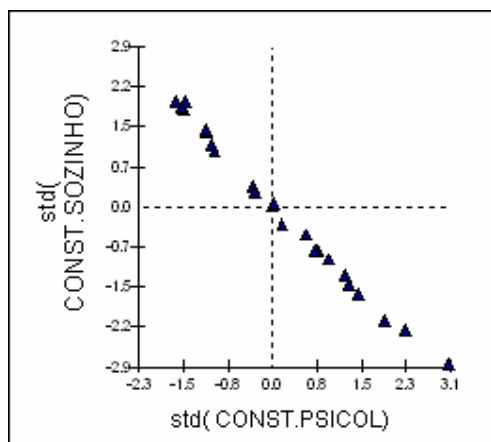


Figura 85.2: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

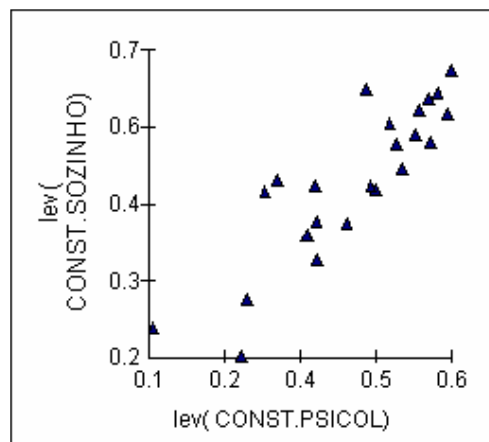


Figura 85.3: Gráficos dos valores *leverage* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

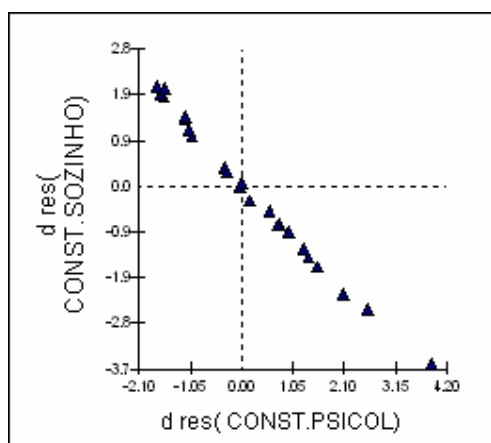


Figura 85.4: Gráficos dos resíduos *deletion* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

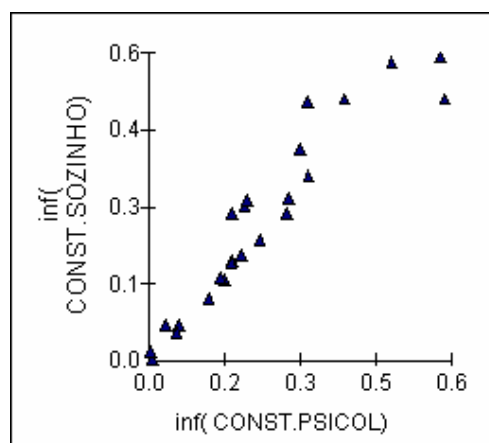


Figura 85.5: Gráficos dos valores da *influence* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

Tabela 34: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da *Deviance* (MCMC/DIC)

Bayesian Deviance Information Criterion (DIC)				
Dbar	D(thetabar)	pD	DIC	
4050.73	4022.66	28.08	4078.81	Modelo com efeitos aleatórios
3949.52	3909.68	39.84	3989.36	Modelo com as variáveis
Diferença de Parâmetros		11.76		
Dif. ^a do Diagnóstico - DIC			89.45	

Diminuiu bastante a *deviance* ($4022.66 - 3909.68 = 89.45$), pelo que o valor do DIC será bom.

Tabela 35: Matriz de Correlações para o nível 3

	CONST.PSICOL	CONST.SOZINHO
CONST.PSICOL	1.000	
CONST.SOZINHO	-0.914	1.000

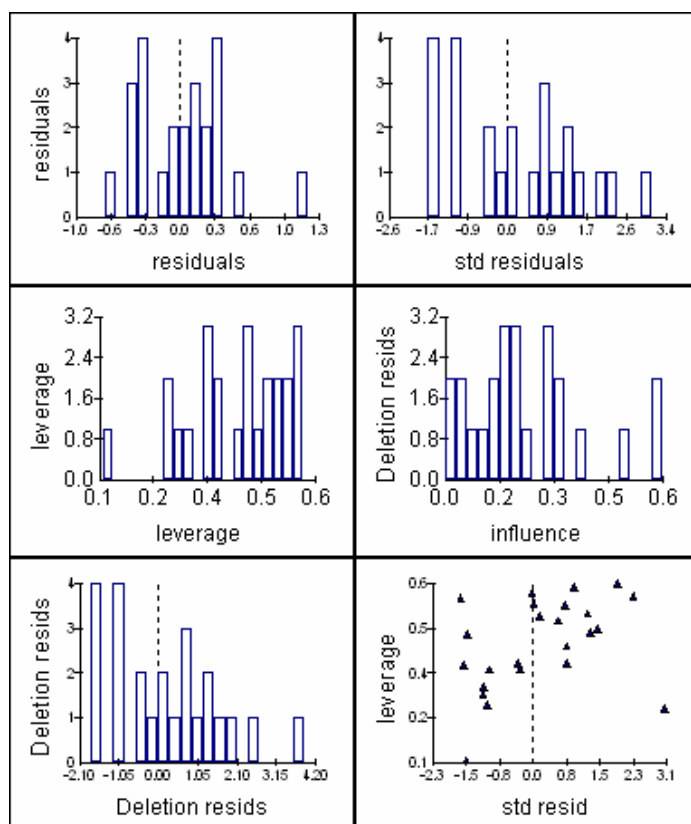


Figura 86: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria PSICOL) (*Output* do MLwiN 2.02)

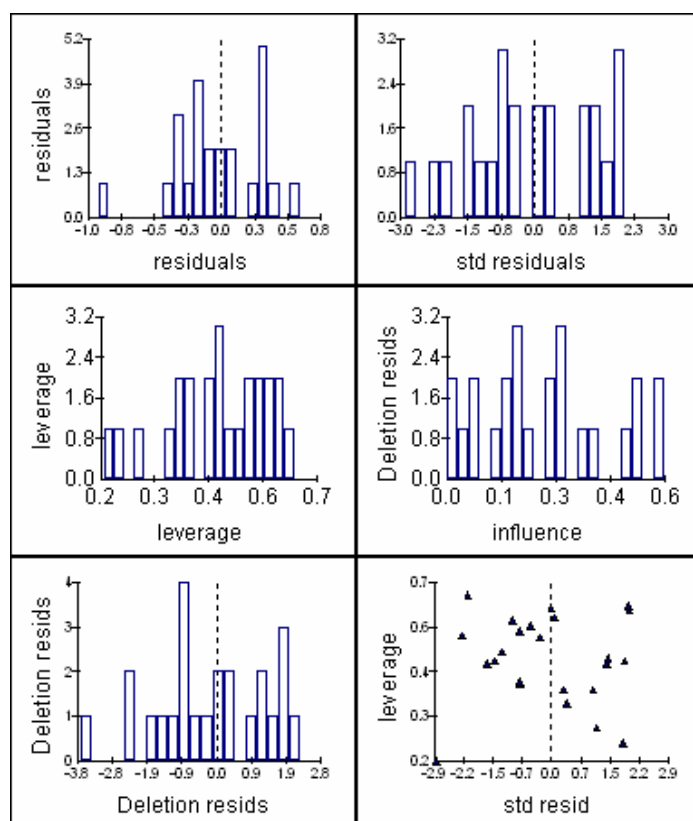


Figura 87: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria SOZINHO) (Output do MLwiN 2.02)

6.2.14 Modelo final

Neste modelo faz-se uma união de dois modelos principais: do Modelo com o conjunto das variáveis RAZÃO, CURSO, PORQUÊ e EXPECTATIVA da figura 75, com o Modelo com o conjunto das variáveis de contexto da figura 54.

Pretende-se analisar um modelo que possa exprimir não só as razões intrínsecas de cada um dos alunos, como também, o efeito de algumas das variáveis de contexto, inerentes à escola, ao agregado familiar, ao próprio aluno, entre outros. Obteve-se o seguinte modelo, da figura 88.1. Neste modelo há a salientar que:

- Na categoria FAMILIA, continua a ser preponderante o tipo de aluno com comportamento direccionado para o prosseguimento de estudos.
- Na categoria AMIGOS, continua a ter que se realçar a grande influência das variáveis que correspondem à sua habitação: tipo de casa e número de assoalhadas da mesma. Se o aluno demonstra ter iniciativa ou espera que a escola lhe ajude na sua formação

profissional, estas são duas variáveis com significado. Embora os parâmetros não sejam significativos há o realce para aqueles que estudam em casa e frequentam um curso que está na moda.

- Na categoria TODOS registre-se a importância para o género masculino.
- Na categoria VARIOS, não há a assinalar alterações de registo.
- Na categoria PSICOL, a variável que caracteriza os alunos que fazem os TPC deixa de ter contributo em presença das outras variáveis.
- Na categoria SOZINHO, desaparece quase completamente a influência das variáveis relativas ao empenho e à tradição familiar.

Estas duas últimas categorias continuam a apresentarem uma relação muito próxima, daí o valor do coeficiente de correlação.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πijk)
log(π1jk/ π10jk) = 2.693(0.279)CONST.FAMILIAijk + 0.416(0.168)CURSO.FAMILIAijk + 0.969(0.276)F_TPC.FAMILIAijk +
0.271(0.787)TRAD_FAM.FAMILIAijk + 0.208(0.134)E_P_LIB.FAMILIAijk + -1.034(0.470)FOR_TEO.FAMILIAijk
log(π2jk/ π10jk) = 3.638(0.609)CONST.AMIGOSijk + -0.785(0.401)SUB_URB.AMIGOSijk + -0.709(0.316)TIP_CASA.AMIGOSijk +
0.914(0.304)NASSO_3.AMIGOSijk + -0.830(0.426)A_INIC.AMIGOSijk + -0.783(0.531)ESTU_CASA.AMIGOSijk +
3.571(1.101)MODA.AMIGOSijk + -0.851(0.267)FORM_PROF.AMIGOSijk
log(π3jk/ π10jk) =
log(π4jk/ π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + -0.940(0.375)MeDIDA_T.PSICOLijk + 0.559(0.240)NASSO_3.PSICOLijk +
0.783(0.428)A_EMP.PSICOLijk + 1.141(0.340)ESTU_ESC.PSICOLijk
β2k = 1.972(0.455) + v2k
log(π5jk/ π10jk) =
log(π6jk/ π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + -0.448(0.229)MeDIDA_T.SOZINHOijk + 0.578(0.155)NASSO_3.SOZINHOijk +
0.467(0.274)F_TPC.SOZINHOijk + 0.293(0.245)A_EMP.SOZINHOijk + -2.247(1.449)TRAD_FAM.SOZINHOijk +
-0.611(0.320)VARIOS_IT.SOZINHOijk
β3k = 3.745(0.310) + v3k
log(π7jk/ π10jk) = -0.511(1.402)CONST.TODOSijk + -0.780(0.276)SEXO.TODOSijk + 0.383(0.281)URBANA.TODOSijk +
-1.928(0.520)MeDIDA_T.TODOSijk + -1.645(0.832)SASE.TODOSijk + 0.798(0.553)F_TPC.TODOSijk +
2.323(1.342)A_ASSID.TODOSijk + 0.806(0.364)APTIDAO.TODOSijk + 0.902(0.433)F_CONS_C.TODOSijk
log(π8jk/ π10jk) =
log(π9jk/ π10jk) = 2.305(0.633)CONST.VARIOSijk + -0.594(0.295)SEXO.VARIOSijk + -1.747(0.824)TAM_ESC.VARIOSijk +
0.379(0.324)ENCICLOP.VARIOSijk + -0.845(0.446)A_PONT.VARIOSijk + 0.770(0.482)A_PART.VARIOSijk +
1.391(0.378)VARIOS_IT.VARIOSijk + 1.618(0.746)OP_ART_S.VARIOSijk + 2.105(0.380)VAR_ITENS.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.388(0.250) ]
[ v3k ] [ -0.233(0.126) 0.174(0.111) ]

cov(v2k, v3k) = - πijkπijk/CONSTjk : s ≠ r, πijk(1 - πijk)/CONSTjk : s = r,
Deviance(MCMC) = 3833.551(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 88.1: Modelo de Regressão Logística para o conjunto das variáveis, com estimação MCMC (Output do MLwiN 2.02)

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πijk)
log(π1jk/π10jk) = β0CONST.FAMILIAijk + β10CURSO.FAMILIAijk + β23F_TPC.FAMILIAijk + β34TRAD_FAM.FAMILIAijk +
β40E_P_LIB.FAMILIAijk + β42FOR_TEO.FAMILIAijk
log(π2jk/π10jk) = β1CONST.AMIGOSijk + β12SUB_URB.AMIGOSijk + β17TIP_CASA.AMIGOSijk + β18NASSO_3.AMIGOSijk +
β28A_INIC.AMIGOSijk + β32ESTU_CASA.AMIGOSijk + β36MODA.AMIGOSijk + β43FORM_PROF.AMIGOSijk
log(π3jk/π10jk) =
log(π4jk/π10jk) = β2kCONST.PSICOLijk + β13MeDIDA_T.PSICOLijk + β19NASSO_3.PSICOLijk + β26A_EMP.PSICOLijk +
β33ESTU_ESC.PSICOLijk
β2k = β2 + v2k
log(π5jk/π10jk) =
log(π6jk/π10jk) = β3kCONST.SOZINHOijk + β14MeDIDA_T.SOZINHOijk + β20NASSO_3.SOZINHOijk + β24F_TPC.SOZINHOijk +
β27A_EMP.SOZINHOijk + β35TRAD_FAM.SOZINHOijk + β37VARIOS_IT.SOZINHOijk
β3k = β3 + v3k
log(π7jk/π10jk) = β4CONST.TODOSijk + β8SEXO.TODOSijk + β11URBANA.TODOSijk + β15MeDIDA_T.TODOSijk +
β21SASE.TODOSijk + β25F_TPC.TODOSijk + β29A_ASSID.TODOSijk + β39APTIDAO.TODOSijk +
β44F_CONS_C.TODOSijk
log(π8jk/π10jk) =
log(π9jk/π10jk) = β5CONST.VARIOSijk + β9SEXO.VARIOSijk + β16TAM_ESC.VARIOSijk + β22ENCICLOP.VARIOSijk +
β30A_PONT.VARIOSijk + β31A_PART.VARIOSijk + β38VARIOS_IT.VARIOSijk + β41OP_ART_S.VARIOSijk +
β45VAR_ITENS.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ σv22 ]
[ v3k ] [ σv23 σv32 ]

cov(v2k, v3k) = - πijkπ9jk/CONSTjk : s ≠ r, πijk(1 - πijk)/CONSTjk : s = r,
Deviance(MCMC) = 3833.551(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 88.2: Modelo de Regressão Logística para o conjunto das variáveis, com estimação MCMC (Output do MLwiN 2.02)

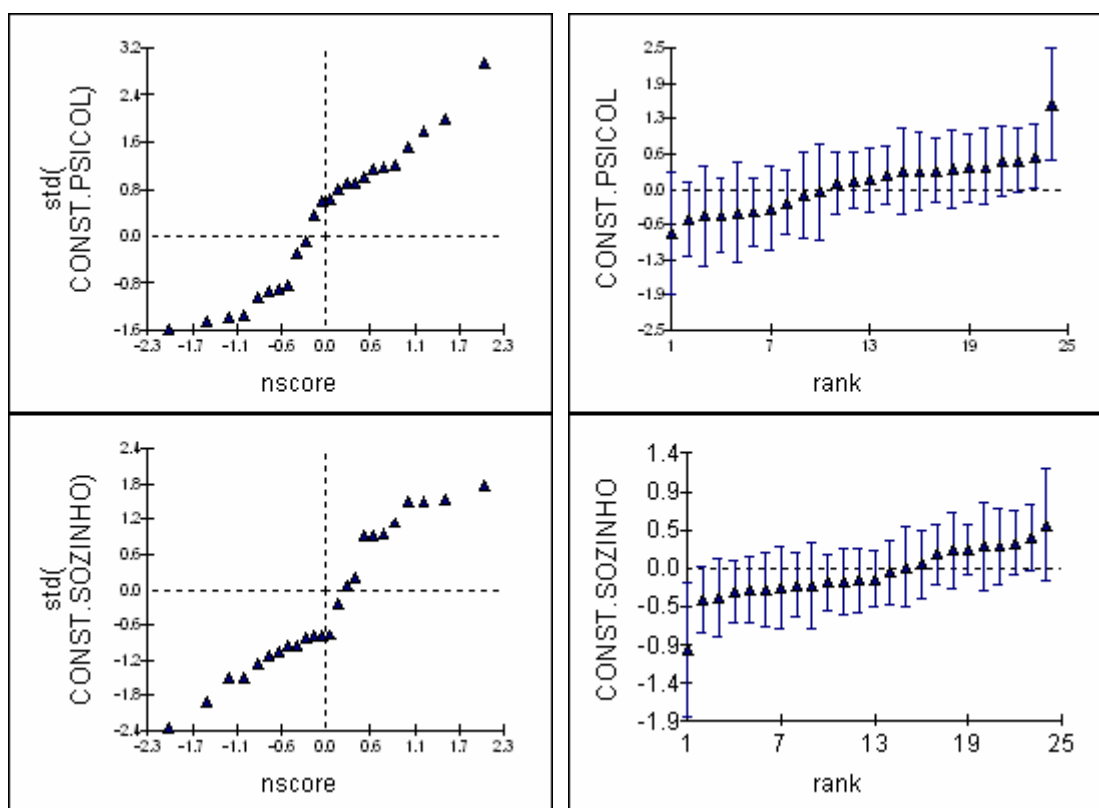


Figura 89: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo *caterpillar* - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

Tabela 36: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da *Deviance* (MCMC/DIC)
Bayesian Deviance Information Criterion (DIC)

Dbar	D(thetabar)	pD	DIC	
4050.73	4022.66	28.08	4078.81	Modelo com efeitos aleatórios
3833.55	3770.06	63.49	3897.04	Modelo com as variáveis
Diferença de Parâmetros		35.41		
Dif. ^a do Diagnóstico - DIC			181.77	

Diminuiu bastante a *deviance* ($4022.66 - 3770.06 = 252.60$), pelo que o valor do DIC será bom.

Tabela 37: Matriz de Correlações para o nível 3

	CONST.PSICOL	CONST.SOZINHO
CONST.PSICOL	1.000	
CONST.SOZINHO	-0.898	1.000

O coeficiente de correlação baixou ligeiramente.

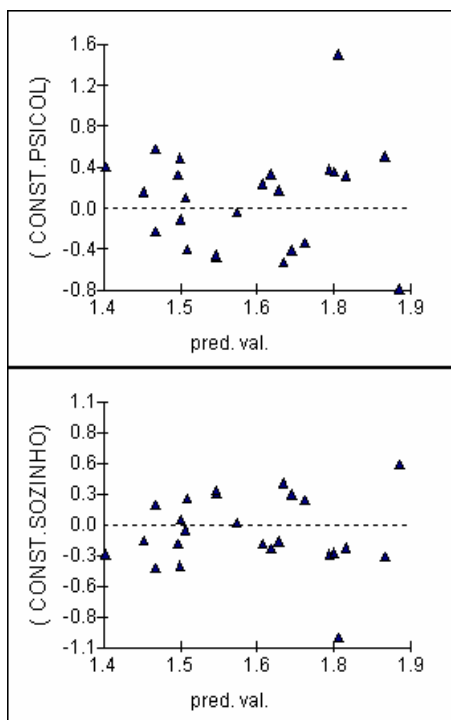


Figura 90: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados

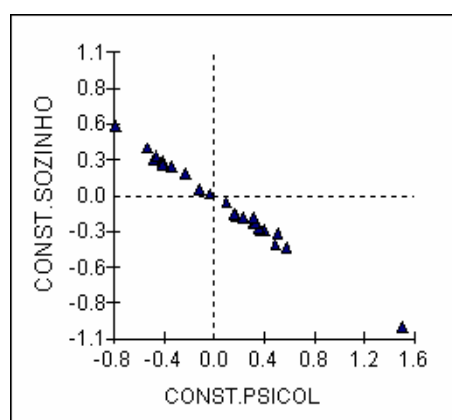


Figura 91.1: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

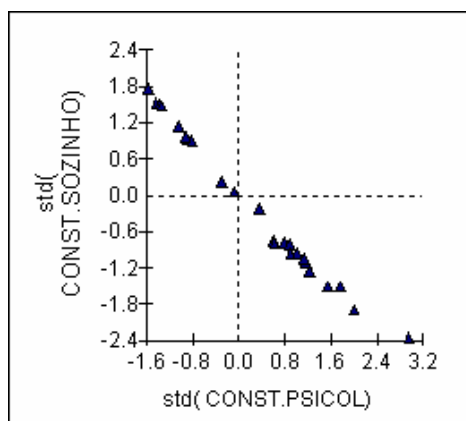


Figura 91.2: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

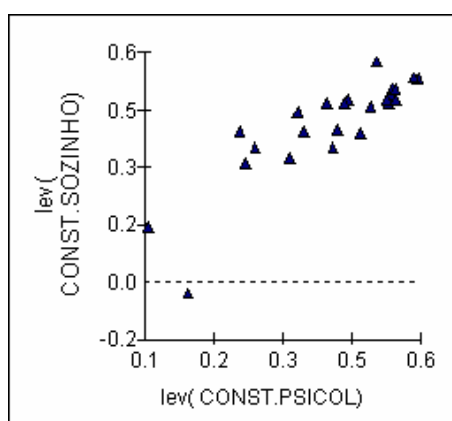


Figura 91.3: Gráficos dos valores *leverage* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

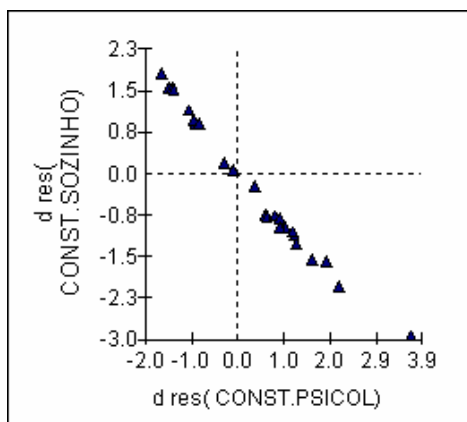


Figura 91.4: Gráficos dos resíduos *deletion* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

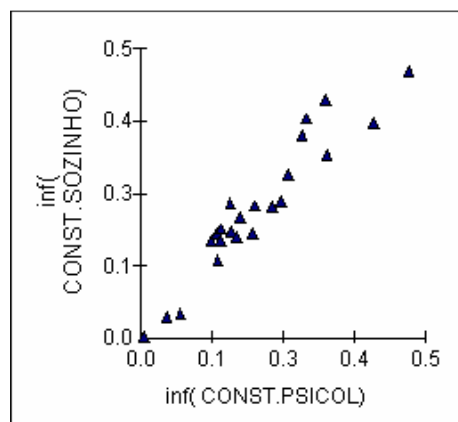


Figura 91.5: Gráficos dos valores da *influence* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

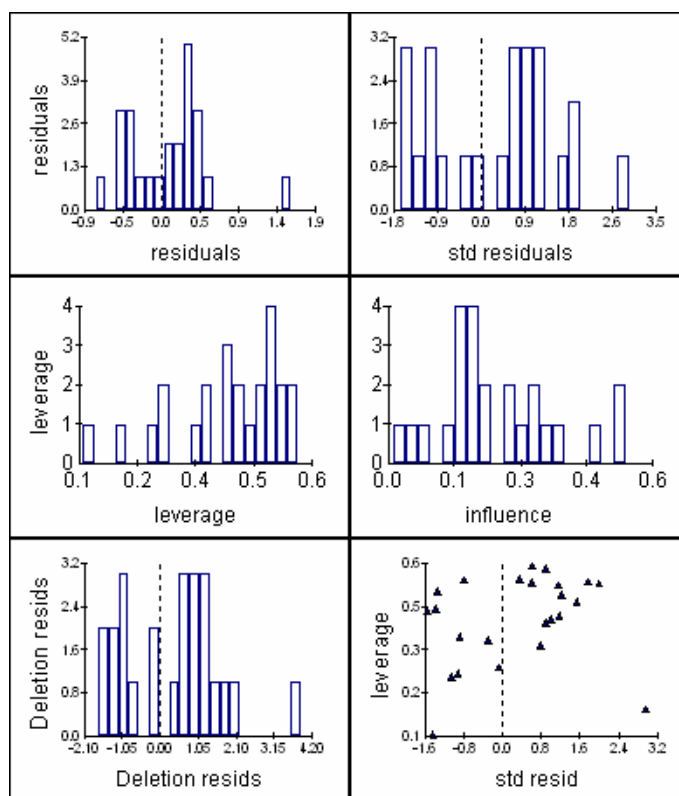


Figura 92: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria PSICOL) (*Output* do MLwiN 2.02)

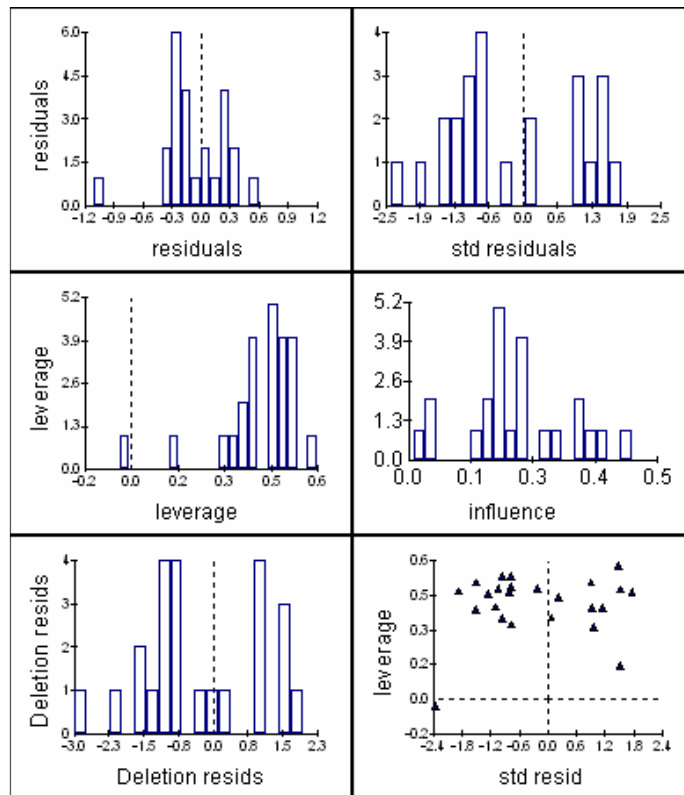


Figura 93: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria SOZINHO) (*Output* do MLwiN 2.02)

A seguir apresenta-se uma série de figuras que são as janelas das trajetórias do processo de iteração para estimar os diversos parâmetros envolvidos na equação do modelo de regressão logística obtido. Os sucessivos parâmetros, estão indicados na equação da figura 88.2 através de um índice numérico, assim como, os parâmetros de variância.

Como se pode observar nas diferentes figuras, o processo requeria um maior número de iterações para que os diversos parâmetros fossem considerados muito mais “realistas” do que os valores obtidos. Contudo, a sua tendência está lá.

Além de que, um processo com um grande número de iterações exige, por consequência, a utilização de um computador mais rápido e com maior capacidade de cálculo, do que o utilizado.

Por categorias tem-se:

- Na categoria TODOS registre-se a importância para o género masculino.
- Na categoria VARIOS, não há a assinalar alterações de registo.

- Na categoria PSICOL, a variável que caracteriza os alunos que fazem os TPC deixa de ter contributo em presença das outras variáveis.
 - Na categoria SOZINHO, desaparece quase completamente a influência das variáveis relativas ao empenho e à tradição familiar.
- Estas duas últimas categorias continuam a apresentarem uma relação muito próxima, daí o valor do coeficiente de correlação.

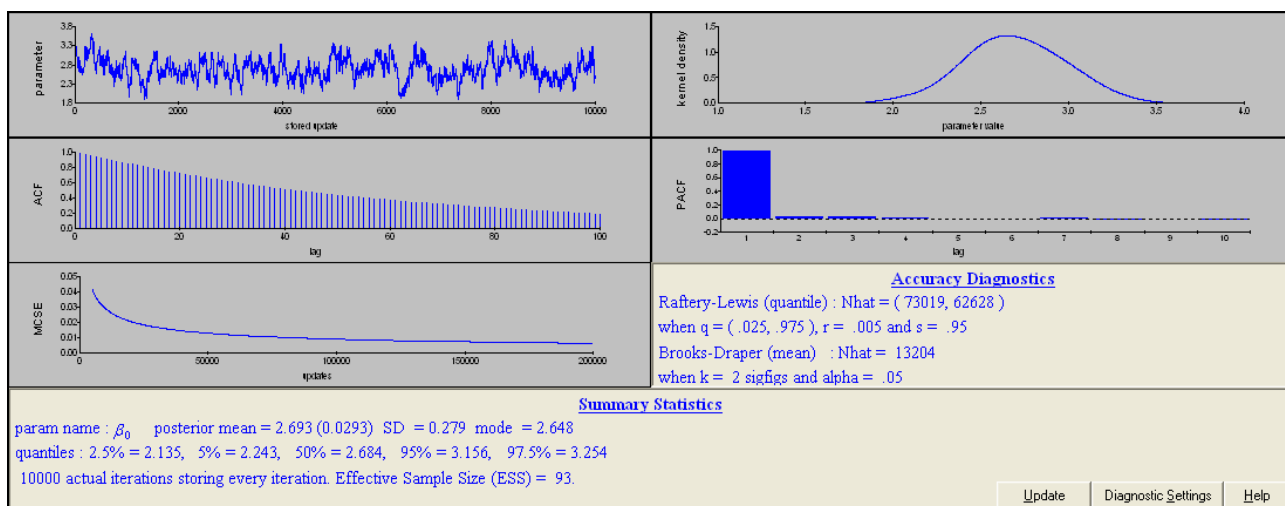


Figura 94.1: Janela das trajetórias para o parâmetro β_0 (Output do MLwiN 2.02)

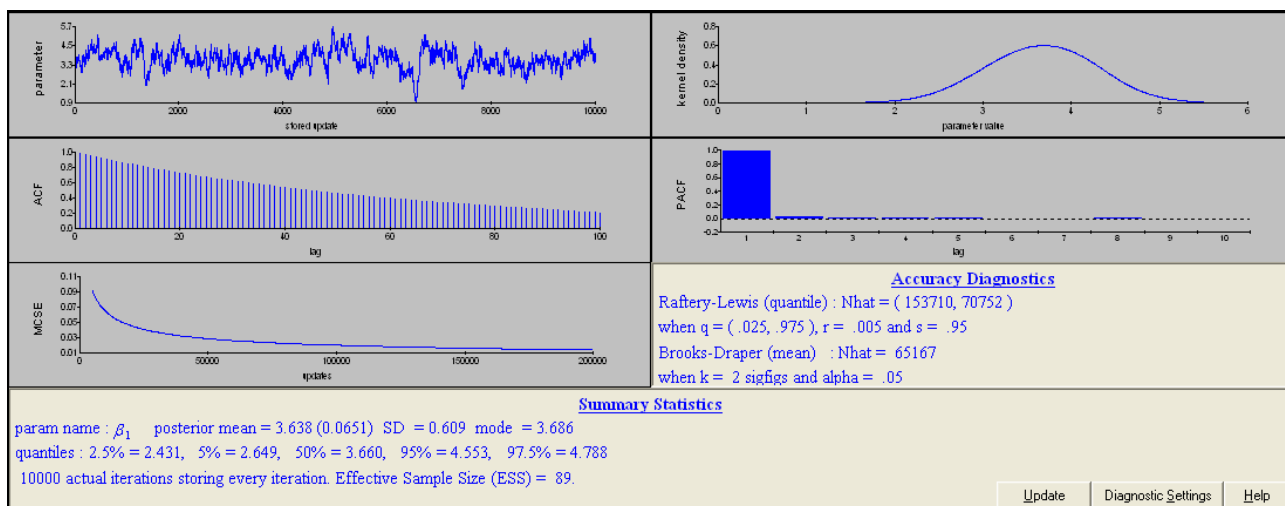


Figura 94.2: Janela das trajetórias para o parâmetro β_1 (Output do MLwiN 2.02)

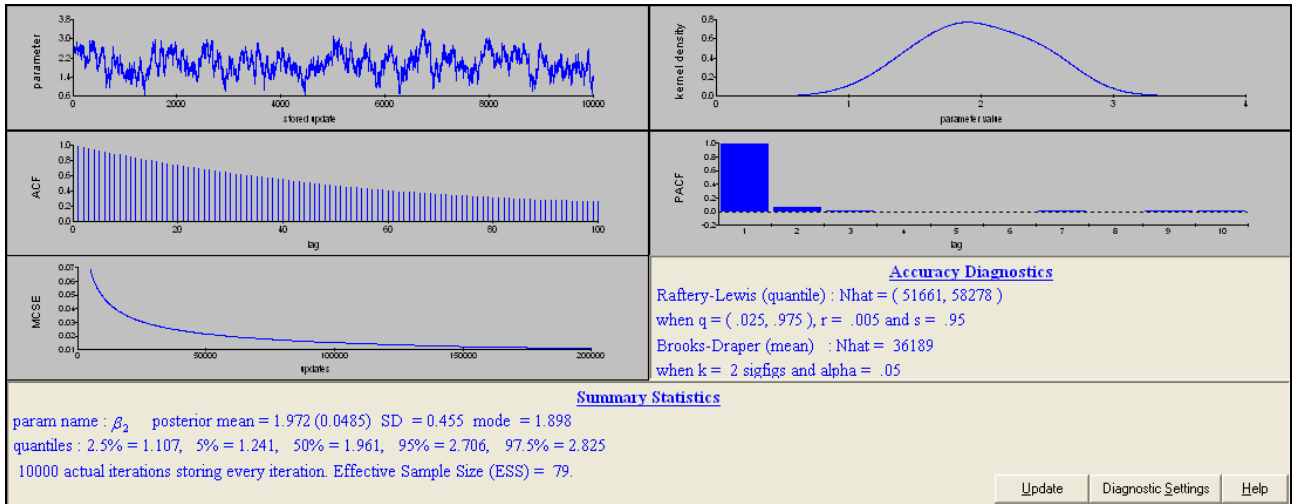


Figura 94.3: Janela das trajetórias para o parâmetro β_2 (Output do MLwiN 2.02)

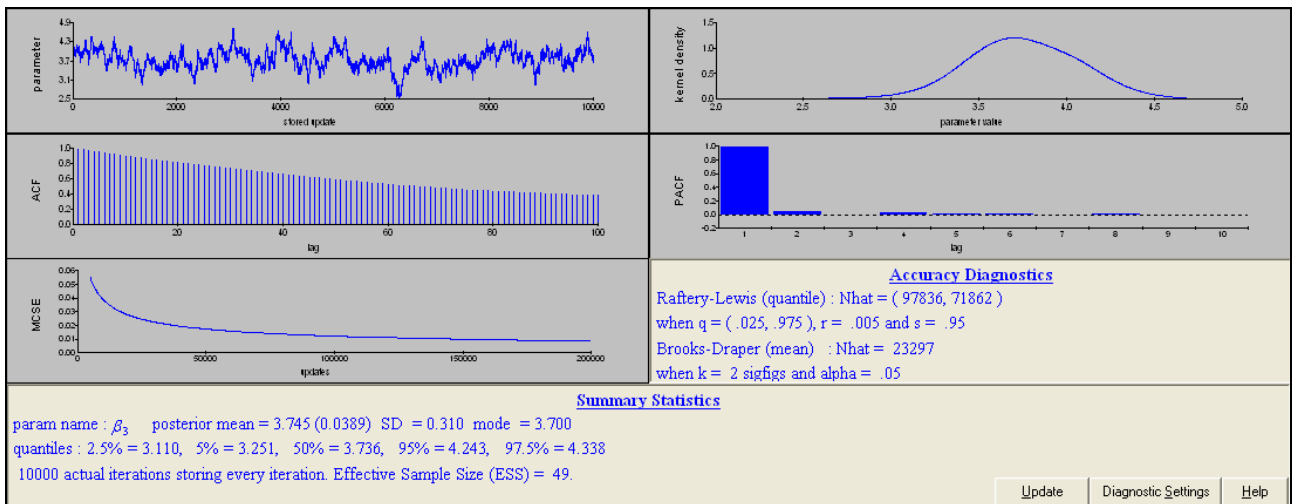


Figura 94.4: Janela das trajetórias para o parâmetro β_3 (Output do MLwiN 2.02)

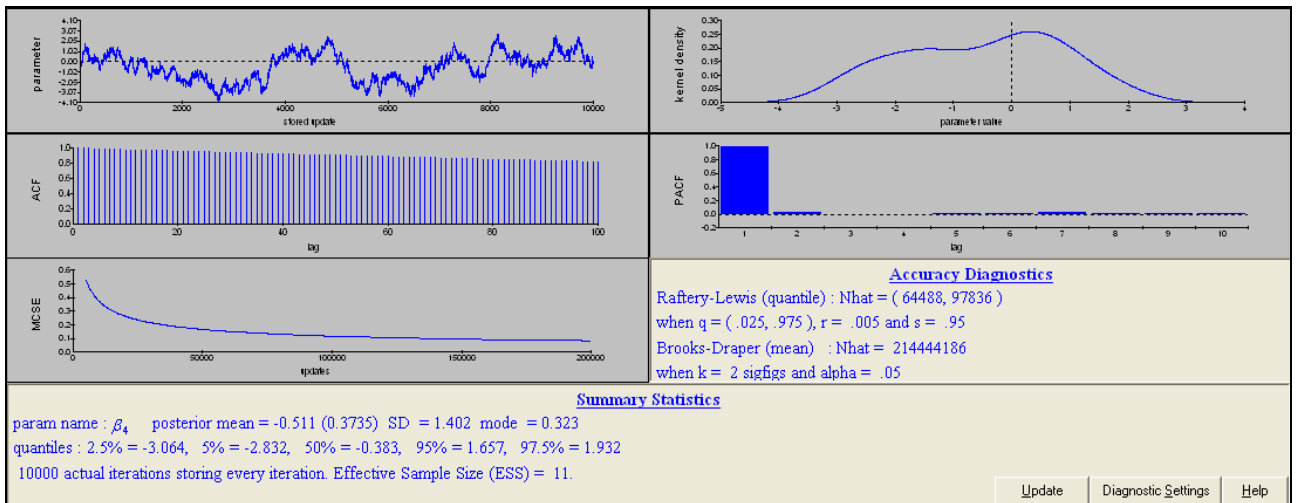


Figura 94.5: Janela das trajetórias para o parâmetro β_4 (Output do MLwiN 2.02)

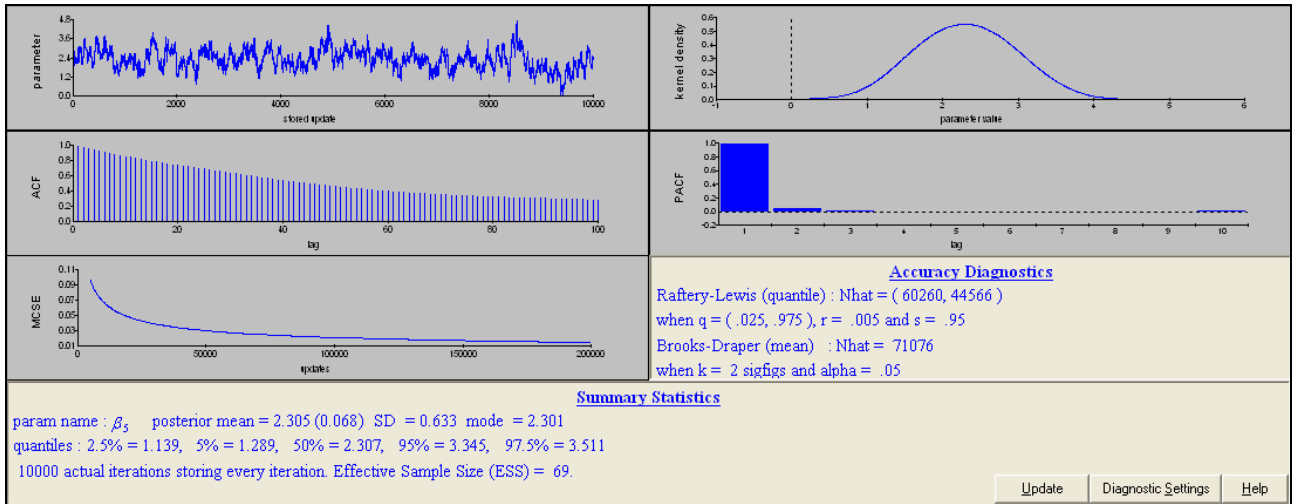


Figura 94.6: Janela das trajetórias para o parâmetro β_5 (Output do MLwiN 2.02)

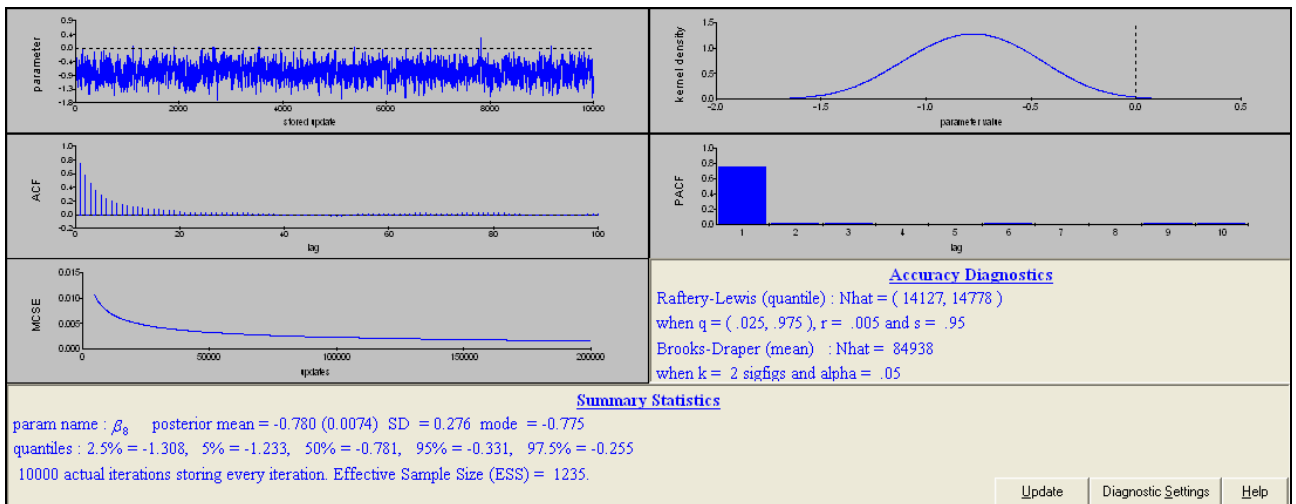


Figura 94.7: Janela das trajetórias para o parâmetro β_8 (Output do MLwiN 2.02)

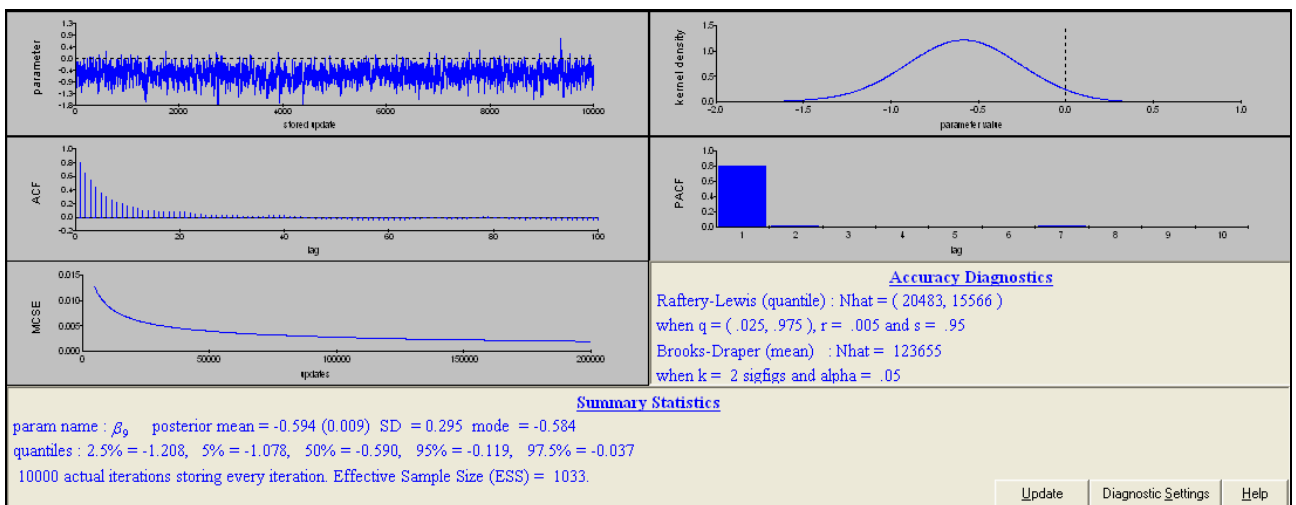


Figura 94.8: Janela das trajetórias para o parâmetro β_9 (Output do MLwiN 2.02)

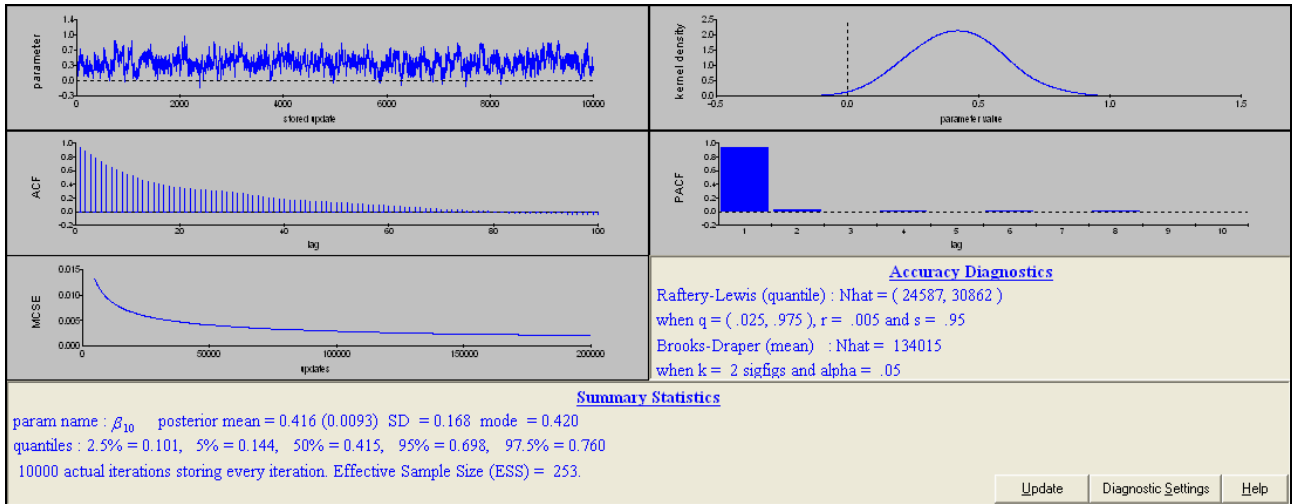


Figura 94.9: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{10} (Output do MLwiN 2.02)

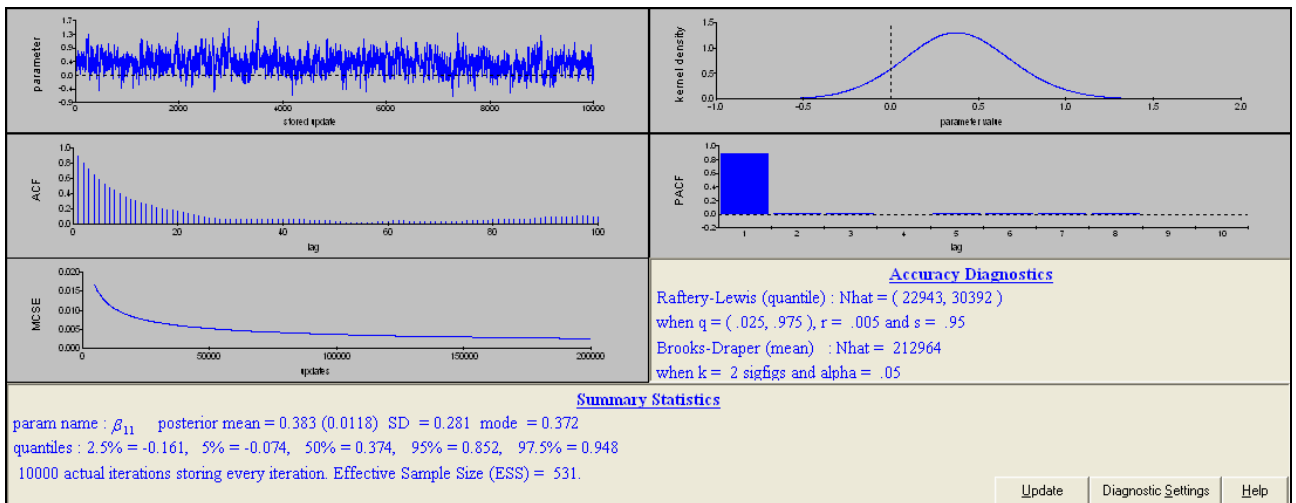


Figura 94.10: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{11} (Output do MLwiN 2.02)

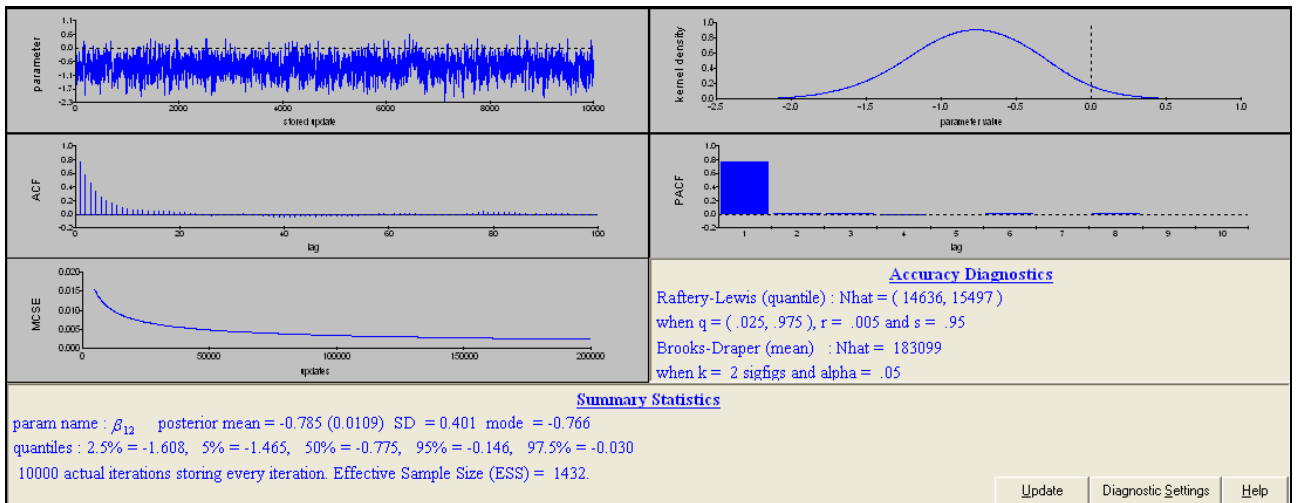


Figura 94.11: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{12} (Output do MLwiN 2.02)

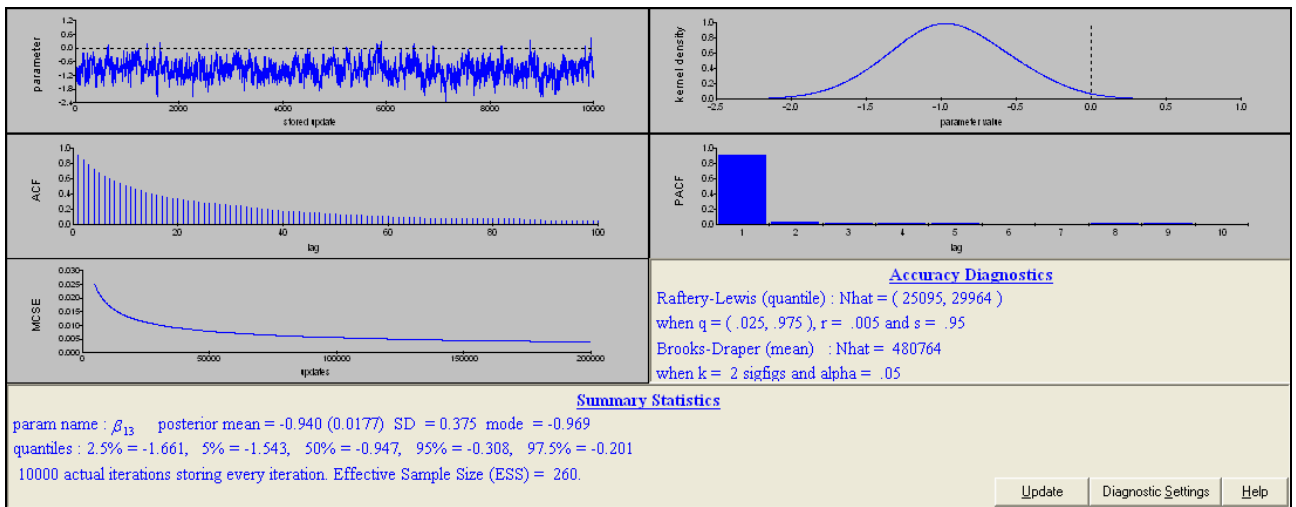


Figura 94.12: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{13} (Output do MLwiN 2.02)

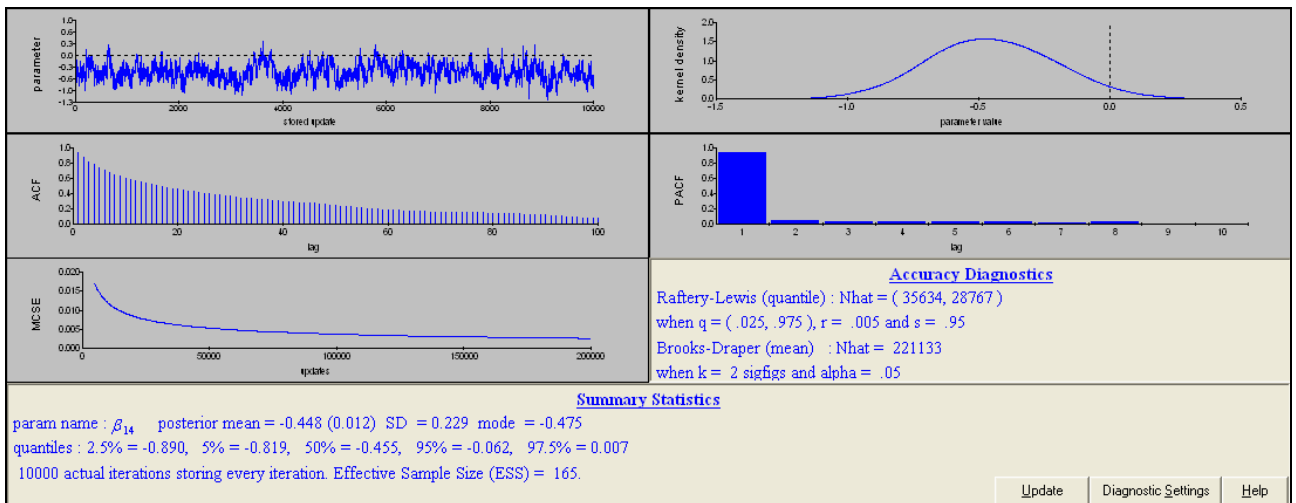


Figura 94.13: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{14} (Output do MLwiN 2.02)

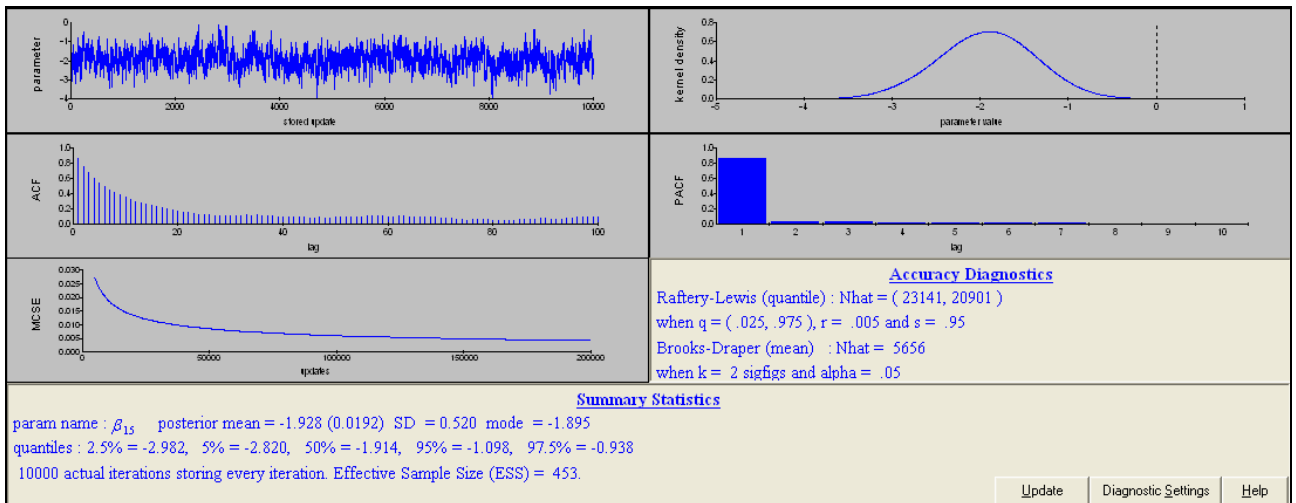


Figura 94.14: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{15} (Output do MLwiN 2.02)

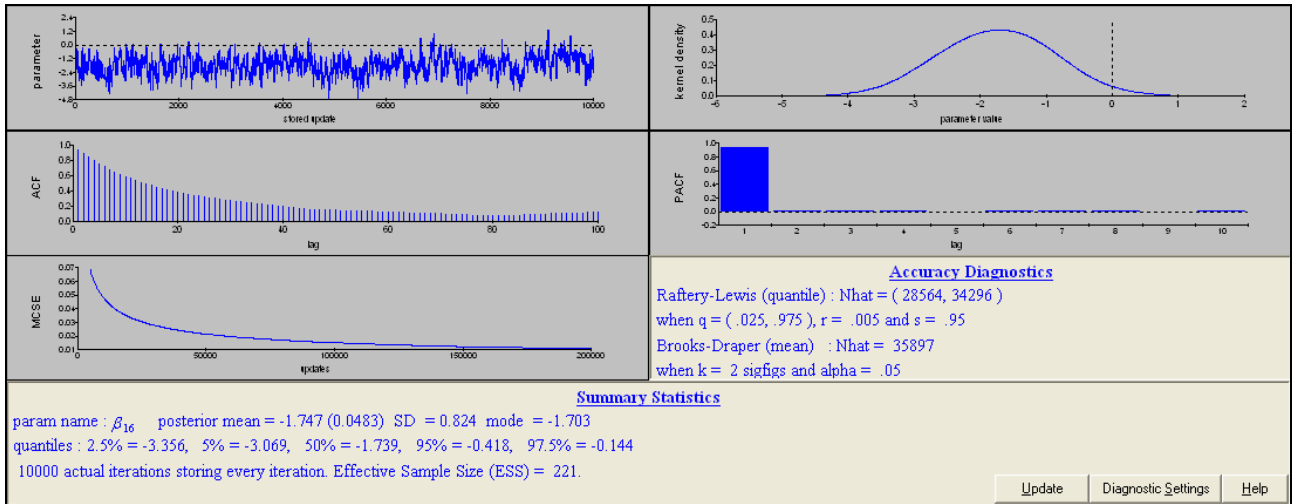


Figura 94.15: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{16} (Output do MLwiN 2.02)

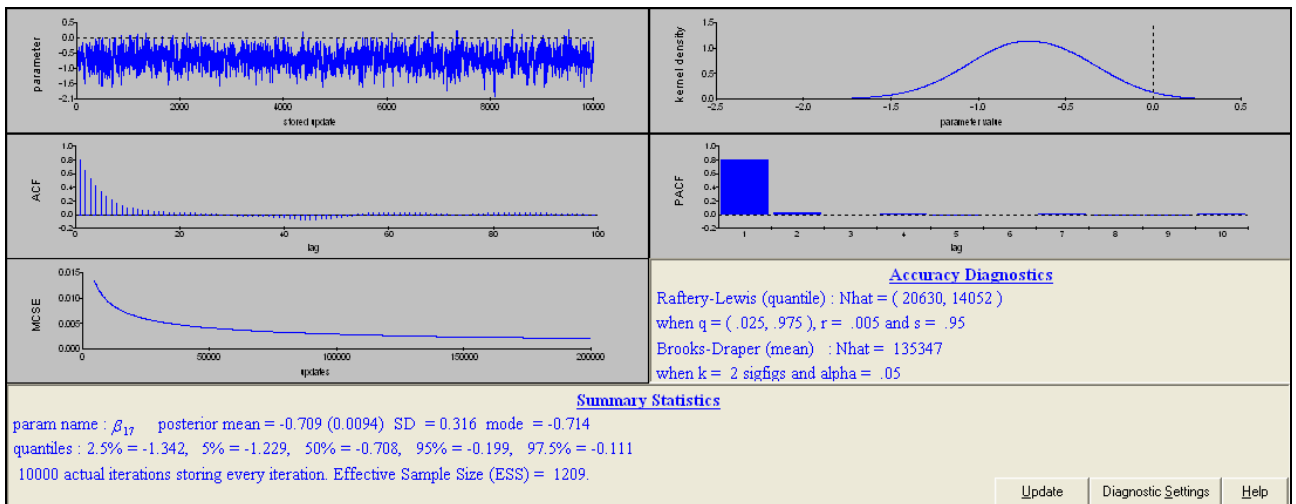


Figura 94.16: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{17} (Output do MLwiN 2.02)

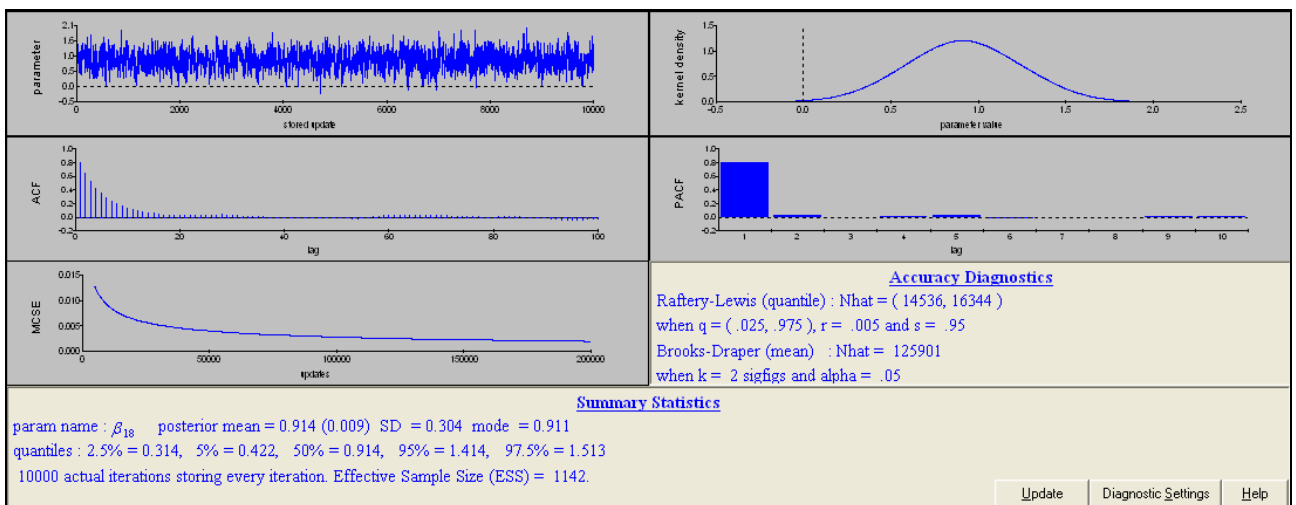


Figura 94.17: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{18} (Output do MLwiN 2.02)

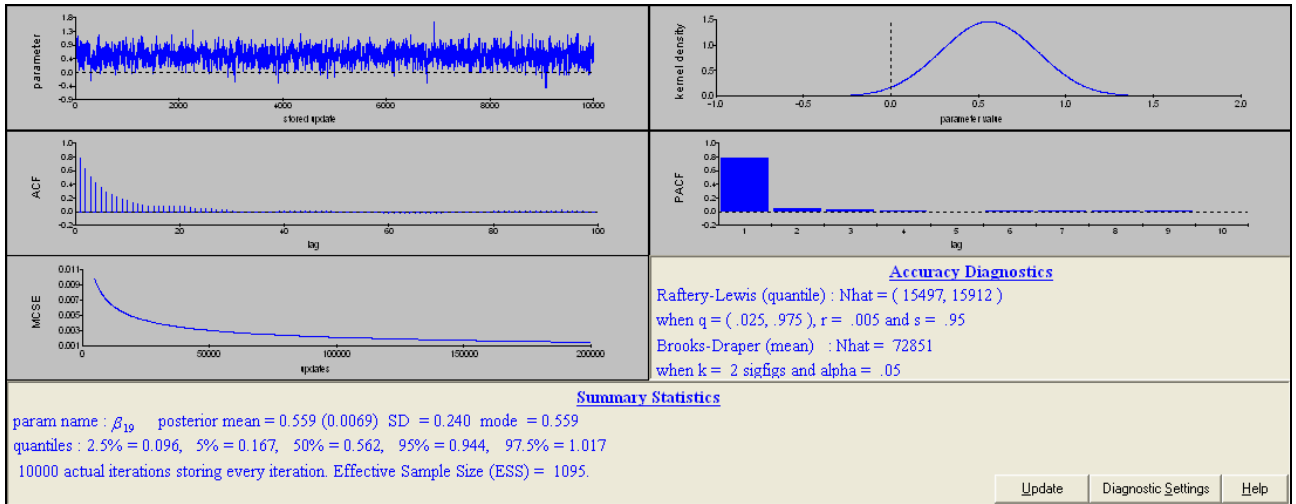


Figura 94.18: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{19} (*Output* do MLwiN 2.02)

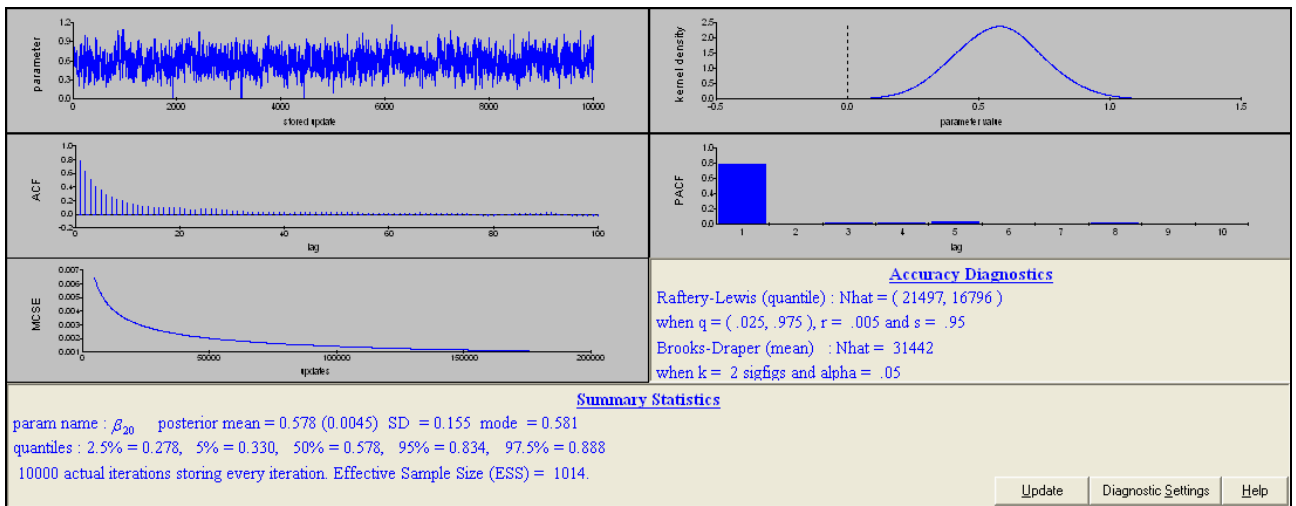


Figura 94.19: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{20} (*Output* do MLwiN 2.02)

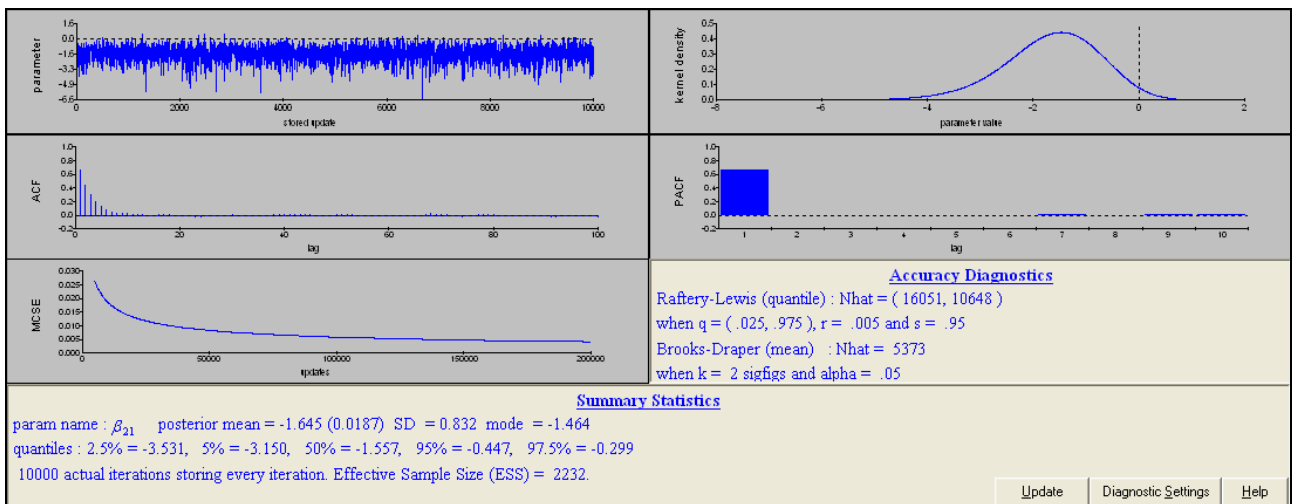


Figura 94.20: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{21} (*Output* do MLwiN 2.02)

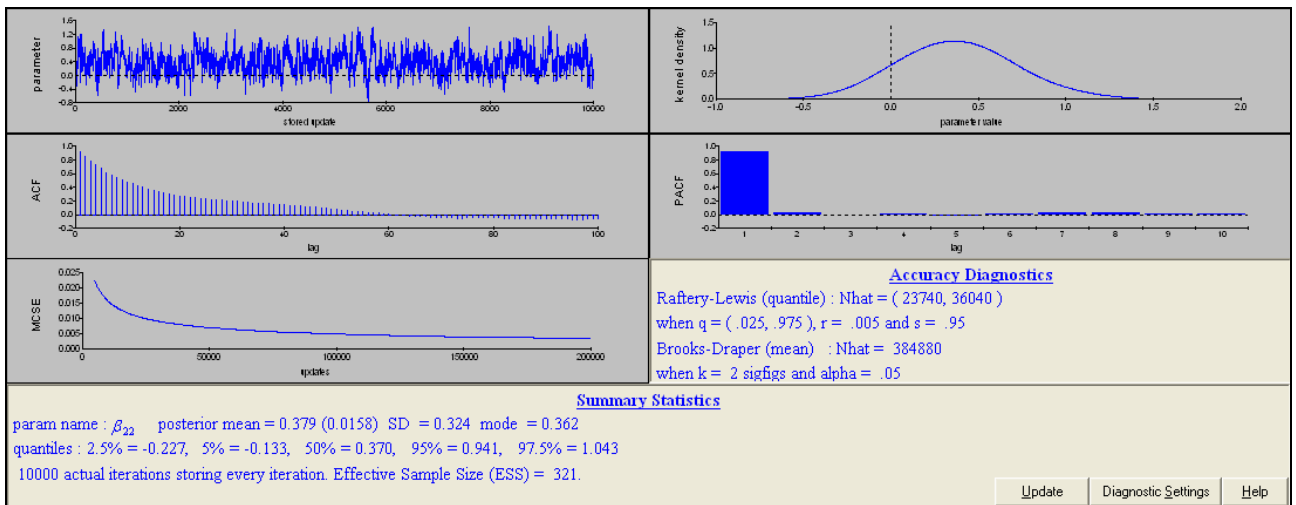


Figura 94.21: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{22} (Output do MLwiN 2.02)

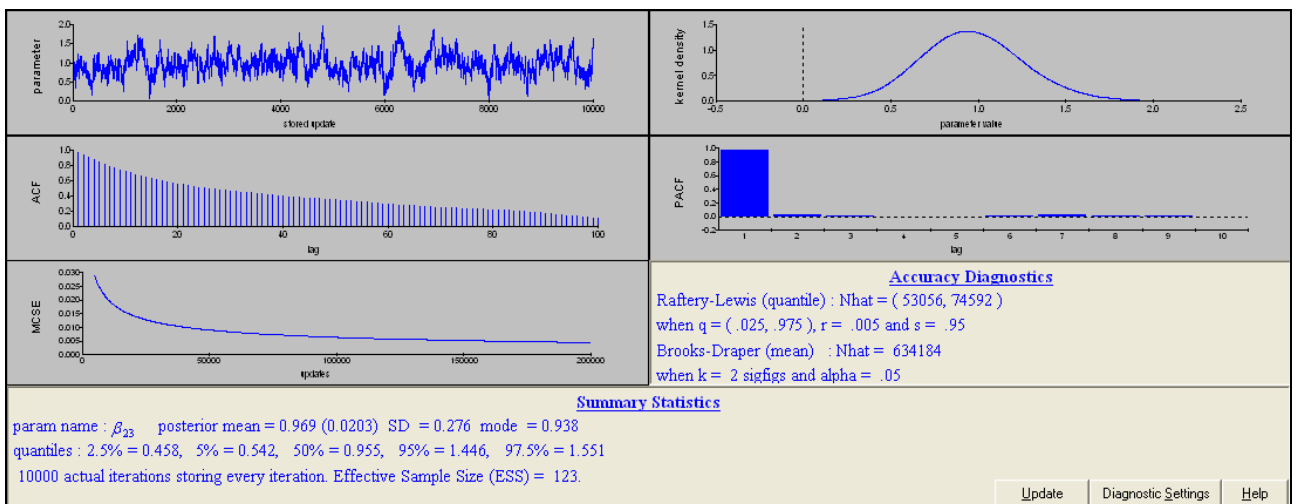


Figura 94.22: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{23} (Output do MLwiN 2.02)

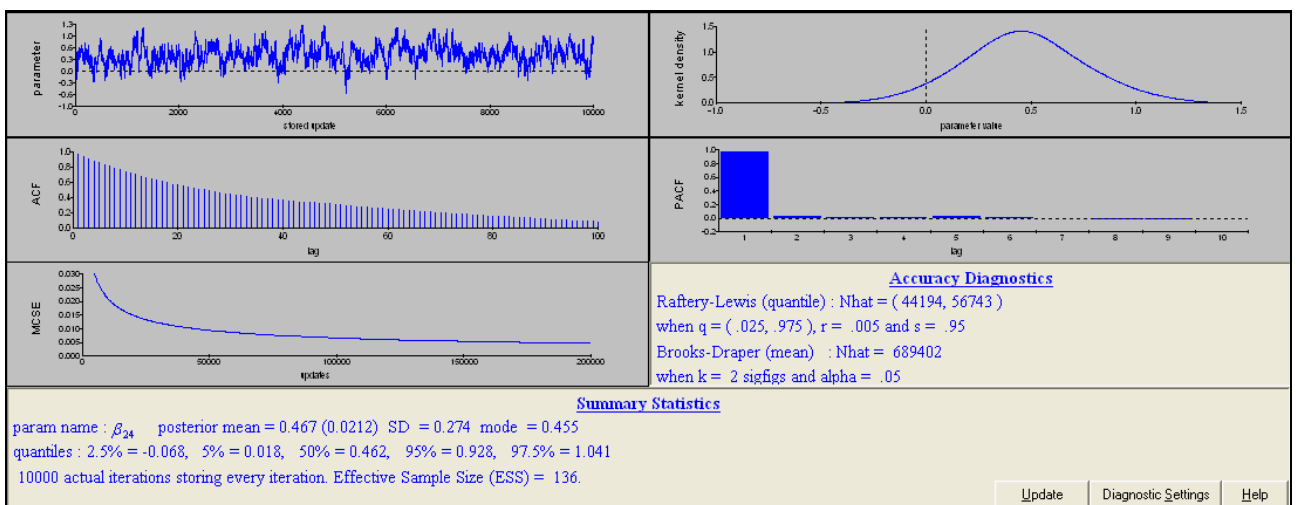


Figura 94.23: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{24} (Output do MLwiN 2.02)

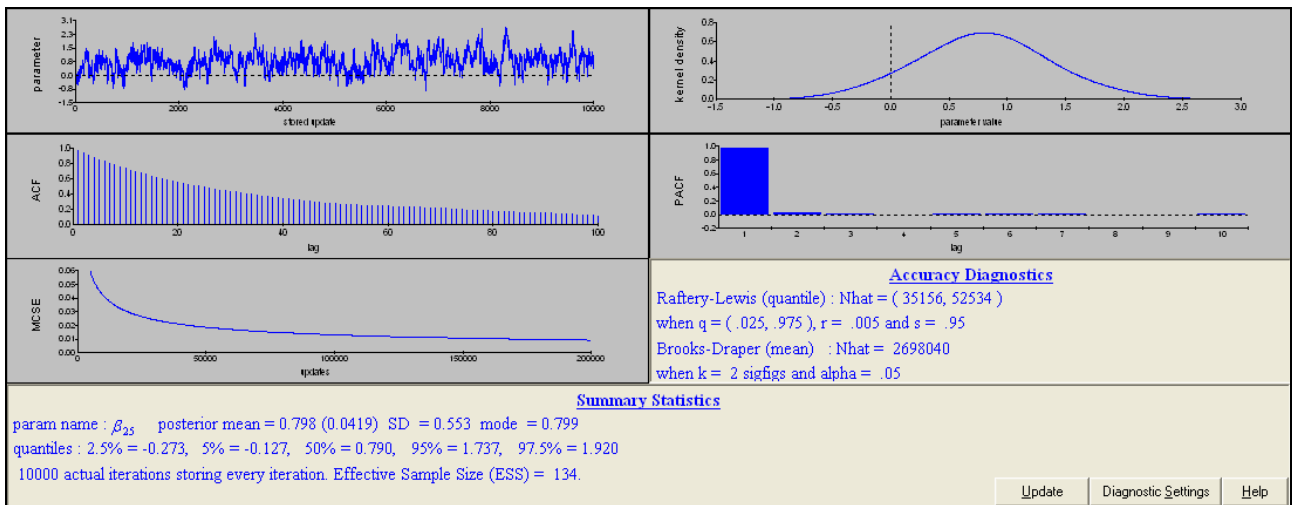


Figura 94.24: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{25} (Output do MLwiN 2.02)

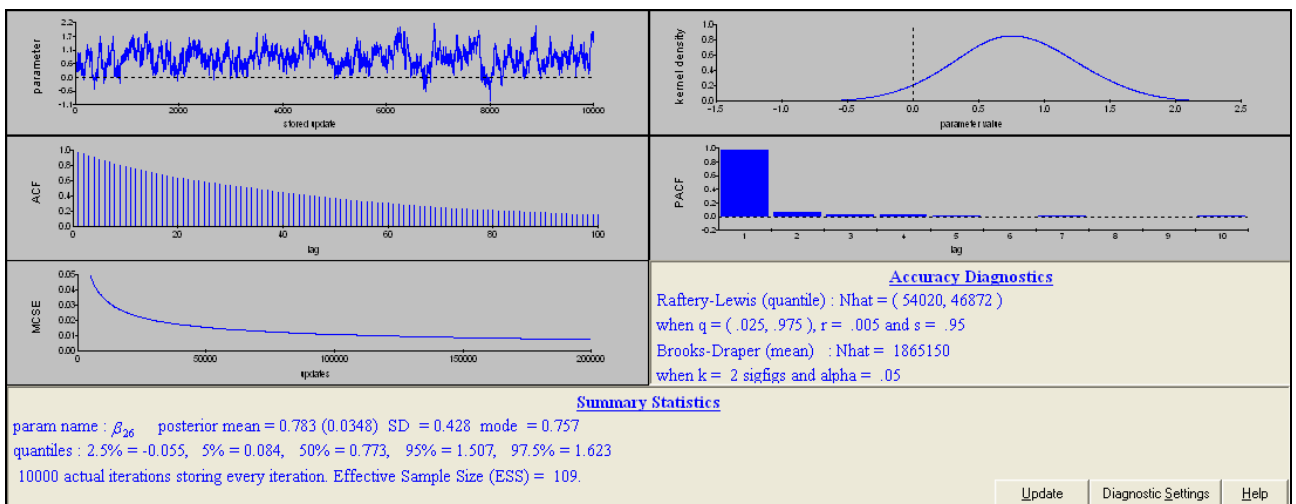


Figura 94.25: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{26} (Output do MLwiN 2.02)

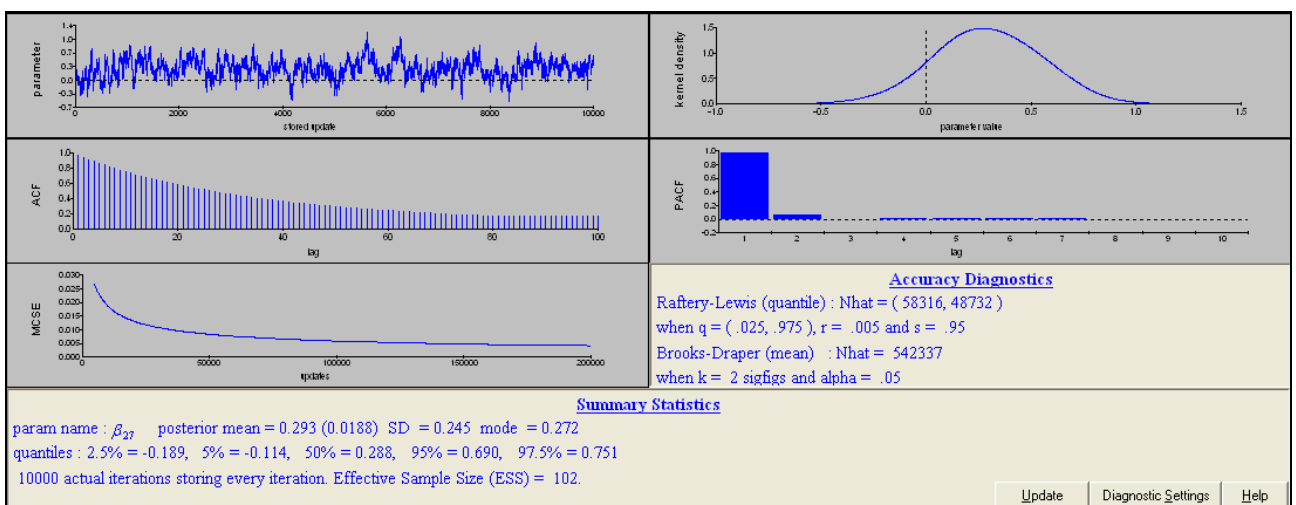


Figura 94.26: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{27} (Output do MLwiN 2.02)

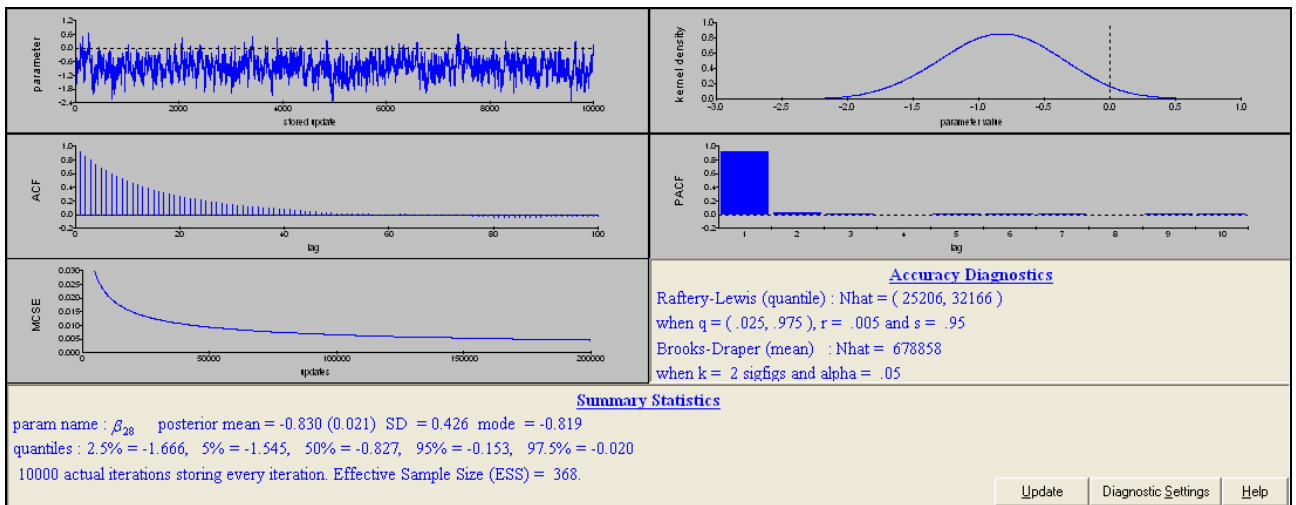


Figura 94.27: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{28} (Output do MLwiN 2.02)

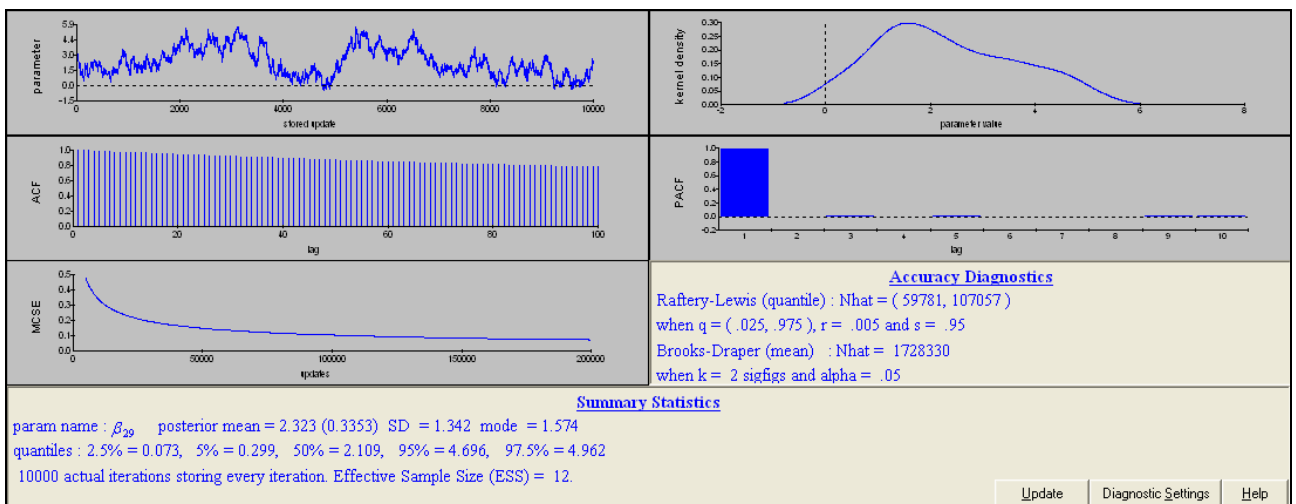


Figura 94.28: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{29} (Output do MLwiN 2.02)

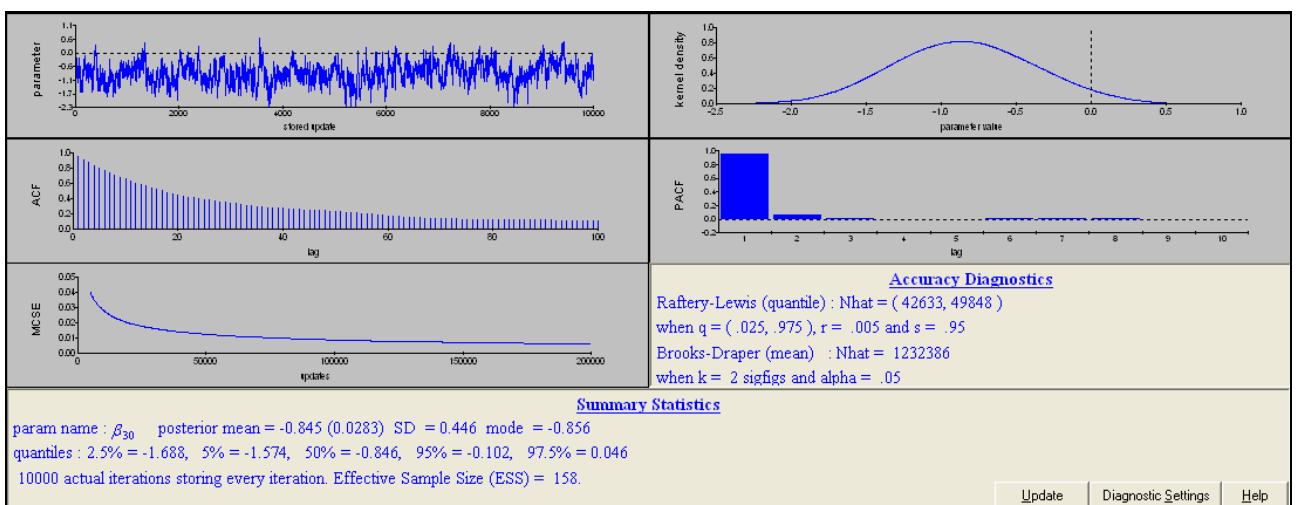


Figura 94.29: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{30} (Output do MLwiN 2.02)

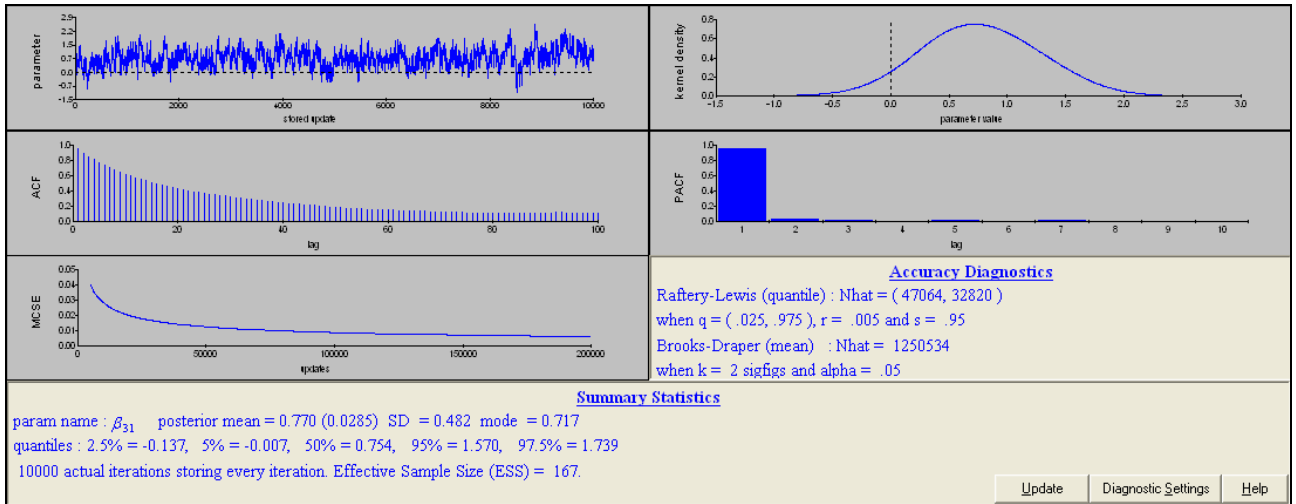


Figura 94.30: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{31} (Output do MLwiN 2.02)

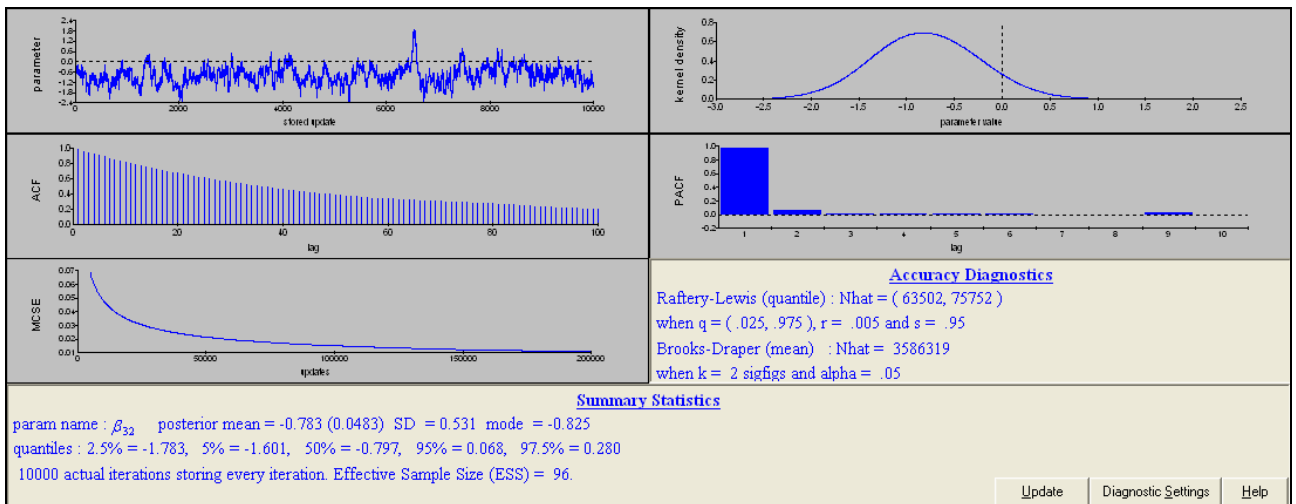


Figura 94.31: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{32} (Output do MLwiN 2.02)

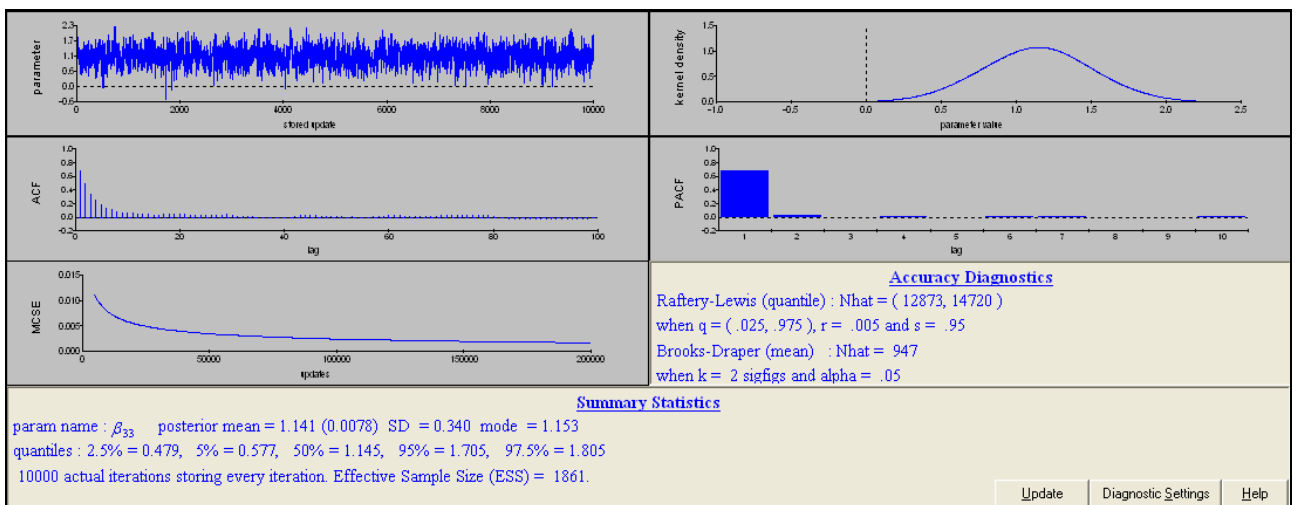


Figura 94.32: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{33} (Output do MLwiN 2.02)

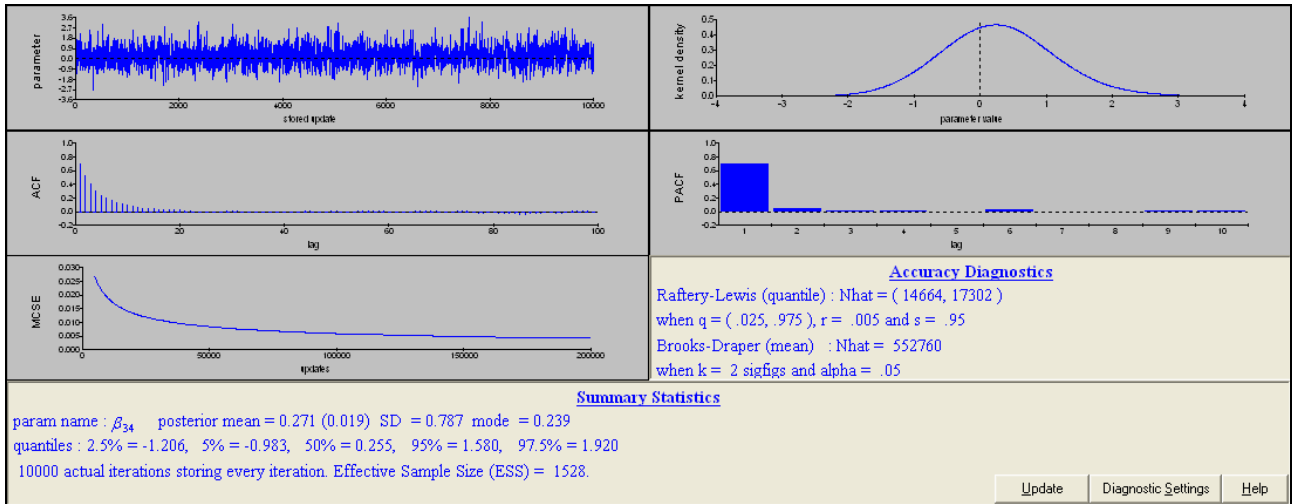


Figura 94.33: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{34} (Output do MLwiN 2.02)

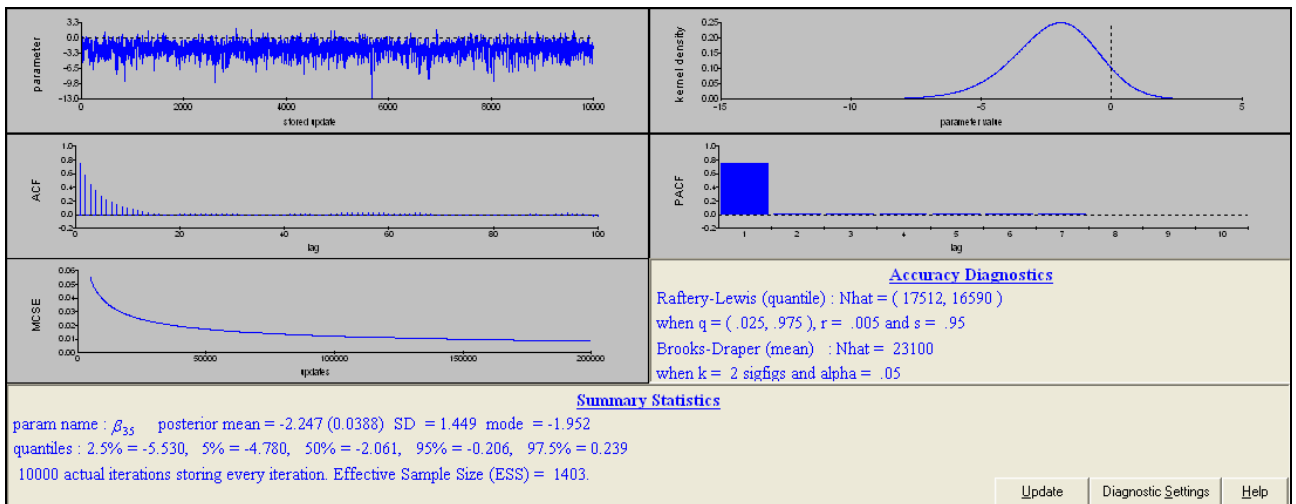


Figura 94.34: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{35} (Output do MLwiN 2.02)

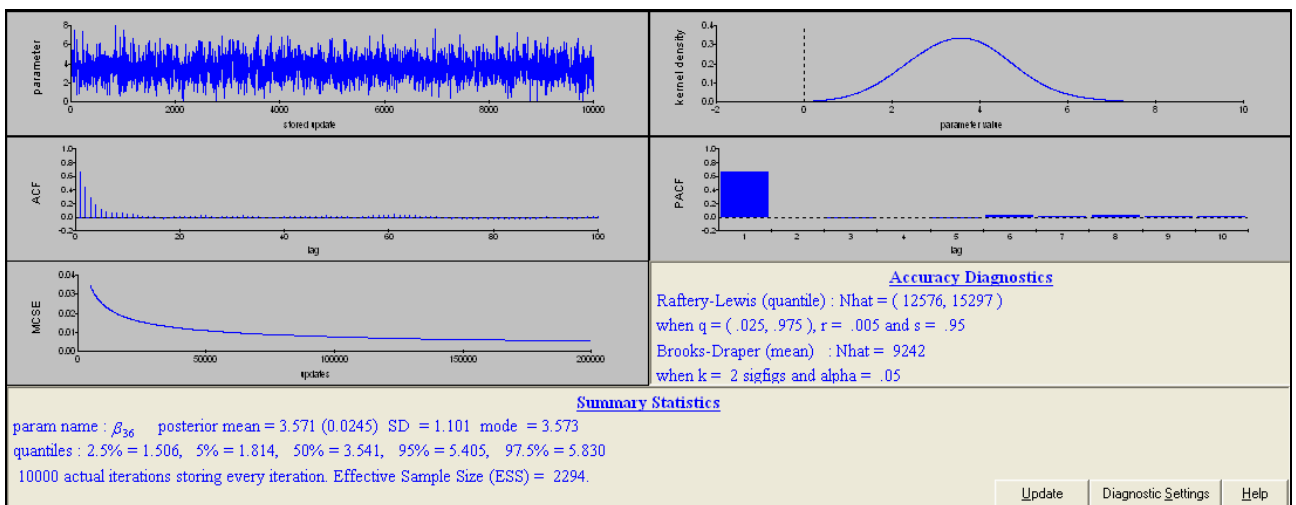


Figura 94.35: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{36} (Output do MLwiN 2.02)

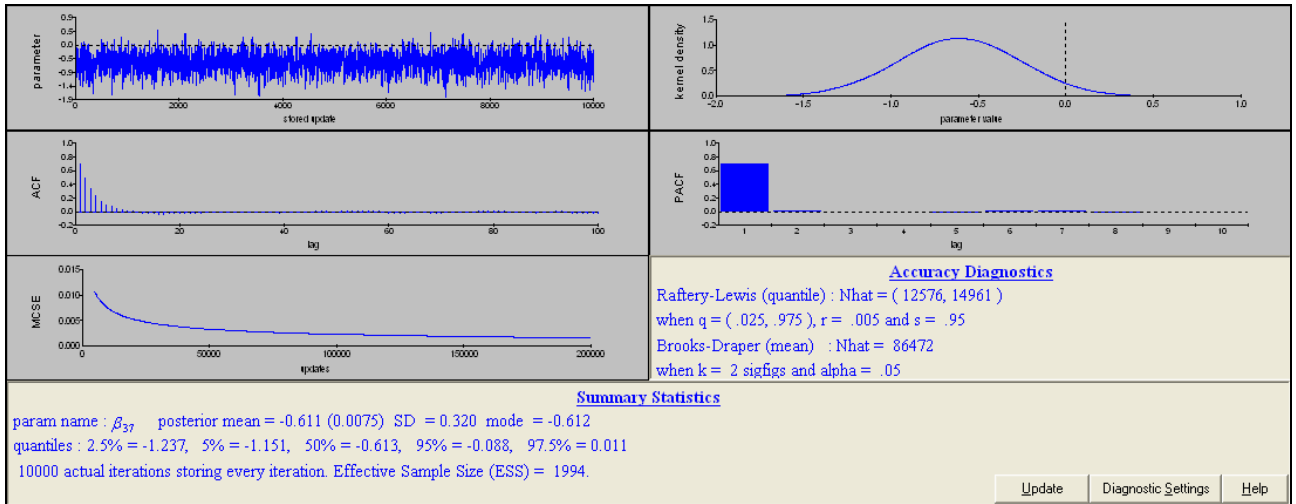


Figura 94.36: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{37} (Output do MLwiN 2.02)

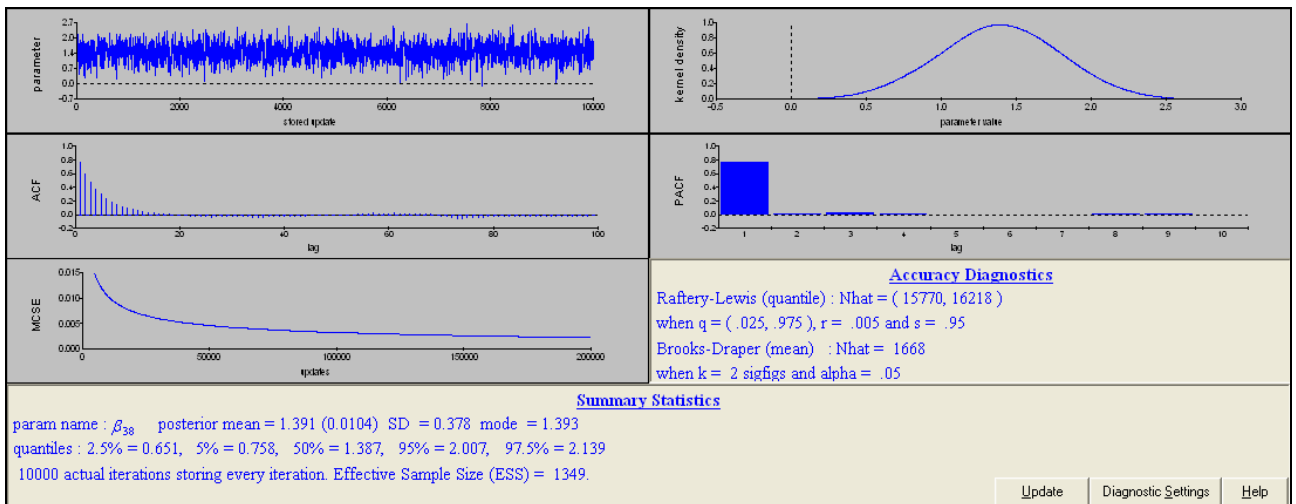


Figura 94.37: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{38} (Output do MLwiN 2.02)

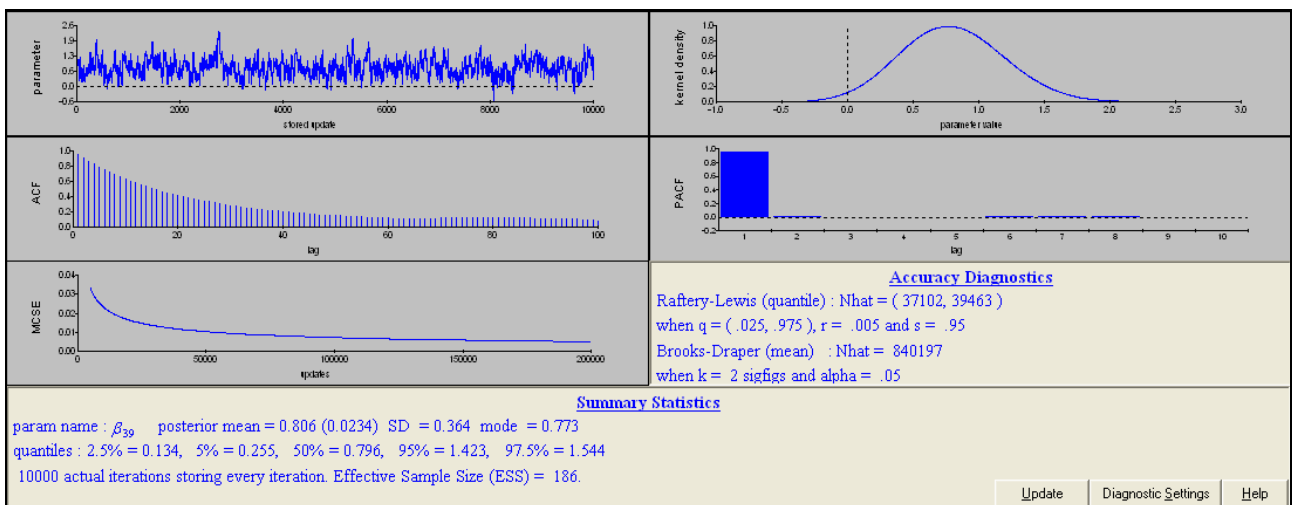


Figura 94.38: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{39} (Output do MLwiN 2.02)

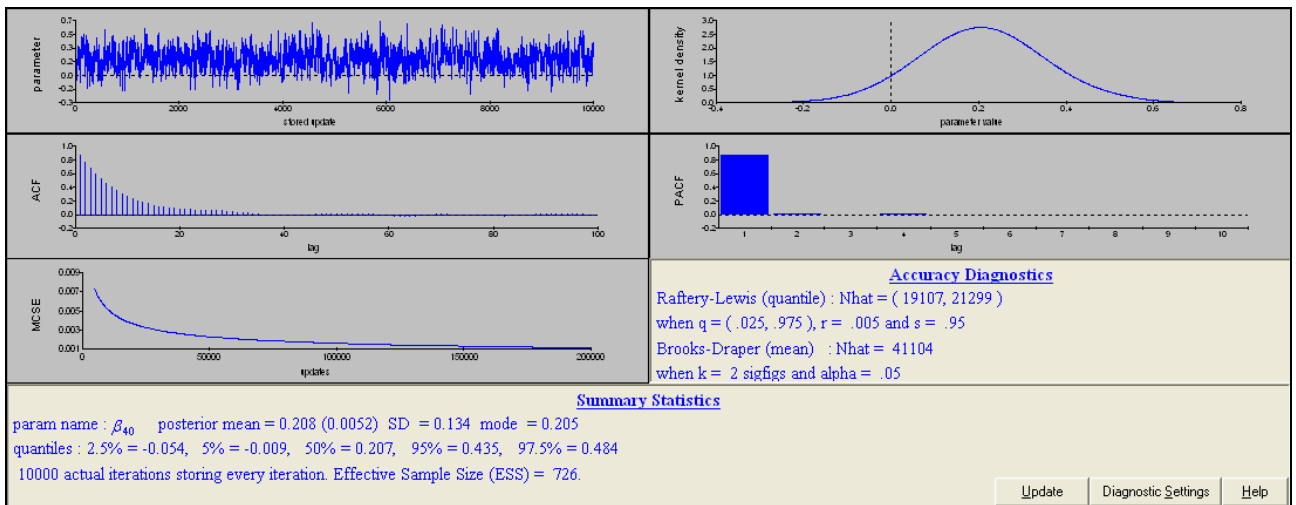


Figura 94.39: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{40} (Output do MLwiN 2.02)

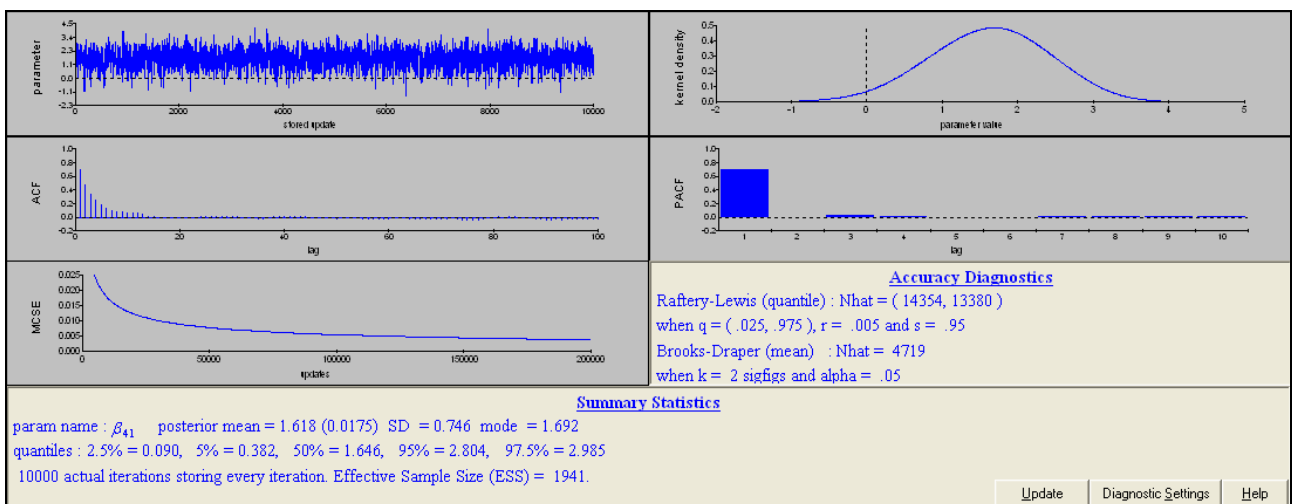


Figura 94.40: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{41} (Output do MLwiN 2.02)

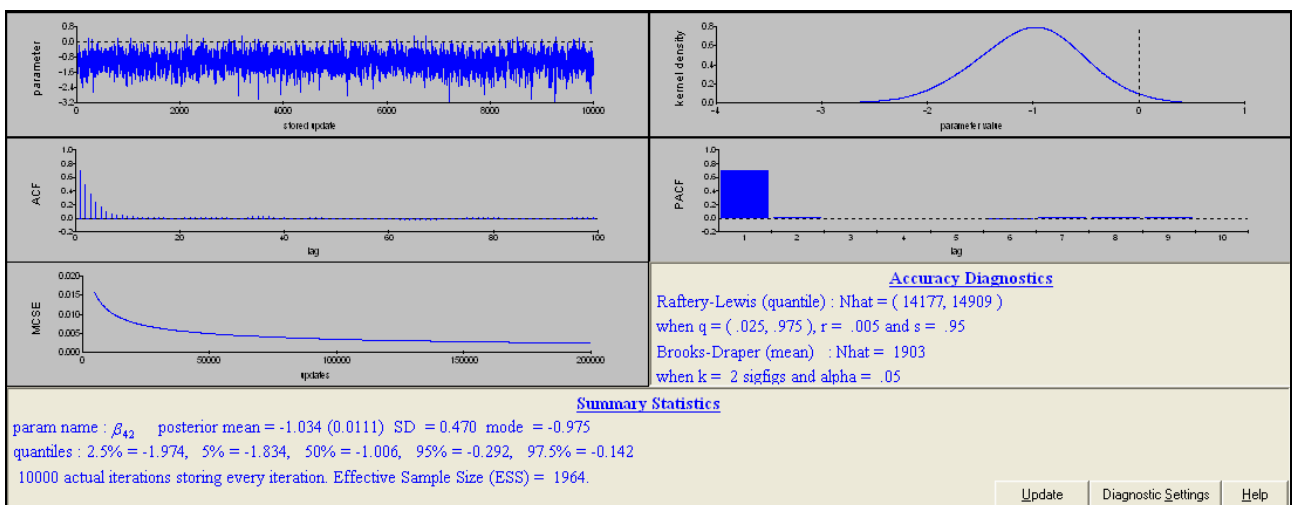


Figura 94.41: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{42} (Output do MLwiN 2.02)

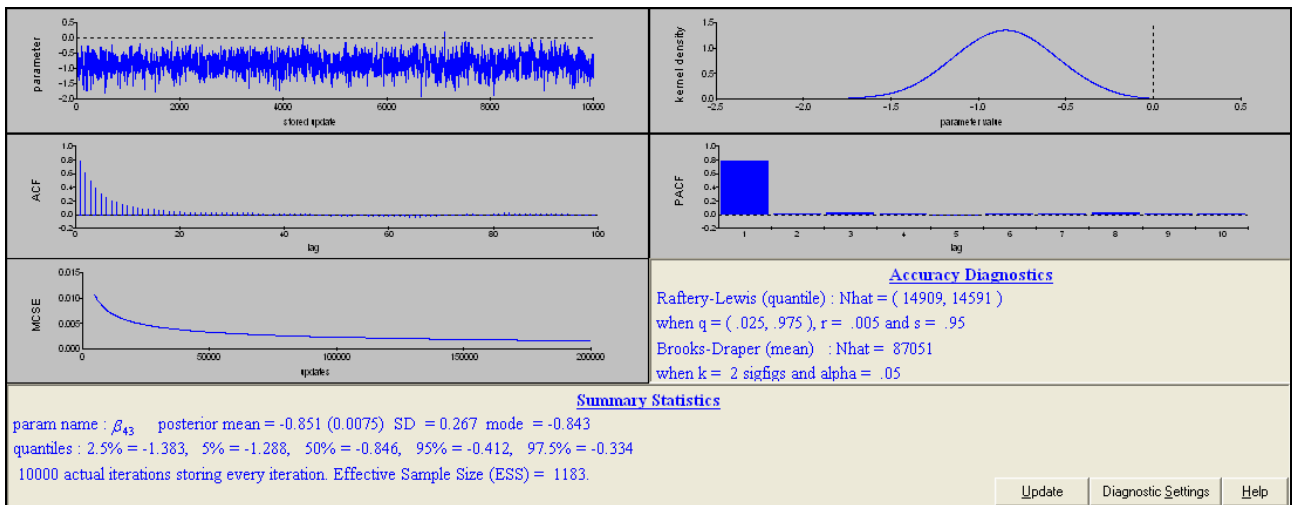


Figura 94.42: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{43} (Output do MLwiN 2.02)

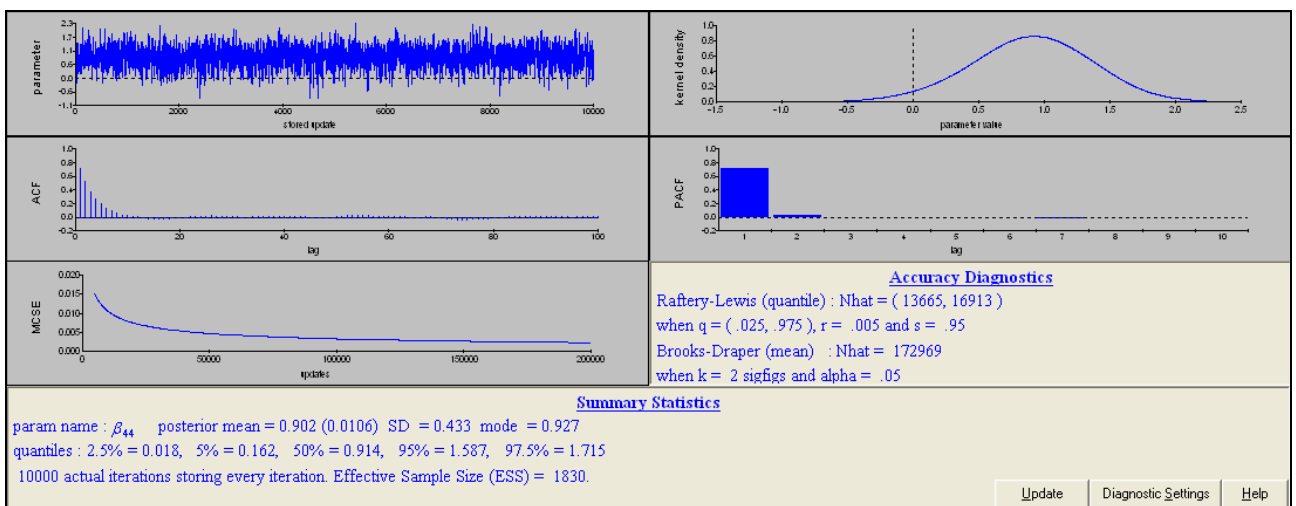


Figura 94.43: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{44} (Output do MLwiN 2.02)

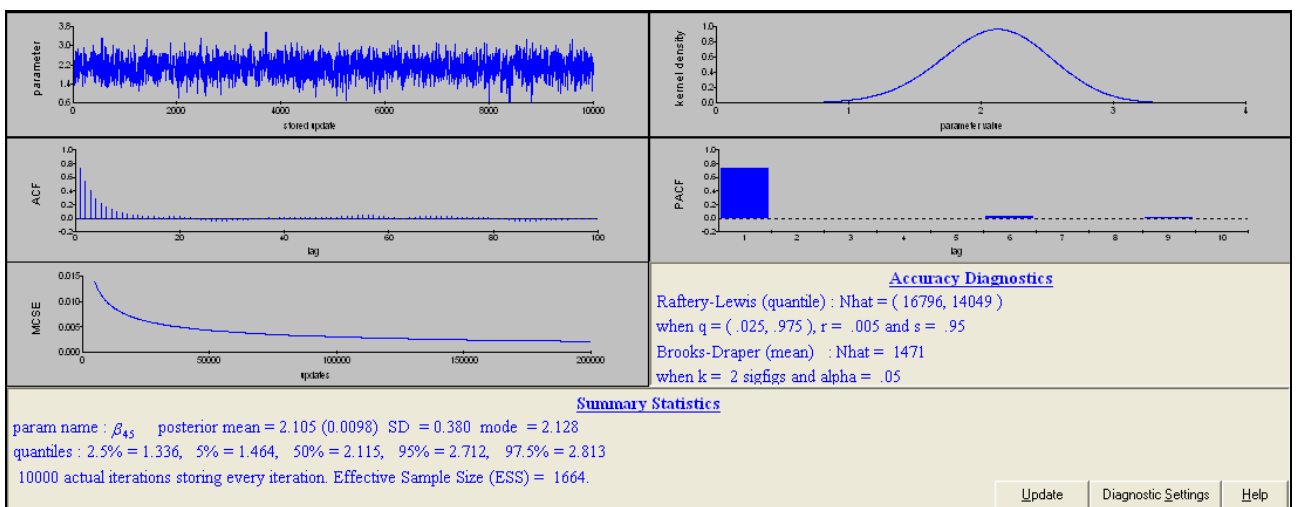


Figura 94.44: Janela das trajetórias para o parâmetro β_{45} (Output do MLwiN 2.02)

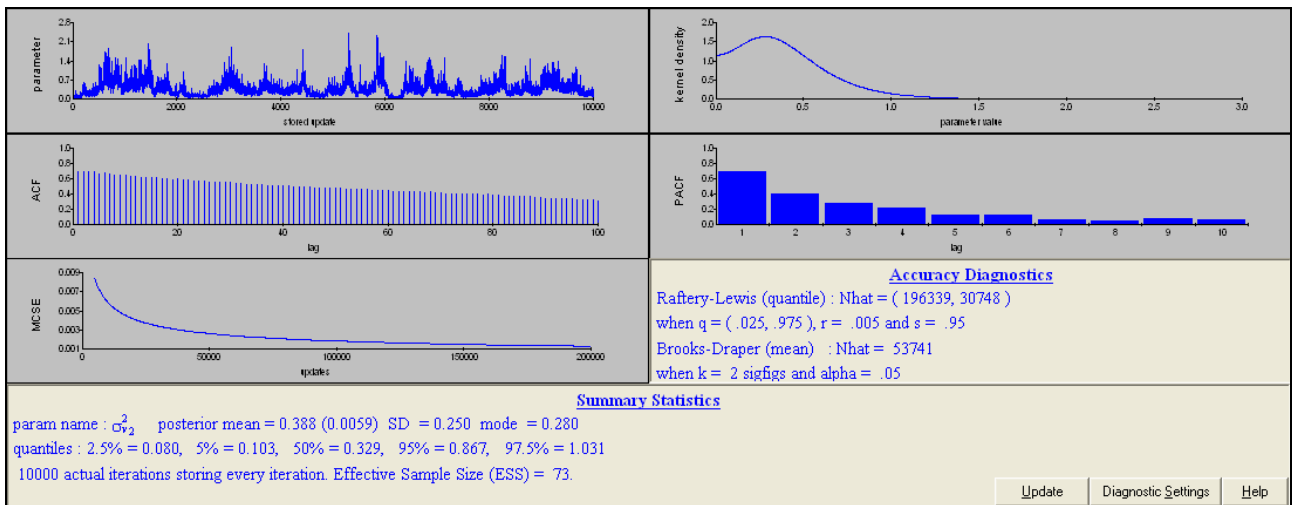


Figura 94.45: Janela das trajetórias para o parâmetro σ_{v2}^2 (Output do MLwiN 2.02)

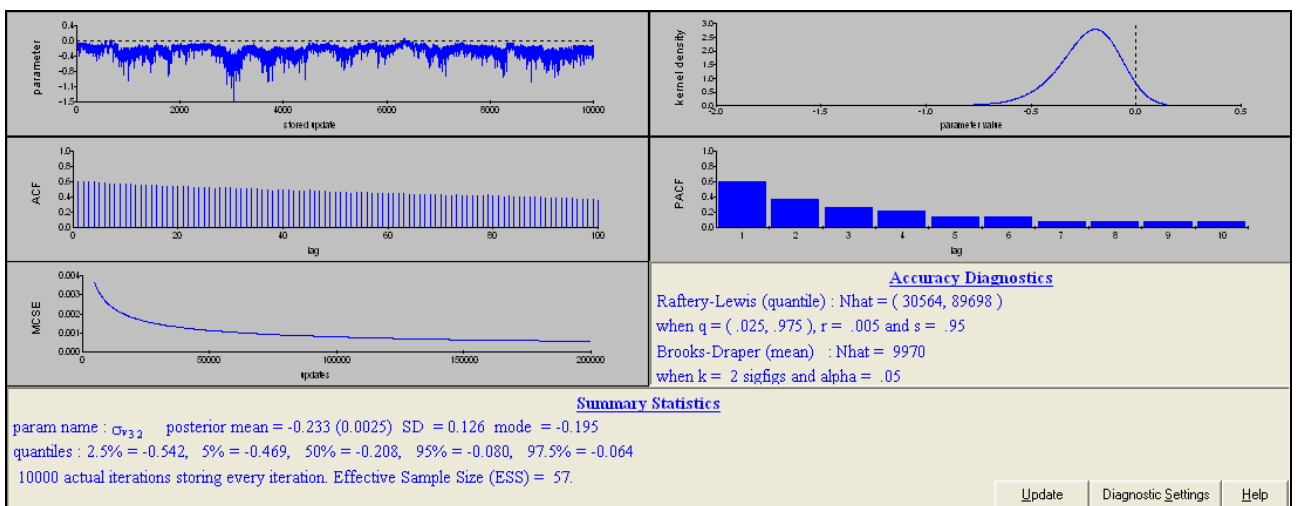


Figura 94.46: Janela das trajetórias para o parâmetro σ_{v32} (Output do MLwiN 2.02)

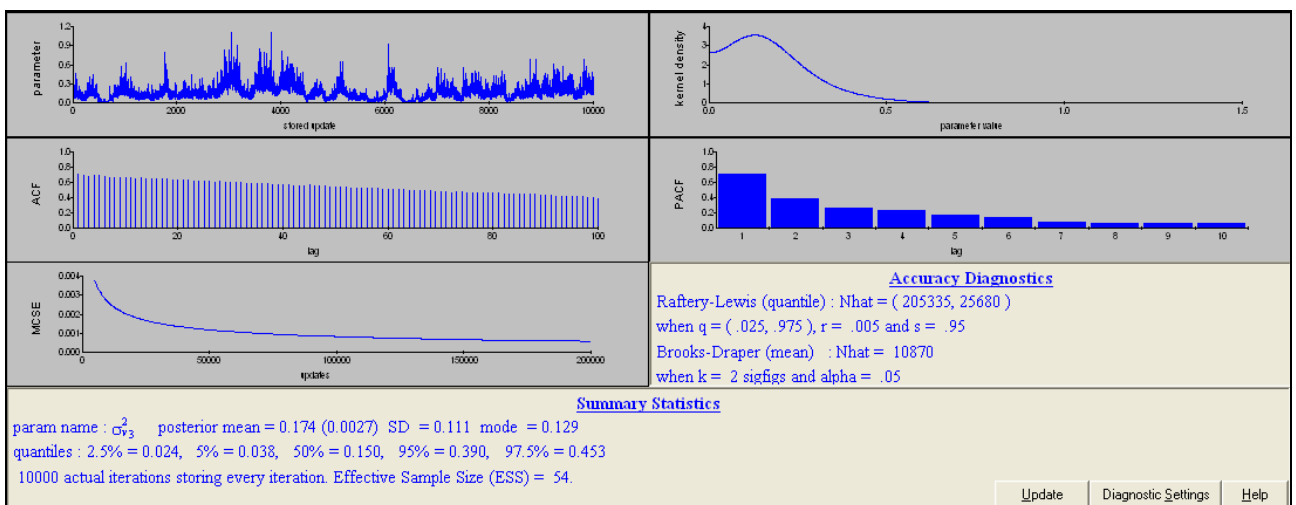


Figura 94.47: Janela das trajetórias para o parâmetro σ_{v3}^2 (Output do MLwiN 2.02)

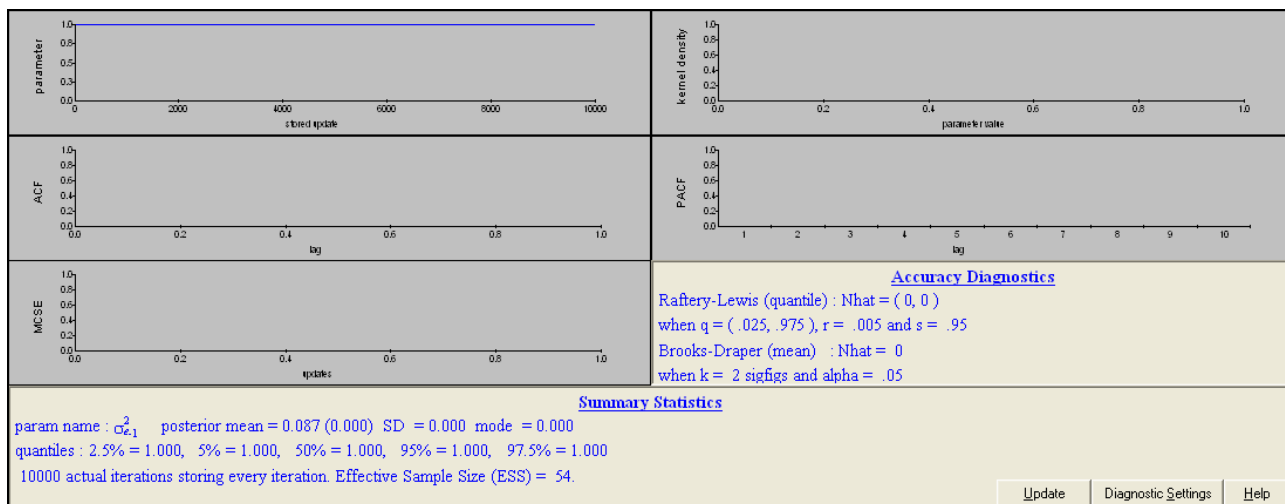


Figura 94.48: Janela das trajetórias para o parâmetro σ_{e1}^2 (Output do MLwiN 2.02)

6.2.15 Modelo final simplificado

Foi procurado um modelo mais simples mas o encontrado tem parâmetros significativos, maioritariamente, enquanto que as variâncias pioraram muito. Também o coeficiente de correlação piorou bastante. Ou seja, o modelo é menos interessante.

```

respijk ~ Multinomial(CONSTjk, πijk)
log(π1k/π10k) = 2.791(0.255)CONST.FAMILIAijk + 0.398(0.163)CURSO.FAMILIAijk + 0.841(0.255)F_TPC.FAMILIAijk +
0.189(0.131)E_P_LIB.FAMILIAijk + -1.043(0.466)FOR_TEO.FAMILIAijk
log(π2k/π10k) = 3.036(0.362)CONST.AMIGOSijk + -0.728(0.399)SUB_URB.AMIGOSijk + -0.662(0.313)TIP_CASA.AMIGOSijk +
0.897(0.299)NASSO_3.AMIGOSijk + -0.982(0.430)A_INIC.AMIGOSijk + -0.855(0.275)FORM_PROF.AMIGOSijk
log(π3k/π10k) =
log(π4k/π10k) = β2kCONST.PSICOLijk + -0.745(0.386)MeDIDA_T.PSICOLijk + 0.570(0.246)NASSO_3.PSICOLijk +
0.615(0.360)A_EMP.PSICOLijk + 1.170(0.337)ESTU_ESC.PSICOLijk
β2k = 2.001(0.428) + v2k
log(π5k/π10k) =
log(π6k/π10k) = β3kCONST.SOZINHOijk + -0.421(0.230)MeDIDA_T.SOZINHOijk + 0.591(0.150)NASSO_3.SOZINHOijk +
0.426(0.254)F_TPC.SOZINHOijk + -0.572(0.328)VARIOS_IT.SOZINHOijk
β3k = 3.879(0.279) + v3k
log(π7k/π10k) = 0.686(1.036)CONST.TODOSijk + -0.842(0.276)SEXO.TODOSijk + -2.251(0.481)MeDIDA_T.TODOSijk +
-1.651(0.836)SASE.TODOSijk + 1.979(1.014)A_ASSID.TODOSijk + 0.825(0.360)APTIDAO.TODOSijk +
0.839(0.440)F_CONS_C.TODOSijk
log(π8k/π10k) =
log(π9k/π10k) = 3.149(0.557)CONST.VARIOSijk + -0.532(0.288)SEXO.VARIOSijk + -1.778(0.823)TAM_ESC.VARIOSijk +
-0.928(0.467)A_PONT.VARIOSijk + 1.395(0.377)VARIOS_IT.VARIOSijk + 1.568(0.762)OP_ART_S.VARIOSijk +
2.144(0.375)VAR_ITENS.VARIOSijk

[ v2k ] ~ N(0, Ωv) : Ωv = [ 0.928(0.423) ]
[ v3k ] [ -0.266(0.138) 0.124(0.074) ]

cov(v2k, v3k) = - πijkπijk/CONSTjk : s ≠ r; πijk(1 - πijk)/CONSTjk : s = r;
Deviance(MCMC) = 3847.282(11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 95: Modelo de Regressão Logística para o conjunto das variáveis, com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

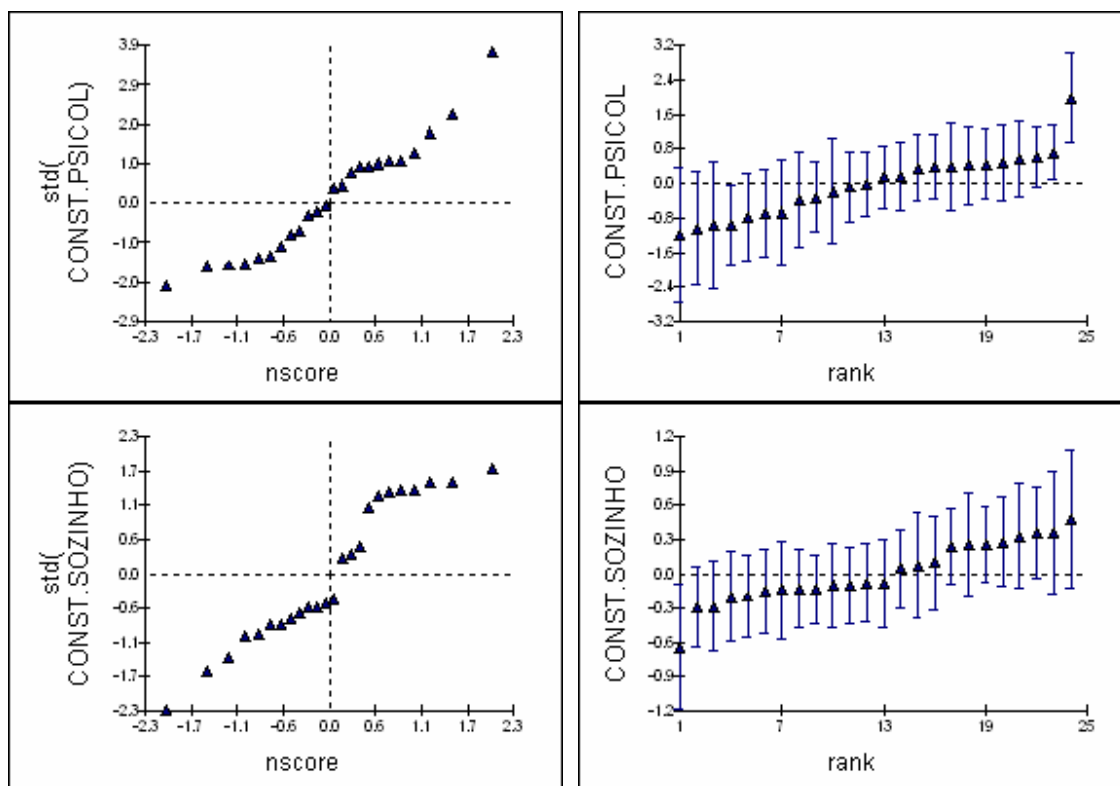


Figura 96: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo *caterpillar* - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

Tabela 38: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da *Deviance* (MCMC/DIC)

Bayesian Deviance Information Criterion (DIC)				
Dbar	D(thetabar)	pD	DIC	
4050.73	4022.66	28.08	4078.81	Modelo com efeitos aleatórios
3847.28	3789.73	57.55	3904.84	Modelo com as variáveis
Diferença de Parâmetros		29.47		
Dif. ^a do Diagnóstico - DIC			173.97	

Diminuiu bastante a *deviance* ($4022.66 - 3789.73 = 232.93$), pelo que o valor do DIC será bom.

Tabela 39: Matriz de Correlações para o nível 3

	CONST.PSICOL	CONST.SOZINHO
CONST.PSICOL	1.000	
CONST.SOZINHO	-0.784	1.000

O coeficiente de correlação baixou bastante.

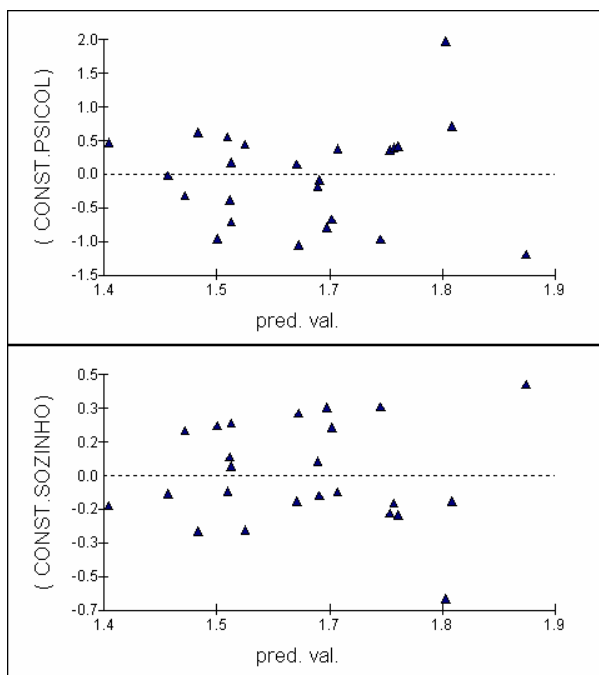


Figura 97: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados

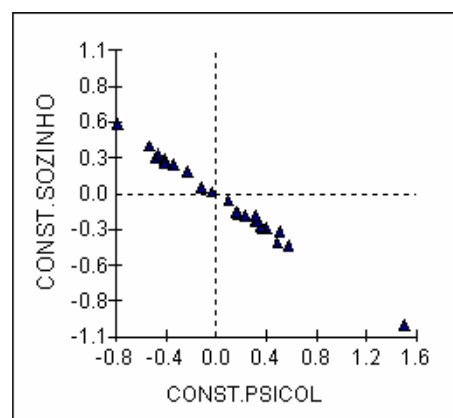


Figura 98.1: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

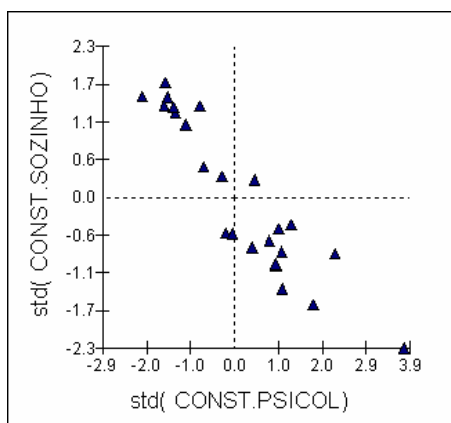


Figura 98.2: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

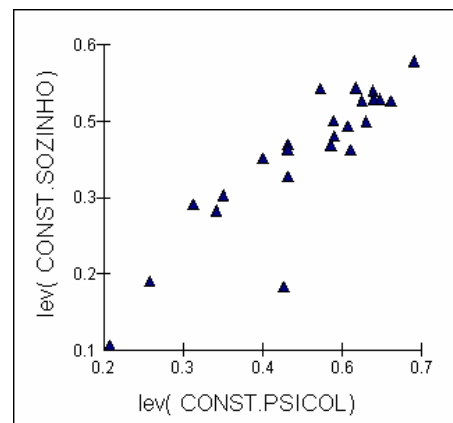


Figura 98.3: Gráficos dos valores *leverage* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

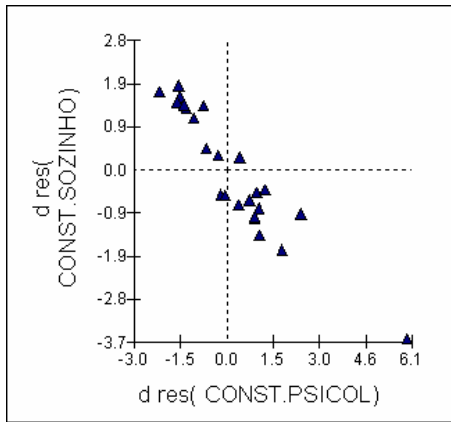


Figura 98.4: Gráficos dos resíduos *deletion* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

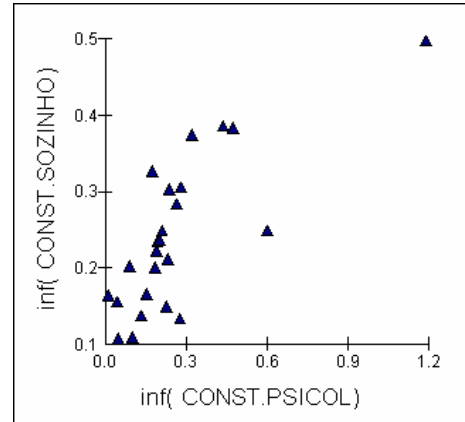


Figura 98.5: Gráficos dos valores da *influence* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

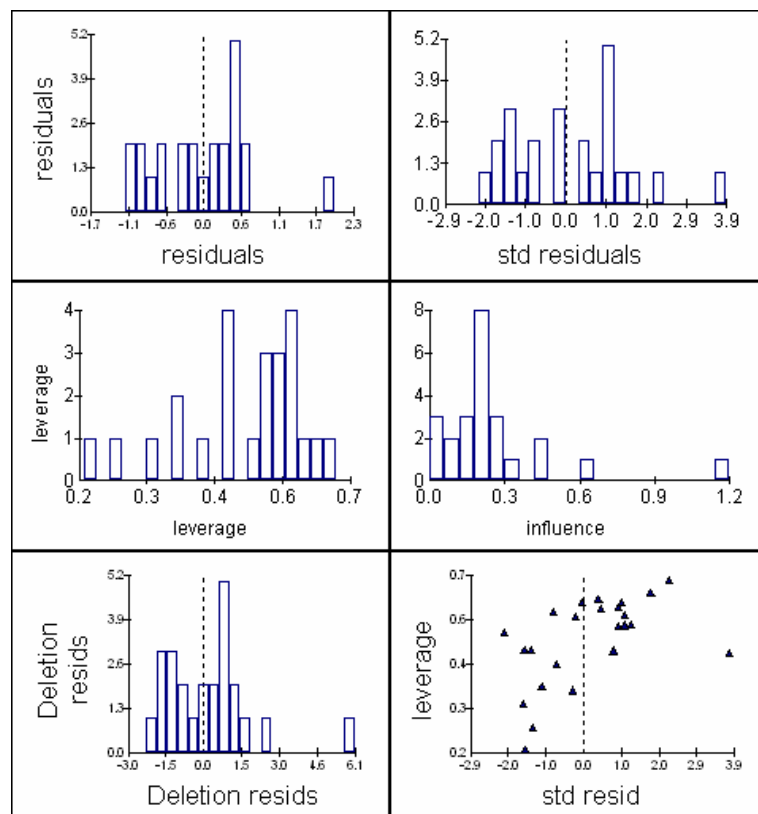


Figura 99: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria PSICOL) (*Output* do MLwiN 2.02)

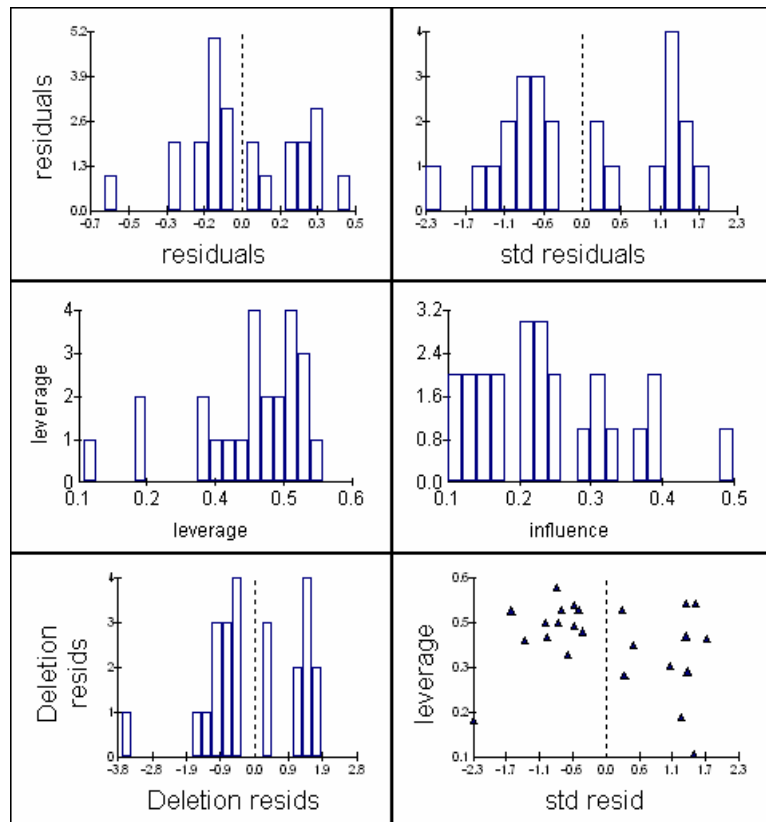


Figura 100: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria SOZINHO) (*Output* do MLwiN 2.02)

6.2.16 Modelo final com a variável IMPORT_E

Segue-se o mesmo modelo anterior mas com a introdução da variável IMPORT_E. Nenhum dos parâmetros da variável introduzida tem significância, no entanto, para as categorias resposta PSICOL e SOZINHO, os parâmetros merecem destaque porque, mais uma vez, a tendência é idêntica e os valores para teste também se aproximam da unidade.

```

respjk ~ Multinomial(C1jk, πjk)
log(π1jk / π10jk) = 2.616(0.359)CONST.FAMILIAjk + 0.466(0.158)CURSO.FAMILIAjk + 1.026(0.319)F_TPC.FAMILIAjk +
0.329(0.795)TRAD_FAM.FAMILIAjk + 0.195(0.133)E_P_LIB.FAMILIAjk + -1.013(0.473)FOR_TEO.FAMILIAjk +
-0.002(0.154)IMPORT_E.FAMILIAjk
log(π2jk / π10jk) = 3.551(0.571)CONST.AMIGOSjk + -0.782(0.398)SUB_URB.AMIGOSjk + -0.681(0.313)TIP_CASA.AMIGOSjk +
0.916(0.312)NASSO_3.AMIGOSjk + -0.780(0.447)A_INIC.AMIGOSjk + -0.734(0.506)ESTU_CASA.AMIGOSjk +
3.597(1.061)MODA.AMIGOSjk + -0.870(0.277)FORM_PROF.AMIGOSjk + -0.045(0.130)IMPORT_E.AMIGOSjk
log(π3jk / π10jk) =
log(π4jk / π10jk) = β2jCONST.PSICOLjk + -0.848(0.376)MeDIDA_T.PSICOLjk + 0.564(0.246)NASSO_3.PSICOLjk +
0.909(0.406)A_EMP.PSICOLjk + 1.186(0.351)ESTU_ESC.PSICOLjk + 0.141(0.183)IMPORT_E.PSICOLjk
β2j = 1.612(0.531) + ν2j
log(π5jk / π10jk) =
log(π6jk / π10jk) = β3jCONST.SOZINHOjk + -0.499(0.229)MeDIDA_T.SOZINHOjk + 0.570(0.152)NASSO_3.SOZINHOjk +
0.486(0.305)F_TPC.SOZINHOjk + 0.327(0.243)A_EMP.SOZINHOjk + -2.170(1.410)TRAD_FAM.SOZINHOjk +
-0.616(0.329)VARIOS_IT.SOZINHOjk + 0.140(0.153)IMPORT_E.SOZINHOjk
β3j = 3.468(0.383) + ν3j
log(π7jk / π10jk) = -0.829(1.550)CONST.TODOSjk + -0.774(0.280)SEXO.TODOSjk + 0.402(0.275)URBANA.TODOSjk +
-1.952(0.512)MeDIDA_T.TODOSjk + -1.631(0.828)SASE.TODOSjk + 0.834(0.551)F_TPC.TODOSjk +
2.673(1.437)A_ASSID.TODOSjk + 0.756(0.347)APTIDAO.TODOSjk + 0.894(0.420)F_CONS_C.TODOSjk +
-0.017(0.244)IMPORT_E.TODOSjk
log(π8jk / π10jk) =
log(π9jk / π10jk) = 2.299(0.791)CONST.VARIOSjk + -0.599(0.290)SEXO.VARIOSjk + -1.814(0.806)TAM_ESC.VARIOSjk +
0.404(0.348)ENCICLOP.VARIOSjk + -0.934(0.477)A_PONT.VARIOSjk + 0.758(0.487)A_PART.VARIOSjk +
1.405(0.382)VARIOS_IT.VARIOSjk + 1.578(0.786)OP_ART_S.VARIOSjk + 2.099(0.392)VAR_ITENS.VARIOSjk +
0.065(0.232)IMPORT_E.VARIOSjk

[ ν2j ]
[ ν3j ] ~ N(0, Ωj) : Ωj = [ 0.672(0.336)
-0.269(0.132) 0.120(0.061) ]

cov(y1jk, y2jk) = - πjkπjkC1jk : s ≠ r; πjk(1 - πjk)C1jk : s = r;
Deviance(MCMC) = 3833.061 (11898 of 11898 cases in use)

```

Figura 101: Modelo de Regressão Logística para o conjunto das variáveis, com estimação MCMC (Output do MLwiN 2.02)

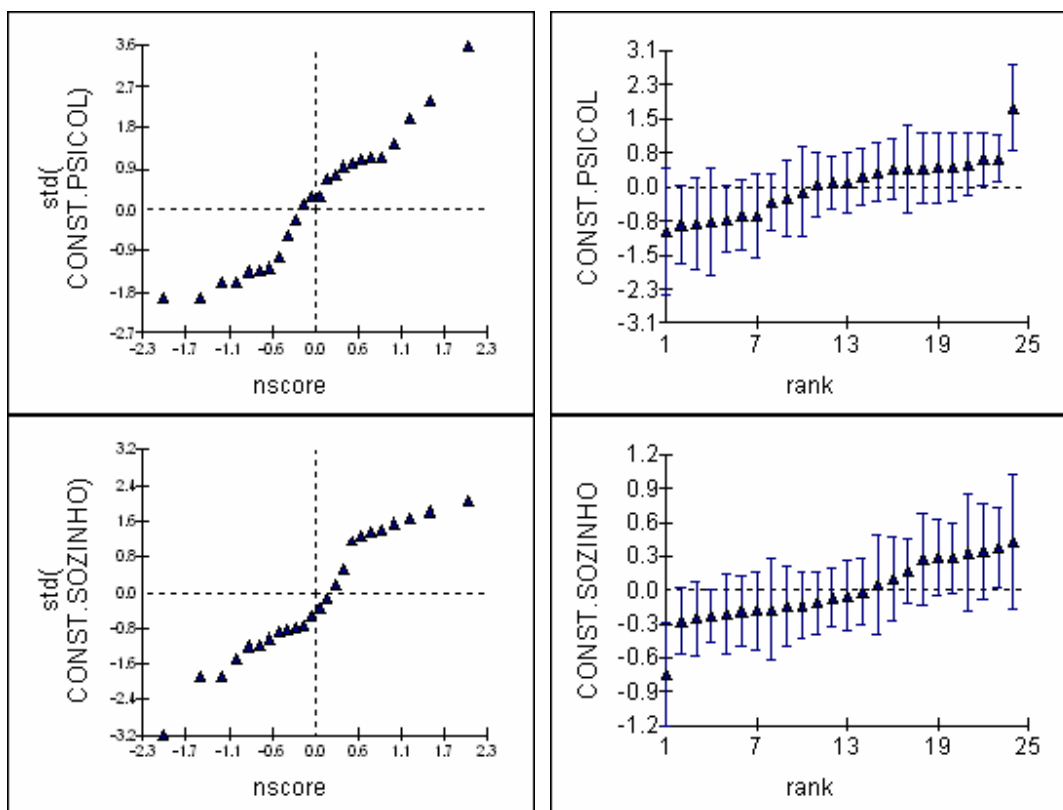


Figura 102: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores da Distribuição Normal (à esquerda) e respectivo *caterpillar* - resíduos em ordem ascendente com os seus intervalos de confiança a 95% (à direita) com estimação MCMC (*Output* do MLwiN 2.02)

Tabela 40: Valores para o diagnóstico do Critério de Informação da *Deviance* (MCMC/DIC)

Bayesian Deviance Information Criterion (DIC)				
Dbar	D(thetabar)	pD	DIC	
4050.73	4022.66	28.08	4078.81	Modelo com efeitos aleatórios
3833.06	3764.17	68.89	3901.95	Modelo com as variáveis
Diferença de Parâmetros		40.81		
Dif. ^a do Diagnóstico - DIC			176.86	

Diminuiu bastante a *deviance* ($4022.66 - 3764.17 = 258.49$) mas o valor do DIC não será bom porque o número de parâmetros aumentou bastante pelo que o valor do DIC é praticamente idêntico ao do modelo anterior, sem a variável, da figura 88.1.

Tabela 41: Matriz de Correlações para o nível 3

	CONST.PSICOL	CONST.SOZINHO
CONST.PSICOL	1.000	
CONST.SOZINHO	-0.946	1.000

O coeficiente de correlação é muito bom.

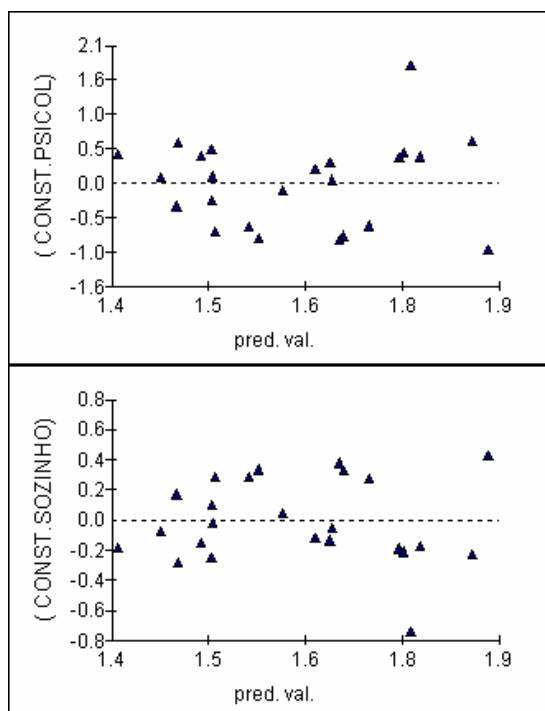


Figura 103: Gráfico dos resíduos padronizados do nível 3 sobre os respectivos valores estimados

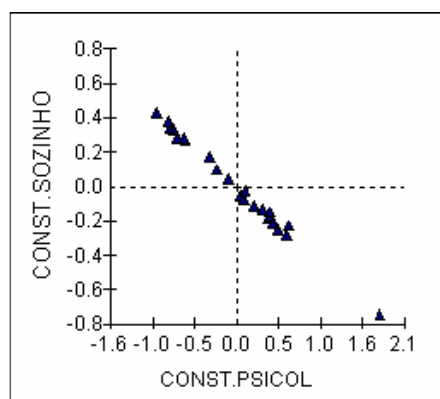


Figura 104.1: Gráficos dos resíduos do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

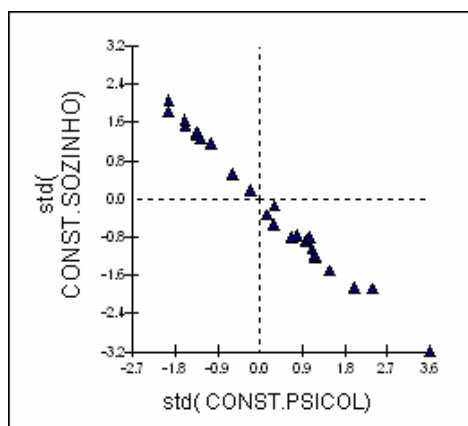


Figura 104.2: Gráficos dos resíduos padronizados do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

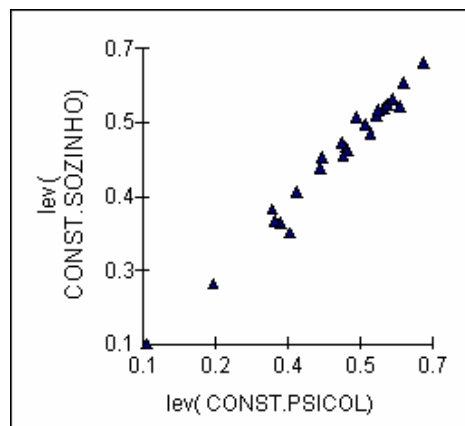


Figura 104.3: Gráficos dos valores *leverage* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

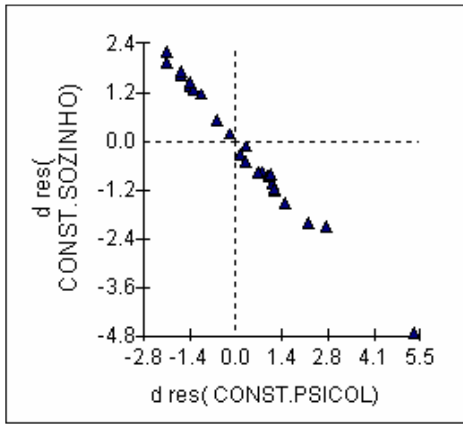


Figura 104.4: Gráficos dos resíduos *deletion* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

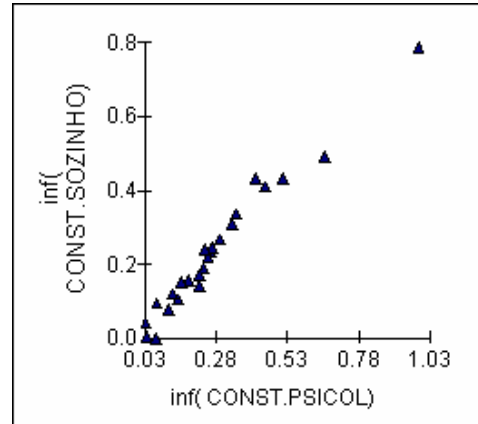


Figura 104.5: Gráficos dos valores da *influence* do nível 3 – emparelhados (*Output* do MLwiN 2.02)

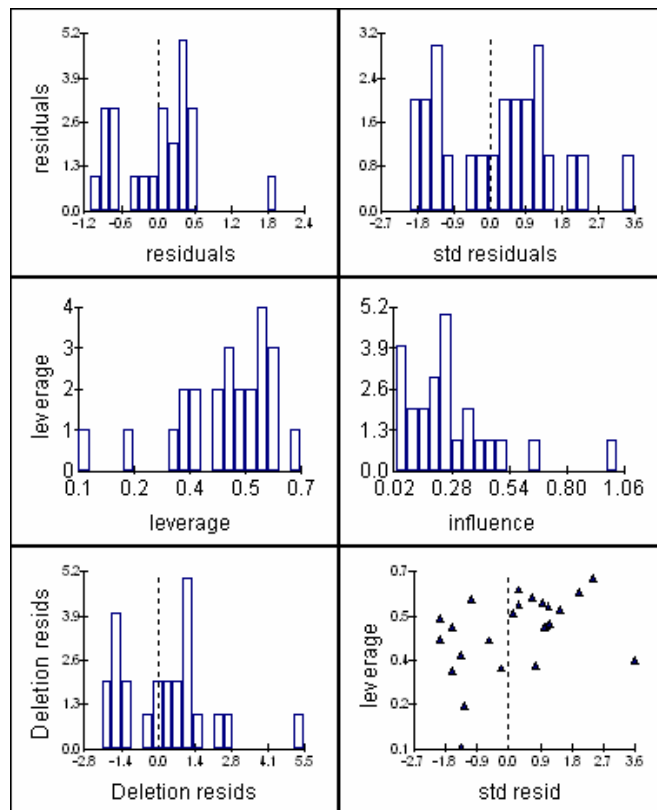


Figura 105: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria PSICOL) (*Output* do MLwiN 2.02)

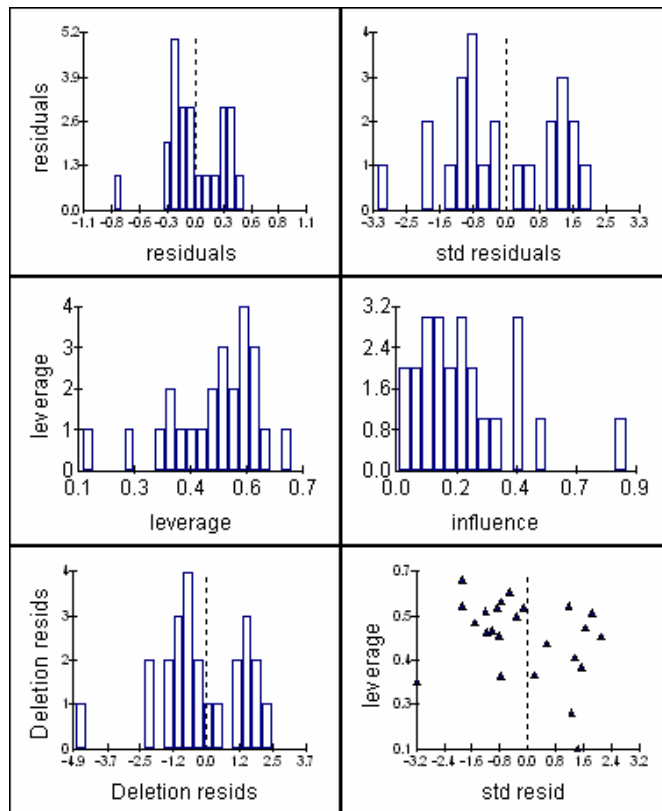


Figura 106: Gráficos dos resíduos do nível 3 – diagnóstico por variável (categoria SOZINHO) (*Output* do MLwiN 2.02)

Capítulo 7 - Comentário, Conclusões e Recomendações

7 Comentário, Conclusões e Recomendações

7.1 Comentário

Aplicou-se um modelo de regressão logística multinomial para implementar o estudo da modelação da relevância do apoio que a escola pode ter, para que o aluno possa fazer uma boa opção de escolha do curso relativamente às suas perspectivas profissionais.

Como foi referido no Capítulo 2, o modelo que melhor se adapta ao estudo de dados com estrutura hierárquica ou multinível é o modelo linear hierárquico.

Surgiu um problema ao longo do estudo: alguns dos modelos mais complexos, com muitas variáveis explicativas, não convergiram.

O programa MLwiN mostrou ser uma ferramenta que também tem as suas limitações, nomeadamente quando a matriz de variâncias/covariâncias não era definida positiva. Estes problemas ocorreram diversas vezes. O MLwiN nestes casos aproxima para a matriz definida positiva mais próxima. Problemas de convergência surgiram quando se utilizou a PQL de 2º ordem com várias variáveis explicativas. Usou-se nestes casos, a de 1º ordem, menos precisa, e recorrendo sempre que possível ao método MCMC.

7.2 Conclusões

Obteve-se a estimação de um modelo de regressão logística multinomial com dois níveis para perceber a relevância do apoio da escola na opção de curso dos alunos, relativamente às suas perspectivas profissionais.

Da análise do modelo sugere-se que:

-Na categoria FAMILIA é preponderante o tipo de variáveis que revelam maior influência serem variáveis relacionadas com o tipo de curso, o comportamento do aluno perante os seus deveres escolares, dá uma importância à formação teórica (embora se obtenha

coeficiente negativo) e a sua futura profissão enquadra-se no 2º grupo da classificação do IEF. Tudo indica que se está perante um aluno que irá prosseguir os seus estudos.

- Na categoria AMIGOS, salienta-se a grande influência das variáveis que correspondem à sua habitação: tipo de casa e número de assoalhadas, e a localização da mesma. São relevantes também as variáveis relacionadas com o curso, estar na moda e a formação profissional que a Escola pode dar. O contexto externo à Escola deve ter um papel forte nas atitudes destes alunos.

- Na categoria TODOS regista-se a saliência das variáveis SEXO e SASE. A média da diferença de idades por turma também é relevante, assim como a aptidão para o curso que frequenta. A escola contribui para formação de consciência cívica – é salientado neste grupo de jovens.

- Na categoria VARIOS, é de realçar a influência, no modelo, da variável relacionada com o tamanho da Escola. Ser do sexo masculino, pontual e participativo, assim como, as variáveis relacionadas com carácter e escolha “difícil”, como OP_ART_S, há influência de realce a registar.

- Nas categorias PSICOL e SOZINHO as variáveis de influência são quase sempre as mesmas. Repare-se que o coeficiente de correlação é em todos os modelos e sub-modelos muito forte mas de sinal contrário, negativo. Salienta-se que as variáveis têm relação com o que se passa na Escola, em ambos os casos, mas mais acentuadamente, para os alunos que responderam ser a influência do psicólogo muito decisiva. São posições antagónicas com variáveis de influência comum.

Constata-se que são maioritariamente variáveis de contexto exterior à Escola aquelas que têm forte influência no modelo. As variáveis ligadas à personalidade vincada e atitudes do aluno são também de muito forte influência. Pode-se assim afirmar que as variáveis de Escola ou com ela relacionadas não terão grande influência nas decisões dos alunos. Não se verifica um papel preponderante que se poderia esperar das reacções dos alunos após vários anos de aprendizagens naqueles espaços.

Não se verifica grande variabilidade entre escolas.

7.3 Recomendações

O estudo mais em pormenor da variância do modelo e o estudo de valores residuais muito aberrantes como aquele que aparece como sendo um ponto de alavanca. Sem ele a variabilidade entre Escolas sofreria alterações significativas?

Recomenda-se a utilização do MlwiN que se mostrou ser uma ferramenta muito útil e poderosa na estimação de um modelo estatístico e uma grande ajuda na investigação.

Bibliografia

1 Referências Bibliográficas

Aguerre, T. F. (2003). *Métodos Estadísticos de Estimación de los Efectos de la Aplicación al Estudio de las Escuelas Eficaces*. REICE – Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, 2003, Vol. I, nº 2.

Disponível em: <http://www.ice.deusto.es/RINACE/reice/vol1n2/Tabare.pdf>

Albernaz et al, (2002). *Qualidade e Equidade na Educação Fundamental Brasileira*. Texto para discussão nº 455. Departamento de Economia da PUC – Rio de Janeiro.

Disponível em: <http://www.econ.puc-rio.br/PDF/td455.pdf>

Bauer D. J. (2004). *Mixed Models and Hierarchical Data*. Summer Programme in Data Analysis: SPIDA 2005, June 8-9. Institute for Social Research, York University, Toronto, Canada.

Disponível em: <http://www.yorku.ca/isr/spida2005/courses.html>

Bergamo, G. C. (2002). *Aplicação de Modelos Multiníveis na Análise de Dados de Medidas Repetidas no Tempo*. Universidade de São Paulo, Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Tese de Mestrado.

Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/11/11134/tde-08012003-083811/publico/genevile.pdf>

Bressoux, P. (2000). *Modélisation et évaluation des environnements et des pratiques d’enseignement*. Rapport d’habilitation à diriger des recherches. Grenoble: Université

Pierre Mendès France. Disponível em : <http://upmf-grenoble.fr/sciedu/pbressou/HDR.pdf>

Bryman, A. & Cramer, D. (2003). *Análise de Dados em Ciências Sociais – introdução às técnicas utilizando o SPSS para Windows*. 3ª Edição. Oeiras, Celta Editora.

Browne, W. J. (2003). *MCMC estimation in MLwiN. Version 2.0*. London: Institute of Education.

Browne, W. J. e Rasbash, J. (2001). *Multilevel Modelling*. To appear in Bryman, A. and Hardy, M. (Eds.), *Handbook of Data Analysis*.

Disponível em: <http://multilevel.ioe.ac.uk/team/materials/mmsage.pdf>

Bryk, A. e Raudenbush, S. (1992). *Hierarchical Linear Models: applications and data analysis methods*. London: Sage Publications.

Courgeau, D. (2004). *Du Groupe à L'Individu. Synthèse multiniveau*. Paris : L'Institut National d'Études Démographiques.

Delaunay, D (2003a). *Présentation générale de l'analyse multiniveau*. Atelier de formation doctorale à la recherche en démographie (INED, IRD, Univ. Paris 1, Univ. Paris 5, Univ. Paris 10). Disponível em :

<http://ceped.cirad.fr/formation/formation%20reciproque/presentationgene.pdf>

Delaunay, D (2003b). *Analyse des données d'observatoire: Séries chronologiques, données de panel, analyse multiniveau*. Atelier de formation réciproque à l'analyse des données d'observatoire, 1-4 Décembre 2003, Nogent-sur-Marne. Disponível em:

http://ceped.cirad.fr/formation/formation%20reciproque/Series%20chronologiques%20et%20panel_version%20en%20ligne.pdf

de Leeuw, J. (2005). *Linear Multilevel Models*. This is an entry for The Encyclopedia of Statistics in Behavioral Science, to be published by Wiley in 2005.

Disponível em: <http://preprints.stat.ucla.edu/394/mixedpre.pdf>

de Leeuw, J. e Kreft, I. (2001). *Software for Multilevel Analysis*.

Disponível em: <http://preprints.stat.ucla.edu/239/239.pdf>

Efron, B. e Tibshirani, R. J. (1993). *An Introduction to the Bootstrap*. New York: Chapman & Hall.

Ferrão, M. E. (2003). *Introdução aos modelos de regressão multinível em educação*. Campinas: Koedi.

Ferreira, J. (2004). *Planos Hierárquicos*. Trabalho no âmbito da disciplina de “Seminário de Tópicos Complementares de Matemática” do MEC. Lisboa, Universidade Aberta.

Fox, J. e Glas, C. (2002). *Modelling Measurement Error in Structural Multilevel Models*. Em: Marcoulides, G. e Moustaki, I. (2002). *Latent Variable and Latent Structure Models*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Gaviria, J. L.; Martínez-Arias, J, e Castro, M. (2004). «Un Estudio Multinivel Sobre los Factores de Eficácia Escolar en Países en Desarrollo: El Caso de los Recursos en Brasil». *Education Policy Analysis Archives*, **12** (20).
Disponível em: <http://epaa.asu.edu/epaa/v12n20/>.

GIASE (2004) – Gabinete de Investigação e Avaliação do Sistema Educativo.

Gibbons, R. D. e Hedeker, D. (2000). «Applications of Mixed-Effects Models in Biostatistics». *Sankhya: The Indian Journal of Statistics – Special Issue on Biostatistics*, **62**, Série B, Pt. 1, 70-103. Disponível em: <http://sankhya.isical.ac.in/index.html>

Gill, J. (2004). «Hierarchical Linear Models», *Encyclopedia of Social Measurement*, Vol. **00**.
Disponível em: <http://psblade.ucdavis.edu/papers/hlm.proofs.pdf>

Goldstein, H. (2003). *Multilevel Statistical Models*. 3rd Edition. London, Edward Arnold: New York, Wiley. Parcialmente disponível em: http://www.ioe.ac.uk/hgpersonal/multmodels-edition3/multilevel_statistical_models-third_edition.htm

Goldstein, H. (1995), *Multilevel Statistical Models*. 2nd Edition. London: Edward Arnold; New York: Wiley. Disponível em: <http://www.mlwin.com/hgpersonal/index.html>

- Goldstein, H. (1991), «Non linear multilevel models, with an application to discrete response data». *Biometrika*, **78**, 45-51.
- Goldstein, H. (1986). «Multilevel mixed linear model analysis using iterative generalized least square». *Biometrika*, **73**, 43-56.
- Goldstein, H.; Browne, W. e Rasbash, J. (2002). *Partitioning variation in multilevel models*. Disponível em: <http://multilevel.ioe.ac.uk/team/materials/pvmm.pdf>)
- Goldstein, H. e Woodhouse, G. (2000). *School effectiveness research and Educational Policy*. To appear on: Oxford Review of Education. Disponível em: <http://multilevel.ioe.ac.uk/team/materials/serep.pdf>
- Guimarães, R. C. e Cabral, J. A. S. (1997). *Estatística*. Edição revista. Lisboa, McGraw-Hill.
- Hermano, C. & Ferreira, M. M. (1998). *Metodologia da Investigação: Guia para Auto – Aprendizagem*. Lisboa, Universidade Aberta.
- Hill, M. M. & Hill, A. (2002). *Investigação por Questionário*. Lisboa, Edições Sílabo.
- Hox, J. (1998). *Multilevel modeling: when and why*. Em: I. Balderjahn, R. Mathar & M. Schader (Eds.). *Classification, data analysis, and data highways* (147-154). New York: Springer Verlag. Disponível em: <http://www.fss.uu.nl/ms/jh/publist/whenwhy.pdf>
- Hox, J. (2002). *Multilevel Analysis: Techniques and Applications*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- IEFP- *Classificação nacional das Profissões, versão 1994*. Instituto do Emprego e Formação Profissional.

INE – Instituto Nacional de Estatística. Direcção Geral do Ordenamento do Território e Desenvolvimento Urbano.

Jones, B. S. e Steenbergen, M. R. (1997). «Modeling Multilevel Data Structures».

Disponível em: <http://polmeth.wustl.edu/retrieve.php?id=431>.

Kreft, Ita G.G. (1996). *Are Multilevel Techniques Necessary? An overview, including Simulation Studies*. California State University, Los Angeles.

Disponível em: <http://www.calstatela.edu/faculty/ikreft/quarterly/quarterly.html>

Kreft, I. e de Leeuw, J. (1998). *Introducing Multilevel Modeling*. London: Sage Publications.

Laird, N. M. e J. H. Ware (1982). «Random-effects models for longitudinal data». *Biometrics* **38**, 963-974.

Liang, K. Y. e Zeger, S. (1986). «Longitudinal data analysis using generalized linear models». *Biometrika*, **73**, 13-22.

Littell, R. C., Milliken, G. A., Stroup, W. W. e Wolfinger, R. D. (1996). “SAS[®]” *System for Mixed Models*, SAS. Institute Inc., Cary, NC.

Longford, N. T. (1993). *Random coefficient models*. Oxford: Oxford University Press Inc.

Luke, D. A. (2004). *Multilevel Modeling*. London: Sage Publications.

Maroco, J. (2003). *Análise Estatística – com utilização do SPSS*. 2ª Edição. Lisboa, Edições Sílabo.

Maroco, J. & Bispo, R. (2003). *Estatística Aplicada às Ciências Sociais e Humanas*. Lisboa, Climepsi Editores.

Menard, S. (2002). *Applied Logistic Regression Analysis*, 2nd Edition. London: Sage Publications.

Monette, G.; Shao, Q. e Kwan, E. (2002). *A First Look at Multilevel Models*. Institute for Social Research. Statistical Consulting Service. October – November , 2001. York University. Disponível em: <http://www.math.yorku.ca/~georges/OptPortFontDeflts.pdf>

MLwiN. Version 2.02 (2005). Centre for Multilevel Modelling. University of Bristol.

Natis, L. (2000). *Modelos Lineares Hierárquicos*. Dissertação de Mestrado, Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo.

Nezlek, J. B. (2001). «Multilevel Random Coefficient Analyses of Event- and Interval-Contingent Data in Social and Personality Psychology Research». *Personality and Social Psychology Bulletin*, Vol. **27**, Nº 7, Julho 2001, 771-785. Disponível em: http://stat.gamma.rug.nl/snijders/Nezlek_PSPB.pdf

Osborne, J. W. (2000). «Advantages of hierarchical linear modeling». *Practical Assessment, Research & Evaluation*, **7** (1). Disponível em: <http://PAREonline.net/getvn.asp?v=7&n=1>

Pereira, A. (2003). *SPSS – Guia Prático de Utilização*. 4ª Edição. Lisboa, Edições Sílabo.

Pessoa, F. (2003). *Parâmetros de Sucesso em Matemática: Análise Empírica do Impacto de Certas Variáveis no Aproveitamento Escolar*. Dissertação de Mestrado. Lisboa, Universidade Aberta.

Pestana, M. e Gageiro, J. (2000). *Análise de Dados para Ciências Sociais – a Complementaridade do SPSS*. Lisboa: Edições Sílabo.

Pinheiro, S. M. C. (2005). *Modelo linear hierárquico: um método alternativo para análise de desempenho escolar*. Dissertação de Mestrado. Recife: Universidade Federal de Pernambuco.

Piscarreta, S. G. S. (2002). *Malmequer, bem-me-quer, muito, pouco ou nada: Representações sociais da Matemática em alunos do 9º ano de escolaridade*. Dissertação de Mestrado. Lisboa, Universidade Aberta.

Plewis, I. (1997). *Statistics in Education*. London: Arnold.

Queiroz, B. L. e César, C. C. (2000). *Dinâmica económica, mercado de trabalho e diferenciais de salários nos estados brasileiros*. Anais do XII Encontro Nacional de Estudos Populacionais da ABEP. Caxambu, 2000, v.1.

Disponível em: <http://www.abep.nepo.unicamp.br/docs/anais/pdf/2000/Todos/Dinâmica%20Econômica,%20Mercado%20d%20eTrabalho%20e%20Diferenciais....pdf>

Ramos, L. C. (1992). *A Escola na Inserção Social e Profissional dos Jovens – Portugal Anos 90 (Análise dos Discursos e Representações de Diversos Actores Sociais*. Vol. I e II. Tese de Mestrado. Departamento de Educação. FCUL.

Rasbash, J.; Steele, F.; Browne, W. and Prosser, B. (2004). *A User's Guide to MLwiN: version 2.0*. London: Centre for Multilevel Modelling, Institute of Education, University of London.

Ravines, R. E. R. (2003). *Inferência em Modelos Hierárquicos Generalizados sob Planos Amostrais Informativos*. Dissertação de Mestrado, Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

Reis, E. (2001). *Estatística Multivariada Aplicada*. 2ª Edição. Lisboa, Edições Sílabo.

Reise, S. e Duan, N. (2003). *Design Issues in Multilevel Studies*. Em: Reise, S. e Duan, N. (2003). *Multilevel Modeling. Methodological Advances, Issues, and Applications*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- Ruiz de Miguel, C. e Castro Morera, M. (2006). «Un Estudio Multinivel Basado en PISA 2003: Factores de Eficacia Escolar en el área de Matemáticas». *Archivos Analíticos de Políticas Educativas*, **14** (29). Disponible em: <http://epaa.asu.edu/epaa/v14n.29>
- Searle, S. R., Casella, G. e McCulloch, C. E.(1992). *Variance Components*, Wiley, New York.
- Simard,M. e Marchand, A. (1995). «A multilevel analysis of organisational factors related to safety initiatives behaviour». *Safety Science*, **18**, no 3, 534-551.
Disponível em: <http://stat.gamma.rug.nl/snijders/m306.htm>
- Snijders, T. e Bosker, R. (1999). *Multilevel Analysis: An introduction to basic and advanced multilevel modeling*. London: Sage Publications.
- SPSS for Windows* (1996). Standard Version. SPSS Inc.
- Subramanian, S. V. (2004). *Multilevel methods, theory and analysis*. Em N. Anderson (Ed.), *Encyclopedia on health and Behavior* (602-608). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
Disponível em: <http://www.hsph.harvard.edu/shdh/svsubramanian/SVSPapers/Encyclopedia%20of%20Health%20and%20Behavior%20-%20M.pdf>
- Subramanian, S. V.; Jones, K. e Duncan, C. (2003). *Multilevel Methodes for Public Health Research*. Em: Kawachi, I. e Berkman,L. F. (Eds.). *Neighborhoods and Heath* (65-111). Oxford University Press. Disponível em: http://www.hsph.harvard.edu/shdh/svsubramanian/SVSPapers/n&h_ik_lfb_2003_65_111.pdf
- Sullivan, L. M.; Dukes, K. A. e Losina, E. (1999). «Tutorial in Biostatistics: an introduction to hierarchical linear modelling». *Statistics in Medecine*, **18**, 855-888. Disponível em: http://stat.gamma.rug.nl/snijders/sullivan_tutorial.pdf.

Valente, V. e Oliveira, T.A. (2006). *Diferentes áreas científicas, diferentes notas? Uma aplicação do MLH a alunos do 10º ano*. IIWEMC – *Workshop de Estatística, Matemática e Computação*. Lisboa: Universidade Aberta (a submeter).

Valente, V. e Oliveira, T.A. (2006). *Modelos Lineares Hierárquicos na Educação: Uma aplicação*. XIV – SPE. Covilhã: Universidade da Beira Interior (submetido).

Valente, V. e Oliveira, T.A. (2006). *Hierarchical linear models: an application on education sciences*. SCRA2006 – FIM XIII. Tomar: Instituto Politécnico de Tomar (submetido).

Zhang, F.; Salvucci, S. e Cohen, M. (2000). «Multilevel Linear Regression Analysis of Complex Survey Data». *American Statistical Association*. Proceedings of the Survey Research methods Section, ASA (2000).

Disponível em: http://www.amstat.org/sections/srms/Proceedings/papers/2000_029.pdf

Zeger, S. L.; Liang, K. Y. e Albert, P. S. (1988). «Models for longitudinal data: A generalized estimating equation approach». *Biometrics*, **44**, 1049-1060.

Anexos

Anexo 1 – Escolas Participantes

Índice de Tabelas

Tabela 1: Descrição dos cursos existentes em cada escola pelos concelhos do distrito e do número de alunos	1
Tabela 2: Descrição dos cursos existentes em cada escola pelos concelhos do distrito e do número de alunos	3
Tabela 3: Descrição dos cursos existentes em cada escola pelos concelhos do distrito e do número de alunos	8
Tabela 4: Descrição dos cursos existentes em cada escola pelos concelhos do distrito e do número de alunos	10
Tabela 5: Descrição dos concelhos com resposta	12
Tabela 6: Descrição do número de alunos pelos cursos das escolas respondentes	14

Tabela 1: Descrição dos cursos existentes em cada escola pelos concelhos do distrito e do número de alunos

Distrito de Leiria

Distrito	Concelho	Escola	Cursos Científicos e Humanistas					N.º de Alunos	Cursos Tecnológicos									N.º de Alunos	Total de Alunos		
			CT	CS H	CS E	LL	AV		CC E	EE	INF	D Eq.º	MULT	ADM	MARK	OT A	DESP			AS	
Leiria	Alcobaça	São M. do Porto						49												20	69
Leiria	Alcobaça	D. Pedro I						65												38	103
Leiria	Alcobaça	D. Inês de Castro						134												28	162
Leiria	Alvaiázere	Dr. M. R. Ferreira						36													36
Leiria	Ansião	Ansião						71													71
Leiria	Batalha	Batalha						57												61	118
Leiria	Bombarral	Bombarral						59												23	82
Leiria	Caldas da Rainha	Rafael B. Pinheiro						119												100	219
Leiria	Caldas da Rainha	Raúl Proença						366												85	451
Leiria	C.º de Pêra																				
Leiria	Fig. dos Vinhos	Fig. dos Vinhos						60												26	86
Leiria	Leiria	Afonso Lopes Vieira						118												131	249
Leiria	Leiria	Maceira Lis						26													26
Leiria	Leiria	Domingos Sequeira						275												112	387
Leiria	Leiria	Franc.º R. Lobo						347												49	396
Leiria	Marinha Grande	Eng.º Calaz. Du.						192												38	230
Leiria	Marinha Grande	José Lour. Botas						30												16	46
Leiria	Marinha Grande	Pinhal do Rei						37												75	112
Leiria	Nazaré																				
Leiria	Óbidos																				
Sub-Total								2041	Sub-Total									802	2843		

Distrito de Leiria

Distrito	Concelho	Escola	Cursos Científicos e Humanistas					N.º de Alunos	Cursos Tecnológicos										N.º de Alunos	Total de Alunos				
			C T	C S H	C S E	L L	A V		C C E	E E	INF	D Eq.º	MULT	ADM	MARK	O T A	DESP	A S						
Leiria	Pedrógão Grande																							
Leiria	Peniche	Peniche						149															91	240
Leiria	Pombal	Guia						52															35	87
Leiria	Pombal	Pombal						204															100	304
Leiria	Porto de Mós	Porto de Mós						69															27	96
Leiria	Porto de Mós	Mira de Aire						23																23
Sub-Total							497	Sub-Total										253	750					
Total Parcial							2538	Total Parcial										1055	3593					

Total 3593

Tabela 2: Descrição dos cursos existentes em cada escola pelos concelhos do distrito e do número de alunos

Distrito de Lisboa

Distrito	Concelho	Escola	Cursos Científicos e Humanistas					N.º de Alunos	Cursos Tecnológicos							N.º de Alunos	Total de Alunos				
			C T	C S H	C S E	L L	A V		C C E	E E	INF	D Eq.º	MULT	ADM	MARK			O T A	DESP	A S	
Lisboa	Alenquer	Damião de Góis						255												80	335
Lisboa	Amadora	Amadora						361												111	472
Lisboa	Amadora	D. João V						99												73	172
Lisboa	Amadora	Dr. Azev.º Neves						51												99	150
Lisboa	Amadora	Fernando Namora						151												111	262
Lisboa	Amadora	Seomara da C. Primº						164												121	285
Lisboa	Amadora	Mães d'Água						123												53	176
Lisboa	Arruda d. Vinhos																				
Lisboa	Azambuja	Azambuja						73												53	126
Lisboa	Cadaval	Montejunto						71												36	107
Lisboa	Cascais	São J. do Estoril						294												77	371
Lisboa	Cascais	Cascais						169												25	194
Lisboa	Cascais	Alvide						69												116	185
Lisboa	Cascais	Cidadela						86												22	108
Lisboa	Cascais	Fernando Lopes Graça						130												21	151
Lisboa	Cascais	Frei Gonçalo Azevedo						100												101	201
Lisboa	Cascais	Ibn Mucana						140												54	194
Lisboa	Cascais	Carcavelos						97												55	152
Lisboa	Lisboa	D. Pedro V						196												81	277
Lisboa	Lisboa	Mª Amália Vaz de Carvalho						266												75	341
Sub-Total								2895	Sub-Total							1364	4259				

Distrito de Lisboa

Distrito	Concelho	Escola	Cursos Científicos e Humanistas					N.º de Alunos	Cursos Tecnológicos								N.º de Alunos	Total de Alunos			
			C T	C S H	C S E	L L	A V		C C E	E E	INF	D Eq.º	MULT	ADM	MARK	O T A			DESP	A S	
Lisboa	Lisboa	Prof. Herculano de Carvalho						245												75	320
Lisboa	Lisboa	Vitorino Nemésio						293												72	365
Lisboa	Lisboa	Afonso Domingues																		54	54
Lisboa	Lisboa	Camões						280												49	329
Lisboa	Lisboa	D. Dinis						130												124	254
Lisboa	Lisboa	D. Filipa Lencastre						221													221
Lisboa	Lisboa	D. João Castro						63												45	108
Lisboa	Lisboa	D. Luísa Gusmão						77												54	131
Lisboa	Lisboa	Eça de Queirós						51												104	155
Lisboa	Lisboa	Fonseca Benevides						14												84	98
Lisboa	Lisboa	Gil Vicente						93												83	176
Lisboa	Lisboa	Josefa Óbidos						71												26	97
Lisboa	Lisboa	José Gomes Ferreira						134												42	176
Lisboa	Lisboa	Lumiar						125												117	242
Lisboa	Lisboa	Machado Castro						24												20	44
Lisboa	Lisboa	Marquês Pombal																		39	39
Lisboa	Lisboa	Padre António Vieira						130												132	262
Lisboa	Lisboa	Passos Manuel						96												29	125
Lisboa	Lisboa	Pedro Nunes						252												26	278
Lisboa	Lisboa	Rainha D. Amélia						120													120
Sub-Total								2419									Sub-Total	1175	3594		

Distrito de Lisboa

Distrito	Concelho	Escola	Cursos Científicos e Humanistas					N.º de Alunos	Cursos Tecnológicos							N.º de Alunos	Total de Alunos				
			C T	C S H	C S E	L L	A V		C C E	E E	INF	D Eq.º	MULT	ADM	MARK			O T A	DESP	A S	
Lisboa	Lisboa	Rainha D. Leonor						220												52	272
Lisboa	Lisboa	Restelo						215													215
Lisboa	Lisboa	Virgílio Ferreira						170												76	246
Lisboa	Loures	Dr. Antº C.º Figueiredo						192												56	248
Lisboa	Loures	Portela Sacavém						131												37	168
Lisboa	Loures	Camarate						50												109	159
Lisboa	Loures	Sacavém						95												46	141
Lisboa	Loures	S. João da Talha						202												81	283
Lisboa	Loures	José Afonso						270												50	320
Lisboa	Loures	José Cardoso Pires						161												79	240
Lisboa	Lourinhã	Lourinhã						157												57	214
Lisboa	Mafra	José Saramago						340												98	438
Lisboa	Odivelas	Odivelas						237												28	265
Lisboa	Odivelas	Braancamp Freire						185												40	225
Lisboa	Odivelas	Pedro Alexandrino						155												142	297
Lisboa	Odivelas	Ramada						193												53	246
Lisboa	Odivelas	Caneças						203												69	272
Lisboa	Oeiras	Amélia Rey Colaço						136												28	164
Lisboa	Oeiras	Sebastião e Silva						273												50	323
Lisboa	Oeiras	Camilo Castelo Branco						111												56	167
Sub-Total								3696	Sub-Total							1207	4903				

Distrito de Lisboa

Distrito	Concelho	Escola	Cursos Científicos e Humanistas					N.º de Alunos	Cursos Tecnológicos								N.º de Alunos	Total de Alunos			
			C T	C S H	C S E	L	A V		C C E	E E	INF	D Eq.º	MULT	ADM	MARK	O T A			DESP	A S	
Lisboa	Oeiras	Quinta do Marquês						168												27	195
Lisboa	Oeiras	Aquilino Robeiro						28												58	86
Lisboa	Oeiras	Luís Freitas Branco						166												54	220
Lisboa	Oeiras	Miraflores						161												54	215
Lisboa	Oeiras	Linda-a-Velha						176												20	196
Lisboa	Sobral de M. Agraço	Sobral de Monte Agraço						49												32	81
Lisboa	Sintra	Santa Maria						425												134	559
Lisboa	Sintra	Ferreira Dias						250												80	330
Lisboa	Sintra	Gama Barros						192												104	296
Lisboa	Sintra	Leal da Câmara						320												104	424
Lisboa	Sintra	Matias Aires						124												164	288
Lisboa	Sintra	Mem Martins						239												112	351
Lisboa	Sintra	Miguel Torga						245												56	301
Lisboa	Sintra	Padre Alberto Neto						225												79	304
Lisboa	Sintra	Stuart Carvalhais						236												79	315
Lisboa	Torres Vedras	Henriques Nogueira						214												135	349
Lisboa	Torres Vedras	Madeira Torres						154												173	327
Lisboa	V. F. de Xira	Alves Redol						100												104	204
Lisboa	V. F. de Xira	Forte Casa						248												215	463
Lisboa	V. F. de Xira	Gago Coutinho						212												98	310
Sub-Total								3932									1882	5814			

Distrito de Lisboa

Distrito	Concelho	Escola	Cursos Científicos e Humanistas					N.º de Alunos	Cursos Tecnológicos									N.º de Alunos	Total de Alunos		
			C T	C S H	C S E	L	A V		C C E	E E	INF	D Eq.º	MULT	ADM	MARK	O T A	DESP			A S	
Lisboa	V. F. de Xira	Infante D. Pedro						21												135	156
Lisboa	V. F. de Xira	P. Reynaldo Santos						128												29	157
Sub-Total								149										164	313		
Total Parcial								13091										5792	18883		

Total 18883

Tabela 3: Descrição dos cursos existentes em cada escola pelos concelhos do distrito e do número de alunos

Distrito de Santarém

Distrito	Concelho	Escola	Cursos Científicos e Humanistas					N.º de Alunos	Cursos Tecnológicos								N.º de Alunos	Total de Alunos					
			C T	C S H	C S E	L	A V		C C E	E E	INF	D Eq.º	MULT	ADM	MARK	O T A			DESP	A S			
Santarém	Abrantes	Octávio D. Ferreira						40														40	
Santarém	Abrantes	Dr. Manuel Fernandes						138														14	152
Santarém	Abrantes	Dr. Solano de Abreu						159														53	212
Santarém	Alcanena	Alcanena						71														38	109
Santarém	Almeirim	Marquesa de Alorna						137														24	161
Santarém	Alpiarça	José Relvas						31														9	40
Santarém	Benavente	Benavente						123														33	156
Santarém	Cartaxo	Cartaxo						188														49	237
Santarém	Chamusca	Chamusca						39														27	66
Santarém	Constância	Luís de Camões																					
Santarém	Coruche	Coruche						114														22	136
Santarém	Entronc.º	Entronc.º						181															181
Santarém	Ferreira do Zêzere	Ferreira do Zêzere						67															67
Santarém	Golegã	Mestre M. Correia						26															26
Santarém	Mação	Mação						18														21	39
Santarém	Ourém	Ourém						133														125	258
Santarém	Rio Maior	Dr. Augusto C. da S. F.						112														76	188
Santarém	Salvaterra de Magos	Salvaterra de Magos						150														46	196
Santarém	Santarém	Sá da Bandeira						135														25	160
Santarém	Santarém	Dr. Gin. Machado						251														47	298
Sub-Total								2113									609	2722					

Distrito de Santarém

Distrito	Concelho	Escola	Cursos Científicos e Humanistas					N.º de Alunos	Cursos Tecnológicos								N.º de Alunos	Total de Alunos				
			C T	C S H	C S E	L	A V		C C E	E E	INF	D Eq.º	MULT	ADM	MARK	O T A			DESP	A S		
Santarém	Sardoal	Drª Mª J S Andrade						27													24	51
Santarém	Tomar	Jacôme Ratton						132													98	230
Santarém	Tomar	Sª Mª do Olival						198													20	218
Santarém	Torres Novas	Maria Lamas						105													72	177
Santarém	Torres Novas	Artur Gonçalves						135													69	204
Santarém	V. N. da Barquinha	D. Maria II						42														42
Sub-Total								639									283	922				
Total Parcial								2752									892	3644				

Total 3644

Tabela 4: Descrição dos cursos existentes em cada escola pelos concelhos do distrito e do número de alunos

Distrito de Setúbal

Distrito	Concelho	Escola	Cursos Científicos e Humanistas					N.º de Alunos	Cursos Tecnológicos									N.º de Alunos	Total de Alunos		
			C T	C S H	C S E	L	A V		C E	E	INF	D Eq.º	MULT	ADM	MARK	O T A	DESP			A S	
Setúbal	Alcácer do Sal	Alcácer do Sal						62												43	105
Setúbal	Alcochete	Alcochete						95												62	157
Setúbal	Almada	António Gedeão						129													129
Setúbal	Almada	Cacilhas-Tejo						129												145	274
Setúbal	Almada	Emídio Navarro						163												42	205
Setúbal	Almada	Francisco Simões						88												59	147
Setúbal	Almada	Daniel Sampaio						118												82	200
Setúbal	Almada	Anselmo Andrade						158												53	211
Setúbal	Almada	Fernão M. Pinto						162												46	208
Setúbal	Almada	Monte Caparica						125												72	197
Setúbal	Almada	Prof. Rui L. Gomes						115												23	138
Setúbal	Almada	Romeu Correia						77												23	100
Setúbal	Barreiro	Casquilh.						148												48	196
Setúbal	Barreiro	Augusto Cabrita						174												104	278
Setúbal	Barreiro	Alfredo da Silva						122												75	197
Setúbal	Barreiro	Santo André																			
Setúbal	Barreiro	Santo António						87													87
Setúbal	Grândola	Inácio Cruz						61												31	92
Setúbal	Moita	Moita						174												76	250
Setúbal	Moita	Baixa da Banheira						162												50	212
Setúbal	Montijo	J. Peixinho						151												66	217
			Sub-Total					2500	Sub-Total									1100	3600		

Distrito de Setúbal

Distrito	Concelho	Escola	Cursos Científicos e Humanistas					N.º de Alunos	Cursos Tecnológicos										N.º de Alunos	Total de Alunos		
			C T	C S H	C S E	L	A V		C C E	E E	INF	D Eq.º	MULT	ADM	MARK	O T A	DESP	A S				
Setúbal	Montijo	Poeta J. Serra						59													97	156
Setúbal	Palmela	Pinhal Novo						206													58	264
Setúbal	Palmela	Palmela						59													28	87
Setúbal	Santiago do Cacém	Manuel da Fonseca						60													50	110
Setúbal	Seixal	Alfredo R. da Silveira						213													72	285
Setúbal	Seixal	Manuel Cargaleiro						327													53	380
Setúbal	Seixal	Moinho de Maré						99													22	121
Setúbal	Seixal	Amora						252													55	307
Setúbal	Seixal	João de Barros						182													93	275
Setúbal	Sines	Poeta Al Berto						72													58	130
Setúbal	Sesimbra	Sampaio						195													52	247
Setúbal	Sesimbra	Michel Giacometti						140													28	168
Setúbal	Setúbal	Bela Vista						23													30	53
Setúbal	Setúbal	D. Manuel Martins						215													132	347
Setúbal	Setúbal	Sebastião da Gama						151													93	244
Setúbal	Setúbal	D. João II						145													29	174
Setúbal	Setúbal	Bocage						154													47	201
Setúbal	Setúbal	Lima de Freitas						68													74	142
Sub-Total							2620											Sub-Total	1071	3691		
Total Parcial							5120											Total Parcial	2171	7291		

Total 7291

Tabela 5: Descrição dos concelhos com resposta

Distrito de Lisboa

Distrito	Concelho	Escola	Cursos Científicos e Humanistas					N.º de Alunos	Cursos Tecnológicos								N.º de Alunos	Total de Alunos			
			C T	C S H	C S E	L	A V		C C E	E E	INF	D Eq.º	MULT	ADM	MARK	O T A			DESP	A S	
Lisboa	Alenquer	Damião de Góis						255												80	335
Lisboa	Cadaval	Montejunto						71												36	107
Lisboa	Cascais	Carcavelos						97												55	152
Lisboa	Odivelas	Braancamp Freire						185												40	225
Lisboa	Oeiras	Amélia Rey Colaço						136												28	164
Lisboa	Oeiras	Quinta do Marquês						168												27	195
Lisboa	Oeiras	Luís Freitas Branco						166												54	220
Lisboa	Sintra	Matias Aires						124												164	288
Lisboa	Sintra	Padre Alberto Neto						225												79	304
Lisboa	Sintra	Stuart Carvalhais						236												79	315
Lisboa	V. F. de Xira	Gago Coutinho						212												98	310
Sub-Total								1875	Sub-Total								740	2615			

Distrito de Setúbal

Distrito	Concelho	Escola	Cursos Científicos e Humanistas					N.º de Alunos	Cursos Tecnológicos								N.º de Alunos	Total de Alunos			
			C T	C S H	C S E	L	A V		C C E	E E	INF	D Eq.º	MULT	ADM	MARK	O T A			DESP	A S	
Setúbal	Barreiro	Alfredo da Silva						122												75	197
Setúbal	Setúbal	D. Manuel Martins						215												132	347
Sub-Total								337	Sub-Total								207	544			

Distrito de Santarém

Distrito	Concelho	Escola	Cursos Científicos e Humanistas					N.º de Alunos	Cursos Tecnológicos										N.º de Alunos	Total de Alunos			
			C T	C S H	C S E	L	A V		C C E	E E	INF	D Eq.º	MULT	ADM	MARK	O T A	DESP	A S					
Santarém	Coruche	Coruche						114														22	136
Santarém	Entroncam.º	Entroncamento						181															181
Santarém	Ferreira do Zêzere	Ferreira do Zêzere						67															67
Santarém	Rio Maior	Dr. Augusto C. da S. Ferreira						112														76	188
Santarém	Sardoal	Drª Mª J S Andrade						27														24	51
Santarém	Vila Nova da Barquinha	D. Maria II						42															42
Sub-Total							543	Sub-Total										122	665				

Distrito de Leiria

Distrito	Concelho	Escola	Cursos Científicos e Humanistas					N.º de Alunos	Cursos Tecnológicos										N.º de Alunos	Total de Alunos				
			C T	C S H	C S E	L	A V		C C E	E E	INF	D Eq.º	MULT	ADM	MARK	O T A	DESP	A S						
Leiria	Alcobaça	D. Inês de Castro						134															28	162
Leiria	Alvaiázere	Dr. M. R. Ferreira						36																36
Leiria	Figueiró dos Vinhos	Figueiró dos Vinhos						60															26	86
Leiria	Leiria	Domingos Sequeira						275															112	387
Leiria	Marinha Grande	José Loureiro Botas						30															16	46
Sub-Total							535	Sub-Total										182	717					
Total Parcial							3290	Total Parcial										1251	4541					

Total 4541

Tabela 6: Descrição do número de alunos pelos cursos das escolas respondentes

Distrito de Lisboa

Distrito	Concelho	Escola	Cursos Científicos e Humanistas					N.º de Alunos	Cursos Tecnológicos								N.º de Alunos	Total de Alunos		
			CT	CSH	CSE	L	AV		CCE	E	INF	D Eqº	Mult	ADM	Mark	OT A			Desp	A S
Lisboa	Alenquer	Damião de Góis	22	23	17		18	80			12			24					36	116
Lisboa	Cadaval	Montejunto	39		17			56			11								11	67
Lisboa	Cascais	Carcavelos	18	14				32					10					10	42	
Lisboa	Odivelas	Braancamp Freire	9	12	15		9	45	10									10	55	
Lisboa	Oeiras	Amélia Rey Colaço	27		3			30								6		6	36	
Lisboa	Oeiras	Quinta do Marquês	78	28	25		21	152				11						11	163	
Lisboa	Oeiras	Luís Freitas Br.º	9	8	22		22	61	8									8	69	
Lisboa	Sintra	Matias Aires	7		12			19		11						5		16	35	
Lisboa	Sintra	Padre Alb.º Neto	24		12		18	54		20			18					38	92	
Lisboa	Sintra	Stuart Carvalhais	23	6	14		20	63										0	63	
Lisboa	V. F. de Xira	Gago Coutinho	24	23	22			69	13							17		30	99	
Sub-Total			280	114	159	0	108	661	0	31	54	0	11	52	0	0	28	0	176	837

Distrito de Setúbal

Distrito	Concelho	Escola	Cursos Científicos e Humanistas					N.º de Alunos	Cursos Tecnológicos								N.º de Alunos	Total de Alunos		
			CT	CSH	CSE	L	AV		CCE	E	INF	D Eqº	MULT	ADM	MARK	OT A			DESP	A S
Setúbal	Barreiro	Alfredo da Silva	20					20										11	11	31
Setúbal	Setúbal	D. Manuel Martins	18	20				38			17								17	55
Sub-Total			38	20	0	0	0	58	0	0	17	0	0	0	0	0	0	11	28	86

Distrito de Santarém

Distrito	Concelho	Escola	Cursos Científicos e Humanistas					N.º de Alunos	Cursos Tecnológicos								N.º de Alunos	Total de Alunos		
			CT	CS H	CS E	L	AV		CC	EE	INF	DEqº	MULT	ADM	MARK	OTA			DESP	AS
Santarém	Coruche	Coruche		19				19			14								14	33
Santarém	Entronc.º	Entronc.º	21					21											0	21
Santarém	Ferreira do Zêzere	Ferreira do Zêzere	15	27				42											0	42
Santarém	Rio Maior	Dr. Aug.º C. S. Fer.º	21	18				39		10				15			14		39	78
Santarém	Sardoal	Dr.º M.º J. S. Andrade	8					8										7	7	15
Santarém	Vila N. da Barquinha	D. Maria II	15					15											0	15
Sub-Total			80	64	0	0	0	144	0	0	24	0	0	15	0	0	14	7	60	204

Distrito de Leiria

Distrito	Concelho	Escola	Cursos Científicos e Humanistas					N.º de Alunos	Cursos Tecnológicos								N.º de Alunos	Total de Alunos		
			CT	CS H	CS E	L	AV		CC	EE	INF	DEqº	MULT	ADM	MARK	OTA			DESP	AS
Leiria	Alcobaça	D. Inês de Castro	14	35				49			14								14	63
Leiria	Alvaiázere	Dr. M. R. Ferreira	16					16											0	16
Leiria	Figueiró dos Vinhos	Figueiró dos Vinhos	17					17										25	25	42
Leiria	Leiria	Domingos Sequeira	27		14			41		17				18					35	76
Leiria	Marinha Grande	José L.º Botas	12					12						8					8	20
Sub-Total			86	35	14	0	0	135	0	17	14	0	0	18	8	0	0	25	82	217
Total			484	233	173	0	108	998	0	48	109	0	11	85	8	0	42	43	346	1344

Anexo 2 – Questionário

12. Habilitações literárias dos teus pais – vivos ou falecidos (marcar só o nível mais elevado atingido)

	<i>Pai</i>	<i>Mãe</i>
Não sabe ler nem escrever	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sabe ler e escrever, mas não fez a 4ª classe	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4ª classe (1º ciclo)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6º ano (ciclo preparatório)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9º ano	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12º ano (ou curso profissional)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Curso Superior Politécnico (Bacharelato)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Curso Superior Universitário (Licenciatura)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Pós-Graduação (Mestrado, Doutoramento)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

13. Situação de vida dos pais:

	<i>Pai</i>	<i>Mãe</i>
Empregado	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Desempregado	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reformado	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Outra (Falecido, Emigrado)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

14. Qual a profissão do teu pai?

15. Qual a profissão da tua mãe?

16. Em casa, interessam-se pelo que se passa na Escola? *(marcar só uma)*

Quase todos os dias	<input type="checkbox"/>
Muitas vezes	<input type="checkbox"/>
Raramente	<input type="checkbox"/>
Nunca	<input type="checkbox"/>

17. Onde estudas habitualmente? *(marcar só uma)*

Em casa	<input type="checkbox"/>	
Em casa de amigos	<input type="checkbox"/>	
Na escola	<input type="checkbox"/>	
Noutro local	<input type="checkbox"/>	Qual?

18. Fazes os TPC? *(marcar só uma)*

Sempre	<input type="checkbox"/>
Muitas vezes	<input type="checkbox"/>
Às vezes	<input type="checkbox"/>
Nunca	<input type="checkbox"/>

19.a) Tens ajuda nos TPC?

Sim	<input type="checkbox"/>
Não	<input type="checkbox"/>
Às vezes	<input type="checkbox"/>

b) Em caso afirmativo, quem te ajuda habitualmente? *(marcar só uma)*

Pai	<input type="checkbox"/>
Mãe	<input type="checkbox"/>
Irmão/irmã	<input type="checkbox"/>
Outro	<input type="checkbox"/>

20. Que gostas de fazer nos tempos livres? *(fins-de-semana; férias; etc.)*

21. Praticas algum desporto?

Sim	<input type="checkbox"/>	Qual?
Não	<input type="checkbox"/>	

22. Frequentas o 10º ano pela:

1ª vez	<input type="checkbox"/>
2ª vez	<input type="checkbox"/>
3ª vez	<input type="checkbox"/>
4ª vez ou mais	<input type="checkbox"/>

23. Se estás a repetir o 10º ano é por: *(assinala só o motivo mais predominante)*

Teres mudado de curso/opção	<input type="checkbox"/>
Insucesso em alguma disciplina	<input type="checkbox"/>
Doença	<input type="checkbox"/>
Gostares pouco de estudar	<input type="checkbox"/>
Não gostares da turma	<input type="checkbox"/>
Não gostares dos professores	<input type="checkbox"/>
Não gostares da escola	<input type="checkbox"/>
Outra razão	<input type="checkbox"/>

Qual?

24. Já repetiste algum ano de escolaridade anterior? Sim
Não

25. Que disciplina(s) gostas mais?

26. Que disciplina(s) gostas menos?

27. Consideras-te um aluno:

	<i>Sim</i>	<i>Não</i>	<i>Às vezes</i>
Assíduo	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Pontual	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Participativo	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Empenhado	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Com iniciativa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Distraído	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

28. Qual é o curso em que estás inscrito(a)?

Ciências e Tecnologias
Ciências Socioeconómicas
Ciências Sociais e Humanas
Línguas e Literaturas
Artes Visuais
Tecnológicos Qual variante?

29. Indica a razão porque escolheste este curso? (*assinala só a de maior importância*)

Por ser mais adequado às tuas aptidões e interesses
Para seguir a tradição familiar
Porque está na moda
Pode vir a trazer grandes vantagens económicas
Por ser menos exigente e de rápida conclusão
Para fugires a uma(s) disciplina(s) com insucesso ou que não gostas
Por não teres outras opções (ou a desejada)
Por outra razão Qual?

30. Quem te apoiou (ou teve mais influência) a fazer a escolha? (*assinala só a de maior influência*)

A família Porquê?

O(s) amigo(s) Porquê?

O(s) professor(es) Porquê?

O psicólogo/conselheiro de orientação Porquê?

Influência de outros meios de comunicação (TV, vídeo, Internet, jornais, revistas, folhetos) Porquê?

Ninguém/tu sozinho Porquê?

Todos estes apoios Porquê?

Outro tipo de apoio Qual? E porquê?

31. Das opções seguintes, o que achas que a escola pode vir a fazer para facilitar o acesso à informação sobre os cursos superiores/profissões no âmbito do teu curso? (*assinala só a de maior importância*)

Nada, a informação já é suficiente
Organizar sessões de esclarecimento na escola
Disponibilizar informação no site da escola
Distribuir panfletos informativos na escola
Organizar visitas de estudo a escolas/universidades
Outras sugestões Quais?

32. Qual o curso/profissão que gostavas de vir a ter no futuro?

Porquê? (*assinala só o motivo mais predominante*)

Por ser a tua vocação
Para seguir a tradição familiar
Porque está na moda
Porque dá prestígio social
Por oferecer maiores vantagens económicas
Por ser menos exigente e de rápida conclusão
É fácil obter emprego
Por outra razão Qual?

33. O que pensas (que podes) vir a fazer no futuro? Acabar o secundário e: *(marcar só uma)*
- Ter que ir trabalhar
- Tirar cursos de especialização/formação
- Tirar curso superior politécnico
- Tirar curso superior universitário
- Outros
34. Achas que o que fazes/aprendes na escola irá ter importância no teu futuro profissional? Grande
- Alguma
- Pequena
- Nenhuma
35. Qual a tua expectativa em relação à opção *(curso)* que escolheste? *(assinala só a de maior importância)*
- Aumento de conhecimento, de cultura geral, etc.
- Formação profissional para o futuro emprego
- Formação teórica voltada para a pesquisa e ensino
- Melhoria da situação sócio-económica da família
- Formação de uma consciência crítica que possibilite intervenções na sociedade
- Outros
36. Na tua opinião, achas que a tua escola deveria:
- Ter ou ter mais cursos profissionais/tecnológicos *(para os alunos que não querem seguir o ensino superior)?*
- Apoiar os alunos na procura do 1º emprego?
- Promover (mais) contactos com empresas, universidades, etc.?
- Promover (mais) actividades extra-curriculares, *seminários*, etc., relativas à profissão/curso de opção?
- Outros assuntos
- Qual/is?
37. a) Frequentas a biblioteca da Escola? Sim
- Não
- Qual o motivo?
- b) Se **sim**, qual a frequência? Todos os dias
- Muitas vezes
- De vez em quando
- Raramente
38. Quanto tempo por semana, em média, costumavas dedicar a pesquisas e investigações na Internet? Entre meia-hora e 1 hora
- De 1 hora a 2 horas
- De 2 horas a 3 horas
- Mais de três horas
39. a) Existem laboratórios referentes ao teu curso na tua escola? Sim
- Não
- b) Em caso afirmativo, qual a tua opinião sobre os seus equipamentos? Muito bom
- Bom
- Razoável
- Mau
40. Quais foram as tuas notas, nos 1º e 2º períodos, às disciplinas científicas?

Ciências e Tecnologias	C.ºs Sócio-económicas		C.ºs Sociais e Humanas		Línguas e Literaturas		Artes Visuais		Cursos Tecnológicos		
	1.º	2.º	1.º	2.º	1.º	2.º	1.º	2.º	1.º	2.º	
Matemát. A			Matemát. A		História A		Francês		Desenho A		Matemát. B
Fís. Quím. A			Economia A		MACS		Inglês		Geom. D. A		Fís. Quím. B
Biol. e Geol.			Geografia A		Geografia A		Alemão		Matemát. B		História Artes
							Espanhol				Geom. D. B
							Literat. Port.				Econo. B
							Latim				Geografia B
											Ecologia
											Biol. Humana
											Psicologia A
											História C

FIM

Obrigado pela tua colaboração!

Anexo 3 – Análise das Notas das Disciplinas Científicas

Índice de Tabelas

Tabela 1: Análise descritiva das Notas das disciplinas científicas dos alunos em relação ao Apoio e/ou Influência na escolha do Curso

1

Índice de Gráficos

Gráfico nº1.1: Categoria Família	2
Gráfico nº1.2	2
Gráfico nº1.3	2
Gráfico nº2.1: Categoria Amigo	2
Gráfico nº2.2	2
Gráfico nº2.3	2
Gráfico nº3.1: Categoria Professor	3
Gráfico nº3.2	3
Gráfico nº3.3	3
Gráfico nº4.1: Categoria Psicólogo	3
Gráfico nº4.2	3
Gráfico nº4.3	3
Gráfico nº5.1: Categoria Comunicação	4
Gráfico nº5.2	4
Gráfico nº5.3	4
Gráfico nº6.1: Categoria Sozinho	4
Gráfico nº6.2	4
Gráfico nº6.3	4
Gráfico nº7.1: Categoria Todos	5
Gráfico nº7.2	5
Gráfico nº7.3	5
Gráfico nº8.1: Categoria Outro	5
Gráfico nº8.2	5
Gráfico nº8.3	5
Gráfico nº9.1: Categoria Vários	6
Gráfico nº9.2	6
Gráfico nº9.3	6
Gráfico nº10.1: N_resp	6
Gráfico nº10.2	6
Gráfico nº10.3	6
Gráfico nº11: Diagrama de Extremos e Quartis	7

Tabela 1: Análise descritiva das Notas das disciplinas científicas dos alunos em relação ao Apoio e/ou Influência na escolha do Curso

Notas das Disciplinas Científicas		Apoio e/ou Influência na Escolha do Curso																			
		Família		Amigo(s)		Professor(es)		Psicólogo Conselheiro de Orientação		Meios de Comunicação		Ninguém Sòzinho		Todos os Apoios		Outro Tipo de Apoio		Vários destes Itens		Não respondeu	
		Estadística	e.p.	Estadística	e.p.	Estadística	e.p.	Estadística	e.p.	Estadística	e.p.	Estadística	e.p.	Estadística	e.p.	Estadística	e.p.	Estadística	e.p.	Estadística	e.p.
Média		11.293	0.138	10.502	0.274	11.204	0.963	11.837	0.243	10.448	0.511	11.597	0.121	12.789	0.308	9.400	0.621	11.313	0.300	9.700	1.052
Intervalo para a Média a 95% Confiança	Mais Baixo	11.021		9.954		9.057		11.355		9.351		11.359		12.175		7.993		10.714		6.7765	
	Mais Alto	11.566		11.050		13.352		12.320		11.546		11.835		13.403		10.806		11.911		12.623	
Média Truncada 5%		11.259		10.451		11.296		11.864		10.401		11.567		12.769		9.430		11.287		9.652	
Mediana		11.085		10.000		11.000		12.000		9.500		11.250		12.875		9.875		11.085		9.250	
Variância		7.880		5.210		10.219		7.791		3.929		8.710		7.025		3.864		6.673		5.544	
Desvio Padrão		2.807		2.282		3.196		2.791		1.982		2.951		2.650		1.965		2.583		2.354	
Mínimo		4.50		5.75		5.25		5.50		8.00		1.50		7.00		6.00		5.50		7.00	
Máximo		18.67		16.67		15.50		18.33		13.75		19.50		19.00		12.25		18.00		13.25	
Amplitude		14.17		10.92		10.25		12.83		5.75		18.00		12.00		6.25		12.50		6.25	
Amplitude Inter-quartis		3.94		3.13		5.17		4.67		3.83		4.33		3.54		3.44		3.55		4.13	
Assimetria		0.207	0.121	0.380	0.289	-0.342	0.661	-0.120	0.212	0.466	0.580	0.207	0.100	0.171	0.279	-0.503	0.687	0.187	0.279	0.758	0.913
Achatamento		-0.351	0.240	-0.051	0.570	-0.569	1.279	-0.580	0.420	-1.390	1.121	-0.415	0.200	-0.457	0.552	-0.594	1.334	-0.298	0.552	0.724	2.000

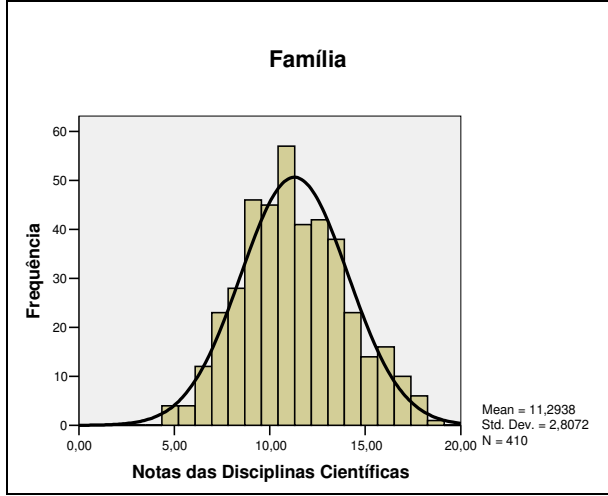


Gráfico nº1.1: Categoria Família

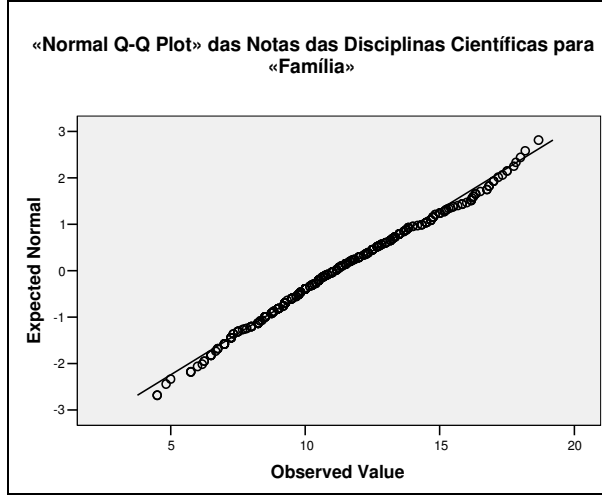


Gráfico nº1.2

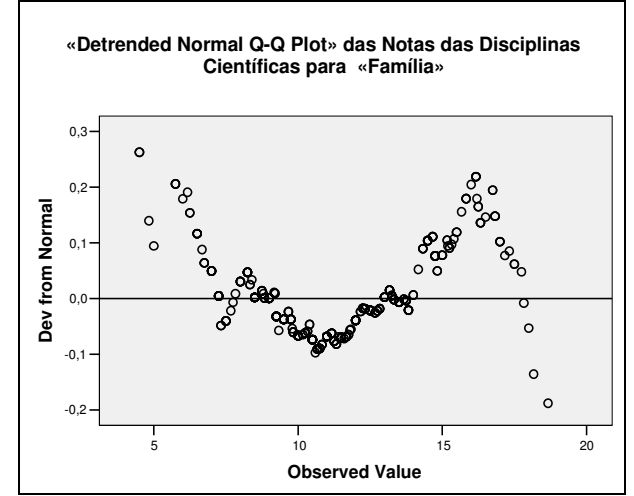


Gráfico nº1.3

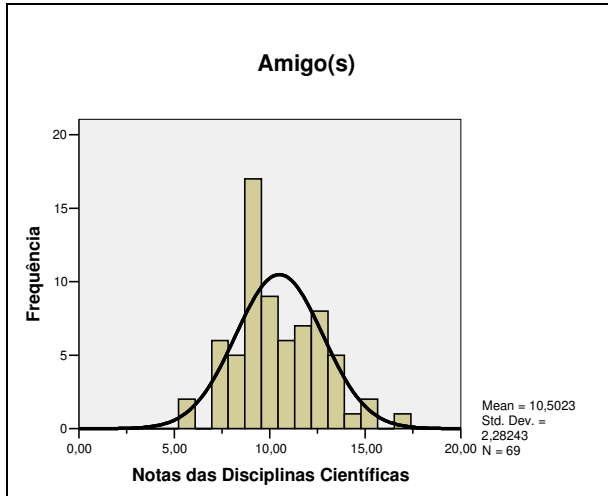


Gráfico nº2.1: Categoria Amigo

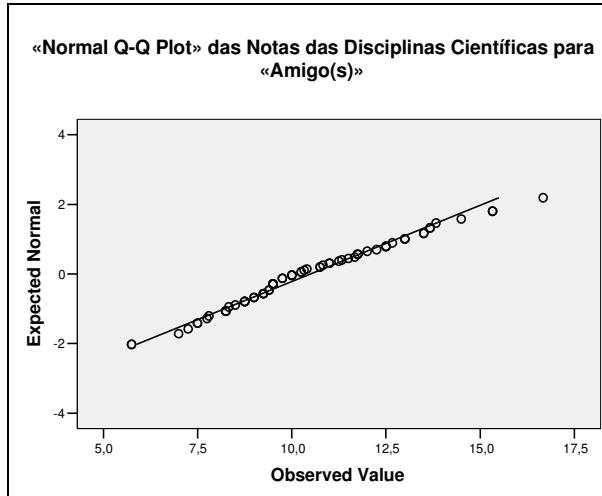


Gráfico nº2.2

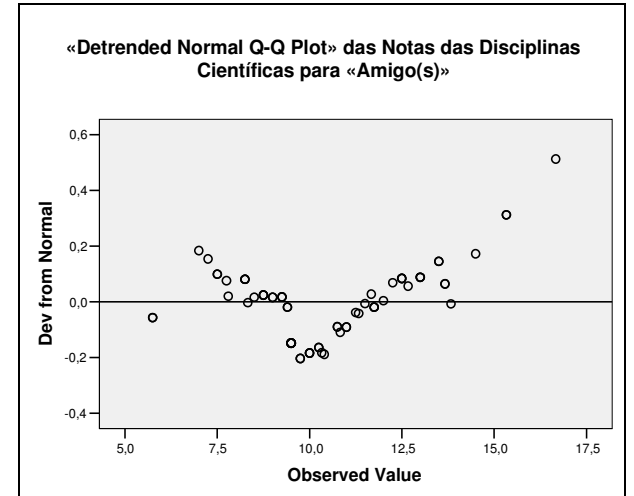


Gráfico nº2.3

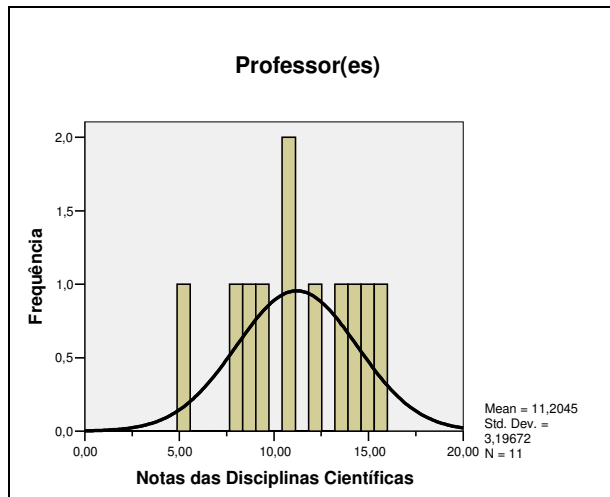


Gráfico nº3.1: Categoria Professor

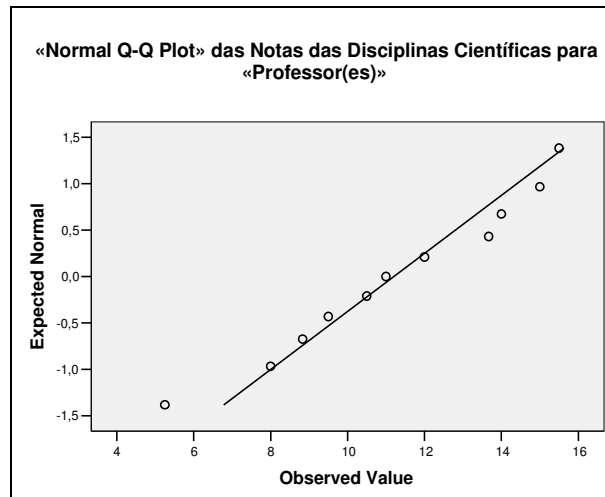


Gráfico nº3.2

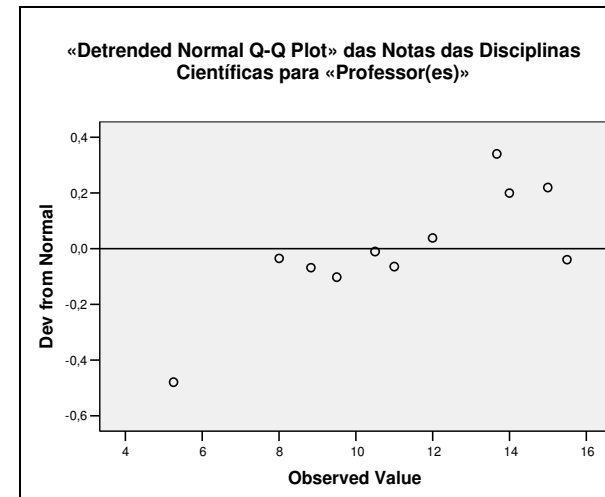


Gráfico nº3.3

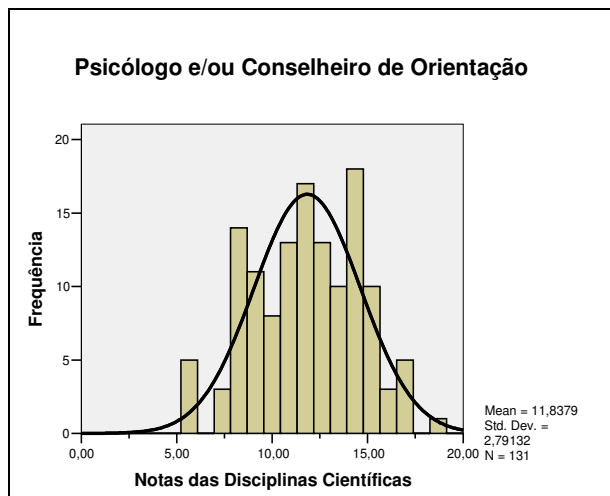


Gráfico nº4.1: Categoria Psicólogo

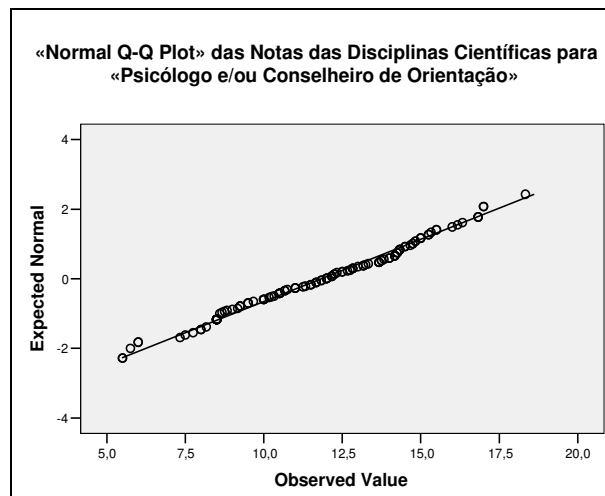


Gráfico nº4.2

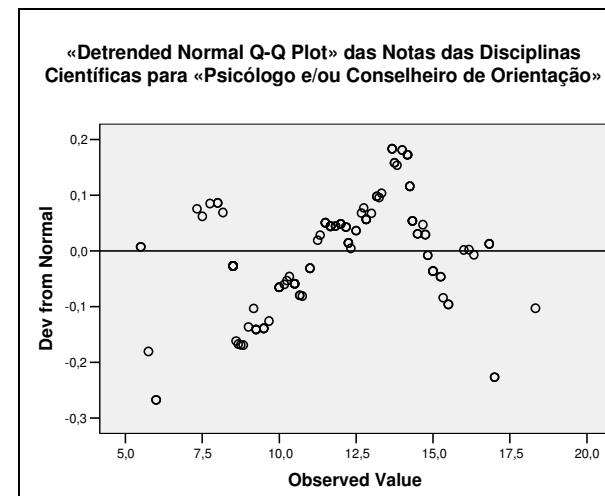


Gráfico nº4.3

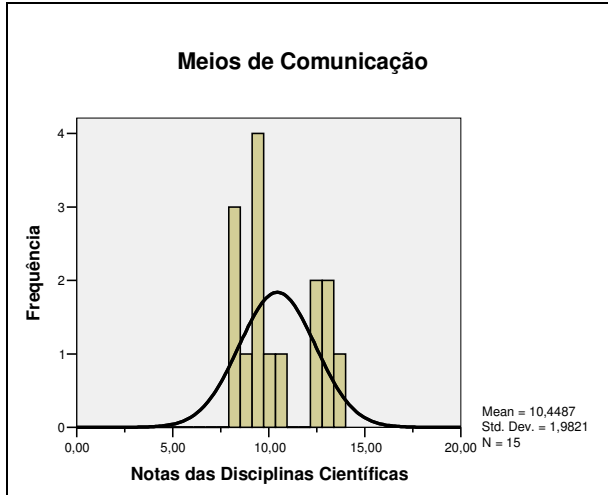


Gráfico nº5.1: Categoria Comunicação

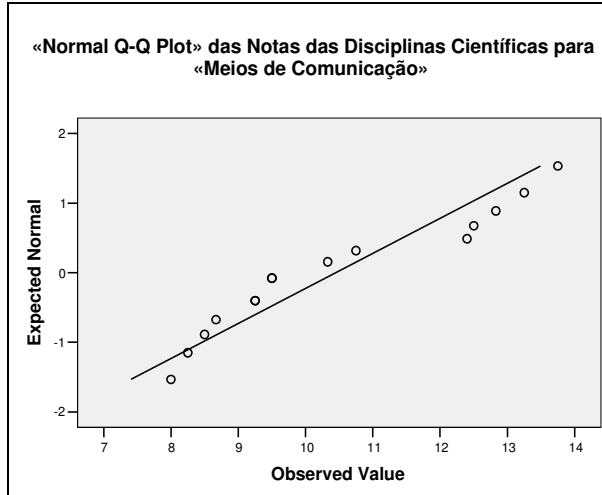


Gráfico nº5.2

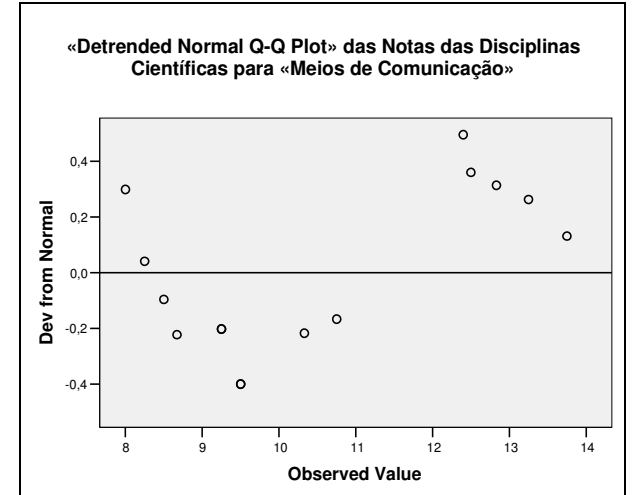


Gráfico nº5.3

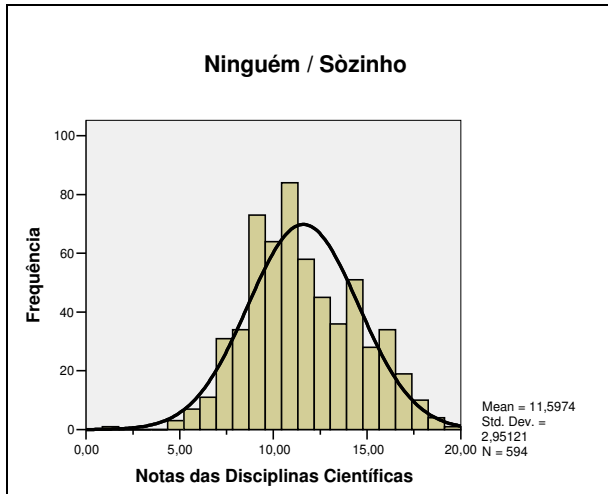


Gráfico nº6.1: Categoria Sozinho

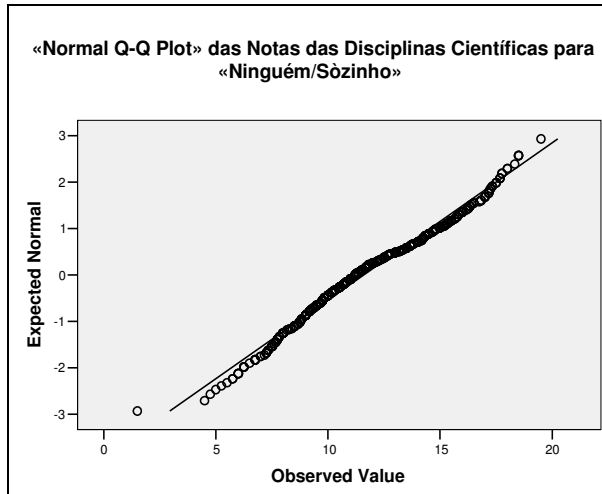


Gráfico nº6.2

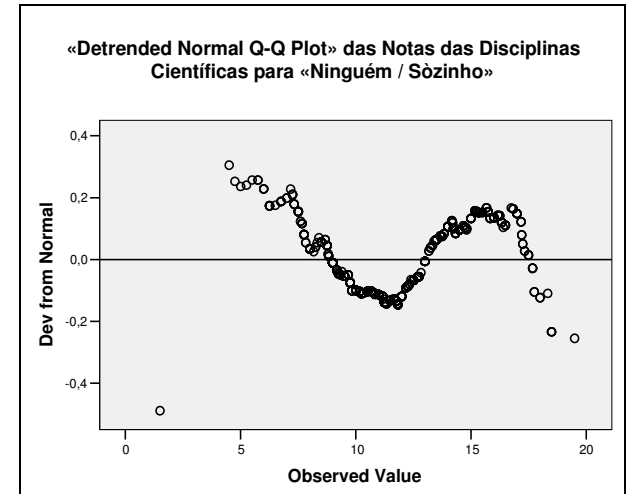


Gráfico nº6.3

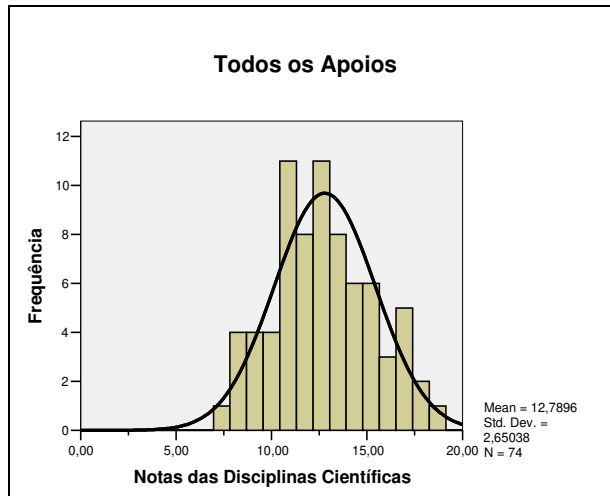


Gráfico nº7.1: Categoria Todos

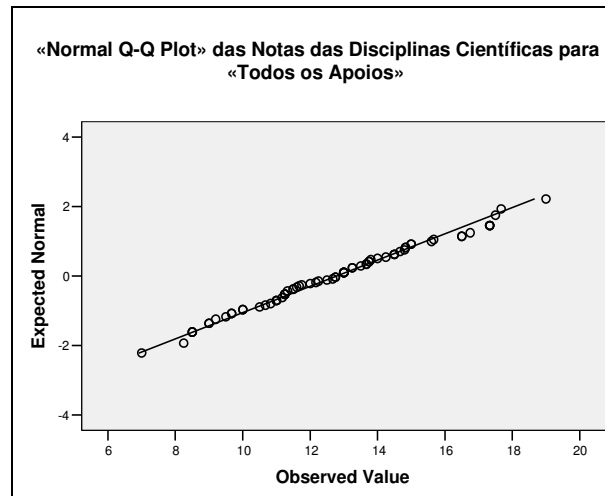


Gráfico nº7.2

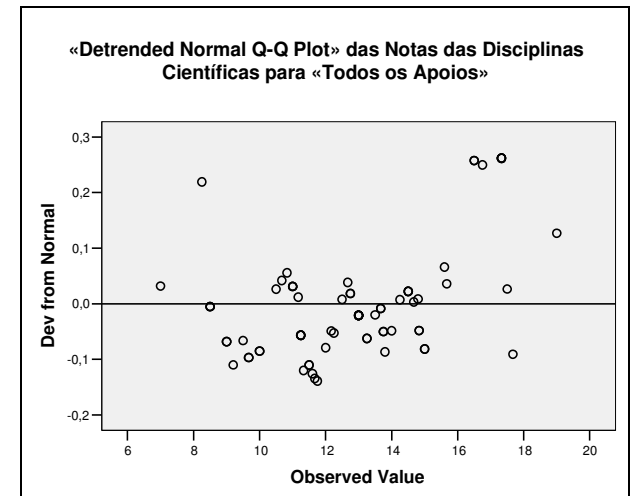


Gráfico nº7.3

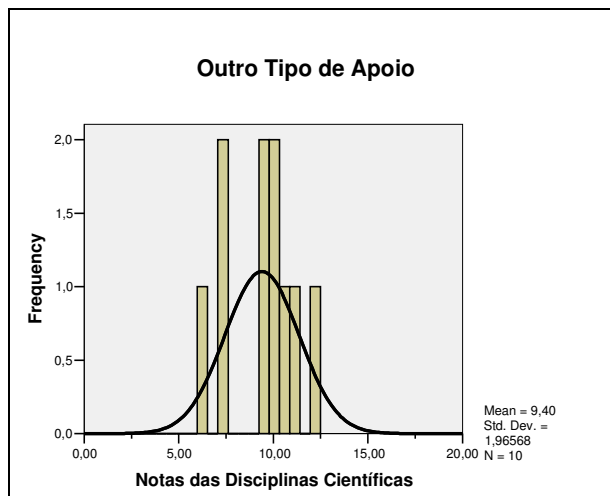


Gráfico nº8.1: Categoria Outro

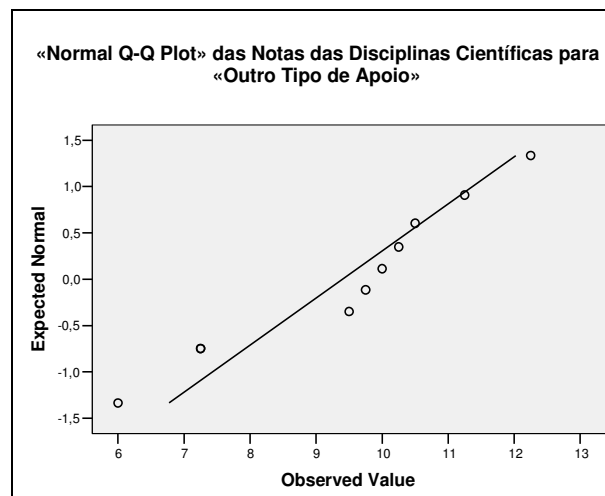


Gráfico nº8.2

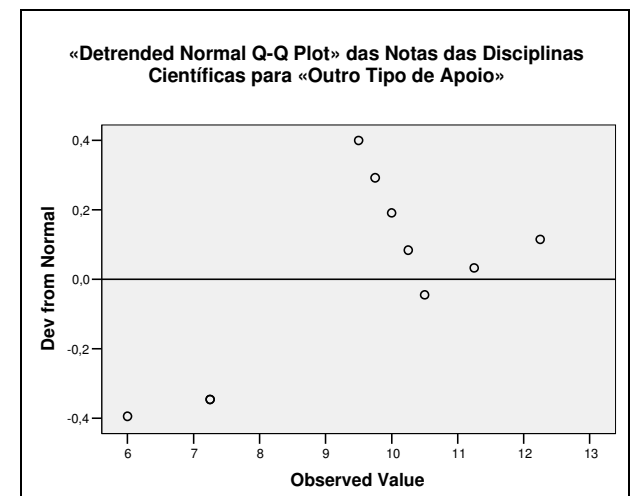


Gráfico nº8.3

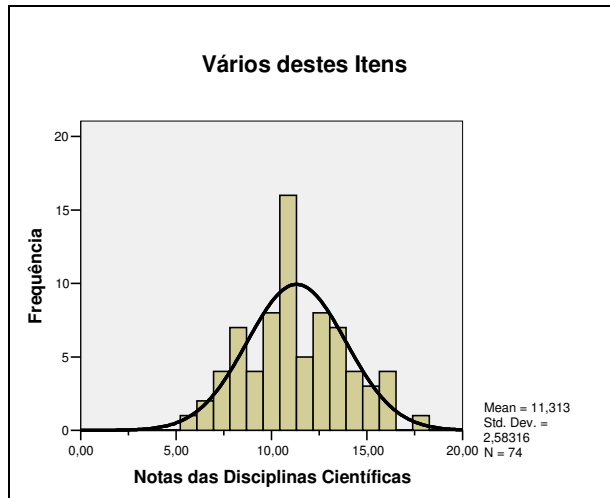


Gráfico nº9.1: Categoria Vários

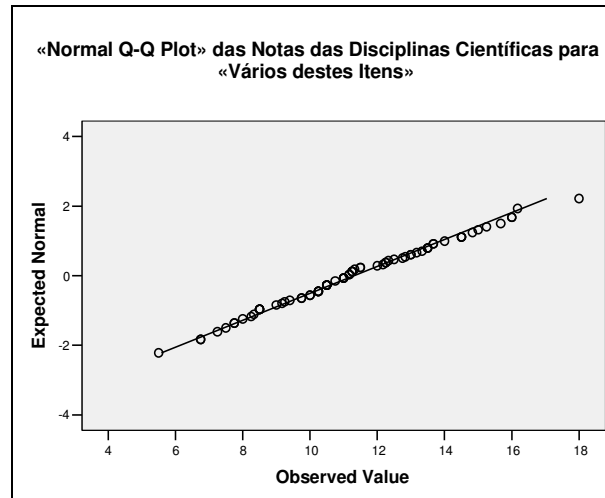


Gráfico nº9.2

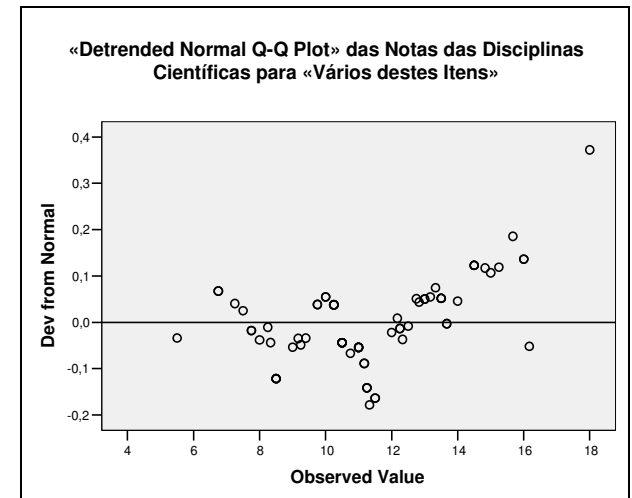


Gráfico nº9.3

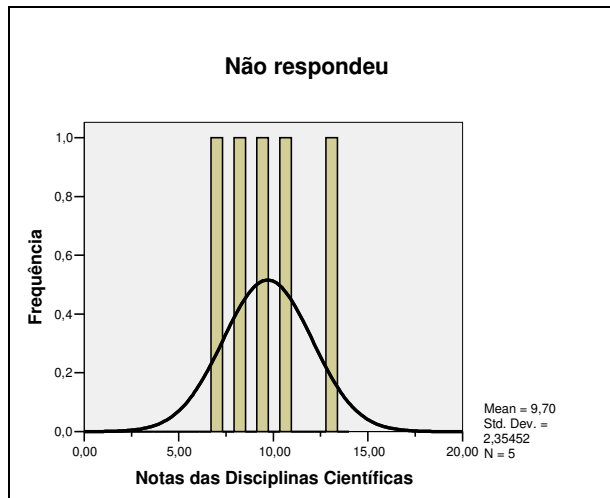


Gráfico nº10.1:N_resp

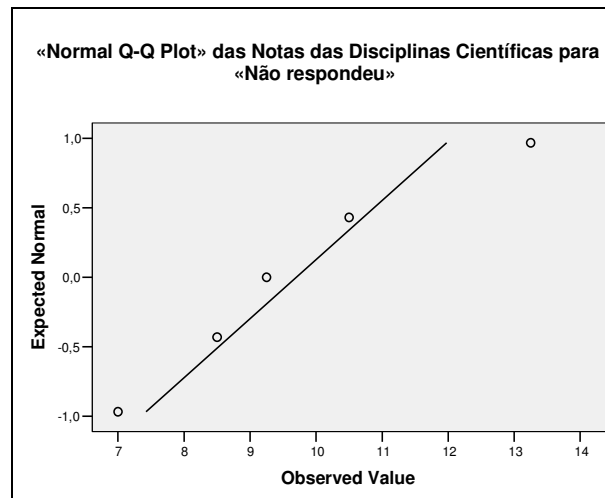


Gráfico nº10.2

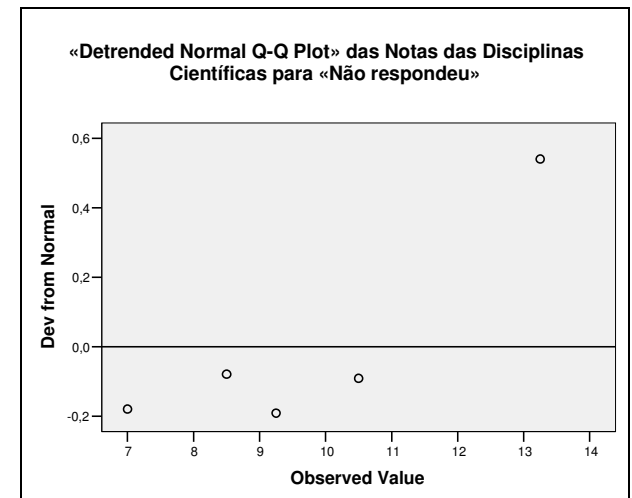


Gráfico nº10.3

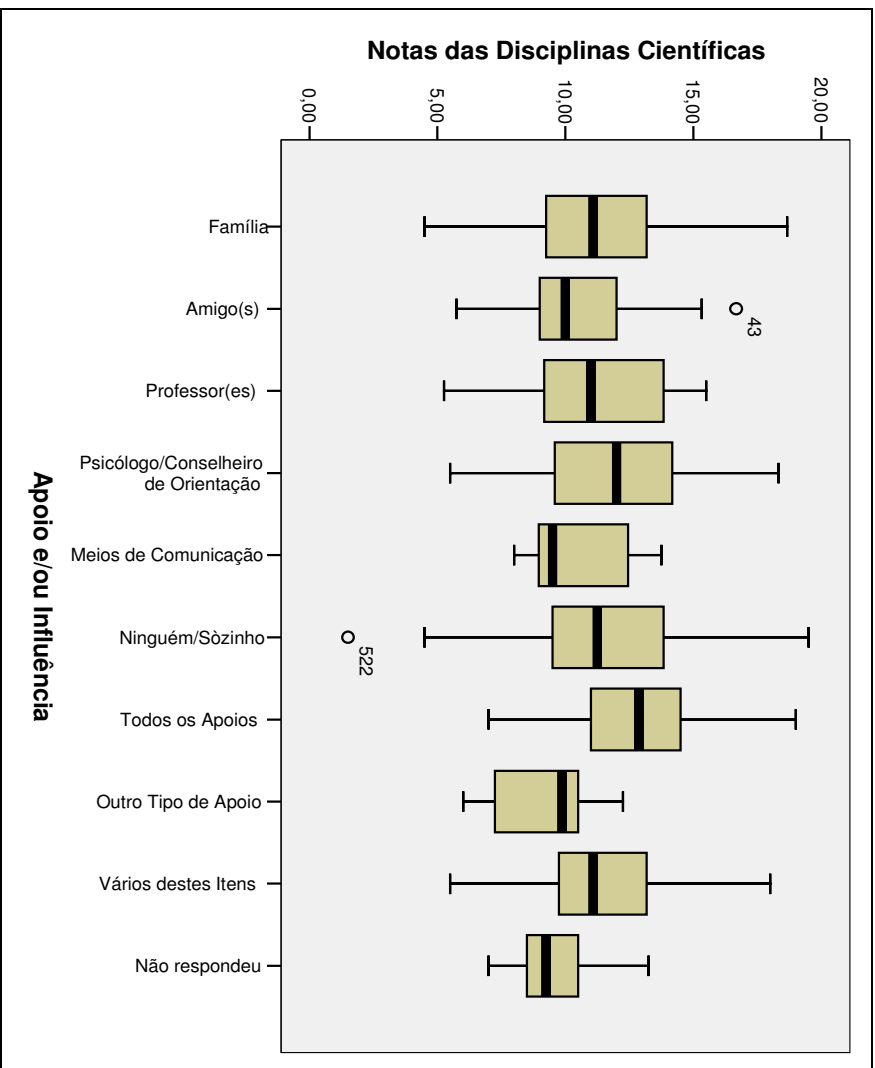


Gráfico nº11: Diagrama de Extremos e Quartis