

Universidade Aberta

Departamento de Ciências da Educação



**Actividades de Investigação Matemática
no 1º ciclo do Ensino Básico
O contributo dos ambientes de aprendizagem**

SÓNIA MARIA DA SILVA GARCIA FERNANDES

**MESTRADO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS
Especialidade em Ensino da Matemática**

2007

Universidade Aberta de Lisboa

Departamento de Educação



Actividades de Investigação Matemática

no 1º ciclo do Ensino Básico

O contributo dos ambientes de aprendizagem

SÓNIA MARIA DA SILVA GARCIA FERNANDES

Dissertação apresentada para obtenção do grau de Mestre em Ensino das Ciências – Especialidade em Ensino da Matemática pela Universidade Aberta, sob a orientação da Professora Doutora Darlinda Moreira.

MESTRADO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

Especialidade em Ensino da Matemática

2007

Resumo

A presente investigação pretende contribuir para uma melhor compreensão das diferenças e semelhanças existentes quando os alunos realizam diferentes tipos de actividades matemáticas, bem como entender quais as suas relações com os diferentes processos matemáticos.

O estudo foi realizado numa escola do 1º ciclo dos arredores de Lisboa com vinte e dois alunos do terceiro ano de escolaridade.

A questão de investigação central é a seguinte: “Quais as diferenças e semelhanças na participação dos alunos quando estão a resolver diferentes tipos de problemas e actividades de investigação e de que forma os diferentes processos matemáticos estão presentes durante a resolução?”. Elaborando-se posteriormente as seguintes questões de investigação, para melhor desenvolver o estudo: I) O que é um problema para uma criança do terceiro ano de escolaridade?; II) Como é que uma criança do terceiro ano de escolaridade define um problema matemático?; III) Quais as competências comunicativas observadas em cada um dos ambientes de aprendizagem?; IV) Quais as representações usadas pelos alunos em cada um dos ambientes de aprendizagem?; V) Quais os processos matemáticos envolvidos em cada um dos ambientes de aprendizagem?; VI) Quais as competências sociais observadas em cada um dos ambientes de aprendizagem?.

Este é um estudo de carácter qualitativo. Na primeira fase a investigadora assume o papel de observadora e na segunda fase tem um papel participante durante a implementação/desenvolvimento das actividades matemáticas planificadas pela investigadora.

No final do estudo concluiu-se que entre problemas e actividades de investigação não existe uma dicotomia tão acentuada como inicialmente se pensava. É recomendado que exista continuidade entre elas, pois os alunos não conseguem realizar actividades de investigação sem passar pela resolução de problemas, como sugere a categorização de Skovsmose (1994/2001).

Observaram-se cinco ambientes de aprendizagem e verificou-se que os cenários de investigação eram os que mais se aproximavam das vivências do quotidiano dos alunos, uma vez que foi nestes que se verificou uma maior participação e empenho na resolução por parte dos alunos.

Os processos matemáticos: comunicar e representar assumem um papel de destaque tanto na resolução de problemas como nas actividades de investigação porque estes processos matemáticos ajudam os alunos a desenvolver novas estratégias no desenvolvimento de actividades de investigação.

A verbalização por palavras permite aos alunos compreender melhor e avançar mais rapidamente no processo de resolução dos problemas propostos. O processo de representação assumiu um papel de destaque pois permitiu aos alunos uma melhor visualização da resolução, pelo que se destaca a importância da representação e da comunicação no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Palavras-chave: Resolução de problemas; Actividades de investigação; Processos matemáticos; Educação matemática; Matemática no 1º ciclo.

Abstract

The present research intend to contribute to a better understanding of the differences and similarities that exist when students are working on different kind of mathematical activities and their relationships with the different mathematical processes.

The research was developed in an elementary school in the Lisbon area with a 3rd grade class with twenty two students.

The following central question was placed for the study: “What are the differences and similarities when students are involved in solving different types of problems and research activities, and what relationships exist between the resolutions and the mathematical process?”. Later the following questions of inquiry were posed to developed the research: I) What it is a problem for a 3rd grade child?; II) How a 3rd grade child defines a mathematical problem?; III) Which communicative competences are observed in each one of the learning environments?; IV) Which representations are used in each one of the learning environments, by the students?; V) Which mathematical processes are present in each one learning environments?; VI) Which social competences emerge in each one of learning environments?.

The methodology used was a qualitative approach. In the first phase researcher did a naturalistic observation and in second phase she did observant participation, during the implementation and development of the mathematical activities designed research she used an observant participation.

One conclusion is that there is not a clear dichotomy between mathematical problems and research activities. On the contrary it is recommended continuity between them because it is easier to work out mathematical activities after problem solving as it is suggested by categorization of Skovsmose (1994/ 2001).

After observing five learning environments we pointed out that the research scenarios were those which were closed to students day lives. It was in these scenarios that we observed a more participation and involvement by students

The mathematical process of communication and representation assumed a relevant role in problem solving and mathematical research activities, because the processes help students to develop new strategies toward problematic situations.

Communication and verbalization able students to better understand and move on more rapidly in the process of solving the process of representation assumed a central role because the visualization during the resolution of problems permitted to surmount cognitive conflicts.

Therefore we highlight the importance of these transversal mathematical processes to the learning and teaching of mathematics in elementary school.

Key-words: Problem solving; Research activities; Mathematical processes; Mathematics education, Elementary school.

Agradecimentos

Para que este estudo fosse possível não posso esquecer de agradecer a todos aqueles que directa ou indirectamente participaram e contribuíram para que fosse um sonho tornado realidade, especialmente:

À Dra. Darlinda Moreira por todo o trabalho de orientação, compreensão, paciência e amizade.

À Catarina por todo o tempo que dispensou da presença e da companhia da sua mãe. Pelo carinho, incentivo e compreensão que deu para que a prossecução deste trabalho fosse possível.

Ao Nuno pela força e companheirismo.

Aos meus pais pela força, coragem e ajuda que sempre me deram nos momentos que tudo parecia querer parar.

À minha irmã Ana pela disponibilidade demonstrada para realizar a leitura e correcção do trabalho final.

À minha colega que disponibilizou a sua sala de aula, os seus alunos e o seu tempo para que a realização do estudo.

Aos alunos que alegremente participaram no estudo e com os quais aprendi muito.

Aos funcionários dos centro de recursos a que necessitei de recorrer pela sua disponibilidade e atenção.

A todas pessoas que ao longo destes anos nunca me deixaram desanimar nem perder a esperança no trabalho que estava a realizar.

A todos o meu muito obrigado!

Índice Geral

Capítulo I

Introdução	1
1. Relevância do estudo	2
2. Questões e objectivos de investigação	4
3. Organização do trabalho	5

Capítulo II

Revisão da Literatura	6
1. A Educação Matemática na Educação Básica	6
1.1. Relatório “Matemática 2001”	7
1.2. Estudo PISA	9
1.3. Provas de Aferição do Ensino Básico 4º ano	11
1.4. Currículo Nacional	13
2. Resolução de Problemas e Actividades de Investigação	15
2.1. O que é um problema matemático?	16
2.2. Os alunos e professores na resolução de problemas	21
2.3. Actividades de Investigação na aula de Matemática	26
2.4. Resolução de Problemas/Actividades de Investigação: Qual a diferença?	29
3. Da perspectiva de problema tradicional aos ambientes de aprendizagem propostos por Ole Skovsmose	29
4. Processos Matemáticos	33
4.1. Comunicar	33
4.2. Representar	35
4.3. Relacionar e Operar	36
4.4. Resolução de problemas	37

Capítulo III

Metodologia	38
1. Opções metodológicas	38
2. Procedimentos	40
3. Participantes	47
3.1. Caracterização da escola	47
3.2. Caracterização da turma	47
3.3. Caracterização da professora	49
4. Instrumentos de recolha de dados	52
4.1. Documentos produzidos pelos alunos	52
4.2. Registos em áudio	52
4.3. Notas da investigadora	52
4.4. Análise e Tratamento de dados	53

Capítulo IV

Recolha e Análise dos Dados	54
1. <u>Ambiente de Aprendizagem 1</u>: Exercícios com referência à matemática pura	58
1.1. Ambiente de trabalho	59
1.2. Desenvolvimento da Actividade	59
2. <u>Ambiente de aprendizagem 2</u>: Exercícios com referência à semi-realidade	61
2.1. Ambiente de trabalho	61
2.2. Desenvolvimento da Actividade	61
3. <u>Ambiente de aprendizagem 3</u>: Exercícios com referência à realidade	63
3.1. Actividade: Aperto de mãos	63
3.1.1. Ambiente de trabalho	63
3.1.2. Desenvolvimento da actividade	64
3.1.3. Relatórios escritos	68
3.2. Actividade: Dinheiro	69

3.2.1. Ambiente de trabalho	70
3.2.2. Desenvolvimento da actividade.....	70
3.2.3. Relatórios escritos	73
4. <u>Ambiente de Aprendizagem 4: Cenário para investigação com referênc</u> referência à matemática pura	74
4.1. Actividade: Padrões.....	74
4.1.1. Ambiente de trabalho	74
4.1.2. Grupo I.....	75
<i>4.1.2.1. Desenvolvimento da actividade</i>	<i>75</i>
4.1.3. Grupo II	79
<i>4.1.3.1. Desenvolvimento da actividade</i>	<i>80</i>
4.1.4. Grupo III.....	82
<i>4.1.4.1. Desenvolvimento da actividade</i>	<i>82</i>
4.1.5. Relatórios escritos	84
4.2. Actividade: Descobrir padrões na tabela	84
4.2.1. Ambiente de trabalho	85
4.2.2. Desenvolvimento da actividade.....	85
4.2.3. Relatórios escritos	89
5. <u>Ambiente de Aprendizagem 5: Cenário para investigação com referênc</u> referência à semi-realidade.....	89
5.1. Actividade: O passeio de barco	90
5.1.1. Ambiente de trabalho	90
5.1.2. Desenvolvimento da actividade do Grupo I.....	90
5.1.3. Desenvolvimento da actividade do Grupo II.....	92
5.1.4. Desenvolvimento da actividade do Grupo III.....	95
5.1.5. Relatórios escritos	96
5.2. Actividade: Aula de Educação Física	97
5.2.1. Ambiente de trabalho	97
5.2.2. Desenvolvimento da actividade.....	98
6. Os processos matemáticos nas actividades de investigação	100

6.1. Comunicar	100
6.2. Representar	101
6.3. Relacionar e Operar	102
6.4. Resolução de problemas	102
7. Relatórios Escritos	103

Capítulo V

Conclusões e Recomendações	105
1. Conclusões	105
2. Recomendações	108

Bibliografia	110
---------------------------	-----

Anexo I: Carta para o Agrupamento	117
Anexo II: Carta para os Encarregados de Educação	119
Anexo III: Questionário aos alunos	121
Anexo IV: Guião da entrevista à professora titular	123

Índice de Figuras

Figura 1: Desempenho médio em literacia matemática: semelhanças e diferenças entre países envolvidos	10
Figura 2: Triângulo didáctico de João Pedro da Ponte	21
Figura 3: Programação da 1ª fase da investigação	42
Figura 4: Programação da 2ª fase da investigação	43
Figura 5: Planta da sala de aula	46
Figura 6: Resposta da Patricia	55
Figura 7: Resposta da Vanessa	55
Figura 8: Resposta do João	55

Figura 9: Resposta da Cátia.....	55
Figura 10: Resposta da Patricia.....	56
Figura 11: Resposta da Vanessa.....	56
Figura 12: Resposta do João	56
Figura 13: Resposta da Cátia.....	56
Figura 14: Resposta do Vasco.....	56
Figura 15: Resposta da Liliana.....	57
Figura 16: Resposta da Vanessa.....	57
Figura 17: Resposta do Luis.....	57
Figura 18: Exemplo retirado do caderno do Hélio.....	60
Figura 19: Exemplo retirado do caderno da Luísa	60
Figura 20: Exemplo retirado do caderno da Cátia.....	62
Figura 21: Exemplo retirado do caderno da Luísa	62
Figura 22: Esquema da Cátia	67
Figura 23: Esquema da Ema.....	68
Figura 24: Relatório do Vasco	69
Figura 25: Relatório da Dara.....	69
Figura 26: Esquema do Luis	70
Figura 27: Esquema da Luísa	71
Figura 28: Esquema da Carla	71
Figura 29: Esquema da Cátia	72
Figura 30: Esquema da Luísa	72
Figura 31: Relatório do Luís	73
Figura 32: Relatório da Cátia	74
Figura 33: Esquema da Cátia	76
Figura 34: Esquema da Cátia	78
Figura 35: Esquema do Luís	80
Figura 36: Esquema do Hélio.....	81
Figura 37: Esquema da Luísa	83
Figura 38: Relatório da Dara.....	84
Figura 39: Relatório da Carla.....	84
Figura 40: Tabela obtida no final da actividade.....	86
Figura 41: Tabela elaborada pelo João.....	88
Figura 42: Relatório da Ema	89

Figura 43: Relatório do João	89
Figura 44: Esquema da Dara	92
Figura 45: Esquema da Luísa	94
Figura 46: Esquema da Carla	95
Figura 47: Esquema da Patricia.....	96
Figura 48: Relatório da Carla	97
Figura 49: Relatório da Liliana	97
Figura 50: Esquema do Hélio.....	98
Figura 51: Esquema da Cátia	99
Figura 52: Esquema da Cátia	99

Índice de Tabelas

Tabela 1: Tabela de percentagens médias das pontuações obtidas na prova de aferição	12
Tabela 2: Ambientes de aprendizagem	31
Figura 3: Registo do aproveitamento dos alunos	48
Figura 4: Registo da progressão dos alunos.....	48
Figura 5: Registo do empenhamento/participação dos alunos.....	49

Capítulo I

Introdução

Segundo o *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 1991) a resolução de problemas deve ser um processo que envolve activamente os alunos na formulação de conjecturas, na investigação e na exploração de ideias. A resolução de problemas pretende levar os alunos a discutir e reflectir sobre a sua forma de pensar e a dos seus pares, a validar resultados e a construir argumentos convincentes. Um problema matemático deixa assim de ser compreendido como algo rotineiro que na maioria das situações se resume à aplicação de um algoritmo e passa a ser visto como uma actividade construtiva que apela ao raciocínio, à comunicação e à reflexão (Abrantes, 1999). O professor e o aluno são elementos fundamentais em todo este processo porque são ambos intervenientes principais no processo ensino-aprendizagem.

Em 2000, o aparecimento do actual programa de Matemática para o Ensino Básico refrescou as ideias sobre o que se pretende com a resolução de problemas matemáticos, e acentuou a ideia de que os problemas matemáticos devem estar relacionados com situações reais do quotidiano dos alunos, para que estes os considerem significativos e, por outro lado, para melhor perceberem qual a ligação da Matemática com o seu dia-a-dia. Mas, muitos dos problemas matemáticos apresentados aos alunos são retirados do manual escolar ou seguem sugestões do mesmo, o que não permite a concretização de actividades que ajudem os alunos a relacionar a Matemática com situações do quotidiano, uma vez que os problemas do manual baseiam-se em situações estilizadas, que muitas vezes pouco contemplam o dia-a-dia dos alunos.

Ao longo dos tempos já muito se discutiu e reflectiu sobre a distinção entre exercício e problema matemático e, se actualmente esta distinção parece clara, ela nem sempre foi nítida, embora a tendência actual, no seio dos professores do 1º ciclo, seja para considerar que um problema é uma actividade que deve proporcionar aos alunos o desenvolvimento dos processos matemáticos conduzindo-os a desenvolver competências de comunicação, representação, refutação e procura de novas soluções.

A quando da realização das provas de aferição e dos testes do PISA (2000) verificou-se que o desempenho dos alunos portugueses foi pouco satisfatório no que concerne à resolução de problemas. As questões matemáticas apresentadas neste estudo

aos alunos não se resumiam apenas à utilização de um algoritmo, antes exigiam um processo de reflexão e compreensão para além do mero cálculo. Os resultados do PISA foram alvo, nas escolas, de muita reflexão e conversas sobre o que se poderia considerar um problema neste nível de ensino e o que se pretendia com a resolução de problemas.

Com base nas mudanças emergentes do currículo do Ensino Básico e face ao insucesso da Matemática, que começa em tenra idade, torna-se pertinente investir na formação dos professores do 1º ciclo com vista a proporcionar aos alunos novos métodos de ensino-aprendizagem da Matemática, como também se torna pertinente entender qual a percepção que os alunos têm da Matemática.

Assim, a investigação apresentada pretende mostrar como a resolução de problemas e as actividades de investigação nas aulas de Matemática do 1º ciclo de escolaridade podem estimular as aprendizagens matemáticas e mostrar aos alunos que a Matemática não é somente um conjunto de regras, exercícios ou problemas.

O estudo apresentado, de carácter qualitativo, foi realizado numa escola de 1º ciclo do ensino básico dos arredores de Lisboa com uma turma do terceiro ano de escolaridade, composta por vinte e dois alunos.

Este estudo foi dividido em duas fases distintas. A primeira consistiu na observação de oito aulas de uma forma naturalista, realizada na sala de aula da referida turma. A segunda fase consistiu na realização de actividades de investigação matemática realizadas pela investigadora, usando-se o método de investigação-acção.

A experiência da investigadora enquanto docente do 1º ciclo do ensino básico levou-a a desenvolver o gosto pela realização deste estudo, uma vez que na sua prática lectiva, muitas vezes, se deparou com o dilema entre o que é um problema e o que é uma actividade de investigação e qual delas contribui para um pleno desenvolvimento dos alunos na disciplina de Matemática.

1.Relevância do estudo

O ensino da Matemática atravessa, em Portugal, grandes mudanças tornando-se por isso eminente uma nova visão da Matemática. Esta investigação, ao tencionar contribuir para esta mudança, pretende dar a conhecer um pouco da realidade escolar portuguesa e mostrar como pequenas mudanças no processo de ensino da Matemática podem ajudar os alunos a modificar a sua atitude face a esta disciplina.

Com efeito, Oliveira (1993) refere que para os professores do 2º ciclo do Ensino Básico a resolução de problemas é importante embora não reestruem as suas práticas no sentido de disponibilizarem mais tempo para tal.

Veia (1996) menciona que os professores concordam que as situações mais abertas, nomeadamente a resolução de problemas, permitem a discussão e fazem os alunos pensar mais desenvolvendo o raciocínio matemático e a comunicação no primeiro ciclo do ensino básico, referindo no entanto não as utilizavam na sua sala de aula. Constatou-se ainda que os professores participantes no estudo não partilhavam a mesma definição de problema.

Assim realização de actividades desafiadoras e não rotineiras é a estratégia mais adequada ao desenvolvimento da capacidade de raciocínio dos alunos, defendendo-se também a ideia que a comunicação é importante para os alunos, no entanto ela não é utilizada na prática lectiva dos professores.

Outro trabalho de referência sobre a resolução de problemas é o Projecto Mat₇₈₉ (Abrantes, 1994). Este projecto proporcionou aos alunos o desenvolvimento de capacidades de trabalho em grupo despertando-os para questões como a responsabilidade, “espírito” de grupo, e cooperação. O projecto adquiriu muitos adeptos pelo facto de alterar o normal clima de aprendizagem e de desenvolver nos alunos confiança nas próprias capacidades de usar a Matemática em problemas de aplicação e ainda de ter proporcionado aos alunos uma nova visão da Matemática.

No âmbito do 1º ciclo, Valério (2004) constatou que as interacções e a comunicação na resolução de problemas têm um papel importante para o desenvolvimento das aprendizagens matemáticas. Nesta investigação as representações assumem também um papel relevante pois através delas compreendem-se melhor os raciocínios utilizados para a resolução das actividades matemáticas propostas aos alunos.

Com os processos matemáticos os alunos desenvolvem competências de dizer/comunicar/partilhar com os outros o que fizeram, como fizeram e o que pensam do resultado obtido; de representar a solução não somente através do cálculo mas também de gráficos, tabelas e esquemas; de reflectir/pensar sobre tudo que fizeram e assumirem uma atitude crítica face ao resultado.

2. Questões e objectivos de investigação

Considerando que ainda são poucos os estudos sobre a temática apresentada, relativamente ao 1º ciclo do ensino básico pretende esta investigação ser um contributo para a Educação Matemática em Portugal, visando compreender qual o desempenho dos alunos e quais processos matemáticos que utilizam a quando da resolução de problemas e actividades de investigação.

Assim formulou-se a seguinte questão central para esta investigação:

Quais as diferenças e semelhanças na participação dos alunos quando estão a resolver diferentes tipos de problemas e actividades de investigação e de que forma os diferentes processos matemáticos estão presentes durante a resolução?

Para melhor abordar a questão central foram formuladas as seguintes questões orientadoras:

- a) O que é um problema, para uma criança do terceiro ano de escolaridade?
- b) Como é que uma criança do terceiro ano de escolaridade define um problema matemático?
- c) Quais as competências comunicativas observadas em cada um dos ambientes de aprendizagem?
- d) Quais as representações usadas pelos alunos em cada um dos referidos ambientes de aprendizagem?
- e) Quais os processos matemáticos envolvidos em cada um dos ambientes de aprendizagem?
- f) Quais as competências sociais observadas em cada um dos ambientes de aprendizagem?

A obtenção de resposta às questões anteriormente formuladas pretendem contribuir para a persecução dos seguintes objectivos:

- a) Averiguar qual é a relação que as crianças estabelecem com a Matemática, nomeadamente quando se envolvem em actividades de investigação.

- b) Averiguar qual o conceito de problema matemático para os alunos.

- d) Criar oportunidades para o desenvolvimento de competências ao nível da resolução de problemas.

- e) Fomentar a aprendizagem da Matemática através da realização de actividades de investigação.

- f) Investigar as vantagens da realização de actividades de investigação para a aprendizagem da matemática.

3. Organização do trabalho

Com vista a apresentar a investigação realizada o texto organiza-se em cinco capítulos.

O primeiro capítulo refere-se à introdução onde se faz uma breve abordagem do estudo e da sua relevância, apresentando também as questões de investigação e os seus objectivos.

No segundo capítulo é realizada uma revisão de literatura referindo-nos às temáticas subjacentes ao estudo. Ou seja, procurámos literatura que nos ajude a perceber, compreender e enquadrar teoricamente todo o estudo.

A metodologia, constitui o terceiro capítulo, onde é caracterizado o estudo e são apresentados e caracterizados os intervenientes, a professora titular e os alunos.

No quarto capítulo, procedemos à análise e tratamento dos dados recolhidos no decorrer da investigação: a observação das aulas e a realização das actividades.

No quinto e último capítulo apresentam-se as conclusões a que chegámos no final do estudo e algumas recomendações para futuras investigações.

Capítulo II

Revisão da Literatura

1. A Educação Matemática na Educação Básica

Em Portugal, a Educação Básica desenvolve-se em três ciclos, num total de nove anos de escolaridade. O 1º ciclo tem a duração de quatro anos (1º, 2º, 3º e 4º ano de escolaridade), o 2º ciclo dois anos (5º e 6º ano de escolaridade) e o 3º ciclo três anos (7º, 8º e 9º ano de escolaridade). A escolaridade básica é obrigatória e gratuita para todos, até aos quinze anos de idade e para que possam transitar de ano os alunos não podem ter simultaneamente insucesso a Matemática e a Língua Portuguesa.

No 1º ciclo do Ensino Básico o currículo encontra-se organizado em duas grandes áreas, as áreas curriculares disciplinares onde estão incluídas Língua Portuguesa, Matemática, Estudo do Meio e Expressões, e áreas curriculares não disciplinares onde se inclui Estudo Acompanhado, Formação Cívica e Área de Projecto. Todas elas são leccionadas por um único professor, enquanto que no 2º e 3º ciclo do Ensino Básico o currículo encontra-se organizado por disciplinas independentes leccionadas por professores diversos.

Ao longo do 1º ciclo do Ensino Básico o programa de Matemática está organizado em três temas centrais que integram os conteúdos a desenvolver nesta área: “números e operações”, “forma e espaço”, “grandezas e medidas”. Em cada um destes temas estão integrados os conteúdos que visam dotar os alunos das competências básicas para acesso aos ciclos de ensino seguintes.

Ao longo das últimas décadas a disciplina de Matemática têm sido alvo de atenção devido às taxas de insucesso divulgadas pelos “media”, as quais têm fomentado o debate a nível escolar, governamental e da população em geral. Este debate tem sido enriquecido pelos vários documentos e estudos publicados entre os quais destacamos o relatório “Matemática 2001”, o estudo PISA e as Provas de Aferição do ensino básico do 4º ano no ano 2000. Analisamos de seguida as suas conclusões e reflexos no Currículo Nacional.

1.1. Relatório “Matemática 2001”

O Relatório “Matemática 2001” foi elaborado por um grupo de trabalho criado na Associação de Matemática, em Março de 1996, tendo por coordenador Paulo Abrantes. Este relatório pretendia dar à comunidade escolar um documento de diagnóstico e um conjunto de recomendações sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática em Portugal. O estudo recolheu os dados entre Março de 1996 e Outubro de 1998.

Segundo este relatório o aproveitamento escolar no final de cada ciclo do ensino básico não era animador. As taxas oficiais de progressão/conclusão nos anos terminais dos vários ciclos em, 1994/1995, era de:

- 4º ano – 85%
- 6º ano – 88%
- 9º ano – 86%
- 12º ano (via ensino) – 60%
- 12º ano (via tecnológica) – 54%

Face a estas taxas de insucesso, emergiu a necessidade de mudança do ensino da Matemática de modo a promover o desenvolvimento completo e equilibrado do aluno conduzindo-o à auto-realização como indivíduo e cidadão.

O relatório “Matemática 2001” realizou um conjunto de inquéritos junto dos professores. Dos resultados do estudo destacamos que a maioria dos professores resume a sua prática lectiva à resolução de exercícios, problemas de palavras e à exposição oral dos conceitos matemáticos dando pouca importância à discussão, ao trabalho projecto e às actividades de investigação. Outra conclusão deste relatório é que os professores, ao longo da escolaridade obrigatória, elegem como material didáctico preferencial o manual escolar adoptado na escola e as fichas de trabalho, dando pouca importância a outros materiais didácticos existentes. Por este motivo o manual escolar é também utilizado para promover o trabalho autónomo dos alunos e para a realização dos trabalhos de casa. Verificou-se ainda que apesar do manual escolar adoptado ser o material mais utilizado, nem todos os professores se identificam com ele, recorrendo apenas ao seu uso pelo facto de ser aquele que todos os alunos dispõem, ser mais prático e de fácil utilização. A não utilização pelos professores de outros materiais didácticos, para além dos manuais e das fichas, deve-se por vezes ao desconhecimento da sua existência ou a dificuldades na aquisição de materiais

didácticos por parte das escolas, devido ao reduzido orçamento disponibilizado para esse fim.

De forma a alterar a abordagem didáctica, com vista à necessária mudança no ensino da Matemática, o relatório Matemática 2001 (Abrantes, 1998) definiu as seguintes finalidades para o ensino da Matemática:

Dar especial relevo ao desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, de raciocinar e de comunicar matematicamente, ao desenvolvimento de actividades positivas nos alunos face à Matemática, nomeadamente a confiança nas suas próprias capacidades e potencialidades matemáticas, a valorização da Matemática como património cultural de grande importância na evolução científica e social, e à capacidade de utilizar a Matemática para a melhor compreensão do mundo (p. 21).

Da enumeração destas finalidades apraz-nos dizer que a publicação das mesmas propõe aos professores uma mudança na forma de conduzir as suas aulas, pois apontam o ensino da Matemática não como algo estanque que se resume à aplicação de fórmulas ou utilização de processos rotineiros, mas propõe o desenvolvimento das capacidades de raciocínio e de comunicação.

No que concerne à prática pedagógica dos professores, o presente relatório conclui que a grande maioria dos professores trabalha de forma isolada tanto a nível da planificação como do desenvolvimento de trabalho, provocando estagnação no processo de ensino porque não há partilha de experiências pedagógicas, nem de dúvidas e inquietações. Ou seja, o professor tende a não partilhar o que acontece no interior da sua sala de aula porque pensa que esta partilha lhe trará críticas e colocará em causa o seu trabalho enquanto docente. O professor não encara a partilha de experiências como algo enriquecedor mas sim como algo negativo que diminui o seu trabalho.

Neste sentido, o relatório recomenda que:

- A prática pedagógica deve valorizar tarefas que promovam o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos (nomeadamente resolução de problemas e actividades de investigação) e que diversifiquem as formas de interacção em aula, criando oportunidades de discussão entre os alunos, de trabalho de grupo e de trabalho projecto.

- A prática pedagógica deve utilizar situações de trabalho que envolvam contextos diversificados (nomeadamente situações da realidade e da história

da Matemática) e a utilização de materiais que proporcionem um forte envolvimento dos alunos na aprendizagem, nomeadamente, materiais manipuláveis, calculadoras e computadores.

- O manual escolar deve ser utilizado de forma a promover a capacidade de auto-aprendizagem e o espírito crítico (...).

- (...) Os professores devem procurar encontrar formas diversificadas de recolha de dados para a avaliação dos alunos, recorrendo, para além dos testes, a relatórios e a outros trabalhos e desempenhos orais dos alunos e procurar formas práticas e eficazes de registo desses dados de forma a viabilizar uma avaliação formativa mais sistemática e a sua integração na avaliação sumativa (p. 44).

Verificamos ainda que as recomendações apresentadas indicam caminhos distintos dos seguidos no processo ensino-aprendizagem até ao momento, para os professores, os alunos e a nível geral das práticas pedagógicas usadas.

1.2. Estudo PISA

O PISA (Programme for International Student Assessment) é um estudo realizado a nível internacional, em vários países industrializados, sobre os conhecimentos e as competências dos alunos de quinze anos de idade, a nível da Língua Materna e da Matemática. Os alunos alvo do estudo PISA foram os de quinze anos porque após dez anos seriam estes os adultos do mundo do trabalho do seu país, confrontados possivelmente com problemas semelhantes aos apresentados. Este estudo pretendia avaliar matematicamente os alunos e conhecer qual o contributo desta disciplina para a sua integração no mundo do trabalho.

Os alunos portugueses participaram pela primeira vez no PISA realizado no ano 2000, neste foram envolvidos cerca de 265 000 alunos de trinta e dois países diferentes, pertencendo a maioria à Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Económico (OCDE). De acordo com o Gabinete de Avaliação Educacional (GAVE, 20001), ao nível da Matemática, este estudo pretendia avaliar:

- A capacidade de os jovens usarem os seus conhecimentos e as suas competências na resolução de problemas da vida real e não especificamente de acordo com um currículo escolar.

- A compreensão de conceitos fundamentais, o domínio de certos processos e a aplicação dos seus conhecimentos e das suas competências em diferentes situações (p. 1).

Uma vez que o PISA pretendia avaliar as competências dos alunos face a situações não especificamente curriculares foram-lhe também colocadas algumas questões diferentes das que eles habitualmente realizavam no contexto da aula de Matemática.

Deste modo, as questões propostas aos alunos no âmbito deste estudo incluíam várias tarefas desde problemas com uma só etapa, que os fizessem recordar e reproduzir factos matemáticos básicos ou cálculos simples, até problemas de múltiplas etapas, que necessitavam de um conhecimento matemático avançado e processos de decisão, de processamento de informação, de resolução de problemas complexos e de capacidade de modelação (GAVE, 2001).

Os resultados do PISA organizados segundo o desempenho dos alunos em cada país permitem concluir que os alunos portugueses apresentam uma baixa taxa de sucesso na Matemática (ver figura 1).

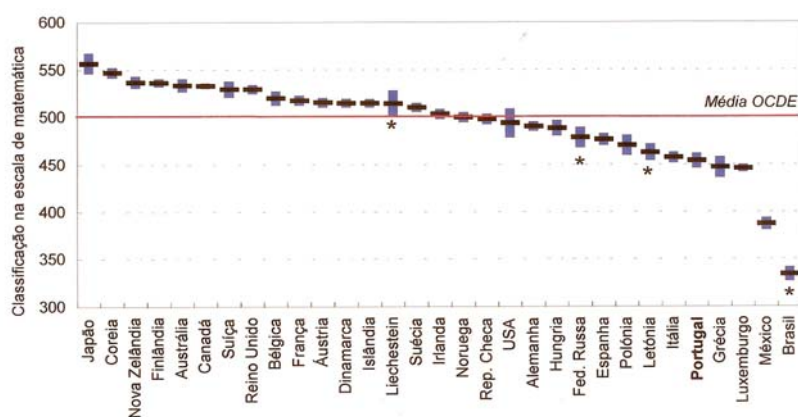


Figura 1 - Desempenho médio em literacia matemática: semelhanças e diferenças entre países envolvidos.

Fonte: Gave (2001: 13)

No gráfico apresentado na figura 1, onde estão posicionados todos os países participantes, estando assinalados com “asterisco” (*) os países que não pertencem à OCDE. Conclui-se que o desempenho dos alunos portugueses se encontra abaixo da média da OCDE, e que a nível da literacia matemática os alunos portugueses não atingiram todas as competências previstas para a disciplina de Matemática.

Analisando com mais detalhe os relatórios do PISA pode ainda observar-se que, no que concerne à realização de exercícios e aplicação de algoritmos os alunos portugueses têm sucesso, mas na resolução de situações problemáticas os resultados são desanimadores. Uma das explicações avançadas frequentemente sobre este tipo de dificuldades relaciona-se com a leitura e interpretação dos enunciados que, ao não serem compreendidos, conduzem os alunos ao insucesso. Contudo esta explicação é para nós insuficiente uma vez que consideramos que a dificuldade na interpretação dos enunciados escritos pode ser também o reflexo da pouca diversidade de propostas de actividades na sala de aula. Isto é, uma vez que os exercícios e os problemas de palavras são os enunciados mais frequentes nas salas de aula do 1º ciclo, quando são apresentadas situações problemáticas num formato diferente os alunos ficam inseguros face ao que se pretende que eles façam.

Perante os resultados obtidos pode constatar-se que entre as questões apresentadas nas aulas e as questões do PISA existem várias diferenças, tanto a nível de objectivos como de finalidades. Os exercícios e problemas que com frequência são apresentados aos alunos no decorrer das aulas, pouco se assemelham aos que vemos nestas provas, uma vez que estes apontam para questões relacionadas com o quotidiano e os que os alunos trabalham diariamente são estilizados. Por este motivo os resultados obtidos não nos espantam, uma vez que na generalidade a prática lectiva dos professores se resume à apresentação de problemas estilizados e generalistas.

À semelhança das conclusões apresentadas pelo relatório 2001 também os resultados do PISA apontam para a necessidade de mudanças na prática lectiva, sugerindo que esta deve ser orientada para que os alunos tenham contacto com problemas do dia-a-dia que tenham para eles significado. A prática lectiva não deve distanciar-se da realidade envolvente dos alunos.

1.3. Provas de Aferição do Ensino Básico 4º ano

As provas de aferição, realizadas no ano 2000, pelos alunos do 4º ano de escolaridade tiveram como objectivo principal fornecer à comunidade educativa, particularmente aos professores e às escolas, informações sobre os resultados das aprendizagens dos alunos a respeito das competências propostas para este ciclo de ensino. Estas provas tinham como propósito incrementar a reflexão sobre o processo ensino-

-aprendizagem com vista à sua melhoria.

Na prova de aferição de Matemática foram avaliadas as diversas temáticas abordadas ao longo do 1º ciclo tendo em consideração as competências ao nível de conceitos e procedimentos, raciocínio, comunicação e resolução de problemas. Ao analisarem-se os resultados obtidos verificou-se que a competência referente a conhecimento de conceitos e procedimentos foi a que obteve maior sucesso (66%) e as que obtiveram maior insucesso foram a de resolução de problemas (42%) e comunicação (40%). Relativamente às temáticas abordadas verificou-se que a organização e recolha de dados, números e cálculo obtiveram uma pontuação média de 59% e 58% respectivamente, enquanto que a forma e espaço somente obteve 46% (ver tabela 1).

Tabela 1- Tabela de percentagens médias das pontuações obtidas na prova de aferição.

Fonte: Abrantes, (2000:19)

Temas	Tipos de Competência				Total
	Conhecimento de conceitos e procedimentos	Raciocínio	Comunicação	Resolução de problemas	
Número e Cálculo	73%	65%		44%	58%
Grandezas e Medida	63%	48%		46%	52%
Forma e Espaço	57%	59%	40%	26%	46%
Organização e Recolha de Dados	86%			46%	59%
Total	66%	59%	40%	42%	

O relatório (Abrantes, 2000) sobre as provas de aferição conclui que:

- o raciocínio e a resolução de problemas não rotineiros são aspectos da Matemática menos trabalhados e menos valorizados em relação ao domínio de procedimentos;
- as questões geométricas e as capacidades ligadas à visualização e ao estudo da forma e espaço têm merecido uma atenção menor do que os aspectos relativos aos domínios dos números e do cálculo;
- a capacidade de comunicação matemática é um aspecto a que provavelmente se tem dado pouca atenção, mas neste caso trata-se de um objectivo que não terá ainda uma ênfase significativa nas orientações curriculares o que se reflecte no próprio enunciado da prova de aferição (p. 18).

O resultado das provas de aferição também considera de extrema importância o desenvolvimento do raciocínio matemático e a resolução de problemas significativos para os alunos, apesar destes serem pouco desenvolvidos nas aulas. Refere-se também que a comunicação apesar de não poder ser avaliada directamente nestas provas revela ser pouco utilizada nas aulas.

Tendo em atenção a idade dos alunos que realizaram estas provas de aferição consideramos pertinente referir que as experiências que lhes são proporcionadas deverão ser para eles significativas. Citando Steinbring (2004):

No ensino básico, em Matemática, não se conseguem construir novos conhecimentos de modo formal através de uma espécie de técnica de antevisão, isto é, utilizando álgebra ou fórmulas, dado que esta construção está tipicamente ligada aos contextos situados de aprendizagem e experiências das crianças (p. 53).

1.4. Currículo Nacional

Após reflexão e discussão sobre os documentos mencionados nos pontos anteriores emergiu a necessidade de implementar um novo currículo nacional para o Ensino Básico. O ensino orientado por objectivos foi substituído pelo ensino orientado por competências, deixando o conhecimento de ser visto como algo estanque e passando a ser construído de acordo com as necessidades das sociedades actuais, em forma de espiral. O documento onde se começou a orientar o ensino por competências, *Currículo Nacional do Ensino Básico – competências essenciais*, surgiu no ano 2001.

Com este novo currículo, os alunos ao aprenderem um determinado saber, são conduzidos a relacioná-lo com outros já adquiridos. Na área da Matemática, pretende-se que o aluno não pense que a Matemática se restringe somente a algoritmos ou memorização de fórmulas mas antes levá-lo a relacionar a Matemática com as suas necessidades e utilizá-la no quotidiano.

Nos documentos anteriores constatou-se que o processo ensino-aprendizagem adoptado nas escolas não se encontra adequado às necessidades diárias dos alunos nem ao que lhe é pedido para o ingresso na vida activa.

Como refere o Currículo Nacional do Ensino Básico (2001):

A educação matemática tem o objectivo de ajudar a desocultar a Matemática presente nas mais variadas situações, promovendo a formação de cidadãos participativos, críticos e confiantes nos modos como lidam com a matemática (p. 58).

Com a emergência desta nova visão do ensino da Matemática surgiu a preocupação de relacionar os conteúdos matemáticos com o dia-a-dia dos alunos. A Matemática deixou de ser encarada apenas como um conhecimento escolástico, mas também como um instrumento útil e pertinente no quotidiano, considerando-se importante a relação dos conhecimentos com a realidade, de modo a preparar os alunos para ingressar numa sociedade, citando Matos (2004):

Equacionar o ensino escolar da Matemática como transmissão de factos matemáticos às crianças e aos jovens, não faz já mais sentido no mundo actual (p. 173).

Com esta nova forma de encarar a Matemática, o Currículo Nacional Básico (2001) pretende que todas as crianças e jovens tenham a possibilidade de:

- Contactar, a um nível apropriado, com as ideias e os métodos fundamentais da matemática e apreciar o seu valor e a sua natureza;
- Desenvolver a capacidade de usar a Matemática para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar, assim como a auto-confiança necessária para fazê-lo (p. 58).

Assim, passou a considerar-se fundamental, se não essencial, que desde os primeiros anos de escolaridade os alunos tenham contacto com actividades de investigação. Um matemático de referência Polya (2003) refere, relativamente à resolução de problemas que:

... numa idade susceptível, poderão [os problemas matemáticos] criar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, uma marca indelével na mente e no carácter (p.11).

O aparecimento do novo currículo para o Ensino Básico colocou novas questões aos professores, nomeadamente, como distinguir resolução de problemas de actividades de

investigação e que tarefas e actividades propor para concretizar, na sala de aula do 1º ciclo, propostas para cada um dos casos.

2. Resolução de Problemas e Actividades de Investigação

O currículo por competências trouxe aos professores de Matemática uma reflexão sobre o que era um problema e ainda se os problemas que com frequência eram propostos aos alunos se encontravam de acordo com as propostas do Currículo Nacional, isto é, se se relacionavam com as vivências dos alunos, tornando-se assim problemas significativos para eles.

Com o florescimento destas dúvidas surgiu ainda a necessidade de estabelecer a diferença entre um problema e uma actividade de investigação, pois todos os estudos apresentados apontavam para uma distinção nítida entre ambos, dando especial atenção para a emergência desta última.

Para que possamos encontrar as diferenças e semelhanças entre ambos façamos uma breve abordagem de cada um.

2.1. O que é um problema matemático?

A noção de problema matemático não tem uma definição que seja aceite consensualmente na comunidade escolar, no entanto a maioria dos professores resolve problemas com os alunos.

Determinados autores consideram que um problema matemático é uma tarefa onde é necessário encontrar uma solução, não havendo para tal processos definidos e estilizados. Considerando ainda que o mesmo difere de um comum exercício pelo facto de não existirem algoritmos que conduzam à solução correcta (Fernandes, 1994).

Os alunos devem compreender que a resolução de problemas não é uma tarefa de aplicação de algoritmos ou fórmulas mas que ela deve assentar num plano que envolva os alunos num processo de elevado nível de complexidade cognitiva onde estejam presentes os processos de representar, relacionar e comunicar (Ponte, 2000).

Assim, os problemas são situações não rotineiras que constituem desafios, uma nova aventura para os alunos nas quais, frequentemente, podem ser utilizadas várias estratégias e métodos de resolução (Maia, 2002).

O Projecto Mat₇₈₉, coordenado por Paulo Abrantes entre 1988 e 1992, refere-se ao estudo de um currículo experimental desenvolvido para a Matemática dos 7º, 8º e 9º anos de escolaridade. Este desenvolveu um estudo significativo para a temática da resolução de problemas tendo como orientação central as relações da Matemática com a realidade que são consideradas uma fonte de actividades de aprendizagem a privilegiar. Como refere Carreira (2005) a propósito deste estudo:

A escola pode e deve proporcionar aos alunos experiências diversas de utilização da Matemática em contextos reais. Se não o fizer, estará a esconder um dos aspectos importantes da própria Matemática e a limitar a formação dos alunos quanto à compreensão do que é a Matemática e quanto à capacidade de usá-la com espírito crítico e auto-confiança (p. 124).

O relatório da prova de aferição (Abrantes, 2000) refere que a resolução de problemas constituiu, em Matemática, um contexto universal de aprendizagem que deve estar sempre presente e integrada nos diversos tipos de actividades.

Para o estudo PISA a resolução de problemas é a capacidade que um indivíduo tem de usar processos cognitivos para confrontar e resolver situações reais e interdisciplinares, nas quais o caminho para a solução não é imediatamente óbvio e em que os domínios de literacia ou áreas curriculares passíveis de aplicação não se inserem num único domínio, seja o da Matemática, das ciências ou da leitura (GAVE, 2004).

Da análise destas definições de problema emerge a referência, em todas elas, do problema como situação de aprendizagem que necessita de resposta, não se restringindo à execução de um algoritmo e ainda que deve basear-se em situações não rotineiras. No entanto, constata-se que as definições dos relatórios da prova de aferição e do PISA apontam uma definição de problema mais abrangente levando os alunos a olhar mais longe, oferecendo-lhes novos desafios. Ou seja, os problemas matemáticos devem proporcionar aos alunos experiências verdadeiramente significativas para o seu futuro e para o seu dia-a-dia.

Mas para verdadeiramente compreendermos o que é um problema temos de analisar diferentes tipos de problemas e indagar sobre as diferenças mencionadas e definidas pelos diferentes autores.

Proudfit em 1980 identifica dois tipos de problemas:

- Problemas *standard* do manual são aqueles que introduzem ou seguem o desenvolvimento de operações aritméticas, aplicando directamente algoritmos já ensinados. Neste tipo de problemas as operações são trabalhadas num contexto real e a tarefa passa por identificar quais as operações ou os algoritmos adequados para resolver determinado problema.

- Problemas de processo onde se requer mais do que o uso de operações, sendo necessário invocar estratégias de resolução. Frequentemente têm mais do que uma solução e são usados para desenvolver o uso de estratégias de resolução de problemas, dando aos alunos oportunidade para inventar métodos criativos de resolução, compartilhá-los com os colegas e aumentar o gosto pela resolução de problemas (citado em Lopes, 2002:13).

Verificamos que na enumeração de tipos de problemas apresentada existem características distintas, uma que se resume à aplicação de algoritmos, os “problemas *standart* do manual”, e outra que solicita o desenvolvimento do raciocínio matemático, o “problema de processo”. Neste último tipo de problema, o “problema de processo”, pode existir mais do que uma solução, mais do que um percurso para encontrar as soluções correctas e no final da resolução é sugerido que os alunos partilhem os resultados.

O autor aponta como estratégias de resolução a tentativa e o erro, a construção de diagramas, a construção de tabelas, o uso de equações, o recurso a um computador, a procura de um padrão, o uso da dedução, a eliminação e o trabalho anterior.

Segundo Moreira (2001) constatamos que a resolução de problemas pode incluir:

- Simples exercícios e rotineiros;
- Problemas de palavras;
- Problemas de questões abertas;
- Problemas de questões fechadas;
- Actividades investigativas;
- Formulação de problemas (p. 27-32).

Para a autora nos “problemas de palavras” o aluno necessita de perceber o contexto do enunciado para poder alcançar a sua resposta. Nos “problemas de questões abertas” o enunciado não induz directamente ao raciocínio necessário para alcançar a resposta, enquanto que nos “problemas de questões fechadas” o problema tem somente uma resposta. Nas “actividades investigativas” o aluno é conduzido a relacionar o problema com outros já explorados no contexto de sala de aula e para o qual é necessário consultar outras fontes. Por sua vez, na formulação de problemas a resolução de um problema conduz para um novo questionamento, ou seja, induz o aluno a pôr em causa outros conhecimentos.

Já no estudo do PISA (2003), a partir do qual se publicou um relatório em 2004, foram considerados problemas do seguinte tipo:

- Tomada de decisão em que é solicitado aos alunos que compreendam uma situação que implica um dado número de alternativas e de constrangimentos e que tome uma decisão que satisfaça os constrangimentos (GAVE, 2004:15);
- Análise e concepção de sistemas que pretende que o aluno analise uma situação complexa a fim e perceber a sua lógica e/ou que conceba um sistema funcional e alcance determinados objectivos, com base na informação dada acerca das relações entre as características contextuais do problema (GAVE, 2004:20);
- Despiste de problemas requer que os alunos compreendam as características principais de um sistema e que façam o diagnóstico do sistema ou do mecanismo, em termos de uma característica defeituosa ou se o seu desempenho é inferior ao solicitado (GAVE, 2004: 25).

Nesta categorização de problemas constatamos que entre os problemas tradicionais e as actividades de investigação não existe uma ruptura abrupta, pois estas são consideradas um diferente tipo de problemas. Ou seja, as actividades de investigação não são considerada uma matéria à parte da resolução de problemas mas sim a sua continuação.

Nas três categorizações de tipos de problemas apresentadas verificamos que apesar de distintas são concordantes em alguns aspectos. Verificamos que nas definições de “problemas *standart* do manual”, “problemas de palavras” e “problemas de questões fechadas” para que o aluno encontre a única solução correcta existe geralmente um

caminho único. Enquanto que os “problemas de processo”, de “questões abertas” e de “análise e concepção” podem ter mais do que uma solução, várias formas de encontrar a solução, apontando para a partilha de ideias entre os alunos.

À semelhança da grande diversidade de tipos de problemas também quanto ao processo de resolução existem várias sugestões, não sendo nenhuma de uso exclusivo e obrigatório. No entanto, na resolução de problemas, os professores e os alunos devem ter atenção a algumas etapas para conseguir encontrar a solução.

A resolução de um problema deve respeitar, segundo Polya (2003), as seguintes etapas:

- 1- Compreensão do problema.
- 2- Estabelecimento de um plano.
- 3- Execução do plano.
- 4- Verificação (p. 17).

Na primeira etapa, compreensão do problema, tenta perceber-se o problema, descobrindo quais os dados, as incógnitas e se escolhe uma forma de resolução adequada. Na segunda etapa, de estabelecimento do plano, tenta descobrir-se quais as conexões entre os dados e a incógnita procurando ainda encontrar um plano de resolução. Na etapa de execução do plano, trabalha-se o plano traçado na etapa anterior, verificando sempre cada passo. A quando da etapa de verificação, examina-se a solução obtida, verificando o resultado, o raciocínio. No decurso desta fase tenta-se ainda verificar se é possível chegar ao mesmo resultado por um caminho diferente e se é possível utilizar o mesmo método em outro problema diferente.

Também, Barrows e Tamblyn (1980) referiram que o método de aprendizagem baseado em resolução de problemas resulta do processo de trabalho ligado à compreensão ou resolução e decorre do percurso pelas seguintes etapas:

1. Primeiro, o problema é encontrado na sequência da aprendizagem, antes de ter ocorrido qualquer preparação ou estudo.
2. A situação – problema é apresentada ao aluno do mesmo modo como se apresentaria na realidade.

3. O aluno trabalha o problema de modo a permitir que a sua capacidade de raciocínio e de aplicação do conhecimento possam ser desafiados e avaliados, de acordo com o seu nível de aprendizagem.
4. As áreas necessárias à aprendizagem são identificadas durante o processo de trabalho com o problema e utilizadas como guias no estudo individual.
5. As competências e conhecimentos adquiridos através deste estudo são aplicados ao problema, para avaliar a eficácia da aprendizagem e para a reforçar.
6. A aprendizagem que ocorreu no trabalho com o problema e no estudo individualizado é resumida e integrada no saber e nas competências dominadas pelo aluno (citado em, Delisle 1997: 10).

Nos dois processos de resolução analisados verifica-se que os alunos têm de compreender o problema, resolvê-lo desenvolvendo um processo, partilhar com os outros colegas a sua experiência e verificar a resolução. Constatamos assim que independentemente do método utilizado para resolver um problema uma característica que o distingue do exercício é a reflexão. Esta é inequivocamente um factor muito importante à qual se deve dar maior importância a quando da resolução de problemas (Ponte, 2000). A reflexão pressupõe que o aluno analise todo o processo de resolução e adquira uma postura crítica face à solução encontrada, ou seja, não se limite a aceitar a primeira resposta como correcta, mas sinta necessidade de justificar e explicar como e porque é que chegou aquela solução.

Constata-se assim que um problema matemático é aquele que envolve conhecimentos, competências e procedimentos matemáticos atribuindo papéis distintos a professores e alunos. Devem os intervenientes no processo de ensino-aprendizagem, professores e alunos, abandonar os papéis tipicamente aceites de emissor e receptor e assumirem o papel de intervenientes activos e participativos. Isto porque nas aulas de Matemática, normalmente, o professor apresenta os conteúdos matemáticos ou os problemas e os alunos apreendem-nos sem questionar o professor acerca do porquê daquela decisão ou opção, ou seja, o aluno torna-se agente passivo da aprendizagem. A mudança de posição do aluno, em relação à sua própria aprendizagem, passando de um receptor passivo para um agente activo é outro aspecto fundamental do ensino da Matemática baseado na resolução de problemas.

2.2. Os alunos e professores na resolução de problemas

Ao alterar-se o que se entende por resolução de problemas assiste-se consequentemente a uma alteração do papel do professor e do aluno. O professor deixa de ser o orador principal da aula e o aluno um receptor passivo. Para melhor compreendermos a dificuldade em aplicar esta nova forma de pensar o ensino da Matemática, observemos atentamente o triângulo didáctico proposto por Ponte (2002).

Neste triângulo o autor explica como o saber da disciplina de Matemática deve ser relacionado, e quais os papéis dos intervenientes no processo de ensino-aprendizagem.

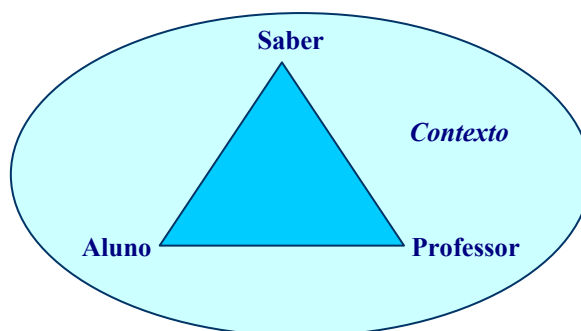


Figura 2 – Triângulo didáctico de João Pedro da Ponte.

Fonte: Ponte, 2002

Num dos vértices, o autor menciona a Matemática como sendo um campo do saber com características próprias, marcadas pela tendência para a generalização, a abstracção e a formalização.

O aluno e o professor encontram-se mencionados nos outros vértices, como intervenientes fundamentais na aprendizagem.

Os três intervenientes surgem inseridos num contexto que exerce um papel decisivo. Este contexto não se restringe à escola, mas engloba também as vivências dos alunos, a comunidade educativa e a sociedade envolvente. Este conjunto exerce uma forte influência nos professores e nos alunos e dinamiza o processo ensino-aprendizagem da Matemática.

Os problemas que são apresentados aos alunos devem ser matematicamente significativos para os preparar de forma coerente e concisa para a vida futura. Isto é, os problemas apresentados não devem ser de âmbito generalista, mas sim actividades que

levem os alunos a reflectir e desenvolver uma opinião crítica sobre os resultados e as situações que os rodeiam.

Citando Delisle (1997):

Os alunos educados para o mundo do século XXI têm que desenvolver hábitos de raciocínio, pesquisa e resolução de problemas para obterem sucesso num mundo de rápidas mudanças. No entanto, muitas crianças inseridas na educação tradicional não estão a desenvolver estas capacidades cada vez mais vitais (p. 11).

Nos estudos apresentados, nomeadamente no PISA e nas Provas de Aferição, verificou-se que as questões se basearam essencialmente num tipo de actividades diferentes dos problemas “estilizados” e rotineiros apresentados em quase todos os livros de texto e maioritariamente explorados nas aulas. Pois as questões apresentadas apelavam ao raciocínio matemático e a relação entre vários contextos aprendidos na escola uma vez que o que se pretende com a resolução de problemas no ensino básico é que os alunos desenvolvam o pensamento matemático. Segundo o NCTM (1998):

Os alunos do 3º ao 5º ano de escolaridade devem pensar activamente acerca da Matemática como uma disciplina em que o trabalho envolve a realização de conjecturas, o desenvolvimento de argumentos matemáticos sobre essas conjecturas, e a tentativa de verificar ou rejeitar o argumento (traduzido de p. 91).

Como já referido, os problemas apresentados aos alunos devem, por isso, estar relacionados com o seu quotidiano, devem dizer-lhes respeito para despertar o seu interesse. De acordo com Grugnetti (1989):

... os problemas têm um papel muito importante no ensino, se forem considerados como uma descoberta de estratégias, de uma via para ultrapassar um obstáculo, como uma forma de construir um conceito (partindo de um contexto real) e, portanto, como uma interpretação pensada e crítica da realidade (p. 3).

A relação dos alunos com esta nova visão dos problemas matemáticos e da sua resolução deve considerar atentamente as experiências de aprendizagem, as quais deverão ser activas, significativas, integradoras e diversificadas (Fernandes, 1994).

A NCTM refere ainda que o raciocínio matemático, no 1º ciclo, deve envolver a formulação de conjunturas e justificações que ajudem as crianças a perceber que a Matemática faz sentido e tem utilidade (Maia, 2002).

Lappan e Schram (1989) consideram que o desenvolvimento do poder matemático nas crianças dos primeiros anos de escolaridade passa pela criação de um ambiente em que aprendam a raciocinar e a comunicar matematicamente, ou seja, a formular e validar as suas conjunturas e a ganhar confiança nas discussões dos seus argumentos.

A aprendizagem deve processar-se a partir de actividades que emergem do contacto com o real, para que os alunos compreendam conceitos, propriedades e construam mentalmente relações matemáticas (Fernandes, 1994).

Citando Abrantes (1994):

A resolução de problemas da vida real envolve processos cognitivos específicos e apresenta dificuldades também específicas, aos quais o ensino da Matemática não dá geralmente a devida atenção (p. 60).

Quando existe relação entre os problemas e a realidade os alunos esforçam-se mais por compreender e recordar porque vêem as conexões existentes entre a “matéria” e as suas vivências, observando desta forma a utilidade do estudo (Delisle, 1997).

A resolução de problemas, durante a infância, promove o desenvolvimento do raciocínio e ajuda a criança a pensar/reflectir sobre a sua vida, preparando-a para o futuro, como é referido em Delisle (1997):

Estas estratégias centradas nos alunos permitem a construção de um pensamento crítico e de competências de raciocínio, para além da criatividade e autonomia dos alunos, ajudando-os a ganhar um sentido de propriedade sobre o trabalho desenvolvido (p. 12).

A resolução de problemas projecta-se assim como uma actividade relevante e pertinente no ensino actual. Deve, por isso, rejeitar-se a ideia de que um problema é uma actividade rotineira, uma vez que este deve ajudar os alunos a desenvolver estratégias para solucionar os problemas que surgem nas vivências pessoais. Na resolução de problemas é

importante não só o envolvimento dos alunos, mas também o dos professores pois compete-lhes a escolha e planificação dos problemas que são significativos para os alunos.

O professor do 1º ciclo não se pode esquecer que é nos primeiros anos de escolaridade que os alunos adquirem as suas crenças e concepções acerca da Matemática. Estas influenciarão significativamente a sua relação com a Matemática. São por isso, os professores, os responsáveis pela qualidade das actividades matemáticas que propõem aos seus alunos. A relação que estabelecem com a resolução de problemas revela-se crucial na forma como transmitirão a apetência para a Matemática aos seus alunos (Thompson, 1989 e 1992; Romberg e Carpenter, 1986, em Graça, 2003; Polya, 2003; Hyde, 1989, em Serrazina, 1993).

Por outro lado, a prática pedagógica dos professores deve ser rica em tarefas que promovam o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e que diversifiquem as formas de interacção em aula, criando oportunidades de discussão entre alunos, de trabalho de grupo e de trabalho projecto (Maia, 2002).

Segundo Maia (2002), o professor tem um papel importante no processo ensino-aprendizagem, por isso deve:

- criar um ambiente rico em materiais que possam ser explorados;
- criar um ambiente onde os alunos sintam que os conceitos podem e devem ser entendidos, possam descobrir e demonstrar verdades matemáticas gerais usando exemplos específicos;
- ser sensível à riqueza matemática dos argumentos apresentados;
- ter em conta as capacidades, as necessidades e as metas que tem para aquela turma (p. 64- 65).

Contudo o que ocorre frequentemente, é que a resolução de problemas surge como um acontecimento à parte das restantes actividades quando deveria fazer parte do dia-a-dia das aulas e ser integrada de forma natural.

O professor deve ser capaz de tornar uma situação problemática numa tarefa interessante de modo a que os alunos se envolvam na respectiva solução, porque o professor é aquele que com a sua atitude e postura perante o ensino da Matemática irá marcar para sempre a relação dos alunos com a Matemática. Já Andrew Wiles, o matemático que descobriu a demonstração do teorema de Fermat, referiu a importância que um professor teve no despoletar do seu interesse pelo estudo dos números (Fonseca, 1999).

O ambiente de sala de aula é outro aspecto importante para o desenvolvimento de actividades de investigação pois um ambiente favorável onde os alunos coloquem questões, experimentem, estimem, explorem, sugerindo uma abordagem dos problemas de formas diversas estimula a participação e a confiança na aprendizagem (Fernandes, 1994). Os professores que utilizam este método como estratégia verificam que os alunos têm mais sucesso a Matemática, uma vez que compreendem melhor as ideias e gostam mais da escola (Delisle, 1997).

No entanto, é frequente os professores terem receio de avançar com problemas matemáticos mais complexos porque aulas em que tal acontece são aulas diferentes do habitual, o controle dos alunos e do conhecimento torna-se mais difícil, pois os alunos estão mais activos e podem relacionar o problema com conhecimentos que o professor não tem o que pode provocar-lhe insegurança.

Actualmente a preocupação com uma nova abordagem de resolução de problemas não existe somente nas escolas e nos professores, mas também a nível ministerial. Assiste-se, por isso, a uma reestruturação a nível nacional. É exemplo desta situação, o arranque das acções de formação na área da Matemática no ano lectivo 2005/2006, de forma a ajudar os professores na mudança de mentalidades e hábitos.

Mas a consciencialização de que uma aprendizagem mais activa é benéfica no processo de ensino-aprendizagem, nomeadamente a resolução de problemas, tem de ocorrer em toda a hierarquia escolar pois a sua efectivação só se torna possível quando as direcções das escolas e os respectivos agrupamentos permitirem uma maior flexibilidade e liberdade aos professores na orientação e estruturação da aprendizagem dos seus alunos.

Esta mudança tem também que ocorrer ao nível da forma de pensar dos próprios professores, alunos e pais para que esta nova forma de aprendizagem possa emergir. No entanto, é muito interessante verificar que apesar das dificuldades sentidas na resolução de problemas dentro da sala de aula, quando na escola surge um concurso ou uma actividade que envolve a resolução de problema matemático, os alunos e até os próprios pais se interessam, ficam motivados e participam activamente (Abrantes, 1992; Ferreira, 1993).

Ao ocorrer esta mudança o professor passa a ser um guia da aprendizagem, criando espaços para os alunos aumentarem a sua autonomia e desenvolverem a sua própria criatividade, substituindo simultaneamente os manuais escolares por outros materiais de informação/formação (Delisle, 1997).

Estão a ser dados passos importantes e por este motivo é imperativo que não se pare. A mudança será lenta, mas possível, só é necessário que todos os intervenientes

estejam dispostos a trabalhar, compreendam a sua relevância no actual contexto educativo e vejam o quanto ela é benéfica para a educação e preparação para a vida futura das nossas crianças e do nosso país.

2.3. Actividades de Investigação na aula de Matemática

No ponto anterior verificamos que as actividades de investigação surgiram como um tipo de problema diferenciado dos restantes, cujas características principais podem ser inumeradas do seguinte modo: o apelo à realidade dos alunos, a comunicação, a partilha de ideias.

No actual currículo é proposto aos alunos o desenvolvimento da capacidade de investigar em Matemática, devendo esta competência ser desenvolvida ao longo da escolaridade básica. Segundo o NCTM (1994):

As boas propostas de actividades são aquelas que não separam o pensamento matemático dos conceitos matemáticos ou aptidões, que despertam a curiosidade dos alunos e que os convidam a especular e a progredir com as suas intuições (p. 27).

Vamos por isso, de seguida, analisar em pormenor o que se entende por actividade de investigação. Segundo Christianse e Walther uma actividade de investigação envolve habitualmente três fases:

- 1ª) Introdução da tarefa,
- 2ª) Desenvolvimento do trabalho,
- 3ª) Discussão final/reflexão dos resultados (citados em Fonseca 1999: 5).

Ponte (2003) reforça a utilização destas fases referindo que na primeira, “introdução da tarefa”, o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito. Segundo o mesmo autor a primeira fase é de curta duração e o professor deve assegurar-se que todos os alunos compreenderam a proposta de trabalho, ou seja, o que é para fazer.

Na segunda fase que ele denomina de realização da investigação, sugere que os alunos podem desenvolver o seu trabalho individualmente, aos pares, em pequenos grupos

ou com toda a turma. O professor perde o papel activo e são os alunos os principais intervenientes, apesar do professor ajudar na condução da actividade.

Na última fase, à qual atribuí a designação de discussão dos resultados, os alunos relatam, partilham e comunicam aos colegas o trabalho realizado e as conclusões que obtiveram, realizam sistematizações e justificam os resultados encontrados. Esta fase tem um papel primordial no trabalho investigativo porque é nela que os alunos desenvolvem a capacidade de comunicar matematicamente e de reflectir sobre o seu trabalho.

No estudo do PISA (2003), sobre o qual se elaborou um relatório publicado pelo GAVE 2004, à semelhança da resolução de problemas, também as tarefas de investigação podem ser de três tipos diferentes:

- tarefas de tomada de decisão implicam compreender a informação dada e as exigências da tarefa, identificar as características relevantes e os constrangimentos que têm de ser tidos em conta, criar uma representação do problema ou alternativas, tomar uma decisão que tenha em conta os constrangimentos e, depois, comunicar ou justificar a decisão. Nestas o aluno tem de seleccionar uma alternativa de entre as várias que lhe são apresentadas, combinando informações de diversas fontes optando pela melhor solução (GAVE, 2004:15);

- tarefas de análise e concepção de sistemas requer, normalmente, a compreensão de relações complexas entre um número de variáveis interdependentes, a identificação das suas características críticas, a criação ou aplicação de uma dada representação, a análise de uma situação complexa ou a concepção de um sistema que atinja determinados objectivos (GAVE, 2004: 24);

- tarefas de despiste de problemas implicam a compreensão lógica de um mecanismo causal, tal como o funcionamento de um sistema físico ou de um procedimento (GAVE, 2004: 25).

O tipo de actividades de investigação propostas pretende verificar como é que os alunos face a uma situação real reagem e procuram a solução. Estas actividades implicam a resolução de procedimentos necessários à sua resolução e a refutação de algumas hipóteses. Verificamos que apesar do relatório elaborado pelo GAVE utilizar uma terminologia muito semelhante para problemas e tarefas, pois enunciou problemas ou tarefas de “tomada de decisão”, de “análise e concepção de sistemas” e de “despiste de

problemas”, o seu conteúdo e requisitos é bem distinto. Pois as tarefas implicam compreensão e selecção entre várias variáveis escolhendo e justificando a sua escolhas para que um determinado sistema funcione, enquanto que nos problemas os alunos têm de analisar as várias alternativas sugeridas e seleccionar a mais adequada e eficaz.

A respeito do contributo das actividades de investigação e de forma a estabelecer a diferença entre estas e a resolução de problemas Fonseca (1994) refere:

Na resolução de problemas tal como é entendida inicialmente, o objectivo é encontrar um caminho para atingir um ponto não inicialmente acessível. É um processo convergente. Numa investigação matemática, o objectivo é explorar todos os caminhos que surgem como interessantes a partir de uma dada situação. É um processo divergente. Sabe-se qual é o ponto de partida mas não se sabe qual será o ponto de chegada (p. 4).

Ao terminar uma aula onde se realizem investigações matemáticas será aconselhável redigir-se um relatório. Este poderá ser executado individualmente ou em grupo e pretende mostrar o trabalho realizado pelos alunos, onde os alunos sistematizam por escrito todos os passos que realizaram para chegar à solução e reflectam sobre todo o processo vivenciado.

Ponte (2003) refere os principais pontos a constar no relatório:

1º lugar) Tente descrever os passos que seguiu para explorar a tarefa que lhe foi proposta. Procure explicá-los de uma forma clara e organizada. Registe todos os valores com que trabalhou e, nos casos em que tal se mostre adequado, não hesite em apresentar desenhos, tabelas, esquemas...

2º lugar) Procure resumir o que aprendeu depois de realizar esse trabalho;

3º lugar) É também importante organizar um comentário geral em relação a tudo o que fez. Pode, por exemplo, referir o interesse que a tarefa lhe despertou, quais os aspectos em que teve maior dificuldade e a forma como decorreu o trabalho no grupo (p. 111).

2.4. Resolução de Problemas/Actividades de Investigação: Qual a diferença?

Existe, em certa medida, complementaridade entre o conceito de resolução de problemas e de actividades de investigação. Como refere o relatório Matemática 2001 (Abrantes, 1998):

... a prática pedagógica deve valorizar tarefas que promovam o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos, nomeadamente a resolução de problemas e as actividades de investigação, e que diversifiquem as formas de interacção em aula, criando oportunidades de discussão entre os alunos, de trabalho de grupo e de trabalho projecto (p. 81-82).

Vários autores referem que para que seja possível a resolução de problemas e actividades de investigação matemática é necessário recorrer a diferentes processos matemáticos aos quais são atribuídos diferentes graus de importância consoante o tipo de actividades. No entanto nunca esquecendo, que segundo o NCTM (1994), que:

As actividades devem incentivar nos alunos o sentimento de que a matemática é um domínio em mudança e evolução, no qual as ideias crescem e se desenvolvem ao longo do tempo e para o qual contribuíram muitos grupos culturais (p. 28).

3. Da perspectiva de problema tradicional aos ambientes de aprendizagem propostos por Ole Skovsmose

De acordo com a revisão de literatura apresentada, verifica-se que tanto a definição de problema como a sua aplicação na sala de aula é muito diversificada. Para alguns professores a resolução de problemas constitui um momento de interacção com os alunos, para outros constitui um “verdadeiro problema”, e para outros ainda a resolução de problemas transforma-se em situações rotineiras.

Actualmente, o currículo oficial do Ensino Básico pretende que os alunos desenvolvam a capacidade de ler e interpretar o enunciado, e sejam capazes de reflectir e comunicar a resolução.

Na verdade os reflexos destas diferentes maneiras de trabalhar problemas matemáticos na sala de aula são vários e não podemos deixar de mencionar um dos reflexos mais evidentes que é quando os alunos sem ler o enunciado do problema já estão a aplicar um algoritmo para o resolver.

Ao longo dos anos foram-se encontrando várias formas de ultrapassar a visão da tradicional resolução de problemas para a actual resolução de actividades investigativas. Skovsmose (1994/2001) deu um contributo importante para se encontrar uma visão globalizante desta temática ao apresentar a noção de ambiente de aprendizagem como um paradigma alternativo ao modelo habitual de ensino da Matemática. No seu artigo *Cenário para Investigação* (1994/ 2001), propôs seis ambientes de aprendizagem, cada um com um cenário matemático próprio onde são apresentados os tipos de tarefas matemáticas correspondentes. Skovsmose considera que os alunos devem passar pelos seis ambientes de aprendizagem de forma a desenvolverem-se integralmente em Matemática. Para ele o aluno deve resolver exercícios que envolvam cálculos e descobrir relações entre vários conceitos da Matemática, que ele designa por “matemática pura”, bem como exercícios e actividades que simulem a realidade, ou seja, que preparem os alunos para situações que acontecem no seu dia-a-dia de forma a prepará-los para a sua vida futura.

Assim, Skovsmose propôs seis ambientes de aprendizagem que são respectivamente: “exercícios com referência à matemática pura”, “cenário de investigação com referência à matemática pura”, “exercícios com referência à semi-realidade”, “cenário de investigação com referência à semi-realidade”, “exercícios com referência à realidade” e “cenário de investigação com referência à realidade”.

Segundo o autor um exercício é um ambiente de trabalho no qual se obtém uma única solução enquanto que o cenário de investigação é um ambiente de trabalho que está na base do trabalho projecto oferecendo aos alunos recursos diversos para fazer investigações matemáticas (Skovsmose, 2001).

A aprendizagem deve estar integrada num determinado contexto, e foi nesse sentido que Skovsmose enquadró as diferentes actividades matemáticas em contextos diversos, conseguindo sistematizar e de certa forma encadear desde os tradicionais exercícios matemáticos às actividades de matemática, passando por diferentes tipos de situações problemáticas.

Os ambientes de aprendizagem diferem entre si consoante a origem do contexto. Segundo o autor, o contexto é tudo aquilo que envolve o problema, desde a sua origem à forma de resolução ou às fontes necessárias para a sua resolução.

Para melhor compreendermos a sua ideia, observe-se a tabela 2. Nesta tabela os ambientes de aprendizagem são construídos em estrita relação com o contexto, que pode ter origem na Matemática pura, numa semi-realidade ou na realidade envolvente dos alunos.

Tabela 2: Ambientes de aprendizagem

Fonte: Skovsmose (2001: 31)

<i>Ambientes de Aprendizagem</i>	Exercícios	Cenário de Investigação
Referência à matemática pura	1	2
Referência à semi-realidade	3	4
Referência à realidade	5	6

Skovsmose advoga que todos os alunos devem ao longo da sua vida passar por cada um destes ambientes de aprendizagem para que a sua experiência matemática para além de enriquecedora seja consistente. Estes ambientes de aprendizagem resumem de forma sucinta e clara o percurso que o aluno deve percorrer ao longo da escolaridade obrigatória para que a aprendizagem da Matemática seja harmoniosa e dotada de maior sentido.

Este tipo de actividades não devem ser situações esporádicas, devem sim fazer parte integrante dos currículos, como o próprio Skovsmose observa este percurso pelos ambientes de aprendizagem pode não ser sequencial se bem que o ambiente de aprendizagem 6, “cenário de investigação com referência à realidade”, dificilmente pode ser concretizado sem a passagem pelos ambientes de aprendizagem anteriores.

Ao observamos a tabela 2, proposta pelo autor, verificamos que nela constam seis ambientes de aprendizagem que, como adiante veremos, englobam exercícios (1), os problemas (3 e 5) e actividades de investigação (2, 4 e 6).

De seguida vamos analisar o que cada um destes ambientes de aprendizagem propostos por Skovsmose deve proporcionar aos alunos:

- Ambiente de aprendizagem 1: Exercícios com referência à matemática pura – pretende-se que os alunos tenham contacto com os diferentes algoritmos e leis matemáticas treinando a sua manipulação. Assim, neste ambiente de aprendizagem os enunciados são apresentados de forma contextualizada.

- Ambiente de aprendizagem 2: Cenário para investigação com referência à matemática pura – com este ambiente de aprendizagem pretende-se que os alunos para além de terem contacto com entes matemáticos, como figuras geométricas e números, façam investigações, relações, correlacionem e formulem leis.
- Ambiente de aprendizagem 3: Exercícios com referência à semi-realidade – neste ambiente os alunos lidam com situações artificiais que pretendem simular a realidade. Este ambiente pretende prepará-los os alunos para situações reais.
- Ambiente de aprendizagem 4: Cenário para investigação com referência à semi-realidade – este ambiente de aprendizagem pretende que os alunos a partir de simulações da realidade investiguem.
- Ambiente de aprendizagem 5: Exercícios com referência à realidade – pretende-se que nestes exercícios os alunos tenham contacto com fórmulas/ algoritmos matemáticos que os ajudem a resolver situações reais do dia-a-dia. Aqui os alunos devem perceber a necessidade da matemática para a sua vida.
- Ambiente de aprendizagem 6: Cenários para investigação com referência à realidade – neste ambiente de aprendizagem os alunos são confrontados com o denominado trabalho projecto. Há a necessidade de investigar para um problema/ situação resolver.

Assim, o trabalho apresentado por Skovsmose revela que poderá existir continuidade entre a resolução de problemas tradicional e as actividades de investigação, ou seja, que não são indissociáveis.

A ideia apresentada por Proudith (1980) assemelha-se à de Skovsmose, a diferença reside no facto de Proudith apresentar somente dois tipos de problemas, “problemas *standart* do manual” e “problemas do processo”, e Skovsmose considerar seis tipos de ambientes de aprendizagem diferentes. Mas o que Skovsmose considera pertinente desenvolver-se nos exercícios é semelhante ao que Proudith considera “problemas *standart* do manual” e o que se desenvolve nos cenários de investigação semelhante aos “problemas de processo”.

A emergência de novas formas de conceber a resolução de problemas, nomeadamente a ideia das actividades de investigação, destacou a importância que os processos matemáticos assumem no decorrer das actividades Matemáticas na sala de aula.

Assim, para além da mudança de atitude do professor e do aluno é necessário dar ênfase à discussão, comunicação e reflexão durante o processo ensino-aprendizagem da Matemática para que a taxa de sucesso desta disciplina aumente.

4. Processos Matemáticos

Apesar de todas as diferenças que existem entre problemas e actividades de investigação em ambos são utilizados diversos processos matemáticos, tais como a comunicação, e a representação. No entanto, a importância que cada um destes processos assume no decurso das actividades é muito variável dependendo do tipo de problema.

Os processos matemáticos utilizados são de extrema importância nas actividades que se desenvolvem, pois permitem aos alunos explorarem e envolverem-se de forma diferente nos problemas ou nas actividades de investigação que lhe são apresentadas. Ou seja, sendo os processos transversais permitem uma melhor percepção de todo o problema contribuindo assim para uma melhor assimilação das aprendizagens.

De seguida analisaremos em maior detalhe cada um dos processos matemáticos.

4.1. Comunicar

A Matemática é uma disciplina com uma linguagem própria, que deve ser compreendida pelos alunos. É esta linguagem, que os alunos mais temem porque a maioria das vezes ela é usada de forma desarticulada em relação à linguagem que os alunos utilizam para apresentar e explicar os conteúdos matemáticos surgindo assim como uma língua estrangeira que não houve tempo para aprender.

É através da comunicação que os alunos partilham as suas ideias matemáticas com os colegas e com o professor, a comunicação na aula de Matemática permite aos alunos interagem entre si e com o professor, expondo, esclarecendo e partilhando ideias. Quando um aluno comunica as suas ideias aos outros está a interiorizar de forma completa o que está a pensar.

Segundo Ponte (2000):

A comunicação é um processo matemático transversal a todos os outros. Por seu intermédio, as ideias matemáticas são partilhadas num determinado grupo e, ao mesmo tempo, são modificadas, consolidadas e aprofundadas por cada indivíduo. Além disso, a comunicação permite-nos entender o nosso conhecimento matemático, considerando e interagindo com as ideias dos outros (p. 59).

Segundo o NCTM (1998) a comunicação assume nas aulas de Matemática um papel primordial e por esse motivo estabeleceu o papel da comunicação no seu processo ensino-aprendizagem da Matemática:

O programa de Matemática deve usar a comunicação para promover a compreensão da Matemática, de modo a que todos os alunos:

- organizem e consolidem o seu pensamento matemático para comunicar com os outros;
- expressem as suas ideias matemáticas de modo coerente e claro para os colegas, os professores e outras pessoas;
- alarguem o seu conhecimento matemático, considerando o pensamento e as estratégias dos outros;
- usem a linguagem matemática como um meio de expressão matemática precisa (traduzido p. 85).

A utilização da comunicação em matemática permite aos alunos a obtenção de um espírito crítico porque têm que ouvir, refutar e partilhar ideias face à realidade, por este motivo é conveniente que esta seja desenvolvida e trabalhada ao longo da vida. Este processo vai permitir aos alunos ter uma atitude crítica face à vida.

Citando Canavarro (2004):

É essencial uma boa capacidade de comunicação matemática, que permite falar correctamente sobre o fenómeno, descrevê-lo e explicá-lo, articulando os aspectos matemáticos com o contexto da situação (p. 32).

4.2. Representar

A representação é o processo matemático que permite aos alunos apresentar as suas ideias. Este processo permite saber como é que o aluno compreende e utiliza as suas ideias matemáticas e ainda compreender os conceitos e as relações matemáticas e ainda apoia a comunicação e a aplicação das ideias matemáticas a situações problemáticas do dia-a-dia.

Assim, quanto mais novos são os alunos mais relevo assumem as representações. Na idade pré-escolar e no 1º ciclo este processo é particularmente importante porque permite uma melhor visualização da realidade e da matemática e consequentemente uma melhor compreensão do que se fala, constituindo um suporte da linguagem.

Existem diversas formas de representar as ideias matemáticas. Segundo Ponte (2000) as representações podem ser:

- Representações simbólicas (algarismos, sinais das operações e o sinal de igual);
- Representações icónicas (figuras, gráficos e diagramas);
- Representações activas (objectos usados ou não deliberadamente como material didáctico) (p.40) .

Ponte (2000) refere ainda que os símbolos utilizados no 1º ciclo do ensino básico devem limitar-se aos que são úteis para o trabalho e para a comunicação entre os alunos, não existindo vantagem em introduzir símbolos em excesso.

O NCTM (1998) refere que o programa de matemática deve dar ênfase às representações para promover a compreensão da Matemática de modo a que todos os alunos:

- criem e usem representações para organizar, registar e comunicar ideias matemáticas;
- desenvolvam um repertório de representações matemáticas que possam ser usadas de modo flexível e apropriado na resolução de tarefas concretas;
- usem representações para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociais e matemáticos (traduzido de p. 94).

4.3. Relacionar e Operar

Para que os alunos possam relacionar a matemática com o seu dia-a-dia é fundamental que aprendam a classificar objectos segundo uma determinada categoria pois é importante saberem seriar objectos mediante as características neles observadas.

Depois de os alunos serem capazes de agrupar objectos por características comuns é também importante que os ordenem segundo outras propriedades, como por exemplo, tamanho ou peso.

Nas nossas escolas, nem todos os processos matemáticos assumem um lugar de destaque, no entanto, o processo de cálculo é um ao qual os professores atribuem o papel primordial.

Segundo Ponte (2000) o cálculo (enquanto algoritmo) envolve:

- a) um ou mais objectos de partida;
- b) um cálculo;
- c) um resultado final (p. 48).

Apesar do cálculo permitir o desenvolvimento de determinadas competências como é o caso da estimativa, resume-se na maioria das vezes à “mecanização” de operações.

Quando um aluno efectua um algoritmo, apesar de automatizado, deve ter a capacidade de reflectir sobre o resultado obtido. Mas para que isto possa acontecer é necessário que o aluno tenha compreendido o porquê da operação.

Na escola holandesa de Freudenthal, nos últimos anos, têm sido realizados muitos esforços no sentido de desenvolver nos alunos o sentido do número. Em Portugal existem também alguns grupos de trabalho a participar neste projecto. Este projecto pretende levar os alunos a ter um maior contacto com os números e a perceber quais as relações que se podem estabelecer entre eles.

Apesar dos algoritmos não serem objecto central nos programas do 1º ciclo, eles adquiriram muita importância, tirando lugar a outros conteúdos realmente importantes. Isto porque os professores, normalmente, estão mais preocupados com a aprendizagem dos algoritmos do que com o ensino de outros conteúdos e dos processos matemáticos.

No processo matemático, relacionar e operar, os alunos devem também ter a capacidade de interpretar, ou seja, relacionar diversos conceitos matemáticos de forma a dar consistência às suas ideias.

Para que os alunos desenvolvam a capacidade de interpretar, o professor deve criar oportunidades em que possam utilizar os diversos tipos de representações de modo a familiarizarem-se com eles.

4.4. Resolução de problemas

A resolução de problemas é um processo transversal a toda a actividade matemática. Este processo matemático permite uma relação mais directa com a Matemática e com tudo o que ela envolve, contribuindo para a progressiva aprendizagem dos alunos.

Para que os alunos aprendam a resolver problemas o professor deve dar ênfase a esta temática nas suas aulas, relacionando-a com todas as outras temáticas trabalhadas exploradas nas aulas. Os alunos ao iniciarem a resolução de um problema devem em primeiro lugar reflectir sobre o que vão fazer de modo a estabelecerem o seu programa de acção.

No entanto, verificamos que alguns dos enunciados apresentados aos alunos não são problemas, pois segundo Ponte (2000):

A resolução de problemas constitui um processo de elevado nível de complexidade, que envolve os processos mais simples de representar e relacionar (p.52).

Deve, por isso, o professor ter em atenção os conhecimentos que os seus alunos já adquiriram antes de lhes apresentar um problema, para que este não seja por eles encarado como um exercício de rotina.

O processo de reflexão merece destaque pelo facto de exigir que os alunos abordem de forma diferente o problema que lhes foi apresentado, desenvolvendo uma atitude crítica face ao processo desenvolvido e resultados obtidos.

Capítulo III

Metodologia

1. Opções metodológicas

Nesta investigação pretende-se comparar o desempenho dos alunos na resolução de problemas matemáticos com o seu desempenho na resolução actividades de investigação matemática. Para melhor compreendermos esta temática utilizaremos a categorização proposta por Skovsmose (1994/2001). Optámos por esta categorização porque, com base, na revisão da literatura efectuada sobre actividades de investigação pareceu-nos que seria a que melhor se adequaria aos objectivos do nosso estudo, visto definir a resolução de problemas de uma forma abrangente, mencionando todos os tipos de problemas e ajudando os professores a passar da resolução de problemas mais tradicional às actividades de investigação.

De forma a compreendermos mais detalhadamente as concepções que os alunos possuíam da tradicional resolução de problemas e quais as mudanças que ocorriam tanto a nível de comportamento como de empenho na realização de actividades de investigação considerámos pertinente enquadrar a investigação num estudo qualitativo, em que optámos planificar a nossa investigação em duas fases distintas, de forma a estudarmos de forma mais abrangente quais as concepções que os alunos possuíam da tradicional resolução de problemas e quais as mudanças que ocorriam a nível da utilização dos processos matemáticos de comunicação e representação na realização de actividades de investigação. Face ao problema de investigação e aos objectivos do estudo adoptámos na primeira fase, por realizar uma observação participante e na segunda fase uma investigação-acção.

Apesar do estudo qualitativo ser uma metodologia morosa, é a que melhor nos permitiu entender e conhecer mais profundamente a turma em estudo e atingir os objectivos em estudo.

Escolhemos o uso do estudo qualitativo porque nos pareceu ser aquele que melhor se adequava à investigação em causa. Pois segundo Pardal (1995) o estudo qualitativo:

Privilegia, na análise, o caso singular e operações que não impliquem quantificação e medida (p.17).

Este proporcionou-nos estudar o objecto em causa ao longo do tempo (Bogdan, 1994; Gómez, 1999). Pois permitiu-nos intervir junto dos alunos e da professora conhecendo melhor a sua forma de trabalhar e agir nas aulas de matemática. No início do estudo todos se sentiram um pouco inibidos com a nossa presença, no entanto ao fim de alguns dias os alunos omitiam a nossa presença, podemos então observar atentamente todas as acções que decorriam na sala de aula, tanto por parte dos alunos como da professora. Esta observação aconteceu de forma estruturada e planificada permitindo-nos o reajustamento das acções a decorrer ao longo do tempo utilizando técnicas complementares: a observação naturalista, a observação participante e a investigação-acção.

Apesar de não existir mudança social propriamente dita pensamos que o uso desta técnica nos permitiu uma maior persecução dos objectivos porque uma intervenção directa junto dos alunos ocasionou um maior conhecimento das mudanças que ocorreram na sala de aula e um contacto directo com os alunos podendo verificar no “terreno” quais as suas dificuldades, modos de pensar e actuar face às actividades propostas (Gómez, 1999). Pensamos que com os novos ambientes de aprendizagem proporcionados pelas actividades de investigação planificadas e introduzidas na sala de aula pela investigadora ocorreram mudanças na sociabilidade dos alunos, uma vez que permitiram maior contacto e partilha de ideias entre eles.

No decurso da primeira fase de investigação utilizamos a observação participante pois os alunos sabiam da nossa presença e estavam informados acerca das finalidades do estudo. O uso desta técnica possibilita ao investigador um grande conhecimento de todos os envolvidos no estudo, contudo o mesmo recolhe grande quantidade de informação que depois é de difícil tratamento (Carmo, 1998).

Esta informação é fidedigna porque se consegue reproduzir e visualizar na íntegra o contexto do estudo e os seus intervenientes. Toda a informação recolhida está condicionada pelo olhar do investigador apesar deste ter o dever de informar como tudo aconteceu mesmo que isso não satisfaça as condições por ele pensadas inicialmente.

A quando da segunda fase da investigação, apesar de não estar inicialmente planificado desta forma, optou-se pelo uso da investigação-acção porque nos permitiu intervir directamente no contexto de sala de aula e modificar algumas concepções e comportamentos que existiam face à resolução de problemas utilizada na sala de aula. Segundo Bogdan e Bilklen (1991):

A investigação-acção consiste na recolha de informações sistemáticas com o objectivo de promover mudanças sociais (p. 292).

Na planificação inicial existiam nove actividades de investigação apesar de depois, a pedido da professora titular, se terem realizado mais três, perfazendo um total de doze actividades de investigação. Esta sugestão surgiu porque os alunos solicitaram a realização de mais actividades e também porque, como nos encontrávamos no final do ano lectivo, todos os conteúdos programáticos já tinham sido trabalhados pela professora titular e a realização das mesmas não interferia na sua programação.

Os ambientes de aprendizagem, baseados nas propostas de Skovsmose (1994/2001) que foram trabalhados e observados na turma, durante a segunda fase da investigação, foram respectivamente:

- cenário de investigação com referência à Matemática pura;
- cenário de investigação com referência à semi-realidade;
- exercício com referência à realidade.

Para cada um dos três ambientes anteriores, foram planificadas três actividades, tendo cada uma delas a duração aproximada de noventa minutos.

Na segunda fase da investigação, não foram realizadas actividades referentes aos ambientes de aprendizagem: “exercícios referentes à matemática pura” e “exercícios com referência à semi-realidade”, propostos por Skovsmose, porque estes ambientes de aprendizagem foram aqueles que a investigadora observou no decorrer da primeira fase da investigação, como se poderá constatar no próximo capítulo. Isto é, as actividades propostas pela professora titular da turma, aos alunos, eram recorrentemente actividades que se situavam nestes dois ambientes de aprendizagem.

2. Procedimentos

A investigação teve o seu início quando a investigadora foi falar com a professora titular da turma, para saber qual a sua predisposição para participar no estudo. A professora concordou em colaborar, após ter sido garantido pela investigadora, que seria mantido o

anonimato de todos os intervenientes, por isso os nomes dos alunos futuramente apresentados são fictícios.

De seguida, foi pedida autorização para a realização da investigação à Coordenadora da Escola (ver carta em anexo I) que por sua vez propôs a decisão da mesma ao conselho de docentes da escola, onde foi aprovada por unanimidade. Enviando-se depois esta decisão ao Conselho Executivo da Sede de Agrupamento, o qual não colocou qualquer impedimento à sua realização.

Depois foi pedida autorização, a cada Encarregado de Educação da referida turma para a possível participação do seu educando no estudo (ver carta em anexo II), tendo-se obtido quase a totalidade das autorizações. Como este estudo se desenvolveu no contexto de sala de aula, em consideração pelos alunos e de forma a não serem descriminalizados, todos participaram no desenrolar do estudo, no entanto não utilizámos para a análise dos dados os resultados obtidos por estes alunos.

Após terem sido executadas todas as diligências legais para a realização do estudo, em Janeiro de 2005 deu-se início à observação das aulas, quando decorria o segundo período escolar.

A primeira fase da investigação foi planificada tendo em mente dois objectivos: por um lado a construção de um ambiente de trabalho onde a presença da investigadora não perturbasse o desenrolar das actividades e, por outro, proporcionar momentos de conhecimento em contexto de sala de aula, sobre os alunos e sobre a professora, e destes em relação à investigadora. No decorrer desta fase a investigadora observou as aulas da professora titular tomando notas e registando factos significativos, no diário de campo. Procedeu-se também a uma recolha de dados sobre os alunos, nos processos individuais e em conversas informais com a professora, que decorreram no final das aulas em observação. Durante esta primeira fase procedeu-se à observação de oito aulas, com uma duração de duas horas e meia cada. Na figura seguinte apresenta-se a calendarização das actividades que decorreram durante esta primeira fase.

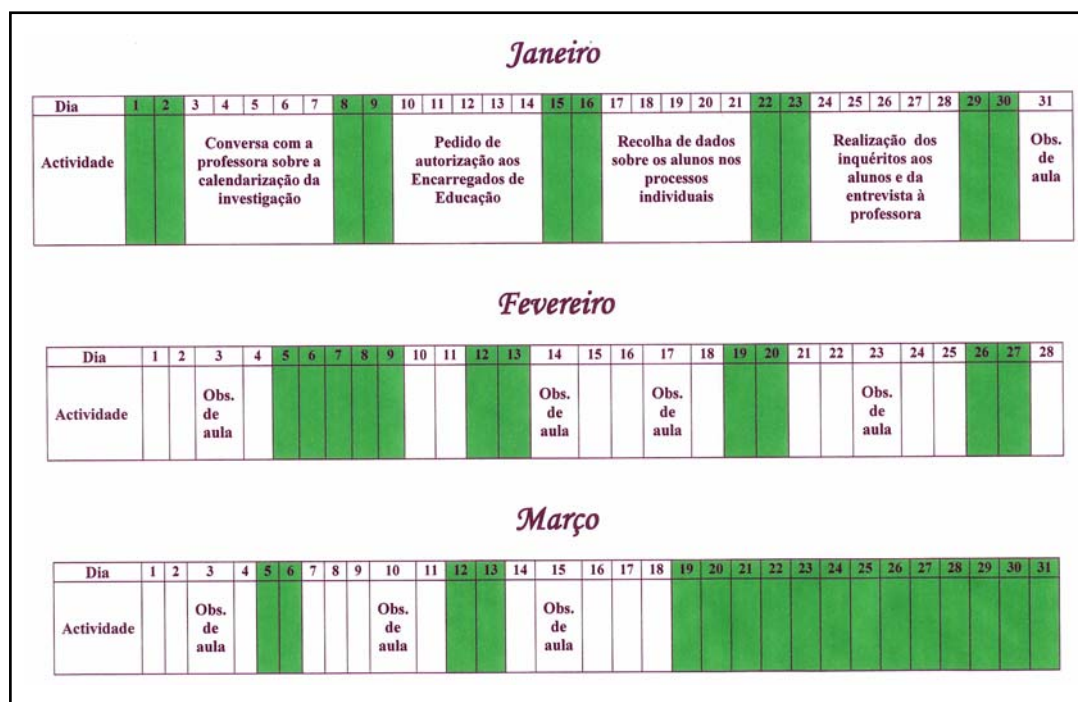


Figura 3: Programação da primeira fase da investigação

Nesta fase, a investigadora sentava-se no fundo da sala de aula sem ter qualquer intervenção ou participação na aula, observando o decorrer das actividades de uma forma naturalista, e focando a sua atenção nas relações entre:

- os alunos e a professora;
- os alunos entre si;
- a professora e a Matemática;
- os alunos e a Matemática.

No final desta fase, foi possível à investigadora ter um maior conhecimento dos alunos com quem iria trabalhar e conhecer a forma como habitualmente trabalhavam e as actividades que normalmente desenvolviam na sala de aula. Esta foi uma fase morosa, porque apesar da professora titular não impedir o contacto entre a investigadora e os alunos dentro de sala de aula e de se mostrar sempre disponível para colaborar, a investigadora sentia-se um elemento inibidor dentro da sala, sentindo que a sua presença de alguma forma perturbava o trabalho da professora.

De forma a complementar as observações realizadas realizou-se ainda um inquérito aos alunos, no início da investigação, com vista a compreender qual o seu conceito de problema e de problema matemático, tentando ainda recolher exemplos de problemas matemáticos. Apesar do nosso foco de estudo não ser a professora considerámos também pertinente realizar duas entrevistas à professora titular da turma, uma no início e outra no

fim da investigação, de forma a percebermos qual a sua visão da matemática, qual a relação que mantinha com a mesma, de que forma trabalhava esta área com os alunos e qual a influência que esta investigação traria para o futuro do seu trabalho.

Assim, no decorrer desta fase foi possível observar a forma como os alunos trabalhavam e a entrevista à professora titular da turma permitiu conhecer um pouco a relação que a professora estabelecia com a Matemática e as concepções que tinha acerca da mesma. O inquérito aos alunos (ver anexo III), cujos pais autorizaram a participação no estudo, possibilitou apreciar as suas ideias iniciais sobre o que era um problema matemático.

A segunda fase da investigação foi planificada com o objectivo de realizar na sala de aula actividades matemáticas que incluíssem problemas semelhantes aos previstos na categorização de Skovsmose. Estas actividades foram planificadas pela investigadora, mas antes da sua implementação foram dadas a conhecer à professora titular da turma. Assim, no início desta fase foi apresentada à professora titular uma planificação onde constavam as actividades a realizar e a possível data da sua realização. Apesar de posteriormente algumas datas serem alteradas, inicialmente a planificação foi aceite. A seguinte figura apresenta a calendarização das actividades.

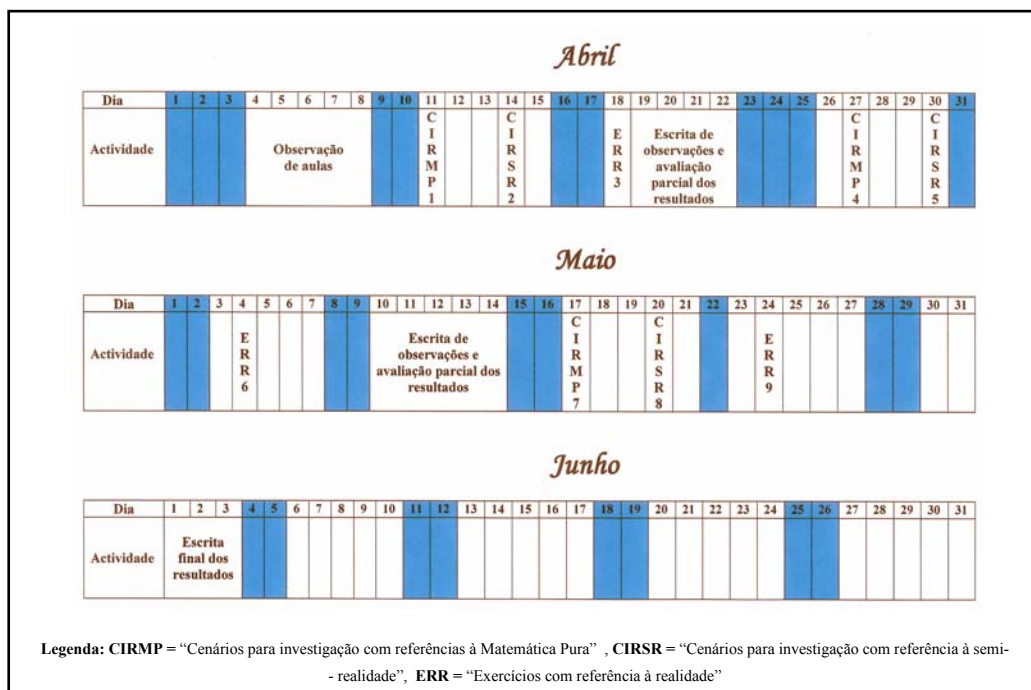


Figura 4: Programação da segunda fase da investigação

No decurso desta fase da investigação, a professora titular da turma estava sempre atenta ao período de duração de cada actividade e tentava sempre que as mesmas decorressem no final das aulas, de forma a não perturbar a programação prevista para o ano lectivo em curso. Outra das razões para esta decisão prendia-se com o facto da realização das actividades entusiasmar os alunos e depois ser difícil o retorno ao ambiente de trabalho usual nas aulas da professora titular para a prossecução das restantes actividades.

Durante esta fase da investigação, procedeu-se à gravação áudio das aulas em que decorreram as actividades planificadas, à recolha dos registos dos alunos realizados durante estas actividades e à recolha de notas. As actividades propostas e a forma como elas se desenvolveram foram planificadas e combinadas entre a professora e a investigadora, existindo uma boa relação de cooperação.

Para a realização destas actividades procedeu-se, inicialmente, à divisão da turma em três grupos. Estes foram constituídos pela professora titular da turma, para que fossem os mais homogéneos possíveis. Isto é, a professora agrupou os alunos para que cada grupo tivesse alunos que gostassem e tivessem facilidade em trabalhar com a matemática mas nele constassem também alunos com maiores dificuldades nesta área de estudo.

Apesar de todos os grupos participarem no estudo só foi possível realizar, em cada actividade, registos áudio de dois grupos. Este facto prende-se com a dificuldade, por parte da investigadora, em conseguir dispor de mais um gravador.

Durante a primeira actividade, a investigadora trabalhou com cada grupo individualmente no fundo da sala, enquanto a professora desenvolvia outras actividades com os restantes alunos.

Após o término desta actividade, a professora titular queixou-se que os alunos que desenvolviam a actividade faziam barulho e perturbavam os colegas. Por esta razão no decorrer da segunda actividade combinou-se que todos os grupos trabalhariam em simultâneo.

No decorrer da segunda actividade, os alunos trabalharam em grupo mas a professora titular da turma esteve ausente da sala. Este motivo provocou alguma instabilidade comportamental na turma e verificaram-se alguns problemas de comportamento. Isto sucedeu porque para os alunos estas actividades não eram habituais e o modo de trabalho também não, provocando grande agitação. Assim, a investigadora e a professora combinaram que no decorrer das restantes actividades a professora não interviria mas estaria presente na sala de aula.

O processo utilizado para a resolução das actividades não foi sempre igual, utilizando-se o trabalho individual, as díades e o trabalho de grupo.

No final de cada actividade foi solicitado a cada aluno que redigisse um pequeno relatório sobre a actividade desenvolvida. Pois segundo Kilpatrick (1992) citado em Guimarães (2005):

Quando se pede a um aluno um relatório escrito sobre a solução de um problema de Matemática, ele envolve-se numa actividade muito parecida com a de escrever uma composição. Tem de planear como é que o argumento deve ser organizado, o que é que o leitor precisa de saber, e como é que várias vezes as ideias se relacionam (p. 75).

Apesar da investigação ter decorrido da forma anteriormente descrita, não decorreu como inicialmente planificada, pois a segunda fase foi, ao longo do tempo, sendo reajustada à realidade encontrada.

No início da investigação tinha ficado decidido que as actividades de investigação e resolução de problemas seriam apresentadas pela professora titular de turma a todos os alunos e a investigadora apenas observaria o desempenho dos alunos. Contudo, após o final da primeira fase de investigação, a professora titular sugeriu que fosse a própria investigadora a apresentar as actividades porque sabia melhor o que pretendia observar e tinha mais experiência e conhecimentos sobre a temática e metodologia de trabalho a utilizar.

Acrescente-se ainda que a planificação inicial envolvia toda a turma. Contudo a professora titular referiu que assim se perderia muito tempo, tendo por esta razão sugerido que apenas um grupo restrito de alunos, fora do contexto de sala de aula, ficasse envolvido na investigação. Após conversa com a professora titular, esclarecendo que esta forma de trabalhar não era o que se pretendia, pois a investigação pretendia analisar qual o comportamento de vários alunos face à implementação de actividades de investigação matemática no contexto de sala de aula e não apenas de quatro alunos isolados, isto é, fora da sala de aula, acordou-se que a investigação decorresse na sala de aula mas no fundo da sala, trabalhando com todos os alunos distribuídos por pequenos grupos. Isto porque no fundo da sala existia uma área denominada “espaço das expressões” e que ficava exactamente no lado oposto da sala onde a professora se encontrava, não prejudicando deste modo o seu trabalho. Enquanto estas actividades decorriam, a professora titular

continuava a trabalhar com os restantes alunos, não prejudicando assim o desenrolar do processo de aprendizagem. Os alunos que ficavam a trabalhar com a professora titular eram aqueles que manifestavam fraco ritmo de trabalho e por este motivo possuíam muitos trabalhos em atraso ou então tinham dificuldades de aprendizagem muito acentuadas nas diferentes áreas curriculares.

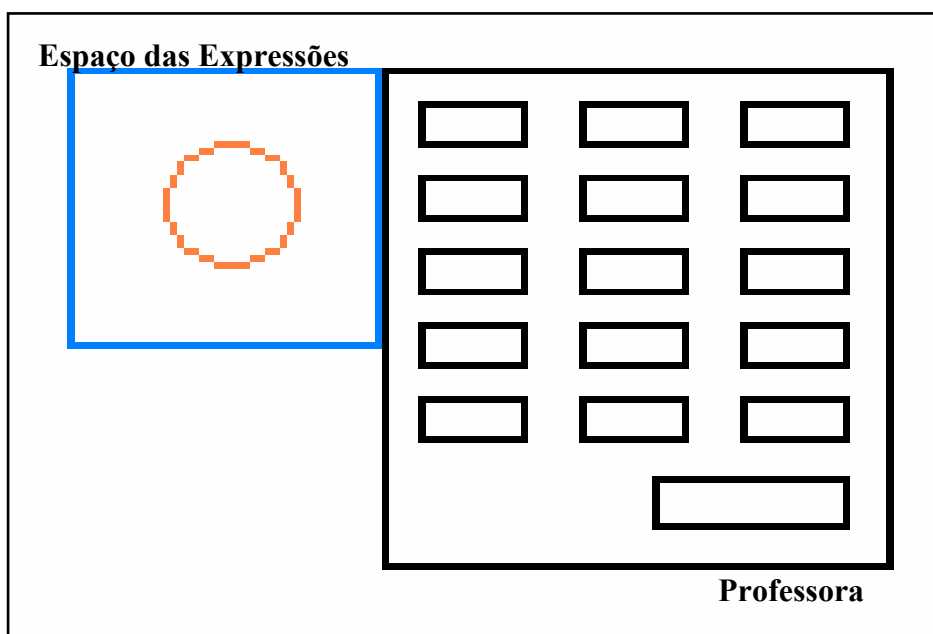


Figura 5: Planta da sala de aula

No entanto verificou-se posteriormente que a proposta de trabalhar um grupo isoladamente no fundo da sala não era viável porque os alunos que não pertenciam ao grupo estavam curiosos e tentavam de todas as formas saber o que se estava a fazer e o grupo fazia sempre algum burburinho o que prejudicava o silêncio que os outros necessitavam para trabalhar.

3. Participantes

3.1. Caracterização da escola

O estudo decorreu durante o segundo e terceiro período do ano lectivo 2004/2005, numa escola do 1º ciclo do Ensino Básico situada nos arredores de Lisboa, com uma turma de terceiro ano de escolaridade.

A escola é do plano centenário, tendo no seu espaço uma área destinada ao 1º ciclo e outra ao jardim-de-infância. A escola é frequentada por cento e dezanove alunos distribuídos por seis turmas, que têm horário duplo. Em Portugal, as escolas que praticam o horário duplo têm aulas das oito às treze horas ou das treze às dezoito horas.

A escolha recaiu sobre a escola onde trabalha a investigadora por facilitar a mesma a nível de horário e de conhecimento do meio envolvente dos alunos.

A investigação decorreu na escola onde a investigadora é professora de uma turma de segundo ano de escolaridade. A turma onde a investigação se realizou é uma turma do terceiro ano de escolaridade, cuja professora titular possui vinte e nove anos de serviço e pertence ao quadro de escola.

Esta foi a escolha da investigadora porque esta foi a turma, que para ela, reunia todas as condições necessárias para desenvolver o estudo, nomeadamente ao nível de compatibilidade de horário e da disponibilidade da professora titular da turma.

3.2. Caracterização da turma

A turma é constituída por vinte e dois alunos, dos quais dez são do sexo feminino e doze do sexo masculino. Todos têm idades compreendidas entre os sete e os oito anos. A maioria dos alunos acompanha esta turma desde o primeiro ano de escolaridade.

Dos vinte e dois alunos, um está matriculado no segundo ano de escolaridade e dois acompanham o programa de Matemática do segundo ano de escolaridade visto não terem ainda atingido todas as competências matemáticas para acompanharem o terceiro ano de escolaridade. Na turma há ainda três alunos que beneficiam de apoio individualizado na área de Matemática. A professora refere ainda que sete têm problemas de insegurança, concentração e falta de atenção o que prejudica o seu desempenho.

Segundo os registos efectuados pela professora titular da turma no final de cada período escolar podemos afirmar que:

- Relativamente à avaliação efectuada ao aproveitamento dos alunos, ao longo do ano, uma parte considerável da turma obteve classificação positiva.

Tabela 3: Registo do aproveitamento dos alunos

Aproveitamento

Período escolar Avaliação	1º Período	2º Período	3º Período
Insuficiente	4	2	2
Suficiente menos	1	3	2
Suficiente	11	4	8
Bom	1	2	3
Bom	2	4	3
Bom +	0	0	1
Muito Bom	3	5	3

Os alunos, em geral, progrediram de forma acentuada. No final do terceiro período, dez dos alunos efectuaram uma boa progressão a Matemática.

Tabela 4: Registo da progressão dos alunos

Progressão

Período escolar Avaliação	1º Período	2º Período	3º Período
Insuficiente	4	1	3
Suficiente menos	1	5	1
Suficiente	11	1	8
Bom	0	0	1
Bom	6	8	7
Bom +	0	3	0
Muito Bom	0	0	2

No que concerne ao empenhamento/participação da turma pode afirmar-se que a

maioria da turma, ao longo do ano, se revelou muito empenhada e participativa.

Tabela 5: Registo do empenhamento/participação dos alunos

Empenhamento/ Participação

Período escolar Avaliação	1º Período	2º Período	3º Período
Insuficiente	4	1	2
Suficiente menos	2	3	1
Suficiente	9	2	9
Bom	1	3	0
Bom	2	7	9
Bom +	1	0	0
Muito Bom	3	4	1

No fim da primeira fase da investigação conclui-se que, entre si, os alunos da turma estabelecem boas relações e interajudam-se. A professora usa por sistema “mandar ao quadro” os alunos que têm mais dificuldades e apesar de todos os alunos gostarem de ir ao quadro compreendem o facto de não irem sempre que gostariam. A professora mantém com todos os alunos uma boa relação e parece conhecer bem as capacidades, dificuldades e necessidades de cada aluno. Assim, pode afirmar-se que existe uma grande relação de cumplicidade entre os alunos e a professora, sendo a matemática uma área do agrado de quase todos os alunos, mesmo daqueles que têm dificuldades.

3.3. Caracterização da professora

A professora titular da turma é uma professora do quadro geral de escola, com vinte e nove anos de serviço, está colocada nesta escola há sete anos e acompanha a turma participante desde o primeiro ano de escolaridade.

Como já referido anteriormente foi realizada uma entrevista à professora (ver guião da entrevista, anexo IV) no início e no fim estudo.

A professora utiliza o método tradicional de ensino, conhece e tem plena noção das características e necessidades de cada aluno.

Para a professora titular de turma o facto de trabalhar numa escola pequena prejudica o seu trabalho porque não pode partilhar as suas ideias com outras colegas que tenham uma turma do mesmo ano de escolaridade. Considera que a Matemática é uma área que normalmente assusta os alunos e na qual manifestam dificuldades, no entanto, não referiu se a responsabilidade desta situação é dos alunos, do professor ou de outro.

Aponta como factor do insucesso em Matemática o facto dos alunos não visualizarem de imediato a aplicação daquilo que aprendem. Segundo a mesma, o ensino da Matemática devia ser mais ajustado à prática, ao dia-a-dia dos alunos. Referindo também que há alunos que revelam grandes dificuldades de concentração não se sabendo se este facto se deve à sua imaturidade ou a razões de ordem emocional e pessoal.

Nas suas aulas de Matemática afirma recorrer, com frequência, à concretização. Como afirma:

Eu tento ao máximo recorrer à concretização. No exemplo das compras, eu espero que eles (os alunos) desenhem ainda que sejam muitos quilos para eles verem que têm de pagar aquilo tantas vezes.

Tento fazer assim para eles visualizarem, mas não quer dizer que às vezes eu consiga.

Tenta sempre que os alunos percebam o que estão a fazer, inculcando-lhes a ideia que a Matemática é “gira”. Afirma não gostar que os alunos mecanizem as situações.

Nas aulas de Matemática eu tento que eles façam as coisas não de uma forma mecânica. Eles têm de perceber porque é que estão a fazer e o que estão a fazer.

Para a professora, um exercício e um problema têm em comum o facto de exigirem que o aluno se debruce sobre ele, esteja atento e faça apelo às suas capacidades psicológicas. Enquanto o exercício é mais fácil, mais simples e de rápida resolução o problema é mais trabalhado e o grau de dificuldade é maior porque envolve mais exercícios de raciocínio. Segundo a professora um problema é uma:

Situação que em princípio apela à atenção, concentração e capacidade de raciocínio do aluno.

A professora titular considera que os exercícios e problemas que constam no livro de texto estão adequados ao programa e às idades. No entanto, considera que estes não são tão estimulantes para o aluno como os exercícios relacionados com o seu quotidiano, em que eles relacionam o aprendido com situações que já vivenciaram. Mas considera também que a apresentação e a cor de algumas ilustrações do livro podem ajudar a desenvolver o raciocínio do aluno.

É diferente estarmos a falar com um aluno um problema em directo e estarmos a apresentar-lhe um que vem no livro, sobre o qual ele tem de raciocinar e fazer.

Talvez não seja tão estimulante!

Mas todos aqueles que nas aulas participam, entendem, se esforçam e fazem por isso depois estão aptos a realizarem os exercícios do livro.

Na opinião da professora, os alunos gostam mais dos exercícios relacionados com o dia-a-dia porque podem participar activamente.

Gostam (dos exercícios propostos) quanto mais não seja porque podem participar. Desde que seja para participar eles gostam.

A aula fica mais viva e é disso que eles gostam.

Claro que também aproveitam para conversar.

Para a professora a realização deste estudo contribuiu para que os alunos ficassem com uma ideia diferente da Matemática, no entanto, não contribuiu para que ela mudasse o seu método de ensino-aprendizagem. Segundo a mesma, estes são novos exercícios que ajudam os alunos a desenvolver o raciocínio matemático, não sendo no entanto muito funcionais na sua prática lectiva do ensino da matemática

4. Instrumentos de recolha de dados

4.1. Documentos produzidos pelos alunos

Em cada uma das actividades realizadas procedeu-se à recolha dos registos realizados pelos alunos. Durante a realização das mesmas cada aluno tentou registar, da melhor forma possível, o processo que percorreu para chegar ao resultado.

Todos os documentos recolhidos são de extrema importância para a investigação, uma vez que esta tem por base a análise dos procedimentos utilizados durante as actividades matemáticas.

4.2. Registos em áudio

Como a investigação não se centrou apenas num grupo específico de alunos, durante a realização das actividades foram utilizados dois gravadores áudio.

Os gravadores, nas aulas em que os alunos trabalharam em grupo, estavam somente em dois grupos, por isso foram mudando rotativamente por todos eles. Nas aulas em que as actividades eram trabalhadas pelo grupo turma, encontravam-se colocados na sala de aula de forma a captar o melhor possível as opiniões e sugestões dos alunos.

No decorrer de todas as actividades os gravadores estiveram sempre visíveis. Nas primeiras houve, por parte dos alunos, a curiosidade sobre qual utilidade e como funcionavam, mas com o passar do tempo a sua presença foi-se dissipando decorrendo as actividades sem intercorrências.

Durante a discussão dos resultados efectuada no fim das actividades os gravadores eram colocados próximo do quadro, de forma a ouvir-se a explicação do aluno.

4.3. Notas da investigadora

Durante a primeira fase da investigação, em que a investigadora procedeu à observação das aulas da professora titular da turma de uma forma naturalista, foram

registados no diário de campo da investigadora todos os dados que se consideraram significativos para o estudo, tais como o comportamento e a atitude dos alunos face aos exercícios apresentados pela professora, a postura da professora, bem como pormenores considerados significativos no decurso das aulas.

Na segunda da fase da investigação, a investigadora continuou a registar os factos que considerava importantes para a investigação mas agora após decorridas as actividades. Foram, essencialmente, registados todos os factos que não eram passíveis de registo áudio. Nesta fase de investigação deu-se ênfase não só à forma como os alunos resolviam as tarefas propostas, ao que sentiam durante a realização das mesmas bem como à forma como resolviam o que era proposto.

4.4. Análise e Tratamento de dados

Para efectuar a análise dos dados recolhidos ao longo da investigação a investigadora começou por analisar os questionários feitos aos alunos e a entrevista realizada à professora titular da turma. De seguida procedeu à transcrição integral e análise das aulas registadas em áudio e por fim analisou os registos escritos dos alunos.

Mas para que fosse possível uma análise e um tratamento mais detalhados dos dados obtidos por meio dos registos escritos dos alunos, dos quais fazem parte as representações e os relatórios por eles elaborados, procedeu-se à digitalização dos trabalhos dos alunos. Desta forma pretendeu-se analisar de uma forma mais detalhada os registos e os relatórios dos alunos.

Capítulo IV

Recolha e análise de dados

Este capítulo baseia-se na análise das actividades realizadas pelos alunos de uma turma do terceiro ano de escolaridade. Estas actividades foram escolhidas de forma a enquadrarem-se na categorização efectuada por Skovsmose (1994/2001).

Skovsmose sugeriu a categorização de problemas em seis ambientes de aprendizagem: “exercício com referência à matemática pura”, “cenário de investigação com referência à matemática pura”, “exercício com referência à semi-realidade”, “cenário com referência à semi-realidade”, “exercício com referência à realidade” e “cenário com referência à realidade”.

As fontes inspiradoras das múltiplas actividades propostas e posteriormente desenvolvidas pela investigadora foram, nomeadamente, alguns exemplos recolhidos numa acção de formação que a mesma frequentou em anos lectivos transactos, na Colecção de Adendas das Normas do NCTM para do terceiro ano de escolaridade publicadas e traduzidas pela Associação de Professores de Matemática, teses e trabalhos de investigação realizados no âmbito das representações matemáticas e no enunciado de provas de aferição realizadas ao quarto ano de escolaridade.

Após leitura atenta do artigo escrito por Skovsmose (1994/2001), procedeu-se ao enquadramento das actividades escolhidas em cada um dos cenários de investigação atendendo a que o autor não refere exercícios tipo para cada um deles, mas apresenta apenas uma breve descrição e a sua finalidade.

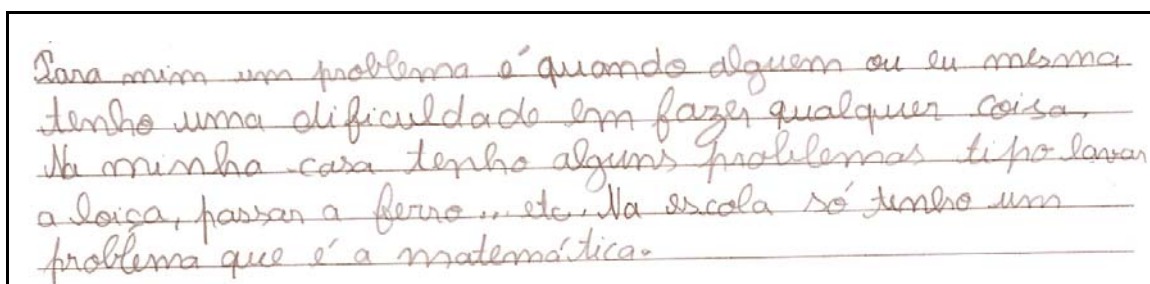
No decorrer da investigação, dos seis ambientes de aprendizagem propostos por Skovsmose apenas se estudaram cinco porque o último ambiente de aprendizagem, o cenário de investigação com referência à realidade, pressupõe a passagem por todos os anteriores e um maior nível de maturidade dos alunos. O próprio Skovsmose sugere que só se trabalhe este ambiente de aprendizagem depois dos alunos terem contactado e experimentado os restantes.

Durante a primeira fase da investigação, que se baseou na observação de aulas, a investigadora pôde analisar o desempenho dos alunos face a dois dos referidos ambientes de aprendizagem: os exercícios referentes à matemática pura e semi-realidade, porque estes

cenários foram abordados, com frequência, pela professora titular de turma, durante as aulas observadas.

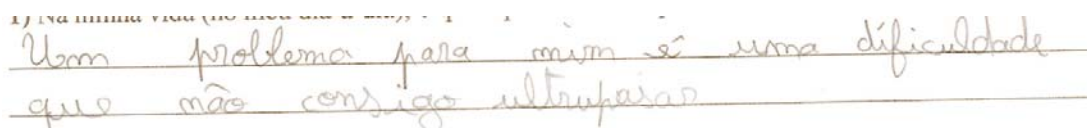
Nesta fase da investigação foram ainda realizados questionários aos alunos, da análise dos mesmos concluímos que para a maioria dos alunos um problema se prende com problemas sociais ou questões que não conseguem resolver, enquanto que um problema matemático é um teste, uma conta e uma coisa difícil.

Com efeito observemos as respostas dadas pelos alunos, nas figuras 6, 7, 8 e 9, em que mencionam que os problemas da sua vida no dia-a-dia se prendem com dificuldades.



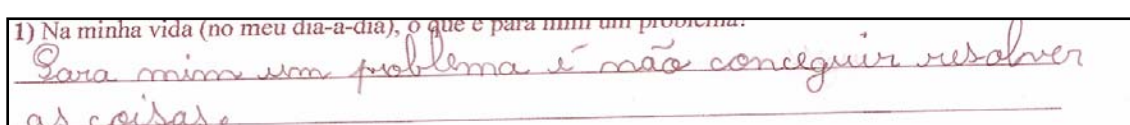
Para mim um problema é quando alguém ou eu mesma tenho uma dificuldade em fazer qualquer coisa. Na minha casa tenho alguns problemas tipo lavar a loiça, passar a ferro... etc. Na escola só tenho um problema que é a matemática.

Figura 6: Resposta da Patricia



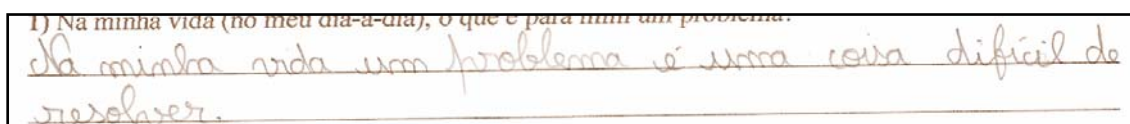
Um problema para mim é uma dificuldade que não consigo ultrapassar.

Figura 7: Resposta da Vanessa



1) Na minha vida (no meu dia-a-dia), o que é para mim um problema.
Para mim um problema é não conseguir resolver as coisas.

Figura 8: Resposta do João



1) Na minha vida (no meu dia-a-dia), o que é para mim um problema.
Na minha vida um problema é uma coisa difícil de resolver.

Figura 9: Resposta da Cátia

Por sua vez, para os mesmos alunos um problema matemático passa por resolver operações, exercícios ou indicações. Verificamos estas afirmações ao observar as figuras 10, 11, 12 e 13.

Um problema de matemática é para mim uma conta ou mais que se tenha de resolver ou então ver quanto dá.

Figura 10: Resposta da Patricia

Um problema de matemática para mim é uma maneira de tirar as dúvidas e aprender.

Figura 11: Resposta da Vanessa

2) O que é um problema matemático?

Um problema matemático é fazer o que o problema manda que é fazer operações e indicações.

Figura 12: Resposta do João

2) O que é um problema matemático?

Um problema matemático é uma conta ou um exercício difícil que nós não sabemos fazer ou resolver.

Figura 13: Resposta da Cátia

No decorrer da realização deste questionário procuramos ainda saber quais as referências que os alunos têm de problemas matemáticos, pedindo-lhes um exemplo do mesmo. Verificamos que para os alunos os problemas matemáticos resumem-se a problemas de palavras e simples cálculos, conforme mostram os exemplos dados pelo Vasco, a Liliana e a Vanessa.

3) Dá um exemplo de problema matemático.

$$50 \times 2,50\text{€} = 125,00\text{€}$$

$$\begin{array}{r} 2,50 \\ \times 50 \\ \hline 000 \\ 1250+ \\ \hline 12500 \end{array}$$

Figura 14: Resposta do Vasco

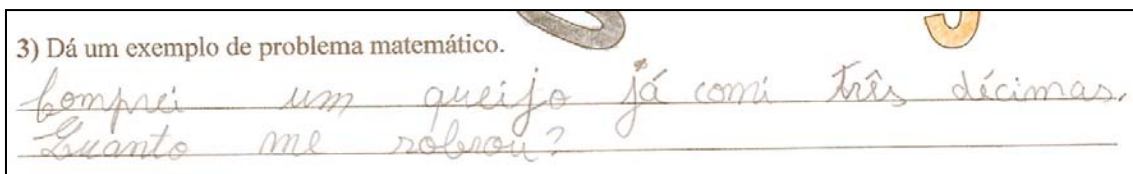


Figura 15: Resposta da Liliana

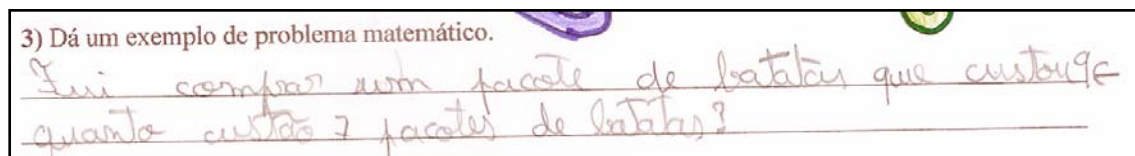


Figura 16: Resposta da Vanessa

Ao pedirmos aos alunos exemplos de problemas verificamos que alguns ao elaborarem o enunciado não colocavam todos os dados necessários à sua resolução, como verificamos na figura 17, pois o aluno questiona quanto custam quarenta laranjas mas não refere quanto custa uma laranja. Este facto leva-nos a pensar que apesar da resolução de problemas ser uma prática recorrente nas aulas de Matemática, há alunos que ainda não interiorizaram quais os dados que um enunciado de problema deve conter, no entanto pensarmos neste enunciado para uma actividade matemática podia ser uma bela questão.

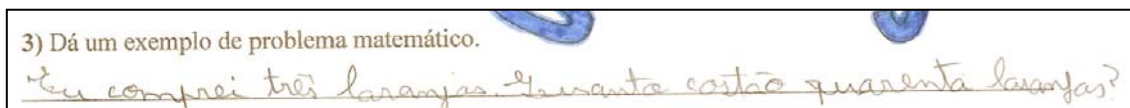


Figura 17: Resposta do Luís

Após a primeira fase de observação de aulas e realizados os questionários aos alunos de forma a constatar o que para eles era um problema e um problema matemático, concluiu-se que as actividades a serem desenvolvidas seriam para os alunos uma experiência totalmente nova.

No decorrer da segunda fase da investigação foram investigados e observados os ambientes de aprendizagem: “cenários de investigação com referência à semi-realidade e à matemática pura” e os “exercícios referentes à realidade”, porque eram desconhecidos para os alunos e eram aqueles que nos permitiriam mostrar se existia ou não diferença no comportamento, aprendizagem e posição face à matemática por parte dos alunos.

Como já referido anteriormente, no decorrer desta investigação foram realizadas doze actividades, quatro actividades de investigação para cada tipo de cenário mas apenas se realizou a análise de seis actividades, duas actividades para cada ambiente de aprendizagem, porque se considerou não ser fundamental para a investigação o estudo exaustivo de todas elas pois algumas são muito semelhantes e os resultados obtidos também. Foram escolhidas as actividades mais significativas para os alunos e aquelas onde se verificou uma maior mudança de comportamentos, atitude e empenho durante o processo de resolução.

Ao longo deste capítulo analisaram-se o tipo de comunicação, as representações efectuadas pelos alunos e os relatórios realizados pelos alunos no fim de cada actividade com o objectivo de constatar que aprendizagens matemáticas foram efectuadas e que significados lhe atribuíram.

Este capítulo encontra-se dividido em sete sub-capítulos, correspondendo os cinco primeiros à terminologia usada por Skovsmose, para categorizar os vários ambientes de aprendizagem. Os dois primeiros sub-capítulos dizem respeito a “exercícios com referência à matemática pura” e “exercícios com referência à semi-realidade”, baseiam-se em observações efectuadas no decorrer da primeira fase da investigação, nos quais as representações apresentadas foram recolhidas a partir dos cadernos diários dos alunos e trabalhados individualmente.

Os “exercícios com referência à realidade”, “cenário de investigação com referência à matemática pura” e “cenário de investigação com referência à semi-realidade” são analisados nos três sub-capítulos seguintes, aí podem observar-se as representações efectuadas pelos alunos, os diálogos estabelecidos e os relatórios escritos pelos mesmos ao longo da segunda fase da investigação.

O sexto sub-capítulo relaciona os processos matemáticos com cada um dos ambientes de aprendizagem e finalmente o sétimo sub-capítulo analisa os relatórios escritos pelos alunos.

1. Ambiente de Aprendizagem 1: Exercícios com referência à matemática pura

Neste ambiente de aprendizagem, citando Skovsmose (1994/ 2001) verificamos que o tipo de actividades apresentadas são os “os exercícios com referência à matemática pura”.

Isto é, na exploração destes exercícios são aplicados conteúdos que envolvem somente conhecimentos matemáticos descontextualizados, e portanto nada têm a ver com o quotidiano dos alunos.

1.1. Ambiente de trabalho

Nas aulas observadas, verificámos que a professora trabalhou os seguintes conteúdos matemáticos: operações de soma, decomposição de números, noção de metade, terça-parte e quinta-parte. Alguns dos exercícios foram retirados do manual adoptado pela professora e outros foram inventados pela professora.

Todos os exercícios foram escritos no quadro pela professora, os alunos copiaram-nos para o seu caderno diário e resolveram-no, individualmente. Entretanto, um aluno escolhido pela professora ia ao quadro para o resolver. Normalmente, o critério de escolha deste aluno era baseado no facto de ele ser um aluno com dificuldades a Matemática ou por ter algumas dificuldades na aplicação dos conteúdos explorados.

Os alunos que estavam sentados resolviam os exercícios propostos em silêncio, o aluno que estava no quadro limitava-se a fazer o exercício não falando nem com os colegas nem com a professora. Após o exercício concluído, a comunicação estabelecia-se entre a professora e o aluno que estava no quadro. Durante este diálogo a professora limitava-se a verificar se a resolução estava correcta ou incorrecta. Quando estava incorrecta, a professora levantava-se do seu lugar e ia ajudar o aluno a corrigir o que não estava correcto.

Geralmente, os alunos resolviam os exercícios sem dificuldades, não se levantavam para pedir ajuda, no caso de terem dúvidas e auto-corrigiam-se após a resolução do quadro ser considerada correcta pela professora.

1.2. Desenvolvimento da actividade

De seguida, apresentamos dois exemplos observados nas aulas, onde se trabalharam as operações de soma, as decomposições e a noção de metade, terça-parte e quinta-parte. Este tipo de actividades é apresentado aos alunos com muita frequência, tanto nas aulas como para trabalhos de casa. As figuras 18 e 19 ilustram essas actividades.

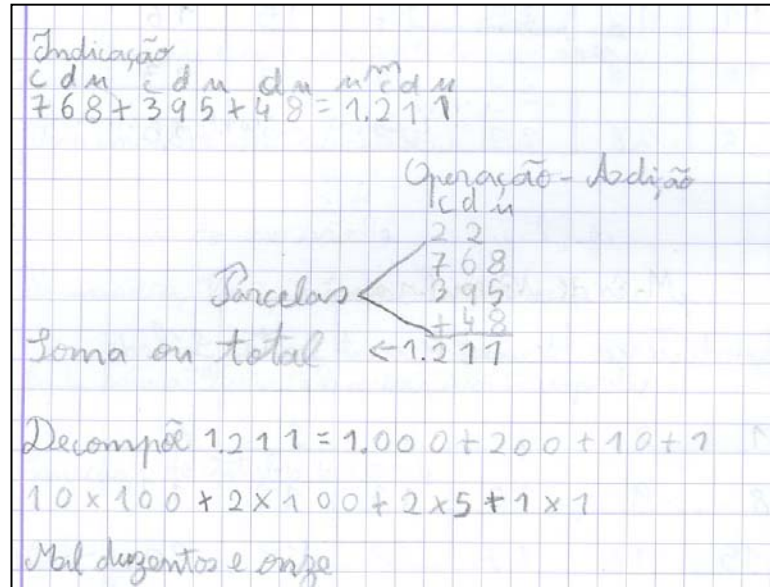


Figura 18: Exemplo retirado do caderno do Hélio

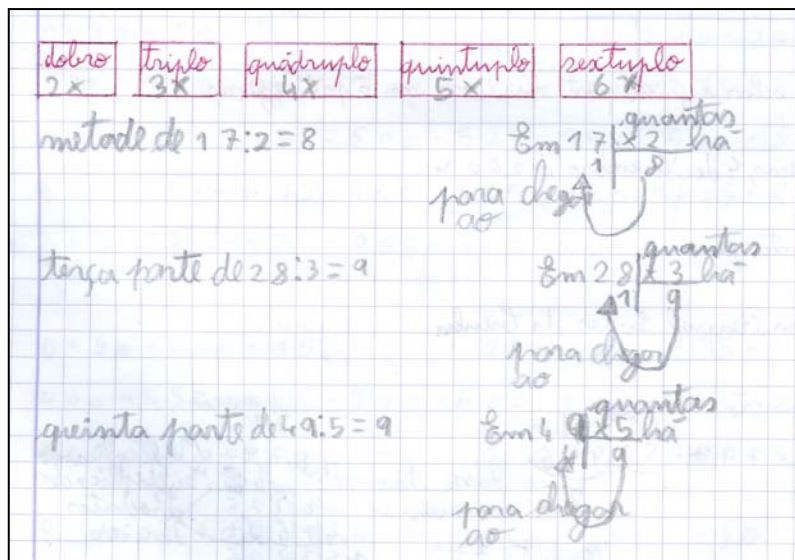


Figura 19: Exemplo retirado do caderno da Luisa

Durante a realização destes exercícios os alunos reagiam e procediam sempre da mesma forma, pois os problemas eram apresentados no início da aula, após a distribuição dos cadernos diários, sem nenhuma explicação ou motivação.

Os alunos mantinham uma postura apática pois estes exercícios eram rotineiros, isto é, utilizam sempre o mesmo processo de resolução.

Na revisão da literatura verificámos que este tipo de problemas era aquele onde a taxa de sucesso era maior tanto no estudo do PISA como nas Provas de Aferição,

exactamente devido a esta rotina que é efectuada durante as aulas, pois a dificuldade dos problemas verifica-se somente a nível da sua interpretação.

2. Ambiente de aprendizagem 2: Exercícios com referência à semi-realidade

Neste ambiente de aprendizagem denominado por Skovsmose (1994/2001), “exercícios com referência à semi-realidade” pretende-se que os alunos tenham contacto com situações semelhantes à sua realidade.

A professora titular preparava os problemas previamente em casa. Verificou-se que os tipos de problemas por ela desenvolvidos tentavam envolver situações semelhantes às do quotidiano dos alunos e exploravam os conteúdos matemáticos: de soma, de subtracção, de subtracção com empréstimo, multiplicação, o euro e os números decimais.

2.1. Ambiente de trabalho

Antes de se iniciar a resolução de problemas existia um conjunto de acções praticamente ritualizadas que consistia no seguinte: primeiro o enunciado do problema era escrito no quadro pela professora, segundo os alunos liam em voz alta o enunciado, terceiro os alunos copiavam o enunciado para o caderno e resolviam o problema. Assim, a prática pedagógica usada pela professora era semelhante à do ambiente de aprendizagem anterior.

2.2. Desenvolvimento da actividade

Nos problemas apresentados que envolviam dinheiro, em algumas situações a professora solicitava aos alunos que colocassem no tampo da mesa o valor obtido. Isto porque cada aluno possuía uma caixa com moedas e notas de brincar que foram destacadas do livro de texto.

Neste tipo de problemas observa-se um maior contacto entre os alunos e a professora porque esta passava pela mesa de cada aluno a verificar se a quantia estava

correcta. Os alunos demonstravam interesse por efectuar este tipo de problemas. As figuras 20 e 21 ilustram alguns dos problemas trabalhados nestas aulas.

3- Uma gramática custa 7,29 €. A escola precisa de comprar 97 gramáticas iguais. Quanto vai ter de pagar?

Indicação Multiplicação

$$97 \times 7,29 = 707,13$$

Multiplicando	28
Multiplicador	7,29
	x 97
	15103
	65613
Produtos parciais	70713
Produto total	707,13

R.: Vai ter de pagar setecentos e sete euros e treze cêntimos.

Figura 20: Exemplo retirado do caderno da Cátia

Problemas

1- O Miguel tem 38 dezenas de castanhas, o Bruno tem 18 centenas e a Joana tem 4 milhares. Quantas castanhas têm os meninos todos?

Indicação

Miguel	Bruno	Joana	
<small>d.z</small>	<small>c.d.u</small>	<small>m</small>	
380	+ 1.800	+ 4000	= 6.180

Operação

<small>m</small>	380	
<small>c.d.u</small>	1.800	} Soma
<small>m</small>	4000	
	6180	total

R.: Os meninos todos têm seis mil cento e oitenta castanhas.

Figura 21: Exemplo retirado de um caderno da Luísa

Ao observarmos a resolução dos problemas apresentados verificamos que os alunos utilizam a mesma forma de resolução: “indicação” onde apresentam os dados e indicam o que vão fazer com eles, “operação” onde realizam a operação indicada e a “resposta” onde redigem a conclusão obtida. Demonstrando assim que esta estratégia está assimilada e é utilizada sempre que surge um problema idêntico.

Ao analisarmos este tipo de problemas verificámos ainda que têm alguma relação com o dia-a-dia dos alunos porque envolvem possíveis compras que os alunos tenham que fazer. Mas tornam-se rotineiros e não ajudam os alunos a ultrapassarem as suas

dificuldades referentes à resolução de problemas porque são problemas de palavras e a dificuldade dos alunos reside, vulgarmente, em descortinar qual a operação a utilizar.

3. Ambiente de aprendizagem 3: Exercícios com referência à realidade

Este tipo de ambiente de aprendizagem pretende levar os alunos a reflectir e pensar sobre situações reais, permitindo a discussão sobre as estratégias usadas para encontrar os resultados.

O artigo de Skovsmose (1994/2001) sobre este tipo de problemas aponta para a análise de gráficos e tabelas, contudo uma vez que os alunos com quem estamos a trabalhar, nunca tiveram contacto com este tipo de situações pensamos que seria um pouco difícil seguir esta proposta. Assim decidimos apresentar pequenas actividades que se passam no dia-a-dia dos alunos, tentando que os alunos as analisem matematicamente.

Para este ambiente de aprendizagem são apresentadas duas actividades distintas, uma relativa à saudação de pessoas e outra relativa à combinação de moedas de euro, que de seguida analisamos.

3.1. Actividade: *Aperto de mãos*

Enunciado da actividade:

*Hoje houve um encontro de antigos alunos desta escola. Apareceram sete alunos.
Quantos apertos de mão deram?*

3.1.1. Ambiente de trabalho

Durante a realização desta actividade, a professora titular apesar de não participar activamente no seu desenrolar esteve presente na sala de aula.

A actividade proposta foi debatida por toda a turma em simultâneo.

Apesar dos alunos nunca terem trabalhado desta forma, aceitaram bem o facto da actividade se realizar de forma aberta, envolvendo toda a turma. Inicialmente revelaram-se tímidos mas pouco a pouco foram-se mostrando mais participativos e interessados.

De seguida, observaremos os diálogos que se estabeleceram após a apresentação da actividade, e as estratégias seguidas para encontrar a solução.

3.1.2. Desenvolvimento da Actividade

Liliana – Sete apertos de mão.

Investigadora – Porquê?

Liliana – Sete vezes um são sete.

Cátia – São quarenta e nove.

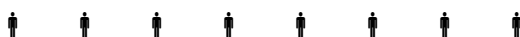
Investigadora – Porquê?

Cátia – Sete vezes sete são quarenta e nove.

De seguida deu-se um momento de reflexão e discussão em que cada aluno tentou encontrar uma resposta e por fim a investigadora sugeriu que se desenhasse no quadro o que se estava a dizer.

Investigadora – Vamos desenhar no quadro.

Após breve discussão a investigadora fez no quadro o desenho dos sete alunos.



Investigadora – O primeiro menino quantos apertos de mão deu?

Todos – Seis.

Investigadora – O segundo menino chegou. Quantos apertos de mão deu?

Luísa – Seis.

Todos concordaram com a solução da Luísa, no entanto a Vanessa avançou.

Vanessa – Este (aponta para o segundo menino) só cumprimenta cinco porque já cumprimentou este (aponta para o primeiro).

O Cláudio não concordou mas não foi capaz de explicar o seu raciocínio, assim a Luísa continuou.

Cláudio – Não concordo!

Luísa – Se o primeiro cumprimentou todos, todos o cumprimentaram.

Após este diálogo a investigadora interpelou os alunos e a Cátia continuou a explicar o seu raciocínio e a Vanessa apoiou a sua ideia.

Investigadora – Então o primeiro deu seis apertos de mão. E o segundo também deu seis apertos de mão ou não?
 Afinal quantos apertos de mão se deram?
 Precisamos de ideias.

Cátia – Para calcularmos temos de considerar que o segundo também cumprimentou o primeiro. ⁽¹⁾

Investigadora – Todos concordam?

Vanessa – O primeiro cumprimentou o segundo e o segundo também cumprimentou o primeiro.

Após a exposição destas ideias a investigadora elaborou no quadro o seguinte esquema com o apoio dos alunos.

$$\begin{array}{cccccccc} \text{♂} & \text{♂} & \text{♂} & \text{♂} & \text{♂} & \text{♂} & \text{♂} & \text{♂} \\ 6 + 6 & + 6 & + 6 & + 6 & + 6 & + 6 & + 6 & + 6 \end{array}$$

Todos – Quarenta e dois porque sete vezes seis dá quarenta e dois apertos de mão.

Seguidamente a investigadora sugeriu aos alunos que pensassem no que era um aperto de mão e se quando duas pessoas se cumprimentavam era necessário cumprimentarem-se duas vezes ou apenas uma chegava.

⁽¹⁾ Verificamos que a Cátia tem um modo de falar elaborado para a sua idade, muitas vezes ao longo da investigação ela nos surpreendeu com o seu discurso.

Aí os alunos começaram a pensar de outra forma e alguns disseram que aquela resposta estava errada.

Dara – Não. Se o primeiro (*a chegar*) cumprimentou o segundo o segundo também teve de cumprimentar o primeiro.

Vanessa – Se o primeiro cumprimentou o segundo, quando isto acontece o segundo também cumprimenta o primeiro.

Tiramos um.

Após a conversa das duas colegas a Vanessa interrompe dizendo:

Vanessa – $6 + 5 + 4 + 3 + \dots$

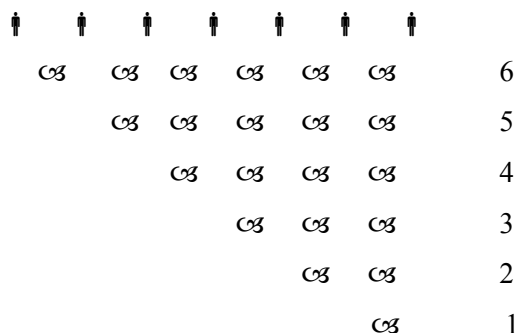
Investigadora – Porquê?

Vanessa – Se o segundo não cumprimenta o primeiro e o segundo cumprimenta o terceiro, o terceiro já não ia cumprimentar o segundo.

Desta forma a investigadora questionou a turma, de forma aperceber se todos estavam a perceber o que a Vanessa estava a dizer, mas ela continuou entusiasmada a explicar à turma como tinha pensado.

Vanessa - Mas se o segundo já não cumprimenta o primeiro. O segundo é que vai cumprimentar o terceiro, e o terceiro vai cumprimentar ...

Após esta conversa a Luísa levanta-se do lugar, dirige-se ao quadro e realiza o seguinte esquema que a Vanessa estava a sugerir, apesar de não concordar com a sua ideia.



Luísa – Eu acho que o segundo também devia cumprimentar seis porque se não o último não ia cumprimentar ninguém.

Todos - Não.

Após esta representação, a Vanessa não concordou com a Luísa e continuou a defender a sua ideia.

Vanessa – Dar um aperto de mão a uma pessoa é o mesmo que ela me cumprimentar.

Neste sentido, a investigadora questionou os alunos sobre o esquema da Luísa.

Investigadora – Está correcto o pensamento da Luísa?

Cátia – Não.

A aluna Cátia ofereceu-se para vir explicar aos colegas o que tinha feito e verificou-se que fez o mesmo esquema da Luísa só que no fim efectuou uma operação de soma usando todos os números. Afirmando que o último não cumprimentava ninguém porque já tinha sido cumprimentado.



Figura 22: Esquema da Cátia

No entanto, as alunas Liliana e Vanessa não concordavam com este resultado.

Então por sugestão da professora titular da turma procedeu-se à simulação da situação. Foi difícil a decisão de quem participaria na demonstração, porque todos queriam participar. Enquanto se representava a Cátia registou no quadro os dados obtidos.

Depois de representada a situação os alunos verificaram que realmente sete alunos davam vinte e um apertos de mão. Até as alunas mais renitentes em aceitar esta resolução perceberam que o último aluno não cumprimentava ninguém porque já tinha sido cumprimentado por todos.

Com vista a verificar se os alunos tinham percebido a resolução do problema anterior, após esta actividade foi solicitado aos alunos que calculassem o número de apertos de mão caso fossem dez alunos.

Neste caso os alunos já não procederam à representação e fizeram somente os números não necessitando de representar as pessoas.

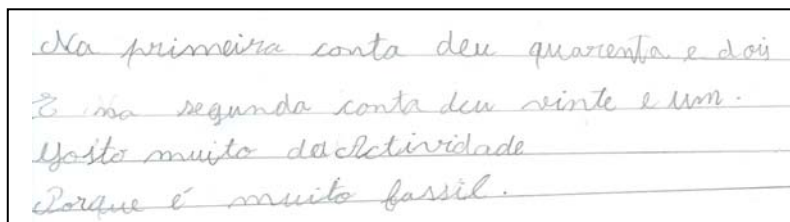
Handwritten student work showing a list of numbers 1 through 9, a calculation of the sum of these numbers (1+2+3+4+5+6+7+8+9=45), and the text "1- Dez meninos dão 45." The work is written in blue ink on a white background.

Figura 23: Esquema da Ema

Com esta actividade constatamos que os alunos modificaram a sua atitude face aos resultados. Os alunos compreenderam que, por vezes, é necessário pensar um pouco mais do que é habitual, ou seja, é necessária uma atitude crítica face à primeira resposta encontrada. Os alunos ficaram motivados e acharam a actividade engraçada, manifestando interesse. Possivelmente por ser uma actividade mais presente no seu dia-a-dia.

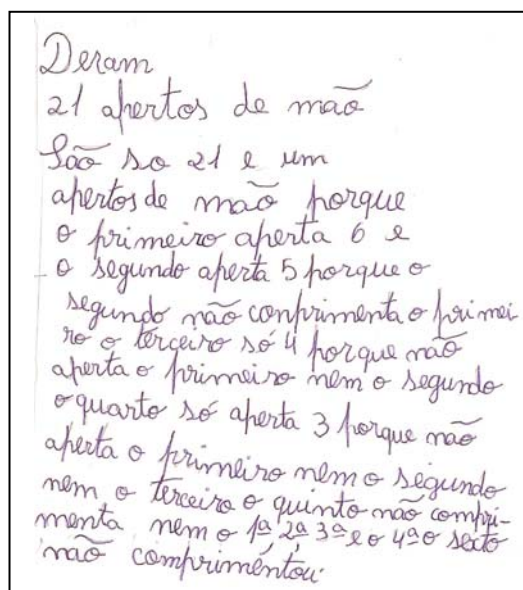
3.1.3. Relatórios escritos

Nesta actividade verificou-se que alguns alunos começam a escrever os relatórios finais de forma a explicar melhor tudo o que aconteceu.



Na primeira conta deu quarenta e dois.
E na segunda conta deu vinte e um.
Muito muito delectividade.
Porque é muito fácil.

Figura 24: Relatório do Vasco



Deram
21 apertos de mão
São só 21 e um
apertos de mão porque
o primeiro aperta 6 e
o segundo aperta 5 porque o
segundo não comprimenta o primeiro
e terceiro só 4 porque não
aperta o primeiro nem o segundo
e quarto só aperta 3 porque não
aperta o primeiro nem o segundo
nem o terceiro e quinto não comprimenta
nem o 1º, 2º, 3º e 4º e sexto
não comprimenta.

Figura 25: Relatório da Dara

Por exemplo, no relatório do Vasco verifica-se que ele se limita a informar sucintamente sobre os resultados de cálculos sem se preocupar em explicar a que se referem, enquanto a Dara tenta explicar detalhadamente a forma de encontrar a solução passo por passo.

3.2. Actividade: *Dinheiro*

Enunciado da actividade:

No meu bolso tenho uma moeda de 1€, uma de 2€, uma de 0,50€ e uma de 0,20€.
Com 3 moedas, que quantias consigo obter?

3.2.1. Ambiente de trabalho

Esta actividade foi dividida em duas partes. Na primeira parte combinavam-se apenas três moedas e na segunda combinavam-se cinco moedas.

Após a apresentação e leitura do enunciado. Cada aluno colocou em cima da mesa uma moeda de 1€, 2€, 0,50€ e 0,20€.

Esta actividade foi desenvolvida a pares. A professora apesar de presente não interferiu na actividade.

3.2.2. Desenvolvimento da actividade

A investigadora começou por dar um período de tempo para que cada par discutisse a resolução possível, seguido de uma discussão aberta a toda a turma sobre as conclusões a que chegaram.

Verifiquemos como fez o Luís (figura 26). Ele começou por fazer as combinações possíveis e depois quando o questionámos sobre quais as quantias que conseguiria obter, limitou-se a somar todas as possibilidades respondendo que era onze euros e dez cêntimos. Ou seja, ele conseguiu encontrar todas as soluções possíveis mas não conseguiu responder correctamente porque não interpretou correctamente a questão que inicialmente lhe foi colocada.

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 3,50 \\
 2,70 \\
 1,70 \\
 3,20 \\
 \hline
 11,10
 \end{array}$$

Figura 26: Esquema do Luís

Após a investigadora ter feito uma nova explicação do que era pedido os alunos começaram a encontrar a solução, usando diversas formas.

A Luísa e a Liliana começaram por fazer um esquema que resumia os cálculos que realizaram para encontrar todas as soluções possíveis. Neste esquema elas colocaram, no centro, o valor das moedas que tinham e foram-nas juntado três a três de forma a obter todas as quantias possíveis.

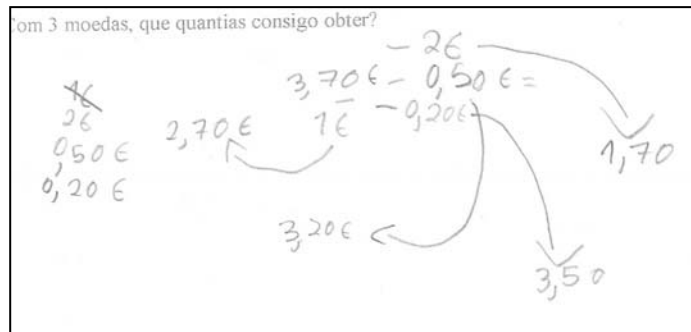


Figura 27: Esquema da Luísa

Por sua vez, o grupo da Carla e da Ema limitou-se a somar, mentalmente, três moedas de cada vez e ia registando os valores encontrados, verificando que desta forma nem todos os resultados estão correctos.

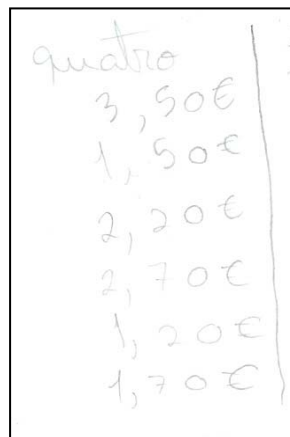


Figura 28: Esquema da Carla

O grupo da Cátia e da Dara optou por fazer uma tabela onde colocou o valor das moedas que tinha e na qual ia assinalando três de cada vez e somando-as de forma a obter todos os resultados possíveis.

2€	1€	0,50€	0,20€	Total
X	X		X	3,20€
X	X	X		3,50€
X		X	X	2,70€
	X	X	X	1,70€
X	X	X		

Figura 29: Esquema da Cátia

Depois de cada grupo ter encontrado todas as soluções procedeu-se a uma apresentação no quadro dos resultados obtidos e das diferentes formas para o conseguir.

Em virtude de todos terem conseguido obter rapidamente o resultado a investigadora propôs aos alunos que fizessem a mesma actividade mas agora com seis moedas. Acrescentando às anteriores uma moeda de 0,10€ e uma de 0,05€.

Os alunos responderam prontamente ao pedido e começaram imediatamente à procura das diferentes soluções possíveis.

Nesta actividade, os alunos sentiram que encontrar todas as possibilidades seria muito mais complicado porque eram muitas moedas. Por este motivo muitos consideraram que a forma mais eficaz de encontrar todas as soluções seria elaborar uma tabela.

2€	1€	0,50€	0,20€	0,10€	0,05	Total
X	X	X				3,50€
X	X		X			3,20€
X	X			X		3,70€
X	X				X	3,05€
	X	X	X			1,70€
	X	X		X		1,60€
X		X	X		X	1,55€
X		X		X		2,70€
X		X			X	2,60€
X			X	X		2,55€
X			X		X	2,30€
	X	X	X		X	2,25€
	X		X	X		1,70€
	X			X	X	1,30€
		X	X	X		1,15€
						0,80

Figura 30: Esquema da Luísa

Alguns alunos sentiram-se motivados para encontrar todas as possibilidades, mas outros houve que se desmotivaram e desistiram. Como vimos no capítulo anterior, para muitos alunos os problemas matemáticos têm apenas uma única resposta rápida e fácil de encontrar usando um algoritmo. No tipo de problemas propostos pela investigadora tal não ocorre, pelo que muitos alunos sentiram cansaço ao procurar mais possibilidades e rapidamente desistiram de resolver o problema.

No decorrer destas actividades verificou-se um maior empenho e participação dos alunos. Eles conversavam e discutiam os resultados que obtinham verificando qual a sua veracidade e pertinência.

De todos os ambientes de aprendizagem abordados este foi aquele que causou maior sucesso perante os alunos. As actividades não foram consideradas um problema pelos alunos porque consistem numa questão a partir da qual se tentam procurar e descobrir as várias soluções possíveis.

Em ambas as actividades os alunos recorreram a processos de modelação das actividades propostas, porque estes contribuía para uma melhor visualização do processo de resolução.

No caso da primeira actividade (saudação de pessoas) foi necessário o recurso à teatralização para encontrar a solução correcta. Na segunda actividade (actividade do dinheiro), verificamos que a construção da tabela ajudou os alunos a compreenderem melhor a actividade porque sistematizava as várias possibilidades de resolução.

3.2.3. Relatórios Escritos

Relativamente aos relatórios elaborados verificou-se que a maioria simplesmente referiu o que efectuou, não explicando o processo. Assim, por exemplo, o Luís menciona somente que somou para encontrar todas as soluções possíveis.

Cheguei à conclusão que era só somar.
A actividade foi giro.

Figura 31: Relatório do Luís

A Cátia no seu relatório para além de referir o processo desenvolvido acrescenta o seu gosto pela realização da actividade.

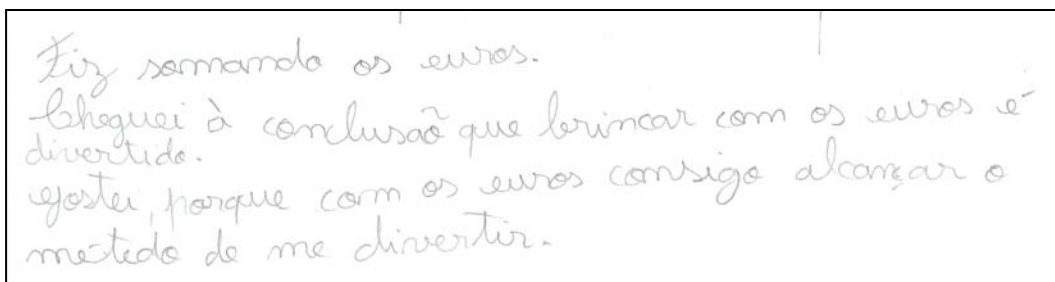


Figura 32: Relatório da Cátia

4. Ambiente de Aprendizagem 4: Cenário para investigação com referência à matemática pura

Segundo Skovsmose (1994/2001) este tipo de ambiente de aprendizagem deve proporcionar aos alunos experiência com figuras geométricas e números. Assim proporcionar contacto com este cenário propusemos aos alunos actividades que envolviam padrões de figuras geométricas e tabelas de números.

Neste ambiente de trabalho foram apresentadas aos alunos actividades baseadas no estudo de padrões geométricos e numéricos.

4.1. Actividade: *Padrões*

4.1.1. Ambiente de trabalho

Nesta actividade os alunos e, a pedido da professora titular, a investigadora trabalhou com cada grupo individualmente, dentro da sala de aula, enquanto a professora deu apoio, junto da sua secretária, a alguns alunos que tinham trabalhos em atraso de outras áreas de estudo devido às suas dificuldades.

A constituição dos grupos foi da responsabilidade da professora titular que os tentou fazer homogéneos, como referido na metodologia.

Para os alunos esta não foi uma actividade difícil, apesar de alguns grupos solicitarem mais a ajuda da investigadora do que outros.

Um facto curioso foi o de muitos alunos ao olharem para os padrões procurarem realizar operações aritméticas, pensando que a actividade se resolveria com uma simples operação.

Esta actividade foi realizada por três grupos diferentes e o enunciado da actividade era diferente para cada um deles.

4.1.2. Grupo I

Enunciado da actividade:

Observa o padrão com atenção.

Continua o padrão por mais dois termos.



4.1.2.1. Desenvolvimento da actividade

Depois da apresentação do enunciado o Paulo comunicou de imediato.

Paulo – Do primeiro para o segundo aparecem dois quadrados e para o terceiro mais dois quadrados.

O João referiu que não percebeu a opinião do colega e então a investigadora sugere que os colegas expliquem. O Rui tentou explicar gerando-se o seguinte diálogo.

João – Não percebi.

Investigadora – Expliquem-lhe.

Rui – Aqui estão dois quadrados (apontando para o primeiro termo) e ali aparecem mais dois (apontando para o segundo termo).

O João demonstrou ter percebido a explicação do colega e a investigadora ao ver o Paulo com vontade de mostrar as relações que encontrou questiona-o.

Investigadora – Então Paulo, quantos há no quarto termo?

Paulo – Oito!

Após o Paulo ter revelado a solução que encontrou a investigadora questiona-o sobre qual o processo.

Investigadora – Porque fizeste assim?

Paulo – Porque juntei mais dois.

Investigadora – Então porque é que desenhaste assim?

Paulo e Ângela – Porque aumenta mais dois como está aqui (apontando para o primeiro e para o segundo termo).

A Cátia complementa a ideia dada pelos colegas dizendo.

Cátia – Porque aumenta mais dois quadrados para baixo.

Parece a tabuada do dois.

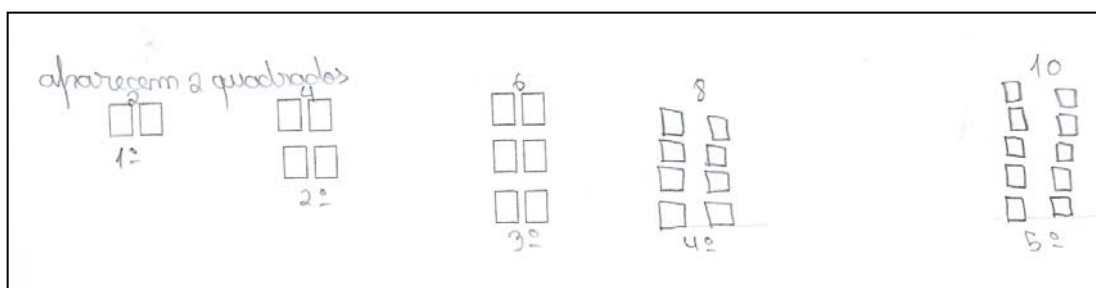


Figura 33: Esquema da Cátia

Após a observação da Cátia todos concordaram que ela tinha razão no que disse e até o João que até então tinha estado um pouco perdido percebeu a forma encontrada pela Cátia para a solução.

Para verificar se os alunos tinham percebido de forma correcta o processo de resolução a investigadora colocou um novo desafio.

Investigadora – Já verificámos que o quinto termo tem dez quadrinhos. Se eu agora vos pedisse para desenhar o décimo termo, quantos quadrinhos iria ter?

O Rui responde imediatamente e a investigadora questiona-o no sentido de compreender o seu processo de resolução.

Rui – Doze!

Investigadora – Porquê?

Rui – Porque era mais dois.

Uma vez que o Rui na sua precipitação em responder não tinha percebido a questão, a investigadora reformula novamente a questão, intervindo posteriormente a Joana.

Investigadora – Nós temos o quinto termo e eu quero saber o décimo.

Cátia – Vinte quadrinhos.

Investigadora – Porquê?

Cátia – Ao sexto termo juntamos mais dois ficam doze quadrinhos.

O sétimo termo mais dois ficam catorze, mais dois ficam dezasseis, mais dois ficam dezoito, chegamos ao décimo que são vinte quadrinhos.

Os restantes alunos optaram por fazer termo a termo até chegar ao décimo termo, trabalhando individualmente. Após alguns momentos a investigadora interpelou novamente os alunos para entender os seus processos de pensamento. A seguinte transcrição ilustra a conversa que se desenvolveu.

Investigadora - Todos chegámos à mesma conclusão, mas cada um chegou de forma diferente.

Quem quer começar a explicar?

Ângela – Fui sempre juntando mais dois.

Investigadora – Pedro?

Paulo – Fiz a conta até chegar ao vinte.

Investigadora – Rafael como fizeste?

Rui – Juntei mais dois.

Investigadora – Mas desenhaste os dez termos. Como fizeste?

Rui – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

Investigadora – Mas não desenhaste os dez termos. Passaste do oitavo para o décimo.

Rui – Pus aqui dezoito quadradinhos mais dois dá vinte.

Investigadora – E a Cátia?

Cátia – Fui sempre juntando mais dois, fiz a conta.

Investigadora – E aquilo da tabuada?

Cátia – Cinco vezes dois é dez e Para passar para o décimo termo dez mais dois doze, doze mais dois catorze até chegar ao vinte. Fiz a conta até obter o resultado.

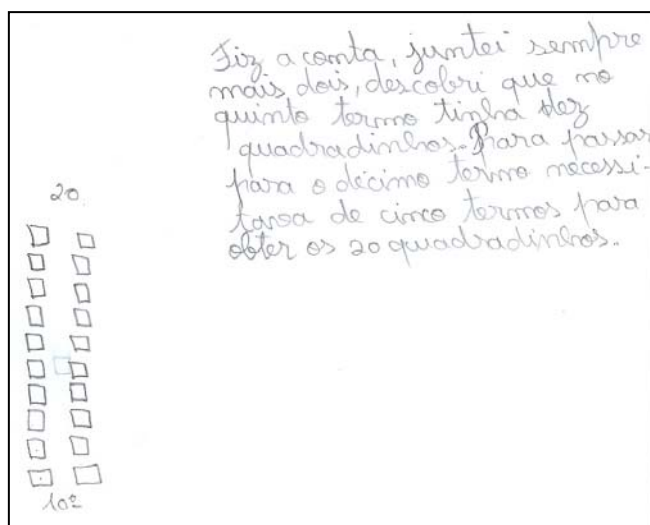


Figura 34: Esquema da Cátia

Investigadora – E o João?

João – (envergonhado tem receio de falar para o gravador e por isso fala baixinho).

No primeiro termo temos um quadradinho em cada coluna, no segundo termo temos dois quadradinhos, no terceiro três quadradinhos, no quarto quatro quadradinhos, no quinto

termo cinco quadradinhos logo no décimo vamos ter dez em cada coluna que faz vinte quadradinhos.

Depois de cada aluno ter partilhado com os restantes a sua forma de resolução a investigadora coloca ainda uma nova questão.

Investigadora – E se eu vos pedisse o centésimo termo, será que usando os métodos que utilizaram me conseguiam dizer quantos quadradinhos tem?

Todos - Eh!!!!

Após esta resposta a investigadora continua a incentivar os alunos a encontrar a resposta, e logo alguns alunos apontam possíveis soluções.

Investigadora – Pensem lá.

Paulo – Duzentos.

Investigadora – Como fizeste?

Paulo – Usando a tabuada do dois. Dois vezes cem igual a duzentos.

Após a resposta do Paulo todos concordaram que estaria correcta porque ele fez a tabuada do dois e nem a investigadora pondo em causa a forma de resolução os alunos se demoveram, porque como usaram a tabuada partiram do pressuposto que estava correcto.

4.1.3. Grupo II

Enunciado da actividade:

Observa o padrão com atenção.

Continua o padrão por mais dois termos.

○ ○○ ○○○
□ □□□ □□□□□ _____

4.1.3.1. Desenvolvimento da actividade

Após a ler o enunciado, como ilustra o seguinte diálogo, o Luis avançou prontamente uma resposta, sem dar tempo aos restantes colegas para pensar.

Investigadora – Vamos descobrir qual é o quarto e o quinto termo.

Luis – Já sei! É de dois em dois.

Investigadora – O quê?

Luis - Os quadrinhos. E as bolas de um em um.

Investigadora – Vamos desenhar o quarto termo.

Luis - Sete quadrados e quatro bolas.

Mas a investigadora apercebeu-se que nem todos os alunos estavam a acompanhar o pensamento do Luis e por isso mandou-o parar um pouco e solicitou aos alunos que resolvessem a tarefa desenhando-a.

Investigadora – E o quinto termo? Vamos desenhar.

Todos – Nove quadrados e cinco bolas.



Figura 35: Esquema do Luis

Depois de todos terem representado o quinto termo a investigadora coloca um novo desafio.

Investigadora – Vou fazer-vos um desafio. Quantos quadrinhos e quantas bolas existem no décimo termo?

O número de bolas a constar no décimo termo foi encontrado facilmente, no entanto encontrar o número de quadrinhos foi mais complicado.

Gabriel – As bolas são dez.

Investigadora – Porquê?

Gabriel – Porque é de um em um.

Luís – Cinco vezes o dois é igual a dez, a cinco juntamos mais cinco.

Investigadora – E os quadradinhos são quantos? Tentem descobrir.

Hélio – São dezanove.

Investigadora – Como fizeste?

Hélio – Somando de dois em dois.

Após ter referido a forma de encontrar a solução o Hélio pôs-se a escrever e apresentou aos colegas o resultado e a forma de solução, como se pode observar na figura 35, não recorrendo a esquema nem a algoritmo. Contou mentalmente e foi escrevendo os números que surgiam.

Hélio – Já sei! São dezanove quadradinhos.

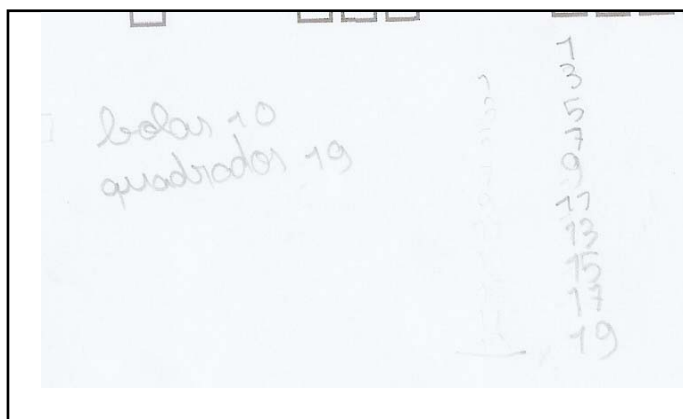


Figura 36: Esquema do Hélio

Então a investigadora questionou os alunos para saber quem queria partilhar as suas ideias com os colegas.

Investigadora – Quem quer explicar como fez?

Gabriel – Fiz a conta.

Investigadora – Explica.

Gabriel – Fiz a conta de cabeça. Se tenho aqui quatro mais dois.

Juntei sempre mais dois.

Investigadora – Hélio também queres explicar?

Hélio – Fiz uma conta de dois em dois até ter dez números.

Neste grupo nem todos os elementos se mostraram interessados em partilhar as suas ideias.

4.1.4. Grupo III

Enunciado da actividade:

Observa o padrão com atenção.

Continua o padrão por mais dois termos.



4.1.4.1. Desenvolvimento da actividade

Depois da leitura do enunciado e respectiva explicação a investigadora dá algum tempo para reflexão e depois questiona os alunos.

Investigadora – O que acontece?

Liliana e Luísa – É juntando mais três.

Como as alunas reponderam imediatamente de forma incorrecta, a investigadora continuou a interpelar.

Investigadora - Já sabem quantos triângulos tem o quarto termo?

Luísa – Aqui mais dois, aqui mais três portando ali é mais quatro.

Entretanto o Cláudio demonstra não perceber o que a colega explicou e a investigadora intervém no sentido de se esclarecerem as dúvidas.

Investigadora – Explica ao Cláudio como fizeste.

Luísa – Aqui quantos aumentaram (aponta para os dois triângulos que aparecem no segundo termo)?

Cláudio – Dois.

Luísa – Daqui aqui quanto aumentou (do segundo para o terceiro termo)?

Cláudio – Três. Eh!

Liliana – Tens aqui um mais dois é três. Mais três é seis, mais três é nove. Mas têm de ser dez termos.

Investigadora – Porque têm de ser dez?

Liliana – Porque aqui tem seis e tem de aumentar quatro.

Investigadora – Porque é que tem de aumentar quatro?

Vanessa – Aqui aumentou dois, ali mais um três e agora vai aumentar três mais um que é quatro.

Depois de terem sido esclarecidas as dúvidas e ter sido encontrado o quarto termo o grupo partiu em busca do quinto termo.

Investigadora – Agora vão representar o quinto termo.

Vanessa – Se aqui aumentou quatro aqui vai aumentar cinco.

Enquanto a Vanessa fala e tenta explicar o que irá acontecer a Luísa elabora o seguinte esquema.

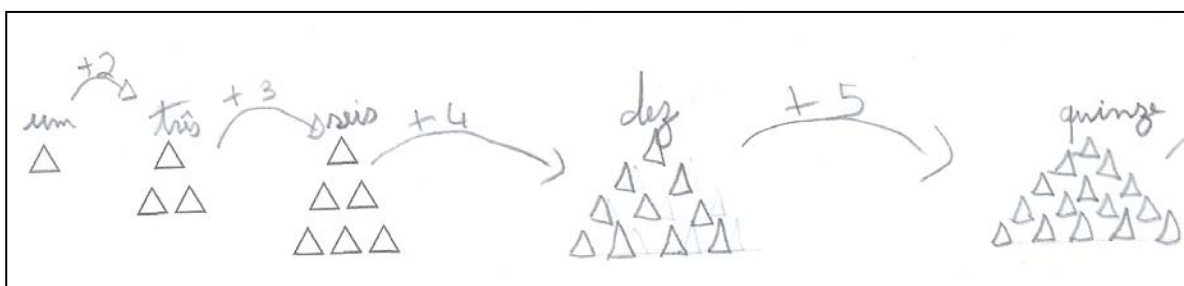


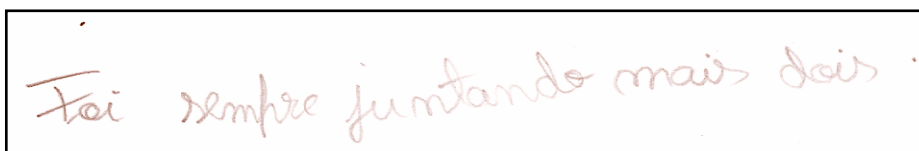
Figura 37: Esquema da Luísa

Entretanto os outros alunos chegaram também ao mesmo resultado.

Não foi possível o desenvolvimento desta actividade até ao décimo termo porque o seu desenvolvimento se revelou complicado e acabou o tempo limite da aula.

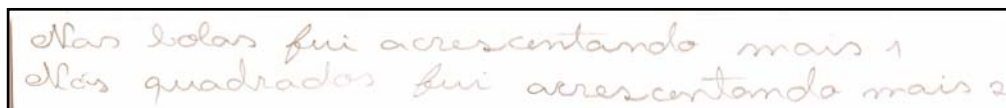
4.1.5. Relatórios escritos

A cada grupo, após encontrada as soluções pedidas, foi solicitado a escrita de um pequeno relatório sobre o trabalho desenvolvido. Inicialmente quase todos rejeitaram a ideia, afirmando que não sabiam o que escrever, como se verifica nas figuras 38 e 39. A maioria dos alunos revelou maior facilidade em fazer a explicação oral do que escrita. Os relatórios apresentados foram muito sucintos, isto deveu-se ao facto desta ter sido a primeira actividade a ser desenvolvida.



Fei sempre juntando mais dois.

Figura 38: Relatório da Dara



Nos bolos fui acrescentando mais 1 e nos quadrados fui acrescentando mais 2.

Figura 39: Relatório da Carla

4.2. Actividade: *Descobrir padrões na tabela*

Enunciado da actividade:

Perante a tabela de números apresentados descobre padrões.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

4.2.1. Ambiente de trabalho

Na resolução desta actividade optámos por não dividir a turma em grupos e realizar a sua apresentação com o retroprojector.

A professora titular não participou na actividade apesar de estar presente na sala de aula.

4.2.2. Desenvolvimento da actividade

Os alunos após a apresentação da tabela e de lhes ter sido dito o que teriam de fazer rapidamente começaram a apresentar soluções.

Os alunos que normalmente não participavam nas actividades, no decorrer desta actividade tiveram gosto em mostrar as suas descobertas, mesmo que fossem repetidas ou estivessem erradas. Este facto deveu-se, possivelmente, ao ambiente livre que a aula proporcionou sem se questionar nenhum aluno ou grupo em particular.

Consoante os padrões encontrados os resultados iam sendo registados na transparência e mostrados em simultâneo no retroprojector. Construindo-se paralelamente a legenda da figura 40.

Após a projecção da tabela rapidamente se começaram a ouvir opiniões.

Vanessa – Aqui anda-se de dez em dez.

Investigadora – Aqui onde?

Cátia – Ao longo das colunas verticais anda-se sempre mais dez e nas horizontais andamos de um em um.

Após a apresentação deste resultado toda a turma verificou as sugestões da Cátia experimentando em várias linhas e colunas se de facto era o que acontecia. Começaram então a surgir novas ideias.

Ema – Aqui andamos de nove em nove.

Investigadora – A Ema diz que nas diagonais, da direita para a esquerda, andamos de nove em nove vamos ver se tem razão.

Cátia – Parece a tabuada!

Outros alunos – É a tabuada!

Investigadora – Vamos ver se descobrimos então mais padrões.

Depois da Cátia ter referido que na tabela existia a tabuada, surgem novas ideias.

Vanessa – Assim andamos de onze em onze.

Investigadora - Na diagonal da esquerda para a direita andamos de onze em onze.

Apesar de até aqui os alunos somente terem usado sequências de adição, a Liliana sugere padrões usando a subtração.

Liliana – Aqui para cima tiramos menos onze.

Investigadora – (Apontando) Na diagonal da direita para a esquerda, de baixo para cima andamos menos onze.

Luísa – Daqui para ali é menos nove.

Investigadora – Na diagonal da esquerda para a direita de baixo para cima é menos nove.

Patricia – Nas colunas para cima é menos dez.

Luísa – Nas linhas ao contrário tiramos menos um.

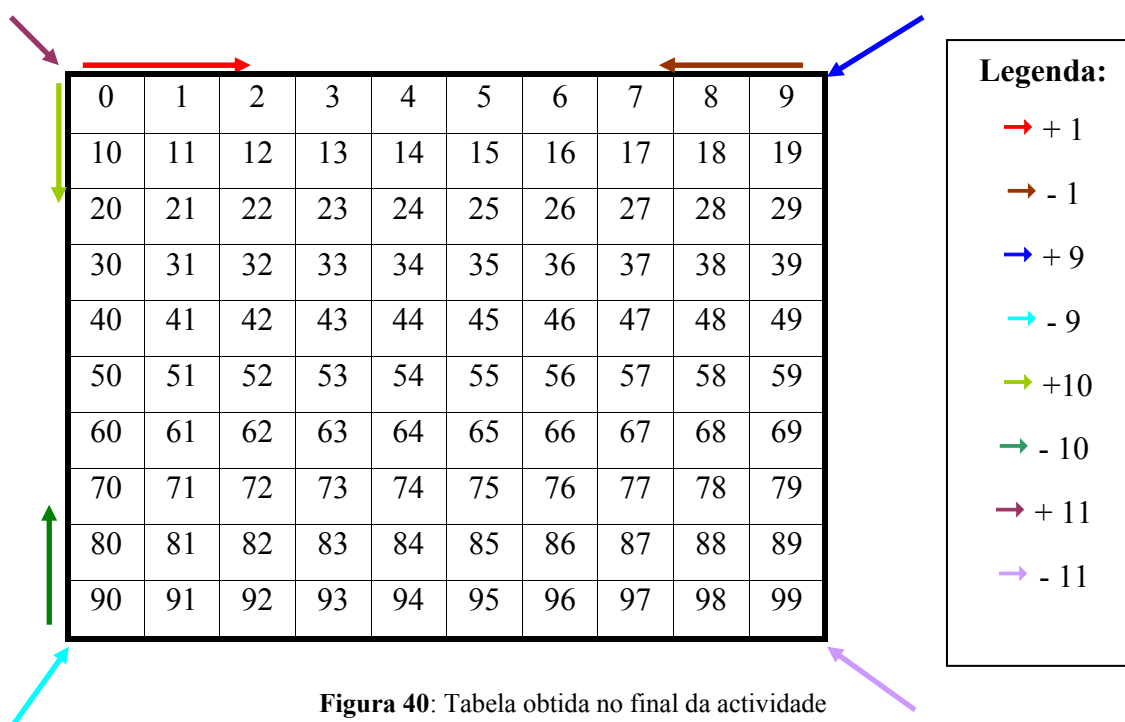


Figura 40: Tabela obtida no final da actividade

De seguida pedimos aos alunos para pensarem nos múltiplos. Como os alunos não tinham esta noção, a investigadora teve de explicar a noção de múltiplo, oralmente com o apoio do quadro.

Os alunos começaram por encontrar os múltiplos de dois e de três e verificaram que existiam padrões.

Seguidamente desafiaram-se os alunos a tentarem encontrar mais padrões com os múltiplos, tendo estes chegado à conclusão que só existiam padrões com os múltiplos de dois, de três, de cinco e de nove.

Segundo eles, com os múltiplos de seis e de quatro, nesta tabela não era possível encontrar um padrão.

Investigadora – Agora vamos fazer os múltiplos de três.

Marquem na vossa tabela os múltiplos de três.

Luísa e Cátia – Já fiz.

Investigadora – Descobriram algum padrão?

Alguns alunos – Aparecem aqui e aqui (apontando).

Investigadora – Então nas diagonais aparecem os múltiplos de três.

Após alguns alunos começarem a dizer onde estavam os múltiplos de três rapidamente todos encontraram a solução e alguns começaram imediatamente à procura de outros múltiplos.

Investigadora – Quem quer fazer outro estudo?

Liliana – Com os múltiplos de dois.

Investigadora – O que aconteceu?

Os múltiplos de dois aparecem quando?

Luísa – De dois em dois.

Investigadora – Nas linhas ou nas colunas?

Liliana – Nas linhas.

Investigadora – E nas colunas?

Luísa – De dez em dez.

Investigadora – Quem quer investigar outros múltiplos?

João – Múltiplos de quatro.

Investigadora – O que aconteceu? Apareceu algum padrão?

João – Não deu padrão.

Hélio – Eu fiz os múltiplos de nove.

Investigadora – O que aconteceu?

Hélio – Deu uma diagonal.

Liliana – Eu fiz do quatro e não deu nenhum padrão.

Patricia – Com os múltiplos de cinco deu duas colunas.

Luísa – É verdade.

Investigadora – Todos os múltiplos dão para fazer padrões?

Todos – Não!

Ema – Na tabuada do cinco o número das dezenas aumenta de um em um nas colunas e o das unidades é sempre igual.

De seguida apresentamos a tabela do João após terem sido registados os múltiplos.

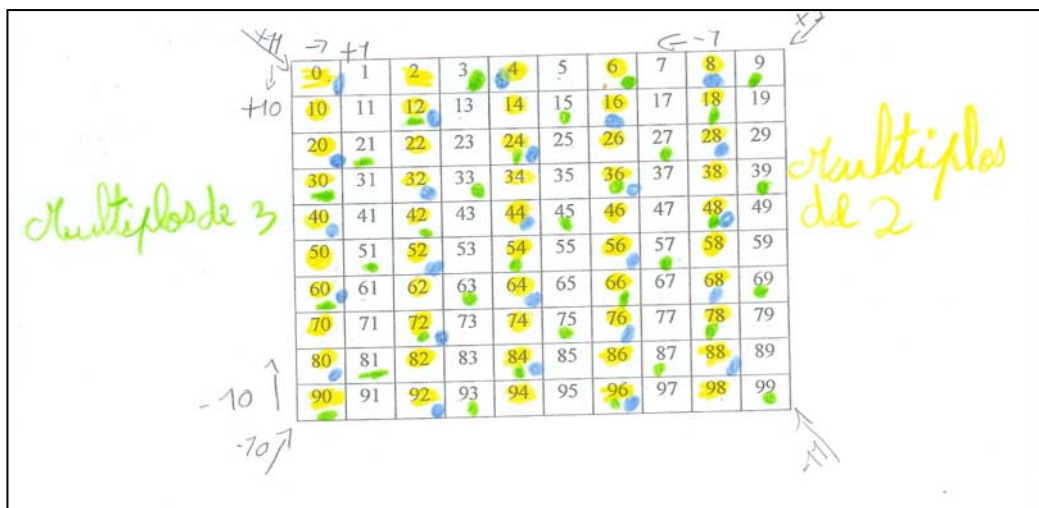


Figura 41: Tabela elaborada pelo João

Neste ambiente de aprendizagem verificou-se que a comunicação se estabeleceu entre os alunos, apesar de trabalharem isoladamente, e entre os alunos e a investigadora. A comunicação estabelecida foi somente para informar qual a solução encontrada e a forma de chegarem à mesma.

As representações utilizadas preferencialmente pelos alunos foram as icónicas e simbólicas.

Nesta actividade os alunos necessitaram de relacionar alguns conceitos matemáticos aprendidos, tais como padrões, múltiplos e a tabuada para encontrarem a solução da mesma.

4.2.3. Relatórios escritos

No que concerne à escrita de textos, nesta actividade, os alunos também se limitaram a dizer o que fizeram usando a tabuada, esquecendo-se que, na primeira parte da actividade, não usaram a tabuada (figuras 42 e 43).

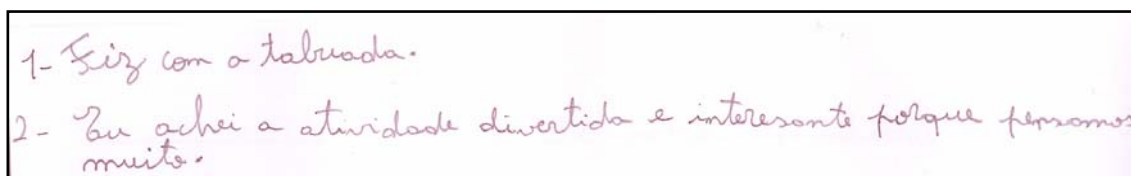


Figura 42: Relatório da Ema

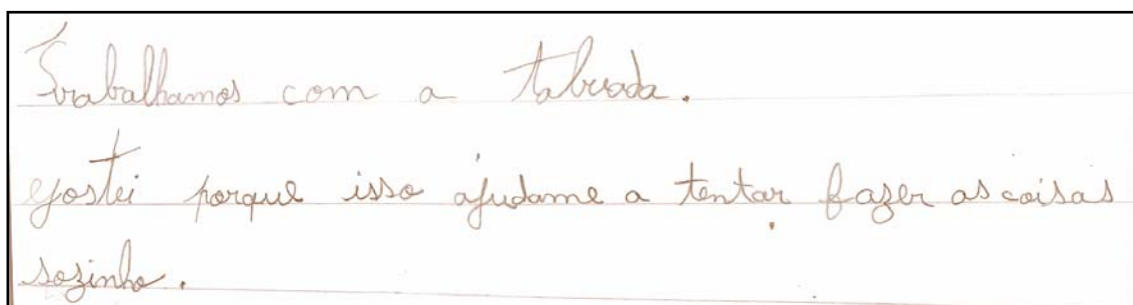


Figura 43: Relatório do João

5. Ambiente de Aprendizagem 5: Cenário para investigação com referência à semi-realidade

Com as actividades propostas para este ambiente de aprendizagem pretende-se levar os alunos a realizar explorações e explicações matemáticas (Skovsmose, 1994/2001).

Desta forma propusemos duas actividades que proporcionassem aos alunos possibilidade de encontrar respostas discutindo os resultados a que chegaram.

Apresentam-se de seguida duas actividades distintas: o passeio de barco e a aula de Educação Física.

5.1. Actividade: *O passeio de barco*

Enunciado da actividade:

Um grupo de amigos resolveu ir passear de barco. Como tinham barcos em número suficiente, decidiram que ficasse o mesmo número de amigos em cada barco.

Descobre todas as maneiras diferentes dos 18 amigos se agruparem nos barcos.

Para cada caso regista quantos barcos usaram e quantos amigos iam em cada barco.

5.1.1. Ambiente de Trabalho

Esta foi uma actividade muito confusa porque a professora decidiu deixar a investigadora sozinha com a turma e os alunos quando viram a professora sair da sala decidiram brincar tendo sido muito difícil motivar alguns deles e mantê-los concentrados e atentos. Motivo pelo qual as gravações não estão da melhor qualidade. Os alunos trabalharam em grupo, e foi difícil para a investigadora gerir o funcionamento dos três grupos em simultâneo.

Apesar de tudo isto pensamos ter conseguido chegar a alguns resultados positivos, pois a discussão realizada após cada grupo ter chegado a uma conclusão foi interessante, uma vez que se realizou uma boa discussão acerca dos resultados mais pertinentes para um passeio de amigos.

Alguns alunos apesar de inicialmente não terem percebido a actividade, com o desenvolvimento do trabalho de grupo acabaram por compreender o que era pedido e participaram activamente na discussão dos resultados.

5.1.2. Desenvolvimento da actividade do Grupo I

Depois de lido o enunciado cada grupo começou a tentar encontrar soluções.

Dara – Vou fazer a tabuada do três.

David – Temos seis barcos e metemos três pessoas em cada um.

Após a exposição das ideias da Dara e do David, a Cátia sugere aos colegas a representação das ideias.

Cátia – Fazemos três barcos e metemos em cada barco seis pessoas.

No entanto, o David tem dúvidas acerca da sugestão da Cátia e questiona.

David – Professora podemos fazer barcos e seis pessoas em cada um?

Investigadora – Podem fazer todas as maneiras diferentes de transportar dezoito pessoas.

Apesar dos diferentes elementos estarem a trabalhar em grupo a Cátia tem a necessidade de se afastar da discussão e sugere uma nova metodologia para a resolução do problema.

Cátia – Cada um vai fazer e depois vemos. Não desenhamos as pessoas, pomos só um número.

Com o aparecimento desta ideia a investigadora abandona o grupo, e eles em silêncio começam a trabalhar autonomamente, sem existirem conversas acerca dos resultados que cada um estava a obter.

Algum tempo depois, a investigadora tenta perceber o que os alunos fizeram.

Investigadora – Já descobriram muitas maneiras?

Cátia – Cinco. Usei a tabuada.

Investigadora – Já descobriram todas as maneiras?

David – Eu fiz três. A Cátia fez seis.

Apesar de cada um querer demonstrar o que fez, e como fez, a Dara interrompe arranjado uma maneira que pensa ser eficaz.

Dara – É só usar a tabuada.

No entanto, a investigadora não dá relevância ao que a Dara afirma e tenta perceber qual foi o método utilizado pela Cátia para encontrar a solução.

Investigadora – Quais foram as maneiras que encontraram?

Cátia – Dois barcos dá nove pessoas em cada um. Três barcos levaram seis pessoas em cada um. Nove barcos levaram duas pessoas em cada um. Seis barcos levaram três pessoas em cada um. Dezoito barcos levaram uma pessoa em cada um.

Investigadora – Como chegaste a essa conclusão?

Cátia – Usei a tabuada e também as somas.

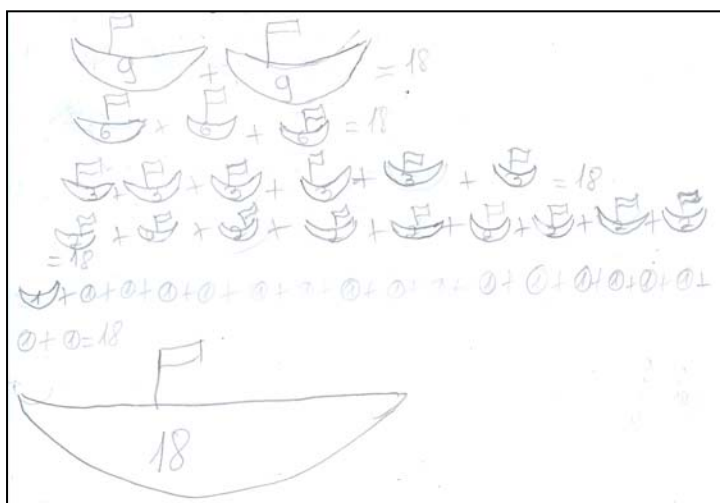


Figura 44: Esquema da Dara

5.1.3. Desenvolvimento da actividade do Grupo II

Depois de interpretado o enunciado os alunos começaram logo a sugerir ideias de como realizar o trabalho.

Vanessa – Meninos podemos pôr três pessoas em cada quatro barcos ou uma pessoa em cada barco.

Decorridos breves segundos a Luísa relembra a totalidade das pessoas a transportar e a Liliana lança soluções.

Luísa – Mas são dezoito pessoas.

Vanessa – Seis vezes três são dezoito.

Apesar da Liliana estar a fazer sugestões oralmente, o Cláudio sugere que se façam desenhos para uma melhor compreensão.

No entanto a Luísa continua a usar a tabuada, mas este processo causa discórdia entre os colegas que estão a fazer desenhos.

Cláudio – Vou desenhar.

Luisa – Nove vezes dois são dezoito.

Cláudio – Ele não sabe a tabuada.

António – Sei! Sei!

Então a Luísa, alheia a esta discussão de ideias, continua com o seu processo de resolução.

Luísa – Tenho várias hipóteses.

Investigadora – Quais são?

Luísa – Nove vezes dois e três vezes seis.

Entretanto, cada um dos elementos do grupo tenta mostrar aos colegas as soluções que encontrava.

Cláudio – Vasco pomos três em cada barco.

Liliana – Luísa olha esta maneira.

Investigadora – Quais foram as maneiras a que já chegaram?

Luísa – Dois barcos e nove pessoas em cada um. Nove barcos e duas pessoas em cada um.

Vasco – Vamos fazer três pessoas em cada barco que rápido.

Liliana – Vanessa olha esta. Dois barcos e nove pessoas.

Luísa – Já tenho quatro maneiras.

Depois de todos mostrarem as soluções que encontraram a investigadora tenta conduzir o diálogo no sentido de cada um revelar o processo que utilizou.

Investigadora – Quem quer explicar como fez?

Luísa – Dezoito barcos vezes uma pessoa é igual a dezoito.

Dois barcos, cada barco leva nove pessoas. Nove barcos, cada barco leva duas pessoas. Três barcos, cada barco leva seis pessoas e um barco leva as pessoas todas.

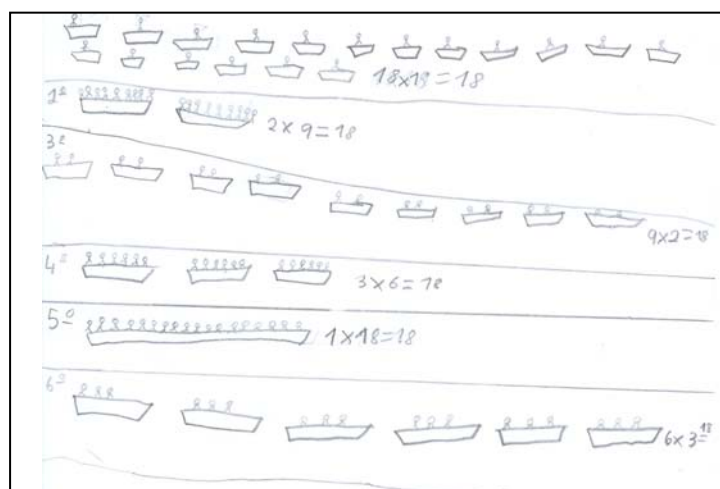


Figura 45: Esquema da Luísa

De seguida, também a Vanessa tenta mostrar aos colegas as soluções que encontrou, porque ela decidiu tentar encontrar primeiro todas as soluções e só depois partilhá-las com os colegas.

Vanessa – Já fiz todas as maneiras que sei!

Investigadora – Como fizeste?

Vanessa – Primeiro três barcos levam seis pessoas. Segunda maneira dezoito barcos levam uma pessoa em cada. Terceiro dois barcos levam nove pessoas. Quarto nove barcos levam duas pessoas em cada e quinta maneira um barco com todas as dezoito pessoas.

5.1.4. Desenvolvimento da actividade do Grupo III

Apesar deste grupo não ter gravador, a investigadora registou no diário de campo algumas observações interessantes que ocorreram durante a realização da actividade.

Neste grupo os alunos decidiram trabalhar isoladamente e partilhar os seus resultados no fim. Por este motivo existiu uma maior diversidade de apresentações.

A Carla fez a actividade rapidamente, através de texto. Segundo a sua explicação para os colegas:

Carla – Isto é fácil, basta pensarmos na tabuada. As dezoito pessoas podem ir num barco, mas também pode ir uma em cada barco.
Podem ir nove pessoas em dois barcos ou duas pessoas em nove barcos.
Podem ir três pessoas seis em cada barco, ou seis pessoas três em cada barco!

Para ilustrar o seu discurso a Carla construiu o seguinte esquema, sem saber o significado formal a Carla ilustrou a propriedade comutativa da multiplicação.

18 pessoas 1 barco	9 pessoas 2 barcos	3 pessoas 6 barcos
1 pessoa 18 barcos	2 pessoas 9 barcos	6 pessoas 3 barcos

Figura 46: Esquema da Carla

A Patricia recorreu ao desenho para fazer a representação do número de pessoas, contudo só apresentou três maneiras possíveis porque se cansou de desenhar.

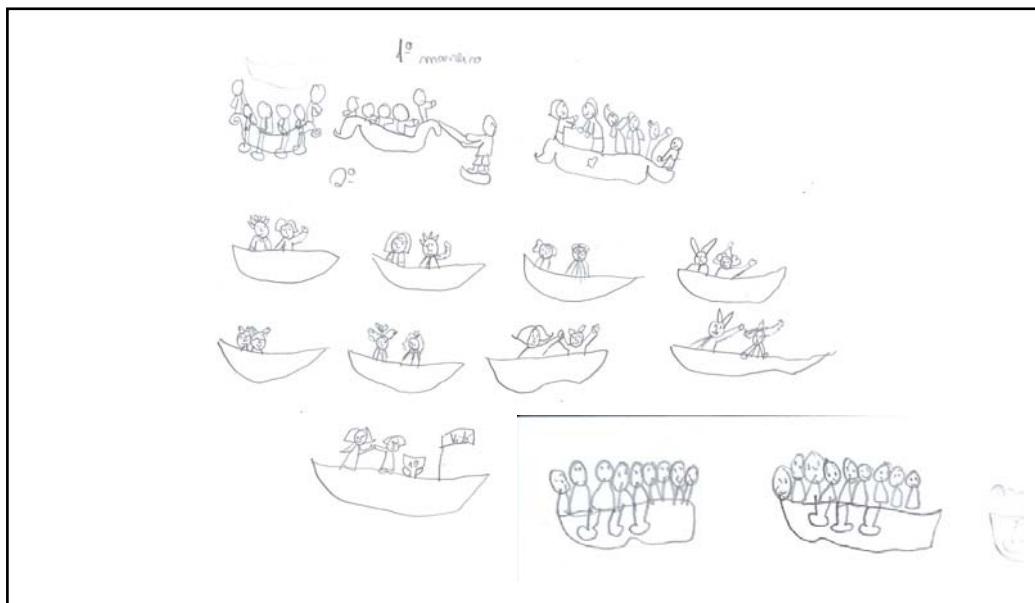


Figura 47: Esquema da Patricia

De seguida, foi realizada a apresentação e discussão oral dos resultados. Os alunos foram dizendo os resultados a que chegaram e a investigadora foi registando no quadro. Foi interessante verificar que depois de escritas no quadro algumas soluções alguns alunos questionaram se algumas não seriam iguais (p.e.: 3 barcos e 6 seis pessoas = 6 barcos e 3 pessoas). Mas perante isto outros se insurgiram logo dizendo que não é a mesma coisa.

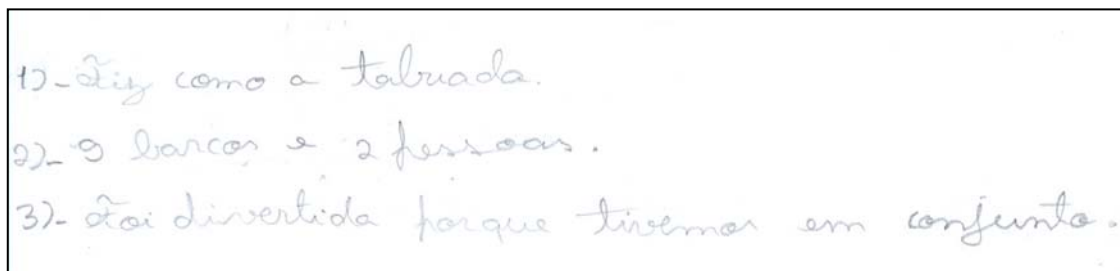
No final, os alunos foram questionados sobre a validade de todas as respostas e inicialmente todos disseram que eram válidas.

Entretanto a investigadora perguntou-lhes se uma vez que era um passeio de amigos seria bom que fosse cada um no seu barco e eles continuaram a dizer que sim.

Então perguntou-lhes se eles fossem fazer uma visita de estudo, gostariam de ir cada um em seu autocarro e eles disseram que não. Então voltaram a ser a questionados e eles disseram que aquela resposta apesar de ser válida não era muito interessante.

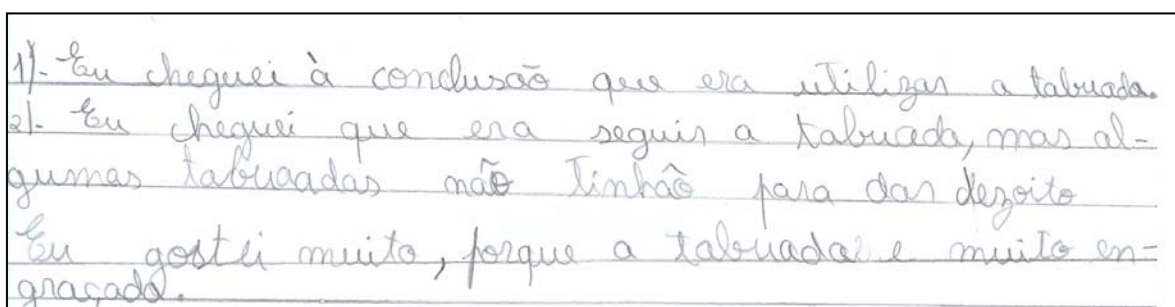
5.1.5. Relatórios escritos

No que concerne à elaboração do relatório, quase todos os alunos manifestaram dificuldades em elaborá-lo. Pelo que todos os relatórios foram muito resumidos, e pouco semelhantes às explicações dadas oralmente, como verificamos nas figuras 48 e 49.



1)- Foi como a tabuada.
2)- 9 barcos e 2 pessoas.
3)- Foi divertida porque tivemos em conjunto.

Figura 48: Relatório da Carla



1)- Eu cheguei à conclusão que era utilizar a tabuada.
2)- Eu cheguei que era seguir a tabuada, mas algumas tabuadas não tinham para dar dezoito.
Eu gostei muito, porque a tabuada é muito engraçada.

Figura 49: Relatório da Liliana

5.2. Actividade: *Aula de Educação Física*

Enunciado da actividade:

Na aula de Educação Física os alunos fazem jogos de equipas. Todas as equipas têm igual número de jogadores e ninguém fica de fora.

Quantas equipas podem fazer e quantos jogadores tem cada equipa?

5.2.1. Ambiente de Trabalho

Esta actividade foi trabalhada individualmente no lugar e depois foram apresentadas as respectivas conclusões no quadro. Nesta actividade existiu uma preocupação constante quanto à uniformidade do resultado.

5.2.2. Desenvolvimento da actividade

Inicialmente cada aluno começou a pensar numa turma com o número de alunos que queria e depois fez equipas com esse mesmo número de alunos.

Após a leitura do enunciado os alunos tentaram imediatamente encontrar a solução. Mas quando voltaram a ler o enunciado verificaram que nele não constava o número de alunos que a turma tinha.

Este facto levantou burburinho geral da turma, tendo-se colocado a seguinte questão “Como se pode resolver o problema sem saber o número de alunos?”

De seguida, o Luís avançou uma sugestão.

Luís – Se não sabemos quantos alunos tem a turma, podemos inventar.

O Hélio avançou com uma turma de trinta e seis alunos e pôs-se logo a efectuar cálculos, usando o algoritmo da divisão para distribuir o número de alunos por equipas diferentes.

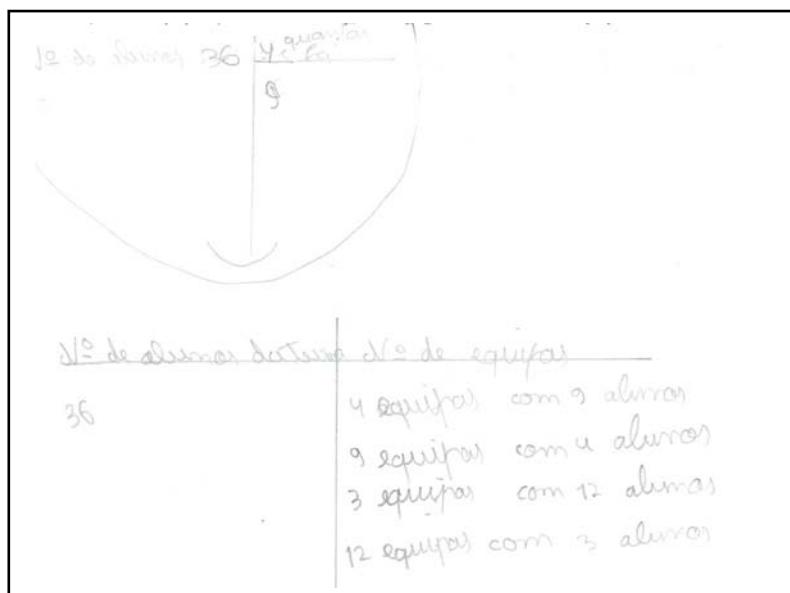


Figura 50: Esquema do Hélio

E assim todos os alunos se colocaram a imaginar quantos alunos teriam as suas turmas.

Os alunos começaram a imaginar possíveis turmas com determinado número de alunos, mas de imediato constataram que com elas não era possível formarem equipas iguais porque teriam de ficar sempre alunos de fora.

Então a Cátia referiu que para formar equipas com o mesmo número de alunos só poderíamos ter números pares, e apresentou aos seus colegas o esquema que efectuou.

A Cátia não recorreu ao algoritmo pois optou por efectuar um esquema onde ia formando grupos com os vinte alunos que constituíam a turma.

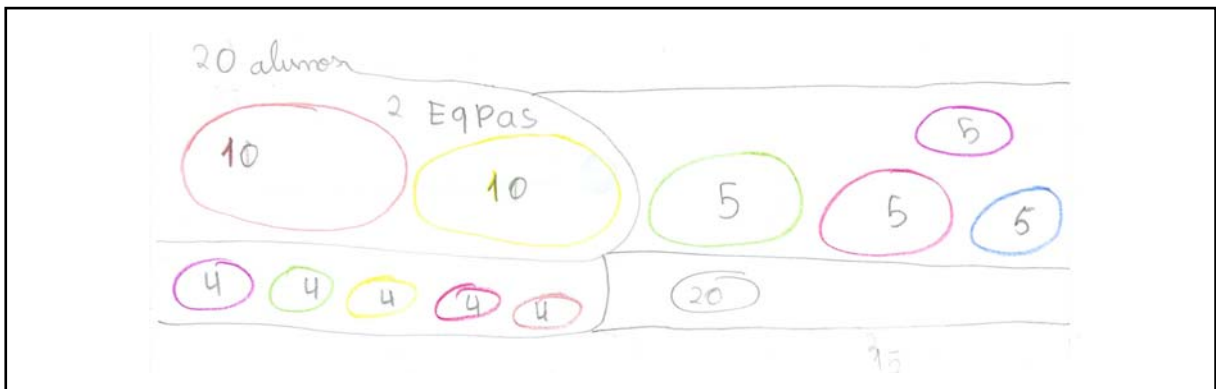


Figura 51: Esquema da Cátia

Depois de fazer o esquema a Cátia sentiu necessidade de esquematizar os resultados que tinha encontrado.

Nº de alunos	Nº de equipas
20	2 equipas com 10 alunos
10	4 equipas com 5 alunos
	5 equipas com 4 alunos
	20 equipas com 1 aluno
	1 equipa com 20 alunos
	10 equipas com 2 alunos

Figura 52: Esquema da Cátia

A quando da apresentação oral cada aluno apresentou a sua proposta no quadro e depois discutiram-se os resultados. Verificou-se que existiam turmas com muitos alunos e outras com poucos.

Relativamente às turmas grandes achou-se que elas não eram viáveis, porque a escola não teria salas para as ter.

Neste tipo de ambiente de aprendizagem onde se colocaram aos alunos actividades que simulam a realidade verificou-se que a comunicação estabelecida entre os alunos na partilha das soluções encontradas permitiu uma boa reflexão conjunta sobre as várias soluções conduzindo à refutação de soluções inviáveis como por exemplo na constituição das equipas os alunos acharam que equipas somente com um elemento não constituíam uma equipa.

Observe-se que na resolução desta actividade utilizaram-se vários tipos de representações nomeadamente icónicas, simbólicas e activas. Além disso este ambiente de aprendizagem permitiu uma boa interacção entre os alunos o que originou um maior enriquecimento colectivo e individual, na medida em que os contributos foram discutidos e analisados, gerando-se consensos e partilha de soluções.

6. Os processos matemáticos nas actividades de investigação

6.1. Comunicar

A comunicação, como referido por Ponte (2000), deve tornar-se o eixo central nas aulas de Matemática pois com ela os alunos conseguem expressar e divulgar as suas ideias. Neste estudo a comunicação tornou-se um recurso imprescindível em algumas das actividades desenvolvidas já que constituiu um factor decisivo para a continuidade da actividade.

Com efeito, nos exercícios referentes à “matemática pura” e à “semi-realidade”, desenvolvidos no decorrer das aulas observadas, a comunicação que se estabeleceu, durante a sua resolução entre a professora e os alunos, não foi significativa pois contribuiu exclusivamente para saber se o exercício estava correcto ou não. Já nos exercícios com “referência à realidade”, tanto no de apertos de mão como no que trabalhava com dinheiro, a comunicação foi indispensável para o avanço na resolução dos exercícios.

No caso dos apertos de mão, esta foi primordial para se conseguir avançar quando surgiu o dilema: “Quando o primeiro menino cumprimenta o segundo, temos um ou dois apertos de mão?”. Verificou-se que com a verbalização das várias opiniões e a exemplificação a turma conseguiu obter uma resposta consensual, baseada na própria vivência da actividade proposta.

Quando foi solicitado aos alunos que combinassem as várias moedas, verificou-se que a comunicação foi factor essencial para ajudar a esquematizar alguns dos resultados. Pois na primeira fase da resolução os alunos optaram por esquemas muito abrangentes, em que as várias possibilidades surgem dispersas na folha (figura 28) ou resumem-se a simples cálculos (figura 27). Após a apresentação das diversas formas de solução verificou-se que na resolução da segunda parte do exercício, em que somente se aumentava o número de moedas, todos optaram por utilizar a tabela (figura 30) porque se constatou que esta era a forma mais simples de visualizar as várias possibilidades de combinação das moedas e assim melhor controlar as acções necessárias ao desenvolvimento da actividade.

No “cenário de investigação com referência à matemática pura”, a comunicação foi importante não só para a interpretação das actividades propostas mas também para a partilha dos resultados. Na primeira actividade, relativa a padrões, constatou-se que a comunicação proporcionou aos alunos uma melhor percepção da solução, são exemplo disso a explicação da Luísa ao Cláudio sobre os passos que fez para determinar a solução ou a da Cátia ao João. Pois elas explicaram de que forma tinham chegado à progressão de termo para termo e o que eles deveriam fazer para prosseguir com a actividade.

Nos “cenários de investigação com referência à semi-realidade”, a comunicação assume papel central no que concerne à discussão dos resultados obtidos. Verificámos que após a partilha no grande grupo da turma das várias soluções possíveis, a discussão permitiu verificar qual a pertinência de todas elas e excluir aquelas que não faziam sentido. Por exemplo, num passeio de amigos não seria correcto ir cada um em seu barco e uma equipa não pode ter somente um elemento.

6.2. Representar

Na resolução de exercícios, com “referência à matemática pura” e à “semi-realidade”, visionada durante a fase de observação, a representação usada baseava-se somente na resolução dos algoritmos. É de salientar que apesar de cada aluno fazer o exercício no seu lugar, todos o resolviam da mesma forma dando a sensação que a forma de resolução é algo sistemática e rotineira. Neste tipo de exercícios as representações eram apenas permitidas pelo simbolismo matemático, não existindo qualquer recurso a desenhos ou esquemas.

Nos exercícios com referência à realidade e nos cenários de investigação com referência à matemática pura e à semi-realidade a representação foi usada com frequência recorrendo-se ao uso de esquemas, desenhos e tabelas.

No início da realização das diversas actividades, os alunos tentaram resolver todas as actividades apresentadas com recurso ao algoritmo. No entanto desde cedo se aperceberam que este nem sempre poderia ser utilizado para encontrar a solução das actividades propostas.

Se olharmos para a actividade do aperto de mão em que os alunos começaram logo por avançar um resultado multiplicando seis vezes sete, verificamos que se tornou de extrema importância a representação e exemplificação por parte dos alunos. Na nossa opinião sem o recurso à representação os alunos nunca teriam chegado à solução do exercício.

Não se verificou que o processo de representação tivesse a mesma importância para todos os alunos, porque enquanto alguns tiveram necessidade de representar todos os passos que efectuaram utilizando desenhos que exemplificassem o real, como exemplo o esquema da Patricia na actividade dos barcos (figura 47), outros há que apenas recorrem à representação como apoio ao raciocínio (figura 45).

6.3. Relacionar e Operar

Estes processos permitiram aos alunos relacionar os vários conceitos trabalhados e explorados ao longo do ano e operar sobre os mesmos.

Nos exercícios com “referência à matemática pura” e à “semi-realidade” estes processos estão sempre presentes.

Nos restantes exercícios e cenários de investigação eles apenas coexistem, não assumindo um papel principal, nem lugar de destaque.

6.4. Resolução de problemas

No decorrer da primeira fase do estudo, os exercícios visionados não constituíam um verdadeiro problema, eram sim meros exercícios que pretendiam exercitar, relacionar e consolidar conceitos aritméticos previamente explorados na sala de aula.

Durante a segunda fase da investigação exploraram-se actividades de investigação, ou seja, resolveram-se problemas que pretendem preparar os alunos para situações do quotidiano.

Como refere Skovsmose (1994/2001), para que o desenvolvimento do aluno seja integral, ele deve ter experiências baseadas em cada um dos seis cenários propostos. Porque eles lhe proporcionam um vasto conjunto de experiências, cada qual evidenciando um conjunto de actividades cuja complexidade cognitiva é variável.

Dos cenários abordados, o “cenário de investigação com referência à matemática pura” foi aquele em que os alunos manifestaram maior dificuldade, talvez por ser o que lhes pedia um maior nível de abstracção. No entanto, foi dos cenários em que os alunos revelaram maior mudança a nível de raciocínio e postura face à procura dos resultados.

O “cenário de investigação com referência à semi-realidade” foi o cenário onde os alunos participaram mais activamente. Não sabemos se isto ocorreu pelo facto de serem situações do dia-a-dia ou por serem actividades sobre as quais nunca pensaram ou trabalharam. Este foi também o cenário em que os alunos quando confrontados com a situação problemática tentavam imediatamente encontrar um algoritmo ou uma tabuada que o resolvesse. Nestas actividades existiu também um grande recurso ao desenho, apesar de na segunda actividade quase todos os alunos terem recorrido à representação em tabela.

7. Relatórios Escritos

No decorrer das actividades, foi, sem dúvida, na elaboração dos relatórios escritos que os alunos sentiram maiores dificuldades. Em quase todos eles as descrições orais não correspondem à escrita como foi possível verificar nos diálogos. Os alunos manifestam dificuldade em transcrever para linguagem escrita os seus processos de pensamento. Isto é, os seus relatórios são sucintos, esquecendo pormenores que eram importantes, como por exemplo a discussão de resultados.

No entanto, apesar do facto de redigir um texto sobre o que tinham efectuado ser uma novidade e de no início terem demonstrado muita dificuldade em fazê-lo, com o decorrer da investigação os alunos começaram a sentir maior facilidade em elaborar o relatório e nas últimas actividades desenvolvidas já não era preciso pedi-los, pois eles próprios tomavam a iniciativa de os escrever.

No decurso das actividades, denota-se também uma maior complexidade na escrita dos mesmos. Podem observar-se e comparar-se os relatórios das primeiras actividades com os relatórios das últimas actividades e verifica-se que inicialmente os alunos referiam qual a solução obtida e o seu sentimento relativamente à actividade. Nos últimos, os alunos, para além disto referem também o processo que utilizaram para encontrar a solução.

Capítulo V

Conclusões e recomendações

1. Conclusões

Ao longo desta investigação pretendemos mostrar de que forma a resolução de problemas e as actividades de investigação contribuíram para a aprendizagem dos alunos e para a sua mudança de atitude face à mesma, e permitiram aos alunos não só uma nova visão mas também uma nova experiência com a Matemática.

Após a recolha de dados efectuada no capítulo anterior e do seu cruzamento com a revisão da literatura efectuada é possível retirar as conclusões que são apresentadas seguidamente.

No início do estudo, considerou-se pertinente realizá-lo numa turma do terceiro ano de escolaridade porque os alunos já tinham tido contacto com a resolução de problemas, já sabiam ler e em princípio já tinham adquirido a capacidade de, autonomamente, interpretar e compreender enunciados. Mas ao chegarmos ao fim da investigação concluímos que estas actividades podem desenvolver-se em qualquer ano de escolaridade atendendo ao nível etário dos alunos, pois verificou-se que apesar de estarmos a trabalhar com um terceiro ano de escolaridade não foram abordados conteúdos exclusivos do mesmo. Os conteúdos abordados são transversais ao primeiro ciclo, podendo ser trabalhados em qualquer um dos anos de escolaridade deste ciclo. Tomemos como exemplo a actividade de análise da tabela em que os alunos não tinham ainda a noção de múltiplo, mas a partir da explicação do seu conceito este foi trabalhado e aplicado pelos alunos.

No início da investigação verificou-se que os alunos desta turma, ao resolverem problemas, recorriam exclusivamente ao uso dos algoritmos aritméticos e tinham dificuldades em trabalhar sem eles. Além disso, o questionário aplicado, permitiu observar que para estes alunos os problemas se resumiam a testes de avaliação ou cálculos, dando como exemplo de problemas matemáticos apenas algoritmos.

Por outro lado a professora titular da turma, embora considerasse necessária a adequação dos problemas à realidade dos alunos, afirmou que não permite a realização destas actividades nas aulas porque os alunos fazem “muito barulho” durante a realização das mesmas. Testemunhámos o envolvimento dos alunos na resolução de problemas e nas

actividades de investigação, bem como o sucesso dos seus desempenhos, concluímos que a possibilidade de implementar estas actividades dentro da sala de aula tem de partir da vontade dos professores. Com efeito também verificámos que se o professor considerar pertinente a implementação deste tipo de actividades e do correspondente ambiente de trabalho elas constituem novas experiências e aprendizagens para os alunos, caso contrário, se as consideram um entrave ao desenvolvimento do trabalho na sala de aula nunca as vão utilizar no processo de ensino e aprendizagem da matemática e conseqüentemente os alunos continuarão a realizar problemas que rapidamente se tornam rotineiros.

Não podemos esquecer que a escola tem de contribuir para que os alunos sejam cidadão activos e críticos na sociedade, por isso:

A educação matemática pode contribuir, de um modo significativo e insubstituível, para ajudar os alunos a tornarem-se indivíduos não dependentes mas pelo contrário competentes, críticos e confiantes nos aspectos essenciais em que a sua vida se relaciona com a matemática. Isto implica que todas as crianças e jovens devem desenvolver a sua capacidade de usar a matemática para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar, assim como a auto-confiança necessária para fazê-lo (Abrantes, 1999: 18).

Observou-se que, regra geral, nas aulas de Matemática não existia diálogo, quer entre alunos, quer entre os alunos e a professora, facto este que pode levar a alguma desmotivação e não empenhamento na resolução de problemas um pouco mais complexos, pois a resolução acaba sempre por surgir no quadro.

Como observámos ao longo do estudo, em todos os ambientes de aprendizagem, com excepção dos “exercícios com referência à matemática pura” e “exercícios com referência à semi-realidade”, a comunicação desenvolvida teve um papel preponderante na resolução das actividades, porque se a mesma não existisse não seria possível chegar à solução correcta. Verificou-se ainda que este processo matemático permitiu desenvolver o espírito crítico dos alunos face ao processo de resolução, bem como o de refutação de algumas das hipóteses propostas.

No final deste estudo conclui-se que a comunicação foi o processo matemático com maior relevância nas actividades desenvolvidas e que realmente o desenvolvimento de actividades de investigação proporciona aos alunos uma maior panóplia e diversidade de aprendizagens pois não se resumem apenas à aplicação de um algoritmo. Este foi um dos

obstáculos a ultrapassar com os alunos participantes pelo facto de eles contactarem somente com este tipo de problemas e os terem tão mecanizados que inicialmente revelaram dificuldades em avançar para outras formas de resolução.

O processo de representação, como refere também Valério (2004), foi aquele que em algumas das actividades propostas, assumiu um papel de destaque pois permitiu aos alunos uma melhor visualização da resolução. Este foi também o preferido pelos alunos que não gostam da Matemática porque não incorriam na possibilidade de fazer um cálculo incorrecto.

Assim, concluímos que ao longo da segunda fase deste estudo, a da aplicação e resolução das actividades de investigação, os processos matemáticos de comunicação, representação e resolução de problemas desempenham um papel preponderante no desenvolvimento das mesmas dado que estes processos matemáticos ajudaram os alunos a desenvolver novas estratégias perante a resolução de situações problemáticas.

Ao longo deste estudo verificou-se ainda que estas actividades permitiram aos alunos não só o desenvolvimento das competências matemáticas mencionadas no Currículo Nacional para o 1º ciclo do Ensino Básico mas também o desenvolvimento da autonomia durante o processo de resolução, o de respeito pelas opiniões dos colegas e a argumentação face ao processo de resolução.

Ao chegarmos ao fim deste estudo podemos dizer que o desempenho dos alunos face às actividades de investigação propostas foi positivo, não só a nível da execução, como também da participação e do modo como eles passaram a encarar a Matemática. Afinal ela não é uma matéria estanque para a qual a resposta mais evidente é a correcta. Por vezes, é necessário pensar e reflectir para que se encontre a solução. No processo de ensino da Matemática deve trocar-se a utilização das expressões “certo” ou “errado” pelas de “eu penso que pode ser assim” ou eu “não considero isso correcto porque”.

Foi com muita satisfação que efectuámos este estudo. Ele constituiu para nós, em certa medida, uma forma diferente de encarar a Matemática. Pois fomos uma das professoras que, enquanto aluna, passou pelo método tradicional de ensino-aprendizagem da Matemática. Apesar da nossa formação académica nos ter permitido contacto com alguns dos “novos métodos” de trabalhar em Matemática.

Por este motivo pensamos que é para nós, professores, difícil esta mudança de mentalidades. No final desta investigação podemos afirmar que ela se afigura cada vez mais emergente, pois verificámos que os diferentes ambientes de aprendizagem propostos por Skovsmose ajudam os alunos a conhecerem os diversos tipos de problemas e a

desenvolverem os processos matemáticos que os ajudam a serem alunos matematicamente competentes.

Apesar de este ser um estudo de curta duração, e do pouco tempo de contacto com os alunos, é com satisfação que ainda hoje nos corredores da escola os alunos da turma participante no estudo nos questionam “professora quando é que vai à nossa sala fazer Matemática?”. Em determinadas conversas com os alunos conseguimos perceber que as aprendizagens que os alunos realizaram durante a implementação da investigação lhes permitiram criar formas de resolução de problemas relacionados com o seu dia-a-dia e principalmente lhes permitiu visualizar formas de resolução de problemas bem diferentes das que eles inicialmente utilizavam, os algoritmos. Os alunos que no início do estudo estavam caracterizados como alunos com dificuldades na disciplina de Matemática foram os que mais gostaram de participar na investigação pois aprenderam que mesmo sem usarem o algoritmo conseguem resolver problemas.

Teremos de pensar se será esta antiga forma de encarar a Matemática, em que os alunos apenas utilizam algoritmos muitas vezes sem entender qual a sua utilidade, que produz os resultados nefastos nas provas e exames de Matemática e torna a Matemática uma disciplina odiada pelos alunos desde tenra idade.

2. Recomendações

O estudo apresentado permitiu retirar algumas conclusões face à apresentação de actividades de investigação nas aulas de matemática no 1º ciclo do Ensino Básico enquadradas nos ambientes de aprendizagem referidos por Skovsmose (1994/ 2001).

Devido a todas as limitações do estudo, após o término da investigação pensamos que em futuras investigações seria interessante:

- Efectuar o mesmo estudo em que a professora titular é quem propõe as actividades.
- Realizar um estudo semelhante mas com um nível de escolaridade inicial (1º ano de escolaridade).

- Realizar um estudo comparativo, entre duas turmas semelhantes, em que numa são trabalhados os problemas tradicionais e noutras actividades de investigação matemática de forma a avaliar desempenhos face a novas situações.

Bibliografia

- ABRANTES, P.(1992). Pode-se aprender na escola a usar a Matemática em problemas da vida real?. *Educação e Matemática* n.º 23 (p. 25-29). Lisboa: APM.
- ABRANTES, P. et al (1998). *Matemática 2001: diagnóstico e recomendações para o Ensino e Aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM.
- ABRANTES, P. e tal (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação – Departamento da Educação Básica.
- ABRANTES, P. (2000). *Provas de Aferição do Ensino Básico 4º ano – 2000: relatório nacional*. Lisboa: Ministério da Educação/ Departamento da Educação Básica.
- AFONSO, P. et al (2001). Os professores do 1º ciclo do ensino básico face à resolução de problemas. *ProfMat 2001: actas* (p. 211-220). Lisboa: APM.
- BOAVIDA, A. M. (1992). O sentido da Resolução de problemas. *Revista Quadrante* n.º 1 (p. 45-71). Lisboa: APM.
- BOGDAN, R. et al. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- BORRALHO, A. (1991). Funções dos problemas no processo de ensino/ aprendizagem da Matemática. Em *Educação e Matemática* n.º 17 (p. 13-14). Lisboa: APM.
- BROWN, M. et al. *Educação Matemática*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- BURTON, G. e tal (1992). *Normas para o currículo e avaliação em Matemática escolar: colecção de adendas anos de escolaridade K-6 – segundo ano de escolaridade*. Lisboa: APM.

- CARMO, H.; FERREIRA, M. M. (1998), *Metodologia da Investigação: guia para auto-aprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta.
- CARREIRA, S. (2005). Ecos de Amesterdão: o ambiente de aprendizagem e o potencial da relação entre a Matemática e as situações do mundo real. *Encontro Internacional em homenagem a Paulo Abrantes* (p. 121-138). Lisboa: APM.
- CÉSAR, M. et al (1998). Actividades em Interacção na Sala de Aula de Matemática. *Desenvolvimento Curricular em Matemática* (p. 71-81). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- COSTA, J. A. (2003). *Dicionário da Língua Portuguesa*. Porto: Porto Editora.
- Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências essenciais* (2001). Lisboa. Departamento da Educação Básica.
- DELORS, J. (1996). *Educação um tesouro a descobrir: relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre a Educação para o séc. XXI*. Porto: Edições ASA.
- FERNANDES, D. M. (1994). *Educação Matemática no 1º ciclo do Ensino Básico: aspectos inovadores*. Porto: Porto Editora.
- FERNANDES, E. et al (2004). Aprender Matemática na escola versus ser matematicamente competente: que relação?. *Actas do XV Seminário de investigação em educação Matemática*. Lisboa: APM.
- FERREIRA, I. et al (1993). A resolução de problemas como elemento integrador das áreas do 1º ciclo. *Educação e Matemática* n.º 28. Lisboa: APM.
- FONSECA, H. et al (1999). *As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática*. De [http://www.educ.fc.ul/docentes/jponte/docs-pt/99-Fonseca-etc\(ProfMat-MPT\).doc](http://www.educ.fc.ul/docentes/jponte/docs-pt/99-Fonseca-etc(ProfMat-MPT).doc)

- FRANK, M. L. (1992). Resolução de problemas e concepções acerca da Matemática. *Educação e Matemática* n.º 21 (p. 21-23). Lisboa: APM.
- GAVE (2001). *Resultados do estudo internacional PISA 2000 – primeiro relatório nacional*. Lisboa: Ministério da Educação. De http://www.gave.pt/pisa/primeiro-_relatorio_nacional.pdf
- GÓMEZ, G. R. et al (1999). *Metodologia de la investigación cualitativa*. Málaga: Ediciones Aljibe.
- GRAÇA, M.(2003). Avaliação da resolução de problemas: que relação existe entre as concepções e as práticas lectivas dos professores?. *Revista Quadrante* vol 12 n.º 1. Lisboa: APM.
- GRUGNETTI, L. (1989). A importância do problema. *Educação Matemática* n.º 10. Lisboa: APM.
- GUIMARÃES, H. M. et al (2005). *Paulo Abrantes – Intervenções em Educação Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- JESUS, M. E. (2002). Interações em Matemática: resolução de problemas a pares. *Revista Educação e Matemática* n.º 67 (p. 15-17). Lisboa: APM.
- KETELE, J. M. et al (1999). *Metodologia da Recolha de dados: fundamentos métodos de observações, de questionários, de entrevistas e de estudo de documentos*. Lisboa: Instituto Piaget.
- KNIJNIK, G. et al (2004). *Etnomatemática, currículo e formação de professores*. Santa Cruz do Sul: EDUNISC.
- LOPES, C. A. (2002). *Estratégias e métodos de resolução de problemas em Matemática*. Lisboa: Edições Asa

- MAIA, E. et al (2002). O trabalho investigativo nas aprendizagens iniciais. *Actividades de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação dos professores* (p. 59-81). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.
- MARQUES, A. et al (2004). Tarefas de investigação matemática numa sala de aula – uma realidade. Em *VIII Jornadas de Matemática (MATUBI): actas*. Covilhã: UBI.
- MATOS, J. M. et al (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- MERRIAM, S. B. (1991) *Case Study Research in Education: a qualitative approach*. San Francisco: Jossey-BassPublishers.
- MOREIRA, L. (1987). A resolução de problemas. Em *Educação e Matemática* n.º 1 (p. 10-12). Lisboa: APM.
- MOREIRA, D. (2001). Educação Matemática e Comunicação: uma abordagem no 1º ciclo. *Educação e Matemática* n.º 65 (p. 27-32). Lisboa: APM.
- NATIONAL COUNCIL of THEACHERS of MATHEMATICS (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: Associação de professores de Matemática.
- NATIONAL COUNCIL of THEACHERS of MATHEMATICS (1998). *Principles and standarts for school mathematics: discussion and draft*. Reston: NCTM.
- NATIONAL COUNCIL of THEACHERS of MATHEMATICS (2002). *Terceiro ano: normas para o currículo e avaliação em Matemática escolar – colecção de adendas*. Lisboa: Associação de professores de Matemática.
- OLIVEIRA, H. M. (1998). Tarefas de investigação em Matemática: histórias da sala de aula. *Desenvolvimento Curricular em Matemática* (p. 107-125). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

- OLIVEIRA, M. J. A. L. D. (1993). *Os professores de Matemática e a resolução de problemas: três estudos de caso*. Lisboa: Colecção teses da APM.
- PARDAL, L. e tal (1995). *Métodos e técnicas de investigação social*. Porto: Areal Editores.
- PIRES, M. I. V. (1992). *Processos de resolução de problemas: uma abordagem à construção do conhecimento matemático por crianças do ensino primário*. Lisboa: colecção teses da APM.
- POLYA, G. (2003). *Como resolver problemas*. Lisboa: Gradiva.
- PONTE, J. P. e tal (1998). *Histórias de investigações matemáticas*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- PONTE, J.P. (2002). *O ensino da Matemática em Portugal: Uma prioridade educativa?*. De <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos-pt.htm> no âmbito do Seminário sobre “O ensino da Matemática: situação e perspectivas”, promovido pelo Conselho Nacional de Educação, em Lisboa, no dia 28 de Novembro de 2002.
- PONTE, J. P.; SERRAZINA, M. L. (2002). *Didáctica da Matemática do 1º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- PONTE, J. P. e tal (2002). *Actividades de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação dos professores*. Coimbra: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- PONTE, J.P. (2003) Investigar, ensinar e aprender. *Actas do ProfMat 2003*. Lisboa: APM.
- PONTE, J. P. et al (2003). *Investigações Matemáticas na sala de aula* (p. 25-39). Belo Horizonte/ Brasil: Autêntica (Colecção tendências em Educação Matemática).

- SANTOS, L. et al (2002). Investigações matemáticas na aprendizagem do 2º ciclo do ensino básico ao ensino superior. Em J. Ponte et al, *Actividades de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação dos professores* (p.83-106). Lisboa: SPCE-SEM.
- SERRAZINA, M. L. (1993). Concepções dos professores do 1º Ciclo relativamente à Matemática e práticas de sala de aula. Em *Revista Quadrante* vol. 2 n.º 1 (p. 127-136). Lisboa: APM.
- SKOVSMOSE, O. (2001). *Competência democrática reflexivo em Matemática. Matemática e Realidade: Que papel na Educação e no Currículo?*. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- SKOVSMOSE, O. (1992). Democratic Competence and reflexive knowing in Mathematics. *Revista For the Learning Mathematics* (1992). Londres.
- SKOVSMOSE, O. (1996). Critical Mathematics Education – some philosophical remarks. *Actas do 8th International Congress on Mathematical Education – selected lectures* (p. 413-426). Sevilha: S.A.E.M. Thales.
- SKOVSMOSE, O. (2001). Cenários para investigação. *Matemática e comunidades: a diversidade social no ensino-aprendizagem da Matemática* (p. 26-40). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da educação e Instituto de Inovação Educacional.
- SOUSA, H. (2005). O ambiente de aprendizagem e a Matemática. *Revista Educação e Matemática* n.º 83 (p. 35-40). Lisboa: APM.
- STEINBRING, H. (2004). Elementos da investigação de orientação epistemológica da interacção matemática. *Questões actuais na Didáctica das Ciências e da Matemática* (p. 53-83). Lisboa: Centro de Investigação em Educação.

VALÉRIO, N. M. R. (2004). *Papel das representações na construção da compreensão matemática dos alunos do 1º ciclo*. Lisboa: Universidade de Lisboa (Dissertação de Mestrado).

VEIA, L. J. D. (1969). *A resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação no primeiro ciclo do Ensino Básico: três estudos de caso*. Lisboa: Colecção Teses da APM.

Anexo I:

Carta para o Agrupamento

Exma Sra. Coordenadora da
Escola EB1/ JI n.º _____

Caneças, 12 de Janeiro de 2005

Assunto: Pedido de autorização para realizar um trabalho de investigação.

Exma. Sra.

Eu, Sónia Maria da Silva Garcia Fernandes, professora do 1º Ciclo do Ensino Básico pertencente ao Quadro de Zona Pedagógica 11, com o B. I. n.º _____, encontro-me a realizar uma Tese de Mestrado em Ensino das Ciências (especialidade na área da Matemática) na Universidade Aberta. Venho por este meio solicitar a Vossa. Excelência autorização para realizar, entre Fevereiro e Maio de 2005, observação de aulas da professora _____ que está a leccionar o 3º ano de escolaridade e que se disponibilizou para colaborar comigo neste projecto.

O trabalho desenvolvido na referida turma será o campo empírico da minha tese, pelo que me proponho observar/ estudar o desempenho matemático que os alunos do 3º ano de escolaridade revelam perante cada um dos cenários de investigação propostos por Ole Skovsmose.

De modo a facilitar a análise dos dados, recorrerei à gravação parcial das aulas e entrevistas em áudio. As observações serão utilizadas somente para a realização da dissertação de tese de mestrado, pelo que garanto o anonimato dos participantes, assim como a confidencialidade e posterior destruição de todas as gravações áudios realizadas aos participantes.

Tendo como certeza que a investigação poderá contribuir para a alteração de algumas práticas pedagógicas, no sentido de as melhorar, e conseqüentemente para o sucesso educativo dos alunos, agradeço desde já a atenção e compreensão.

Pede deferimento

A professora

(Sónia Maria da Silva Garcia Fernandes)

Anexo II:

Carta para os Encarregados de Educação

Exmo. Encarregado de Educação

Eu, professora Sónia Maria da Silva Garcia Fernandes, encontro-me a realizar uma investigação no âmbito do Mestrado em Ensino das Ciências (especialização na área da Matemática) da Universidade Aberta sobre a temática da resolução de problemas.

Sabendo que a resolução de problemas facilita o desenvolvimento de novos conceitos e estratégias de pensamento e está associada a um conjunto de atitudes fundamentais relativamente ao sucesso da Matemática.

Que os estudos internacionais revelam cada vez mais que, no que se refere ao desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas, os alunos portugueses durante a escolaridade não a desenvolvem. Apesar de ela ser uma das competências essenciais mencionada no Currículo Nacional do Ensino Básico.

Pretendo com esta tese levar a cabo um estudo que nos ajude a perceber como os alunos desenvolvem estas competências.

Mas para que seja possível realizar este estudo será preciso observar algumas aulas da professora Alcina e conversar com alguns alunos sobre a forma como fazem a resolução de problemas, entre Fevereiro e Maio de 2005.

Durante a realização desta investigação é garantido o anonimato de todos os participantes.

Para que este trabalho seja possível é necessário que os Encarregados de Educação autorizem a participação dos seus educandos.

Solicito assim a sua atenção e compreensão para autorizar a participação do seu educando na realização deste estudo.

Agradecendo desde já a sua atenção e disponibilidade dispensadas

A professora

(Sónia Maria da Silva Garcia Fernandes)

✂-----

Autorizo o meu educando _____ a participar no estudo realizado pela professora Sónia Fernandes, no âmbito da sua tese de mestrado.

O Encarregado de Educação

Anexo III:

Questionário aos alunos

Nome: _____

Questionário

1

1) Na minha vida (no meu dia-a-dia), o que é para mim um problema?

3

9

2) O que é um problema matemático?

0

5

3) Dá um exemplo de problema matemático.

78513

Anexo IV:

Guião da entrevista à professora titular

Entrevista inicial

- 1) O que pensa sobre a educação matemática portuguesa actual?
- 2) Que relação têm os seus alunos com a matemática?
- 3) No seu entender, qual a relação que deve existir entre a matemática e a realidade dos alunos?
- 4) O que é para si um problema matemático?
- 5) O que pensa sobre os exercícios e problemas propostos nos livros de matemática?
- 6) Qual a diferença entre problema matemático e exercício?

Entrevista final:

- 1) Na sua opinião, o que pensa das actividades desenvolvidas? (Um pequeno balanço).
- 2) De que forma foram importantes para os alunos?
- 3) Que reflexos tiveram as mesmas na aprendizagem dos alunos?
- 4) Considera que estas actividades deveriam ser um recurso habitual das aulas de matemática ou ocorrerem de forma esporádica?
- 5) O trabalho apresentado teve alguma repercussão na sua prática lectiva?
- 6) Na nossa prática usamos com frequência exercícios que se tornam rotineiros. Considera que estas actividades os deveriam substituir? Porquê?