

# Arquitetura de Computadores

## PVP 2 – Capítulo 2 Funções Lógicas

José Coelho,  
Gracinda Carvalho 2023



Funções Lógicas de José Coelho e Gracinda Carvalho é disponibilizado sob a Licença *Creative Commons-  
Atribuição - NãoComercial-Compartilhaqual 4.0  
Internacional*

# Índice

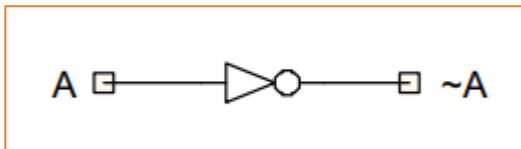
1. Álgebra de Boole Binária
  1. Funções Lógicas
  2. Manipulação de Expressões Lógicas
2. Representação de Funções Lógicas
  1. Forma Normal Disjuntiva
  2. Forma Normal Conjuntiva
  3. Representação utilizando um só tipo de função
3. Implementação de Funções Lógicas

# Funções lógicas 1 e 2 variáveis

$f(A): \{0,1\} \rightarrow \{0,1\}$

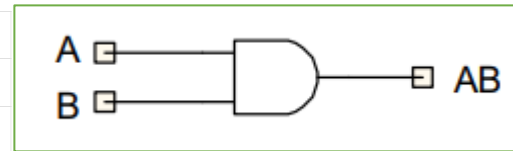
A	0	1	
f1(A)	0	0	
f2(A)	1	0	NOT
f3(A)	0	1	
f4(A)	1	1	

NOT  $\bar{A} = \neg A$

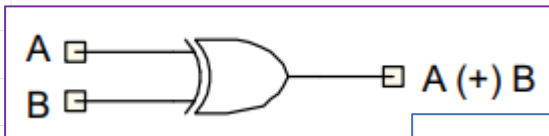


$f(A,B): \{0,1\}^2 \rightarrow \{0,1\}$

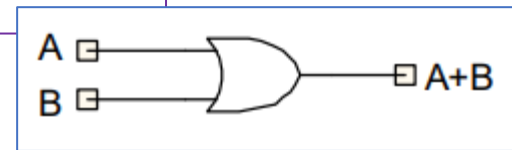
A	0	0	1	1	
B	0	1	0	1	
f1(A,B)	0	0	0	0	
f2(A,B)	0	0	0	1	AND
f3(A,B)	0	0	1	0	
f4(A,B)	0	0	1	1	
f5(A,B)	0	1	0	0	
f6(A,B)	0	1	0	1	
f7(A,B)	0	1	1	0	XOR
f8(A,B)	0	1	1	1	OR
f9(A,B)	1	0	0	0	NOR
f10(A,B)	1	0	0	1	XNOR
f11(A,B)	1	0	1	0	
f12(A,B)	1	0	1	1	
f13(A,B)	1	1	0	0	
f14(A,B)	1	1	0	1	
f15(A,B)	1	1	1	0	NAND
f16(A,B)	1	1	1	1	



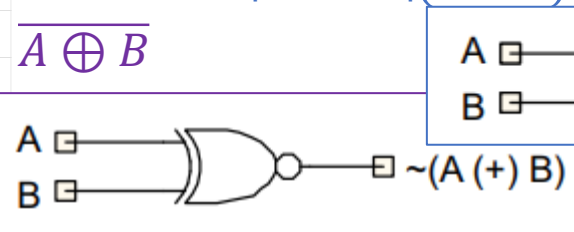
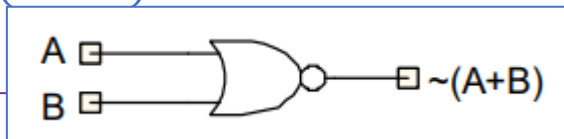
$A \wedge B = A \cdot B = AB$



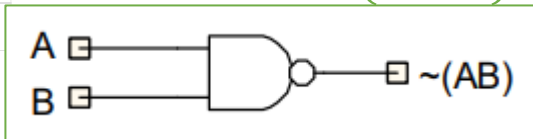
$A \oplus B$   
 $A \vee B = A + B$



$\overline{A \vee B} = \overline{A + B} = \neg(A + B)$



$\overline{A \wedge B} = \overline{AB} = \neg(A \wedge B)$



# Teoremas

$$A = \overline{\overline{A}}$$

A	/A	//A
0	1	0
1	0	1

Dupla Negação

## Disjunção

Comutatividade

$$A + B = B + A$$

Associativividade

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

Elemento neutro

$$A + 0 = A$$

Elemento absorvente

$$A + 1 = 1$$

Complemento

$$A + \overline{A} = 1$$

Idempotência

$$A + A = A$$

## Conjunção

$$AB = BA$$

$$(AB)C = A(BC)$$

$$A1 = A$$

$$A0 = 0$$

$$A\overline{A} = 0$$

$$AA = A$$

## Distributividade

$$(A + B)C = AC + BC$$

$$AB + C = (A + C)(B + C)$$

## Leis de Morgan

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

$$\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$$

## Absorção

$$A + AB = A$$

$$A(A + B) = A$$

## Redundância

$$A + \overline{A}B = A + B$$

$$A(\overline{A} + B) = AB$$

## XOR

$$A \oplus B = A\overline{B} + \overline{A}B$$

$$A \oplus B = (A + B)(\overline{A} + \overline{B})$$

# Expressões lógicas

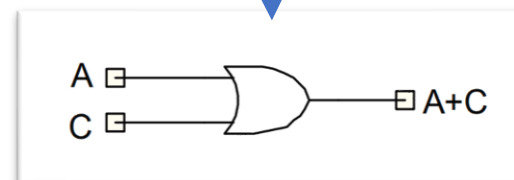
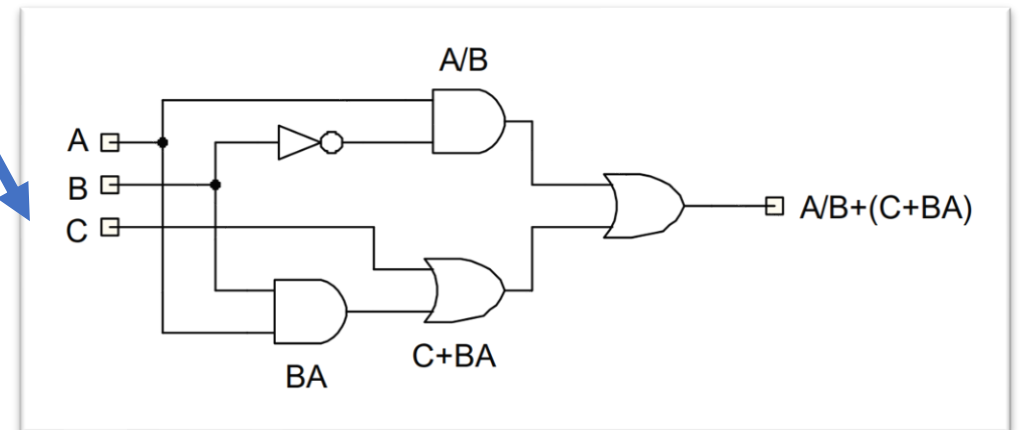
$$f(A, B, C) = A\bar{B} + (C + BA)$$

$$f(A, B, C) = A\bar{B} + C + BA$$

$$f(A, B, C) = A(\bar{B} + B) + C$$

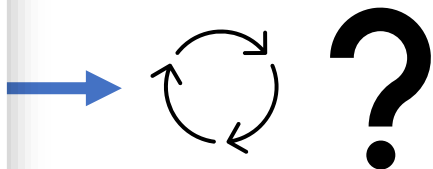
$$f(A, B, C) = A + C$$

A	B	C	BA	A/B	C+BA	f(A,B,C)
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1	1



# CNF / DNF

Linha	A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0



Forma canónica normal disjuntiva

$$\begin{aligned}f(A, B, C) &= \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + ABC\bar{C} \\ &= m_1 + m_3 + m_4 + m_6 \\ &= \sum m(1,3,4,6)\end{aligned}$$

Forma normal disjuntiva (DNF)

$$f(A, B, C) = \bar{A}C + AC\bar{C}$$

Forma canónica normal conjuntiva

$$\begin{aligned}f(A, B, C) &= (A + B + C)(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + B + \bar{C})(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}) \\ &= M_0 \cdot M_2 \cdot M_5 \cdot M_7 \\ &= \prod M(0,2,5,7)\end{aligned}$$

Forma normal conjuntiva (CNF)

$$f(A, B, C) = (A + C)(\bar{A} + \bar{C})$$

# Função utilizando apenas NAND/NOR

Forma normal disjuntiva (DNF)

$$f(A, B, C) = \bar{A}C + A\bar{C}$$

Dupla negação

$$f(A, B, C) = \overline{\overline{\bar{A}C} + \overline{A\bar{C}}}$$

Lei de Morgan >> apenas portas NAND:

$$f(A, B, C) = \overline{\overline{\bar{A}C} \cdot \overline{A\bar{C}}}$$

Forma normal conjuntiva (CNF)

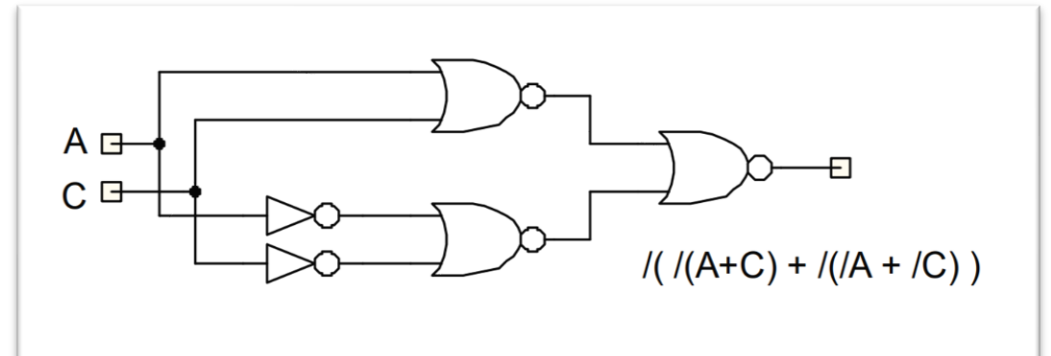
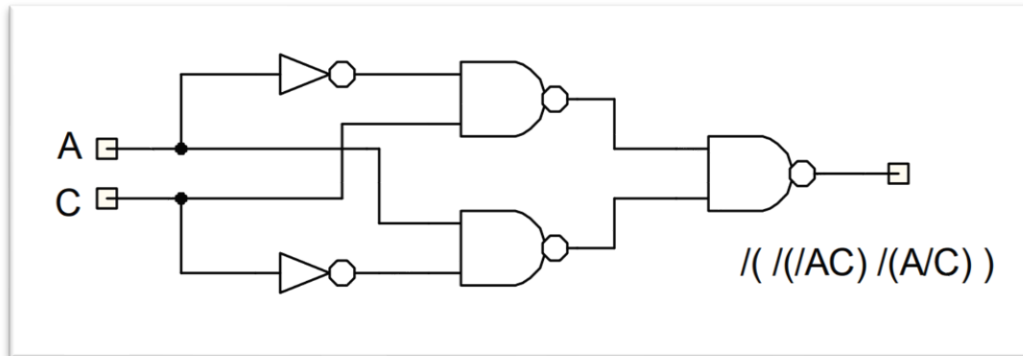
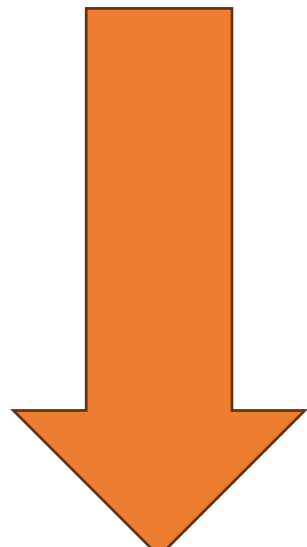
$$f(A, B, C) = (A + C)(\bar{A} + \bar{C})$$

Dupla negação

$$f(A, B, C) = \overline{\overline{(A + C)(\bar{A} + \bar{C})}}$$

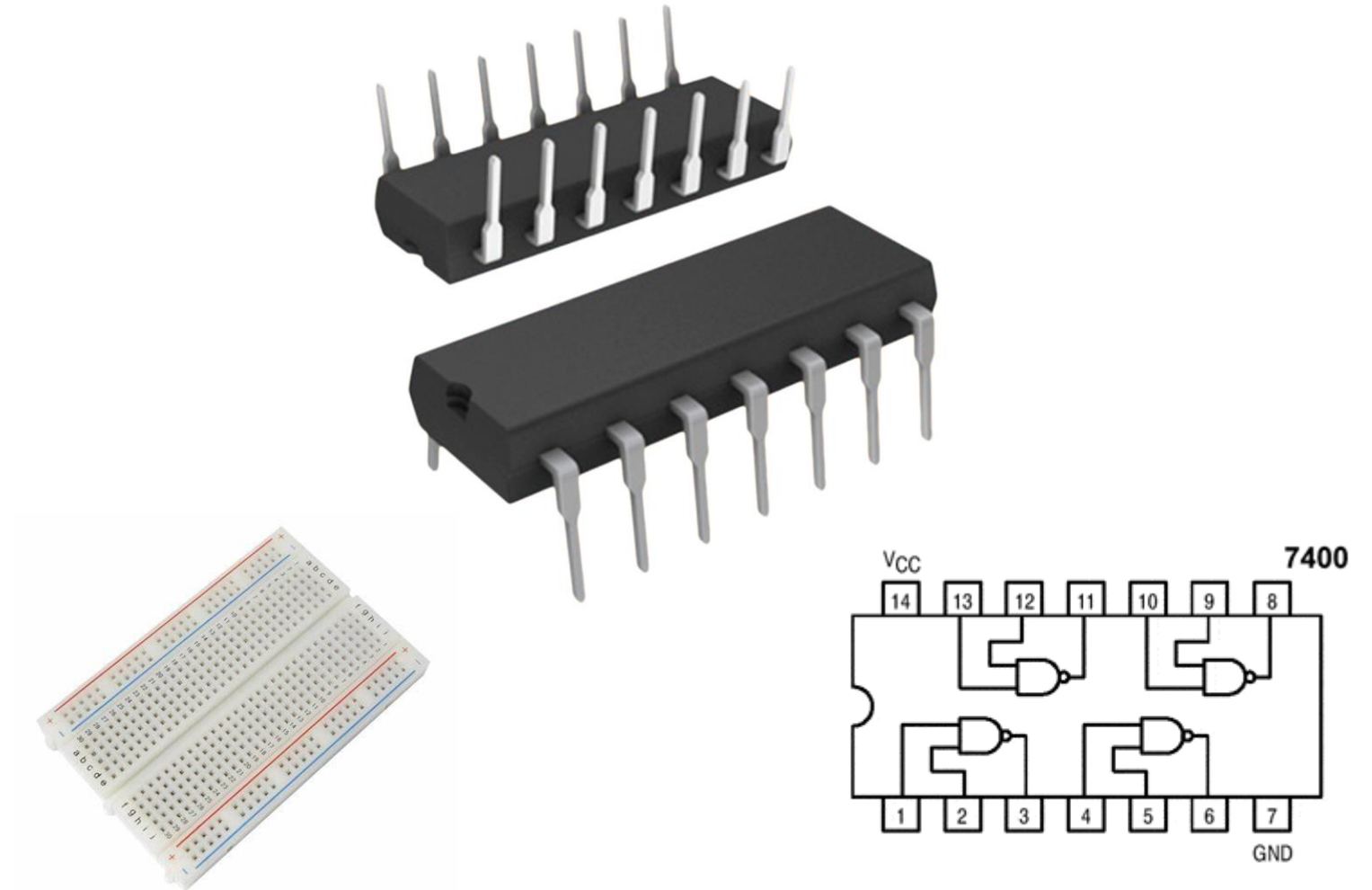
Lei de Morgan >> apenas portas NOR:

$$f(A, B, C) = \overline{\overline{A + C} + \overline{\bar{A} + \bar{C}}}$$



# Implementação de funções lógicas

- Logigrama
- Tabela de verdade
- Circuitos integrados
  - Datasheet
  - Breadboard
- Memórias
  - Endereçamento
  - Dados



# Recursos utilizados

- Microsoft Power Point
- Clipchamp, voz de síntese Fernanda
- Vimeo
- G. Arroz, J. Monteiro, A. Oliveira (2020). Arquitectura de Computadores: dos Sistemas Digitais aos Microprocessadores (5ª edição). IST Press