UNIVERSIDADE ABERTA

Mestrado em Estatística, Matemática e Computação.

(Área de especialização em Estatística Computacional)

Delineamento Experimental e Amostragem: uma aplicação no Ensino Público da Educação Básica no Estado de Rondônia-Brasil.

Mauro de Oliveira Souza

Lisboa 2015

UNIVERSIDADE ABERTA

Mestrado em Estatística, Matemática e Computação.
(Área de especialização em Estatística Computacional)

Delineamento Experimental e Amostragem: uma aplicação no Ensino Público da Educação Básica no Estado de Rondônia-Brasil.

Mauro de Oliveira Souza

Dissertação apresentada na Universidade Aberta para obtenção do grau de Mestre em Matemática, Estatística e Computação (especialização em Estatística Computacional)

Orientadora: Prof.ª Doutora Teresa Paula Costa Azinheira Oliveira
Coorientador: Prof. Doutor Amílcar Manuel do Rosário Oliveira

Lisboa 2015

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, o autor da vida e por sempre estar ao meu lado, ajudando-me a realizar este sonho. A Ele sou grato por todas as oportunidades do conhecimento e experiência, pessoal e profissional. Ao lado de um Deus cheio de amor pelos seus filhos, tudo é possível aos que acreditam para que os nossos sonhos se tornem realidade. Nunca devemos desistir, temos que ser confiantes e determinados, a nossa decisão de como vencer determinará a nossa vitória em cada dificuldade que enfrentamos. Deus prova o seu amor a todas as pessoas que lutam para vencer as dificuldades da vida e sai vitorioso aquele que com fé em Deus buscou a saída certa e com confiança em Deus recebe a recompensa em dobro. Para mim este trabalho foi muito importante pelo conhecimento adquirido e tenho orgulho porque lutei muito para chegar até aqui, passei por muitas dificuldades que com a ajuda de Deus e de todos superei.

À minha família, especialmente minha amada esposa Jaine Oliveira, pela paciência e dedicação presente durante todo o mestrado, me ajudando em oração e me apoiando para eu conquistar este sonho, aos meus pais Paulo e Maria Ilta, que sempre estiveram ao meu lado me dando força para vencer esta batalha.

Aos meus professores e orientadores Dr.ª Teresa Oliveira e Dr. Amílcar Oliveira agradeço não somente pela orientação dessa dissertação, mas também a confiança, o apoio, os conselhos, a atenção e, sobretudo, a amizade, está foi um presente de Deus.

Agradeço aos professores do Departamento de Mestrado Matemática, Estatística e Computação da Universidade Aberta de Portugal, com quem tive a grande satisfação em estudar.

À Coordenação Regional de Educação de Ji-Paraná, especialmente os seus gestores José Antônio de Medeiros Neto e José Carlos dos Santos, colegas de trabalho e amigos, pelo apoio e incentivo aos estudos sem a qual não teria sido possível a realização do mestrado.

Agradeço também aos gestores das escolas públicas pela grande contribuição ao estudo de mestrado, principalmente na maneira de pensar sobre Educação e pela oportunidade de discutir o tema da dissertação.

Aos amigos Michel e Rosivaldo pela oportunidade estudarmos juntos Estatística Computacional e por darem suas contribuições para essa dissertação. Agradeço a todos que de alguma forma colaboraram com este trabalho.

RESUMO

As técnicas de amostragem e os delineamentos experimentais modernos permitem grande flexibilidade, eficiência, e poderosa manipulação estatística para análise de dados de levantamentos e de estudos observacionais. No âmbito da educação foi utilizada a estatística descritiva na análise exploratória de dados, técnicas de visualização e *screening*, para conseguirmos uma descrição e definição da estrutura dos dados. Serão usadas metodologias de modelação multinível, modelos ANOVA e ANCOVA. Iniciamos este trabalho iniciamos com uma revisão histórica literária, ilustrando a aplicação destas metodologias na área da educação, definindo as estatísticas, seguidas de uma exposição da construção deste tipo de modelos, na qual se utilizou os comandos do SPSS para ajustar e interpretar os modelos multinível. A aplicação feita foi baseada em dados reais, utilizando uma amostragem sistemática das escolas públicas estaduais, com o objetivo principal de analisar a influência na proficiência média em matemática nas escolas de ensino fundamental e médio, localizadas na região central de Rondônia. Para tal foi considerada uma amostra (n=55 turmas) nas séries finais do ensino fundamental e ensino médio. No capítulo quatro foi demonstrada a utilidade do software R no delineamento estatístico: Estimadores lineares Bayesianos *Bootstrap* e na utilização de delineamento com amostragem pequena. Para realizar o estudo foram utilizados os comandos do SPSS e do software estatístico R, no ajustamento e interpretação dos modelos.

Palavras chaves: Modelo linear multinível, Anova, Estimadores lineares Bayesianos Bootstrap, SPSS.

ABSTRACT

The sampling techniques and modern experimental designs allow great flexibility, efficiency and powerful statistical manipulation to data analysis surveys and observational studies. In education the descriptive statistics in exploratory data analysis visualization techniques and screening, are used to get a description and definition of the data structure. The methods of multilevel modeling, ANOVA and ANCOVA models were explored. This work began with a literary historical review, illustrating the application of these methodologies in education, and statistics definition, followed by a construction exhibition of this type of models, in which we used the SPSS commands to adjust and interpret the multilevel models. The application focus a real situation, using a systematic sampling of public schools, with the main objective to analyze the influence of the average proficiency in mathematics in elementary and secondary schools located in central Rondônia. To this, it was considered a sample (n = 55 classes) in the final grades of elementary school and high school. In chapter four was shown the usefulness of R to demonstrate the statistical design: linear Bayesian estimators Bootstrap are very useful in the use of design with small sample. For the study we used the SPSS commands and the statistical software R to adjust and interpret models.

Key words: Multilevel Linear Model, ANOVA, Linear Bayesian Estimators, Bootstrap, SPSS

SIMBOLOGIA E NOTAÇÕES

IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica.
SAERO	Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar de Rondônia.
Saeb	Sistema de Avaliação da Educação Básica.
CRE	Coordenadoria Regional de Educação.
SEDUC	Secretaria de Estado da Educação.
MEC	Ministério da Educação e Cultura.
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.
CAED	Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação.
EEEF	Escola Estadual de Ensino Fundamental.
EEEFM	Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio.
AF	Alunos do Ensino Fundamental.
AM	Alunos do Ensino Médio.
ANOVA	Análise de Variância (Analysis of Variance).
ANCOVA	Análise de Covariância (Analysis of Covariance).
AED	Análises Exploratórias de Dados.
MLG	Modelo Linear Generalizado.
MLH	Modelo Linear Hierárquico.
AIC	Método de Akaike.
CCIC	Coeficiente de Correlação Intraclasse.
ML	Método de Máxima Verossimilhança.
REML	Método de Máxima Verossimilhança Restrita.
$\boldsymbol{\gamma_{00}}$	é a média da ordenada para os elementos do nível 2.
$\boldsymbol{\gamma_{10}}$	é a média dos declives de todos para os elementos do nível 2.
$\boldsymbol{u_{ij}}$	são resíduos usuais, no nível 2.
$\boldsymbol{\varepsilon_{ij}}$	são resíduos usuais, nível 1.
$\boldsymbol{\sigma_{u0}^2}$	é a variância dos resíduos (u_{ij}) do nível 2.
$\boldsymbol{\sigma_e^2}$	é a variância dos resíduos (e_{ij}) do nível 1.
$\boldsymbol{u_{0j}}$	é o erro aleatório para cada elemento do nível 2 (afastamento em relação à ordenada média).

u_{1j}	é o erro aleatório de cada elemento do nível 2 (afastamento em relação ao declive médio).
$\tau_{00} = \sigma_{u0}^2$	é a variância populacional das ordenadas.
$\tau_{11} = \sigma_{u1}^2$	é a variância populacional dos declives.
τ_{01}	é a covariância entre as ordenadas e os declives.
$\tau_{01} = \mu_{0j}$	é a covariância não condicional.
SQ_T	Soma dos Quadrados Total.
SQ_{Res}	é a soma dos quadrados residual explicada pelo modelo de regressão
SQ_{Reg}	é a soma de quadrados residual, que não é explicada pelo modelo de regressão

ÍNDICE

Capítulo 5

Capítulo 6

Capítulo 7

Anexos

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ILUSTRAÇÕES E GRÁFICOS

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO, OBJETIVOS, JUSTIFICATIVA E ORGANIZAÇÃO

1 INTRODUÇÃO

A educação tem sido foco de estudo por investigadores de diversas áreas do conhecimento nos últimos anos, com a preocupação da qualidade do ensino público pelo próprio Estado e as suas políticas de investimento na educação. A regressão linear múltipla é considerada no meio científico por investigadores uma das técnicas de análise de dados mais utilizadas nas áreas de ciências sociais e humanas. Segundo Fonseca (2007), duas importantes contribuições da estatística para a compreensão dos efeitos da escola no desempenho do aluno são o modelo multinível de regressão hierárquica e a Teoria de Resposta ao Item (TRI).

A regressão hierárquica (modelo multinível) surgiu da necessidade de se considerar os vários níveis associados ao aluno, à turma e à escola. Para alcançar os objetivos deste trabalho, considerou-se a estatística descritiva e a modelação hierárquica nas análises.

Estudos comparativos de investimento financeiro com resultados relacionados à qualidade da educação acerca principalmente do sucesso ou não dos alunos da Educação Básica, têm sido resultados apresentados pelo IDEB, Saeb, Prova Brasil e recentemente o SAERO, este especifico do estado de Rondônia. Estão crescendo e focando em várias dimensões e linhas de pesquisas, tais como investigações sobre retornos salariais para cada ano de estudo, investigações gerais sobre a qualidade de ensino (construção de indicadores), estudos sobre como o desempenho escolar afeta os ganhos futuros dos indivíduos, avaliação de impacto de programas educacionais, análises de variáveis do desempenho escolar, a valorização e a qualidade de vida do professor, dentre outros. Analisar os fatores que influênciam na melhoria do ensino e em que medida esses fatores exercem influência importante, visto que os retornos do aumento da escolaridade podem contribuir não só para o aumento da renda futura do indivíduo, mas principalmente para o crescimento e desenvolvimento econômico do país Menezes-Filho, (2007), citado por Moreira, (2013), foi alvo de trabalho de dissertação de Mestrado.

Nesta dissertação, apresentaremos primeiro uma breve abordagem teórica e uma revisão estudos já realizados no contexto da educação básica no exterior e no Brasil com referencia aos dados do IDEB e SAERO, e a situação geográfica em que se encontra o Estado de Rondônia. A realização deste estudo tem por objetivo principal analisar o sucesso escolar na disciplina de matemática em 55 escolas públicas estaduais distintas, localizadas no município de Ji-Paraná, Alvorada do Oeste, Presidente Médici e Urupá que compõem a Coordenadoria Regional de Educação (CRE/SEDUC), analisando as variáveis que influênciam no resultado final "média da proficiência de matemática" (o sucesso dos alunos), nestas escolas de ensino básico.

Aplicaremos a estatística descritiva, para ilustrar a comparação dos resultados da proficiência dos alunos na disciplina de matemática encontrada no SAERO (2012) e a analisar os dados obtidos através do questionário do gestor online adaptado do Saeb (2011), utilizando da análise multinível, uma alternativa à regressão tradicional, usando um banco de dados de acesso público:

Serão utilizados os dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica Saeb[1] (2011) e do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar de Rondônia SAERO (2012), na construção de um modelo hierárquico de dois níveis: nível aluno e nível escola a fim de analisar o sucesso dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e do 3º Ano do Ensino Médio em matemática.

Analisamos as características das variáveis: proficiência média em Matemática dos alunos (nível aluno) e das características das escolas (representadas pelas características dos professores, diretores e pela infraestrutura da escola) na explicação (comparação) da influência do rendimento do sucesso escolar dos alunos. Com a utilização destes modelos podemos separar e conhecer uma das características de uma estrutura interativa complexa, com o intuito de melhorar o conhecimento da realidade, permitindo uma intervenção mais eficiente na qualidade da educação básica, elevando o índice do nível de conhecimento dos alunos na melhoria das médias de suas notas do IDEB, para que possam superar suas metas e consequentemente ajudar nas políticas públicas educacionais para futuros investimentos no ensino de educação básica do estado.

O interesse da investigação a desenvolver tem a ver principalmente, com a contribuição das ferramentas estatísticas na área da educação, comparando dados através de métodos adequados e variáveis, e com o seu previsível resultado de impacto na gestão

[1] (Saeb) O Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), conforme estabelece a Portaria n.º 931, de 21 de março de 2005.

do ensino, nomeadamente em resultados no desenvolvimento dos alunos do ensino público.

Neste trabalho ilustramos a importância da análise multinível, uma alternativa à regressão tradicional, usando um banco de dados de acesso público: Índice de Desenvolvimento da Educação Básica IDEB (2011), o Sistema de Avaliação da Educação Básica Saeb (2011) e do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar de Rondônia SAERO (2012), com o cruzamento dos dados obtidos através do questionário do gestor *online*[2] aplicados aos gestores das escolas. Assim, um dos objetivos desta dissertação é procurar desenvolver um modelo que integre os fatores que influênciam a qualidade do ensino público da Educação Básica (Estado de Rondônia, região da Amazônia Legal – Brasil), de modo a permitir uma previsão de melhorias na gestão do ensino básico, em relação aos recursos humanos (qualificação e valorização) e estrutura física nas Escolas públicas Estaduais.

Nesta pesquisa procura-se tentar maximizar o componente objetivo para minimizar o subjetivo. Com a escolha estratégica do método de pesquisa, considerando os propósitos da pesquisa, os meios para sua execução e seus custos, e tendo em conta os três seguintes critérios desejáveis da pesquisa científica: representatividade, realismo e confiabilidade.

1.1 PERGUNTAS DE PESQUISA

A pesquisa, a revisão da literatura na área, as leituras, as discussões, os estudos, a recolha de dados, bem como sua análise, serão norteados pelas seguintes perguntas de pesquisa:

- Quais os efeitos positivos e/ou negativos (características) de variáveis relativas aos itens do nível dos alunos (anos finais) que possa apresentar impacto significativo no sucesso dos alunos, utilizando a estatística de modelos hierárquicos ou multiníveis aos dados do SAERO (2012), obtidos na proficiência dos alunos em Matemática?

[2] http://www.qualtrics.com/

- Qual característica do nível da escola (na ótica dos seus gestores) no desempenho do sucesso escolar dos alunos que possa apresentar impacto significativo, para a melhoria da qualidade de ensino na educação básica do ensino fundamental serie finais e na sua gestão?

A resposta a estas perguntas será a contribuição deste estudo para a área da Estatística, uma vez que um modelo específico multiníveis será desenvolvido e analisado num contexto bem distinto entre Escolas, e poderá contribuir para que os gestores da educação básica, incluindo os funcionários de todos os setores, o corpo docente e os coordenadores pedagógicos possam saber como está à qualidade dos serviços por ela prestados. Para responder a tais questões, os objetivos para este trabalho serão a seguir delimitados.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 OBJETIVOS GERAIS

Analisar as variáveis: proficiência média em Matemática dos alunos (nível aluno) e das características da gestão escolar (representadas pelos seus gestores, Recursos Humanos “professores”, e pela infraestrutura da escola) e as variáveis explicativas, descrevendo a estrutura dos dados. Utilizamos a estatística descritiva na análise exploratória de dados, técnicas de visualização e screening, e aplicando as metodologias um modelo hierárquico de dois níveis: nível aluno e nível escola, modelos ANOVA e ANCOVA.

Para melhor delinear tais objetivos e para a orientação e busca de sua consecução, os objetivos gerais e específicos para este trabalho são abaixo apresentados:

1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Explorar e analisar, os dados do nível 1 (alunos) encontrados no SAERO 2012 (acesso público[3]), em relação proficiência média em Matemática dos

[3] http://www.saero.caedufjf.net/.

alunos em 55 escolas públicas estaduais distintas, localizadas no município de Ji-Paraná, e nos municípios de Alvorada do Oeste, Presidente Médici e Urupá que compõem a Coordenadoria Regional de Educação (CRE/SEDUC), utilizando das estatísticas descritivas.

- Explorar e analisar, os dados do nível 2 (escola), amostra obtida através da aplicação de um questionário *"online*[4]*"* aos gestores de 33 escolas que compõem a Coordenadoria Regional de Educação (CRE/SEDUC), utilizando as estatísticas descritivas e o modelo multinível em relação aos níveis do aluno e da escola.
- Analisar através de métodos estatísticos análise de Regressão Linear Multinível, se existe diferenças significativas entre as respostas fornecidas pelos diferentes níveis (aluno e escola).

1.3 JUSTIFICATIVA

A busca de mecanismos para qualidade do ensino da educação básica tem sido objeto de estudo, com certa frequência em qualquer referencia e dimensão da educação, seja no ensino fundamental ou no ensino médio. Devemos encontrar soluções que auxiliem professores, estudantes e gestores escolares, bem como governantes, na utilização de políticas públicas para tomada de decisões, a fim de que avancemos em direção a uma escola pública de qualidade. Durante a década de 2000, estudos mostram que os esforços voltados para a educação no Brasil são principalmente centrados em promover a qualidade da educação pública.

Considerando a Educação como mecanismo de desenvolvimento, Klikisberg (1998) afirma que investimentos em capital humano, capital social e melhoria de equidade, numa perspectiva democrática, são primordiais para formar bases firmes para o crescimento económico. Questiona-se sobre a melhoria da qualidade da educação, a aprendizagem e, consequentemente, o elevar do desempenho. O Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) de cada instituição é integrante da avaliação da qualidade do ensino nos municípios, redes de ensino e Estados. No Brasil este é calculado a partir do desempenho

[4] http://www.qualtrics.com/ .

dos alunos em matemática e língua portuguesa – Prova Brasil – e pela quantidade de estudantes aprovados em cada série.

A partir do IDEB, o MEC estabeleceu metas que escolas, Municípios, Estados e Distrito Federal e o Brasil devem atingir a cada dois anos até 2021. O objetivo principal é fazer com que, em 2021, a educação brasileira atinja um nível de qualidade comparável aos países desenvolvidos, calculado em seis na escala do IDEB (0 a 10). O Sistema de Avaliação Educacional de Rondônia (SAERO), realiza estudo da educação básica da rede pública do estado de Rondônia em parceria da Secretaria de Educação e do Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação (CAEd) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). O SAERO aplica provas de Língua Portuguesa e Matemática aos estudantes e recolha informações sobre o sistema de ensino e a realidade da escola. Os resultados obtidos pelos estudantes nas provas foram agrupados em quatro Padrões de Desempenho: Abaixo do básico, Básico, Adequado e Avançado.

Os Padrões indicam os conhecimentos e as habilidades que os estudantes já desenvolveram e quais são os desafios que eles ainda estão enfrentando em sua busca para melhorar cada vez mais. Os resultados após analisados pela equipe gestora e docentes, serão utilizados para orientar o processo de intervenção pedagógica com vista à melhoria da qualidade da educação.

A caracterização dos dados do sistema educacional na avalição escolar contém a mesma estrutura de agrupamento (também denominada hierárquica ou multinível) da população onde são recolhidos, em que os alunos se encontram agrupados em turmas, as turmas em escolas, as escolas em municípios, e assim por consequente, o registo dos atributos ou variáveis, referentes a cada uma daquelas unidades tem o propósito de captar as características de alunos, turmas e/ou professores e escolas.

A análise multinível também é conhecida como Modelo Linear Hierárquico, Modelo de Efeitos Mistos, Modelo de Efeitos Aleatórios e Regressão Hierárquica. Incorpora naturalmente a estrutura hierárquica ou de agrupamento dos dados e, por conseguinte, da população em estudo. O Modelo Linear Hierárquico consiste numa extensão do modelo de regressão linear convencional quando variáveis são analisadas dispostas em vários níveis de agregação. Essa situação ocorre com frequência no contexto educacional quando, por exemplo, se deseja estudar o desempenho do aluno com base nas variáveis associadas ao próprio aluno (nível 1), variáveis associadas ao professor ou à turma (nível 2) e variáveis associadas ao diretor ou à escola (nível 3).

Quando utilizamos variáveis em diferentes níveis, o modelo de regressão linear convencional pode não ser o mais adequado, pois não leva em consideração a correlação entre indivíduos associados a um mesmo nível de agregação. É o caso da correlação entre alunos de uma mesma turma ou escola. Quanto maior for a correlação entre indivíduos maior a inadequação do modelo de regressão linear convencional.

O interesse da investigação em desenvolver este estudo tem principalmente a finalidade de analisar o "sucesso" da proficiência média em matemática dos alunos nos anos finais de cada etapa: do ensino fundamental (9º AF) e ensino médio (3º AM), e que a análise de possíveis fatores e previsível impacto, possa apresentar resultados no desenvolvimento e qualidade do ensino público. Justifica-se a descrição e aplicação das técnicas de amostragem e de delineamento experimental, procurando um plano e um modelo de impacto da resposta a esse sucesso dos alunos, evidenciando fatores e níveis mais preponderantes. Os resultados a obter serão alvo de comparação com os dados científicos existentes acerca destas temáticas.

1.4 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

A dissertação encontra-se dividida em sete capítulos fundamentais:

O Capítulo 1 apresenta à introdução, o problema gerador da pesquisa, a justificativa para a sua realização, os objetivos traçados mediante as perguntas de pesquisa que orientaram o trabalho. Aplicaremos a estatística descritiva, para ilustrar a análise dos resultados da proficiência dos alunos na disciplina de matemática encontrada no SAERO 2012 e para analisar os dados obtidos através do questionário do gestor online adaptado do Saeb (2011)

No Capítulo 2, é feita uma revisão da literatura considerada relevante para se discutir termos e métodos para a realização da pesquisa. Apresenta-se uma revisão do método e ferramentas estatísticas, críticas e vantagens em sua aplicação.

Os critérios utilizados para validar os dados são discutidos, bem como é feita uma apresentação dos aspetos básicos, relevantes com aplicação dos Modelos Lineares Hierárquicos, da Análise de variância ANOVA e da Análise Multivariada ANCOVA, com objetivo de gerar a reflexão necessária para a construção da argumentação frente aos dados encontrados a ser comparados.

A metodologia de pesquisa desenvolvida, os métodos e as técnicas estatísticas do modelo de regressão linear multinível e os instrumentos utilizados são apresentados no Capítulo 3.

No Capítulo 4, propõe-se o ajuste do modelo, a simulação com o R de delineamento de inferência bayesiana com breve comentário, a estimação de Monte Carlo e Reamostragem Bootstrap.

No Capítulo 5 é explorado o caso prático e são apresentadas as análises estatísticas descritivas de dados reais recolhidos do SAERO e do Saeb, além dos dados recolhidos dos gestores escolares na forma de questionário.

No Capítulo 6 procede-se à construção do modelo estatístico (MLH com dois níveis) com recurso à utilização do SPSS 20.0 e do software R, bem como à discussão dos resultados.

Por fim no Capítulo 7 são apresentadas perspectivas de estudos futuros e o trabalho termina com a listagem das referências bibliográficas.

CAPÍTULO 2

DESENVOLVIMENTO DE CONTEÚDOS

2 DESENVOLVIMENTO DE CONTEÚDOS

Nesse capítulo apresentar-se-á três subseções, na primeira, temos: uma revisão de literatura na área da Educação "comparar o sucesso escolar do aluno" numa investida de ressaltar a importância da educação para o desenvolvimento e a qualidade na melhoria do ensino, além de facilitar a interpretação e compreensão das principais pesquisas teóricas e empíricas realizadas em âmbito internacional e principalmente em âmbito nacional.

São apresentados estudos que contribuíram com a literatura utilizando as mais diversas técnicas estatísticas e econométricas na pesquisa educacional, com foco em análise de determinantes de desempenho escolar, avaliação de programas educacionais, formação continuada, teoria do investimento em capital humano, dentre outras, que contribuíram muito com a fundamentação e construção desse trabalho. A conexão de vários subtemas permite uma melhor compreensão dos impactos que uma educação de qualidade pode trazer para uma sociedade e para o desenvolvimento de um país. Uma parte considerável da revisão de literatura contida nesse capítulo será direcionada para os métodos das análises de regressão lineares. Serão apresentadas as vantagens do uso de modelos hierárquicos frente a outros métodos utilizados na pesquisa educacional.

Na segunda subseção será apresentada uma breve definição e alguns conceitos, entre muitos modelos estatísticos o Modelo Linear, na maioria um modelo linear generalizado tendo vinculada a ideia de uma família exponencial de distribuições de probabilidades associadas a uma variável aleatória ou, mesmo quando uma variável continua é assimétrica, deve ter-se em conta que uma transformação pode prontamente aproximá-la da Normal tornando mais adequada à modelação.

No entanto, em muitas aplicações de regressão, a variável resposta é do tipo qualitativa, ou uma variável de contagem, onde se pretende estimar essa resposta não só em termos de características individuais, mas também de grupos ou níveis.

E, finalmente na terceira subseção apresenta-se essa generalização em termos de aplicação que pode ser alcançada plenamente pelos Modelos Lineares Hierárquicos (MLH), que é um caso particular Modelos Lineares Generalizados.

2.1 REVISÃO DE LITERATURA

Nos últimos anos tem sido crescente o interesse de investigadores e autoridades governamentais por indicadores quantitativos e qualitativos da produção científica de estudos na área educacional. Utilizando-se técnicas de delineamento experimental e amostral na educação, com metodologias de, são de referir na estatística multivariada especialmente os modelos lineares hierárquicos. Estruturas hierárquicas são facilmente encontradas nos dados em diversas áreas de pesquisa, sendo caracterizadas pela presença de grupos.

Essa modelação tem sido utilizada nos mais diversos ramos do conhecimento, porem, a prevalência ainda é na área de pesquisas sociais, tradicionalmente educacional e socioeconômico, estudos de organizações (instituições), controle epidemiológico entre outras diferentes áreas do conhecimento: geográfica, demográfica, econômica etc. No entanto, a formulação inerente aos Modelos Lineares Hierárquicos, que se caracterizam por conferir uma estrutura de hierarquia aos modelos lineares e que são também conhecidos como Modelos Multiníveis.

Encontramos vários estudos na literatura de autores consagrados sobre qualidade na área da educação, e o sucesso escolar realizados em diversos estados brasileiros e alguns países da união europeia, como: Moreira, (2013) analisou o desempenho escolar no Rio Grande do Sul; Cabrita (2012) analisou a disciplina de Matemática de uma escola do Ensino Básico no Concelho de Vila Nova de Gaia - Portugal; Gonçalves, Rios-Neto e César (2011) analisaram as regiões Norte, Nordeste e Centro-Oeste do país utilizando dados dos estados do Pará, Rondônia, Pernambuco, Sergipe, Goiás e Mato Grosso do Sul; Cruz (2010) analisa as diferença entre as classificações médias dos alunos nas disciplinas de matemática e português em Sines - Portugal; Felício e Fernandes (2005) fizeram um estudo para o estado de São Paulo; Machado et al. (2008), Soares (2005), Soares (2003) e Soares e Mendonça (2003) focaram seus estudos no estado de Minas Gerais; Menezes-Filho (2007), Jesus e Laros (2004), Albernaz, Ferreira e Franco (2002), França e Gonçalves (2012) apresentaram estudos com abrangência nacional, entre outros. O estado de Minas Gerais é o que mais vem obtendo destaque em produções literárias sobre esse tema no Brasil.

Os alunos do ensino médio fazem o Saeb, que também avalia habilidades em Língua Portuguesa (foco na leitura) e matemática (resolução de problemas), sendo que o Saeb realiza esta avaliação por amostra. Paula (2013) faz um estudo sobre modelos de regressão com apoio computacional, utilizado com ferramenta estatística em vários trabalhos de pesquisa no cenário nacional. Da mesma forma já no cenário internacional encontramos Valente e Oliveira (2007). Destes autores ainda citamos os trabalhos.

"Modelos Lineares Hierárquicos na Educação: Uma aplicação, (2009)", Hierarchical Linear Models in Education Sciences: an Application (2011), Hierarchical Linear Models: Review and Applications e Application of HLM to data with multilevel structure, este último publicado em Discussiones Mathematicae, Probability and Statistics. Ainda nesse âmbito referemos Valente (2007), com seu estudo da "Relevância do apoio da Escola nas perspectivas profissionais dos alunos do 10º ano de escolaridade" com aplicação dos Modelos Lineares Hierárquicos.

Observa-se a existência de várias possibilidades de estudo na área da educação, o que ocorre pela grande divulgação e difusão de muitos investigadores com seus estudos e dos sistemas de avaliação em larga escala nas dimensões de países preocupados com a qualidade da educação promovida em seus respectivos níveis de escolaridade. No âmbito nacional e estadual é possível fazer diversos tipos de análises utilizando as mais diferentes técnicas estatísticas.

A formação de bases de dados provenientes desses sistemas de avaliação e os avanços das técnicas estatísticas proporcionaram aos investigadores oportunidade de desenvolver trabalhos bastante diversificados e que chegaram a resultados interessantes e, às vezes intrigantes, Moreira (2013). A autora cita, que estudiosos afirmam que o sistema educacional brasileiro fez avanços nos últimos anos quase atingindo, de acordo com Senger (2012), a universalização do Ensino Fundamental.

Houve aumento nos anos de estudo do brasileiro, de maneira que o desafio dessa geração é buscar a melhoria da qualidade da educação oferecida, sobretudo, nas escolas públicas (Menezes-Filho, 2007; Biondi e Felício, 2008; Cadaval e Monteiro, 2011; Senger, 2012). Com efeito, Biondi e Felício (2008) enfatizam que a grande questão para a qual os investigadores buscam resposta é o que fazer para melhorar a qualidade da educação, a aprendizagem dos alunos e, consequentemente, a melhoria no desempenho desses.

No estudo realizado em relação à qualidade e o sucesso dos alunos no ensino básico, destacam-se estudos focados na análise de eficiência, eficácia e equidade nas escolas, como o de Albernaz, Ferreira e Franco (2002) e o de Jesus e Laros (2004). Em ambos os trabalhos foram construídos modelos hierárquicos utilizando os dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) no sentido de identificar fatores que podem afetar o desempenho dos alunos e as características escolares que produzem maior eficácia.

Utilizando também a estrutura hierárquica, Machado et al. (2008) construíram um modelo de três níveis para investigar os determinantes do desempenho dos alunos de escolas públicas estaduais mineiras na disciplina de matemática, enquanto Gonçalves, Rios-Neto e César (2011) utilizaram esse método para identificar os determinantes da ocorrência de repetência entre a 4ª a 8ª série do Ensino Fundamental. França e Gonçalves (2012) também utilizaram os dados do SAEB para construir um modelo hierárquico de três níveis no intuito de investigar a relação entre os sistemas públicos de ensino nas esferas municipal e estadual e a perpetuação da desigualdade. Neste trabalho não abordaremos o nível de sistemas públicos de ensino nas esferas municipal.

Destacam-se ainda, os estudos dos países da união europeia em especial dos investigadores portugueses. Como o estudo de Cruz (2010) analisa as diferença entre as classificações médias dos alunos nas disciplinas de matemática e português em Sines – Portugal, a autora utiliza um modelo multinível com três níveis. Foram obtidos dois modelos significativos, sendo que, segundo os resultados obtidos, o modelo seguinte: modelo de análise de regressão: coeficientes aleatórios e o modelo de análise de regressão: ordenadas na origem e declives como resultados.

Valente (2007), com seu estudo da «Relevância do apoio da Escola nas perspectivas profissionais dos alunos do 10º ano de escolaridade» com aplicação dos Modelos Lineares Hierárquicos, destaca em Educação, as populações investigadas têm uma estrutura hierárquica, por níveis, isto é: alunos, turmas, escolas, etc., constituem uma sequência natural de agrupamentos aninhados, de tal forma que as variáveis de um nível podem interagir com outras variáveis, dentro do mesmo nível hierárquico ou de outro nível. Os modelos estatísticos mais adequados à análise de dados desta natureza são os modelos lineares hierárquicos (MLH). Eles incorporam bem a variabilidade existente entre escola e intraescolar, assim como outros fatores contextuais – de natureza social, cultural ou familiar – que exercem influência no percurso escolar do aluno. Esta técnica estatística permite captar a complexidade da relação entre os fatores de cada um dos níveis e como esses níveis se influênciam mutuamente. Além disso, os dados de alunos são utilizados nos modelos de análise, mas o interesse analítico é a organização escolar (Soares et al., 2004)[5]. Os trabalhos mencionados que utilizaram o método da análise multinível serão explorados com mais detalhes na sequencia desta pesquisa.

Os modelos lineares hierárquicos são frequentemente mais usados para a interpretação e análise de dados da avaliação educacional na forma de exames de proficiência. Esses exames têm evoluído de tal forma que a partir dos resultados obtidos foi possível atribuir mudanças na qualidade da educação brasileira. Nos exames de proficiência (como, por exemplo, a Prova Brasil) não é avaliado apenas o rendimento dos alunos, mas também outros aspetos (sociais, humanos, econômicos, etc.), esses exames de avaliação permitem verificar se as escolas se adequam com o passar do tempo às transformações sociais, econômicas, etc..

Os modelos hierárquicos já são conhecidos e amplamente utilizados em todo o mundo, assim como no Brasil vêm se consolidando, de acordo com Soares (2005), por ser um importante instrumento de análise de dados provenientes de questionários. Dentre os modelos estudados, alguns autores utilizaram os modelos de três níveis e outros preferiram utilizar modelos com apenas dois níveis. Do ponto de vista técnico, a análise hierárquica é similar à análise de regressão, obedecendo a muitas das suas exigências. Serão apresentadas conclusões sobre as vantagens dos modelos de regressão hierárquicos para a identificação do efeito do contexto no comportamento humano.

2.2 MODELO LINEAR GENERALIZADO (MGL)

A aplicação e análise de muitos métodos estatísticos são sugeridas em sua maioria por um modelo linear generalizado, à qual está vinculada a ideia de uma família exponencial de distribuições de probabilidades associadas a uma variável aleatória ou, mesmo quando uma variável continua é assimétrica, considerando uma transformação que

[5] O que é muito relevante, tendo em vista que "esses modelos produziram uma solução para o sério problema da unidade de análise, cujo equacionamento limitou durante anos a análise de dados provenientes de organizações" (Soares et al., 2004, p. 21).

possa prontamente aproximá-la da Normal tornando mais adequada a modelação. No entanto, em muitas aplicações de regressão, a variável de resposta é do tipo qualitativo, ou uma variável de contagem, onde se pretende estimar essa resposta não só em termos de características individuais, mas também de grupos ou níveis.

Essa generalização em termos de aplicação pode ser alcançada plenamente pelos Modelos Lineares Hierárquicos (MLH), que é um caso particular Modelos Lineares Generalizados. Portanto nesta seção será feito um breve apanhado sobre a generalização hierárquica segundo Raudenbush e Bryk (2002), apresentando a lógica e a formulação referentes aos Modelos Lineares Hierárquicos, que se caracterizam por possuir uma estrutura de hierarquia aos modelos lineares e que são também denominados como Modelos Multiníveis.

Porém, a denominação de "Modelos Lineares Hierárquicos é bem mais antiga e, de acordo com Natis (2000, p.3), ela surgiu originalmente como fruto dos trabalhos de Lindley e Smith (1972) e Smith (1973) sobre a estimação Bayesiana de modelos lineares". Estes modelos também são considerados como, uma extensão de modelos lineares clássicos e foram desenvolvidos por Nelder e Wedderburn(1972), permitindo tratar uma grande quantidade de modelos conhecidos e largamente aplicados.

Os estudos anteriores apresentavam muitas vezes problemas de cálculo e imprecisão nas estimativas, acarretando em um desestímulo na exploração desses modelos. Contudo os avanços estatísticos isolados e o desenvolvimento tecnológico computacional (softwares) foram reunidos de forma a aperfeiçoar as estimativas hierárquicas facilitando assim a suas análises e interpretação. Em Natis (2000) pode ser consultada uma breve cronologia das pesquisas em estatísticas ao longo das ultimas três décadas.

2.2.1 MODELOS LINEARES

Os modelos lineares têm por objetivo analisar a influência que uma determinada variável Y (variável dependente) sofre ao ser afetada por outras variáveis (variáveis independentes ou explicativas) por intermédio de uma regressão linear. Em todos os casos, temos a presença de variáveis que ajudam a explicar a variação da variável de interesse. Denotamos por Y a variável dependente e $X_1, X_2, \ldots X_n$ as variáveis explicativas, todas com n observações. Assim, temos que:

O modelo da equação geral: $Y_i = (b_0 + b_1 X_i) + \varepsilon_{i\,,}$ na qual Y_i é a variável de saída (dependente) que queremos prever e X_1 é o escore *do i-ésimo* participante da variável previsora. Para o gradiente da linha reta ajustada aos dados é b_1 e b_2 é o intercepto da linha. Onde os parâmetros b_1 e b_0 são coeficientes de regressão. E o termo ε_i é o resíduo que representa a diferença do valor previsto pela linha do participante i e o escore que o participante *i* realmente obteve.

Este modelo é chamado de *modelo linear* ou *modelo de regressão linear*. Dizemos que o modelo é "simples" quando existe apenas uma variável explicativa, e múltipla quando existem mais de uma variável explicativa. Na regressão múltipla é uma extensão lógica desses princípios em que existem vários previsores:

$$Y_i = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \cdots + b_n X_n + \varepsilon_{i\,,} \text{ com } i = 1, \dots, n,$$

Onde:

Y_i é a variável de saída (resultado), b_1é o coeficiente do primeiro previsor (X_1), b_2 é o coeficiente do segundo previsor (X_2), b_n é o coeficiente do *n-ésimo* previsor (X_n) e ε_i é a diferença do valor previsto e o observado de Y_i para o *i-ésimo* participante.

2.2.2 REGRESSÃO LINEAR MÚLTIPLA

A regressão múltipla pode ser utilizada com três ou mais variáveis previsoras, portanto, estimadores. Ou seja, ainda uma única variável dependente, porém duas ou mais variáveis independentes.

A finalidade das variáveis independentes adicionais é melhorar a capacidade de predição em confronto com a regressão linear simples. Isto é, reduzir o coeficiente do intercepto, o qual, em regressão, significa a parte da variável dependente explicada por outras variáveis, que não a considerada no modelo.

O objetivo é usar as variáveis independentes cujos valores são conhecidos para prever os valores da variável dependente selecionada pelo investigador. Cada variável independente é ponderada pelo procedimento da análise de regressão para garantir máxima previsão a partir do conjunto de variáveis independente Hair, (2009).

O autor, ainda define a análise de regressão múltipla, como uma forma de modelação linear geral, como uma técnica estatística multivariada usada para examinar a relação entre uma única variável dependente e um conjunto de variáveis independentes. Considera que a aplicação de flexibilidade e a adaptabilidade da regressão múltipla permite seu uso em quase toda relação de dependência. Para o investigador selecionar estas aplicações deve observar três questões principais:

1. Adequação do problema de pesquisa;
2. Especificação de uma relação estatística;
3. Seleção das variáveis dependentes e independentes.

2.2.2.1 O Modelo Matemático

A equação da regressão múltipla tem a forma seguinte:

$$Y_i = (b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \ldots + b_n x_n) + \varepsilon \text{ , onde:}$$

(Y_i) é a variável dependente;
b_0 intercepto do eixo y;
$b_1,\ b_2\ e\ b_n$ são coeficientes dos previsores $x_1 , x_2\ \ e\ x_n$;
ε é o erro aleatório que se supõe com média zero.

Quando existem vários previsores, não faz sentido olhar para os coeficientes de correlação simples e, neste caso, o SPSS produz um coeficiente de correlação múltiplo (denominado R Múltiplo). O R Múltiplo é a correlação entre os valores de Y e os de Y previstos pelo modelo de regressão múltipla.

Desta forma, os valores grandes de R Múltiplo representam uma alta correlação entre os valores previstos e observados da variável de saída. Um R Múltiplo igual a 1 representa a situação na qual o modelo prediz com perfeição os valores observados, isto é, ele adere perfeitamente a todos os pontos.

2.2.3 REGRESSÃO LOGÍSTICA

A regressão logística estuda a relação entre uma variável resposta e uma ou mais variáveis independentes, tal como as regressões linear e múltipla. A diferença entre estas técnicas de regressão deve-se ao fato de que na regressão logística as variáveis dependentes estão dispostas em categorias (sim/não), enquanto que nos modelos de regressão linear simples ou múltipla, a variável dependente Y é uma variável aleatória de natureza contínua.

Assim, a regressão logística pode ser vista como uma forma de regressão múltipla, mas com uma variável de saída categórica dicotômica e variáveis previsoras continuas ou categóricas. Isso quer dizer que podemos prever a qual de duas categorias é provável que uma pessoa pertença dado certas informações.

"Em pesquisas médicas, a regressão logística tem aplicações tais como a de formular modelos sobre os tipos de fatores que determinam se um tumor é cancerígeno ou benigno". Uma base de dados de pacientes pode ser utilizada para identificar as variáveis que são influentes na previsão do tipo de tumor. Essas variáveis podem então ser medidas em um novo paciente e se seus valores colocados no modelo de regressão logística a partir da qual é possível estimar uma probabilidade de o tumor ser maligno.

- Na regressão linear simples, temos a variável de saída Y é prevista a partir da equação da linha:

$$Y = b_0 + b_1 X + \varepsilon$$

- Na regressão múltipla, onde existem vários previsores, uma equação semelhante é derivada na qual cada previsor tem seu próprio coeficiente:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \cdots + b_n X_n + \varepsilon$$

Onde b_n é o coeficiente de regressão da correspondente variável X_n. Como já vimos anteriormente, na regressão logística, em vez de se prever o valor da variável Y a partir de um previsor X temos diversas variáveis previsoras (Xs) e prevemos a probabilidade de Y ocorrer conhecidos os valores de X ou (Xs). Temos a equação na sua forma mais simples, com um único previsor X :

$$P(Y) = \frac{1}{1 + e^{-(b_0 + b_1 X + \varepsilon)}}$$

Onde $P(Y)$ é a probabilidade de Y ocorrer sendo e a base dos logaritmos naturais.

2.2.4 REGRESSÃO LOGÍSTICA BINÁRIA

Em 1960, uma técnica foi desenvolvida para investigar a relação entre variáveis explicativas, métricas e não métricas e uma variável dependente categórica binária. Muitas variáveis dicotômicas, binomiais, podem ser estudadas como dependentes de outras variáveis contínuas ou categóricas. A resposta na regressão logística é expressa por meio de uma probabilidade de ocorrência, enquanto na regressão simples, obtém-se um valor numérico. Portanto, a regressão logística binária apresenta-se como um método na determinação da probabilidade de ocorrência dos valores preditos de uma variável dicotômica.

Uma variável binária é aquela que aceita apenas dois níveis de resposta, como sim ou não. Já uma variável ordinária segue uma ordenação natural das coisas, como pequeno, médio e grande ou classificação como ruim, bom ou excelente. Na regressão logística as variáveis independentes podem ser tanto fatores quanto covariantes (dados contínuos) e as variáveis dependentes poderão estar dispostos em duas ou mais categorias. A situação da saúde de um paciente, curado ou não curado, a previsão de um freguês comprar ou não uma mercadoria, a previsão do sucesso ou não de um estudante, são exemplos de variáveis dicotômicas da regressão logística binária.

A função logística binária é dada pela expressão:

$$P(Y) = \frac{1}{1 + e^{-(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \cdots + \beta_n x_n + \varepsilon)}}$$

Onde:

$P(Y)$ é a variável dependente;

x é a variável explicativa ;

e é a base do logaritmo natural;

β_0, β_1 e β_n , são os parâmetros a serem estimados; e

ε é o erro aleatório que se supõe com média zero.

A forma exata da equação pode ser escrita de diversas maneiras, a versão da equação de regressão logística descrita acima, está baseada no seguinte principio: ela expressa uma equação de regressão linear múltipla em termos logarítmicos e dessa forma resolve o problema da violação da hipótese de linearidade. Quando executamos a análise precisamos estimar os valores desses coeficientes para que possamos utilizar a equação.

Esses parâmetros são estimados pelo ajustamento do modelo, com base nos previsores disponíveis, aos dados observados. Neste estudo, os valores dos parâmetros são estimados utilizando a estimação de máxima verossimilhança que seleciona os coeficientes que tornam os valores observados o mais prováveis de terem ocorridos, para avaliar a aderência do modelo.

Para fazer isto, utilizamos a Log-verossimilhança (VL):

$$Log - verossimilhança = \sum_{i=1}^{N} \{Y_i \ln\big(P(Y_i)\big) + (1 + Y_i) ln[1 - P(Y_i)]\}$$

Na regressão múltipla, o modelo básico é a media de todos os valores da variável Y, modelo que nos dá a melhor previsão na falta de qualquer outra informação, enquanto que na regressão logística, essa mesma situação seria prever a saída que ocorra com maior frequência.

Assim, os Modelos Lineares são aplicados quando os termos ε_i são considerados como não correlacionados, ou seja, com media zero e variância constante. Isto combinado com a suposição de que os erros são normalmente distribuídos, e resultam na suposição adicional tradicional em regressão, em que os efeitos aleatórios são independentes entre si. Dobson (2002), considera a existência de duas situações típicas em que essa suposição de independência deve ser relaxada, sob pena de obtenção de resultados não consistentes.

A primeira é o caso de dados longitudinais, onde as respostas são medidas repetidamente ao longo do tempo numa mesma fonte. Nesse caso, as medidas tomadas a partir do mesmo indivíduo tendem a ser mais parecidas entre si do que as medidas tomadas em indivíduos distintos. A outra situação é quando as repostas de interesse são medidas a partir de indivíduos agrupados em unidades distintas, que é frequentemente denominada na literatura por estrutura aninhada ou hierárquica de dados.

Um estudo comparativo dessas medidas (nas situações supracitadas) pode levar a resultados enganosos. Concluindo então que a correlação entre os dados tem de ser incorporada à modelação de alguma maneira, de forma a produzir inferências estatísticas válidas, mas isso é contrário a algumas suposições iniciais que sustentam as estimativas dos modelos lineares anteriormente apresentados, particularmente a independência entre efeitos aleatórios do modelo.

A possibilidade de se ajustar uma equação para cada grupo seria operacionalmente custosa e fortemente condicionada à quantidade de dados existente a cada grupo. Uma solução bem conhecida em Modelos Lineares é a utilização de matriz bloco-diagonal de covariâncias no processo regular de estimação dos parâmetros, porém sem possibilitar a explicação da variabilidade das medidas intergrupos. Um modelo que incorpore em si a existência de correlação entre as medidas internas e intergrupos, é o Modelo Linear Hierárquico.

2.3 MODELO LINEAR HIERÁRQUICO (MLH)

Para (Laros e Marciano, 2008) a análise multinível também é conhecida como: Modelo Linear Hierárquico, Modelo de Efeitos Mistos, Modelo de Efeitos Aleatórios e Regressão Hierárquica. Incorpora naturalmente a estrutura hierárquica ou de agrupamento dos dados e, por conseguinte, da população em estudo. O Modelo Linear Hierárquico pode ser visto como uma extensão do modelo de regressão linear clássico quando as variáveis analisadas são dispostas em vários níveis de agregação.

Isso ocorre com frequência no contexto educacional quando, por exemplo, se deseja estudar o desempenho do aluno com base nas variáveis associadas ao próprio aluno (nível 1), variáveis associadas ao professor ou à turma (nível 2) e variáveis associadas ao diretor ou à escola (nível 3). Quando utilizamos variáveis em diferentes níveis, o modelo de regressão linear clássico pode não ser o mais adequado, pois não leva em consideração a correlação entre indivíduos associados a um mesmo nível de agregação. É o caso da correlação entre alunos de uma mesma turma ou escola. Quanto maior for a correlação entre indivíduos maior a inadequação do modelo de regressão linear convencional.

Em estudos como o de Soares (2005), os modelos de regressão hierárquicos foram utilizados considerando três níveis de hierarquia (alunos, turmas e escolas). O interesse do autor foi explicar a proficiência dos alunos da 4ª série do ensino fundamental alcançada na avaliação de língua portuguesa do Programa Mineiro de Avaliação da Educação Básica (PROEB/SIMAVE-2002). O estudo permitiu avaliar a proporção da variabilidade das proficiências dos alunos devida às diferenças entre os alunos, entre as turmas e entre as escolas.

Moreira (2013) comenta o modelo de Soares (2005) em que foram utilizados três níveis sendo o primeiro o nível aluno, o segundo o nível turma e o terceiro o nível escola. Segundo ele, um modelo de três níveis apresenta dificuldades de construção, principalmente no caso específico do seu trabalho, uma vez que a maioria das escolas possui baixo número de turmas de uma mesma série o que torna complicado separar o efeito turma do efeito escola.

Também ocorre nesta pesquisa, pois o contexto de níveis escolar, quanto à situação do número de turmas da mesma serie é muito pequeno, identificado o problema (quando o número de unidades do modelo experimental de um dos níveis não seja significativo), assim a autora cita, Natis (2001) sugere como alternativa incorporar a variável que se deseja considerar em um dos demais níveis através de repetição de valores ou de uma medida resumo. Por outro lado, o modelo de dois níveis hierárquicos é preferível ao de três níveis, pois evidencia que um Modelo Linear Hierárquico diminui a indução da estrutura do erro, facilitando a interpretação dos parâmetros do delineamento da experiencia. As vantagens citadas pela autora, além de outras evidências identificadas, foram consideradas na escolha pela utilização de um modelo hierárquico de dois níveis no presente trabalho.

No delineamento experimental e amostragem de dados educacionais a aplicação de modelos de regressão multinível oferece vantagens em relação aos modelos de regressão linear clássico. Ao analisar a presença de correlação intraclasse, a estimação dos parâmetros do modelo pela regressão linear clássico produz estimativas do erro-padrão pouco significativas. Comparadas com as estimativas produzidas pelos modelos de regressão multinível são geralmente mais conservadoras.

Assim, ao decompor a variância do erro segundo os níveis hierárquicos, o modelo de regressão multinível permite ao investigador analisar a melhor compreensão e/ou explicação do processo que está a modelar. Torna-se mais simples, por exemplo, estudar a capacidade explicativa de variáveis intraescolares diante das extraescolares ou de variáveis passíveis de intervenção direta.

Por exemplo, nós estamos interessados em comparar o sucesso escolar na disciplina de matemática, e pretende-se saber como é que características do professor, como experiência e/ou estilo pedagógico, que é uma variável medida ao nível da escola, influência ou não o desempenho acadêmico dos alunos (tem ou não impacto na aprendizagem ao nível do aluno). Além de permitir a correta análise de contexto (com eventual efeito de interação do grupo nos indivíduos, isto é, interação das variáveis da escola e dos alunos), o modelo de regressão multinível trata as escolas como uma amostra extraída da população de todas as escolas, com determinada distribuição de probabilidade subjacente.

Em resumo, cada nível do MLH pode apresentar variáveis associadas às unidades experimentais que o representam, com o objetivo de tentar explicar as diferentes fontes de variabilidade da variável resposta e de estudar as possíveis relações entre cada uma destas variáveis explicativas e a resposta Natis (2000).

2.3.1 PRESSUPOSTOS DO MODELO

Os modelos de regressão linear múltipla clássica, com sua ampla aplicabilidade e aplicações sempre crescentes recaem em duas grandes classes de problemas de pesquisas: previsão e explicação, Hair et al (2009). Os modelos definem que a previsão envolve o quanto é que uma variável estatística de regressão (uma ou mais variáveis independentes) pode prever da variável dependente. Por seu lado, a explicação examina os coeficientes (sua magnitude, sinal e significância estatística) para cada variável independente e tenta desenvolver uma razão substantiva ou teórica para os efeitos das variáveis independentes.

Várias suposições devem ser verdadeiras ao tirar conclusões sobre uma população com base em um modelo de regressão realizado sobre uma amostra. Os modelos de regressão em geral são, utilizados para a explicação de uma variável dependente com base num conjunto de variáveis independentes, baseando-se em quatro pressupostos básicos para as características dos dados: linearidade, normalidade, homocedasticidade e independência entre os elementos amostrais. Normalmente, os três primeiros pressupostos são razoavelmente verificados nos dados de pesquisas educacionais ou considera-se a utilização de grandes amostras.

No entanto, a independência dos elementos amostrais não é razoável em dados de pesquisas educacionais, uma vez que a população de alunos está organizada em turmas e estas em escolas. Assume que todos os valores da variável de saída são independentes (em outras palavras, cada valor da variável de saída provém de uma entidade separada). Logo, a estrutura dos dados na população é naturalmente hierárquica.

Neste caso, torna-se pouco razoável admitir a independência para as observações individuais como, por exemplo, os alunos, já que estaria sendo desprezado o efeito de agregação: alunos de uma mesma turma tendem a apresentar características mais semelhantes do que alunos de turmas diferentes, mesmo que difiram entre si quanto a vários aspetos individuais.

Nos modelos hierárquicos de dois, ou mais níveis são levados em consideração a estrutura de agrupamento dos dados, admitindo que cada turma e escola, por exemplo, tenham um modelo de regressão particular. Nesses modelos a influência que cada variável exerce sobre a proficiência do aluno pode depender da agregação das unidades amostrais, além de também eventualmente vir a depender de variáveis encontradas em níveis de agregação superiores como, por exemplo, as variáveis de escola.

2.3.2 O MODELO HIERÁRQUICO PARA UM NÍVEL

Seja Y_i o vector $(n_i \times 1)$ da variável resposta para o *i-ésimo* grupo, o modelo linear hierárquicos (efeitos mistos) para um único nível de agrupamento, de acordo com Laird e Ware (1982), é escrito na forma:

$$Y_i = X_i\beta + Z_i b_i + e_{i\,,} \text{ com } i = 1, \dots, N,$$

Onde:

β é o vetor $(p \times 1)$ dos efeitos fixos;

X_i é a matriz $(n_i \times p)$ de covariáveis dos efeitos fixos;

b_i é o vetor $(q \times 1)$ dos efeitos aleatório;

Z_i é a matriz $(n_i \times q)$ de covariáveis dos efeitos aleatórios;

e_i é o vetor $(n_i \times 1)$ aleatórios dos erros intra-grupo.

As condições subjacentes ao modelo são: $b_i \cap N(0, D)$ com o vetor de média 0 e matriz de covariância D e $e_i \cap N(0, \sum_i)$; b_i e e_i são independentes para diferentes grupos entre si no mesmo grupo. E que há N unidades experimentais e n_i observações na *i-ésima* unidade experimental.

2.3.3 O MODELO HIERÁRQUICO PARA DOIS NÍVEIS

No caso em que se têm dois níveis de efeitos aleatórios, o modelo linear de efeitos mistos é dado por:

$$Y_{ij} = X_{ij}\beta + Z_{i,j}b_i + Z_{ij}b_{ij} + e_{i\,,} \text{ com } i = 1, \dots, M \text{ e } j = 1, \dots, M_i,$$

Onde:

Y_{ij} é o vector $(n_{ij} \times 1)$ das variáveis resposta para o *j-ésimo* grupo segundo nível $(j = 1, \dots, M_i)$, aninhado no *i-ésimo* grupo do primeiro nível $(i = 1, \dots, M)$;

β é o vetor $(p \times 1)$ dos efeitos fixos;

X_{ij} é a matriz $(n_{ij} \times p)$ de covariáveis dos efeitos fixos;

b_i é o vetor $(q_1 \times 1)$ dos efeitos aleatório do primeiro nível;

b_{ij} é o vetor $(q_2 \times 1)$ dos efeitos aleatório do segundo nível;

$Z_{i,j}$ é a matriz $(n_{ij} \times q_1)$ de covariáveis dos efeitos aleatórios do primeiro nível;

Z_{ij} é a matriz $(n_{ij} \times q_2)$ de covariáveis dos efeitos aleatórios do segundo nível;

e_{ij} é o vetor $(n_{ij} \times 1)$ aleatórios dos erros.

As condições subjacentes ao modelo são: $b_i \cap N(0, D_1)$, $b_{ij} \cap N(0, D_2)$ em que D_1 (nível 1) e D_2 (nível 2) são matrizes de covariâncias com o vetor de média 0, e $e_{ij} \cap N(0, \sum_{ij})$; b_i são independentes; b_{ij} são independentes (para diferentes *i's* ou *j's*) e e_{ij} são independentes (para diferentes *i's* ou *j's*); b_i, b_{ij} e e_{ij} são independentes. O índice *i, j* significa que *j* está aninhado em *i.*

2.3.4 O MODELO LINEAR HIERÁRQUICO NULO

Este modelo é a estrutura mais simples possível do MLH em dois níveis, não possuindo variáveis preditoras em nenhum dos seus níveis (totalmente não condicional) e, assim o coeficiente b_{ij} no nível *i* equivale a zero para todos *j*. Suas equações são:

Para o nível 1:

$$Y = \beta_{0j} + \varepsilon_{ij} \;, \qquad (1)$$

Onde:

β_{0j} é o valor da resposta esperada para o nível *j,*

ε_{ij} é o erro aleatório associado ao *i-ésimo* registro do nível *j,* suposições do modelo $\varepsilon_{ij} \sim N(0,\ \sigma^2)$ e os $\varepsilon_{ij}'s$ são independentes entre si.

Para o nível 2:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \mu_{0j}\ ,$$

Onde:

γ_{00} é o valor da resposta esperada para a toda população,

μ_{0j} é o efeito aleatório associado ao nível *j*, suposições do modelo $\mu_{0j} \sim N(0,\ \tau_{00})$ e os $\mu_{0j}'s$ são independentes.

Substituindo a equação do nível 1 na equação do nível 2, obtém-se o modelo ajustado:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \mu_{0j} + \varepsilon_{ij}\ ,$$

O modelo nulo pode ser considerado o primeiro passo para a construção em modelagens hierárquicas, pois permite a avaliação da variabilidade da resposta em cada um dos níveis. A partir deste modelo pode-se estruturar a matriz de variâncias/covariâncias para os níveis que se pretende utilizar, podendo calcular-se a correlação entre indivíduos do mesmo grupo, que denominamos de Coeficiente de Correlação Intraclasse (CCIC) para medir a proporção da variabilidade da resposta devida ao segundo nível. Esta estimação é importante, na medida em que quanto maior for o CCIC, mais se está auferindo ganhos de precisão nas estimativas por meio da utilização do MLH.

Para Hox (2002, p. 49-71), o modelo multinível da regressão para dois níveis é composto de cinco passos, descritos a seguir. Analisa-se um modelo sem nenhuma variável explicativa. Esse modelo, dito modelo somente de intercepto ou modelo vazio, é dado pela equação (2):

Onde, na equação (2):

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + u_{0j} + e_{ij} \qquad (2)$$

γ_{00} , é o intercepto da regressão;

u_{ij} e ε_{ij}, são os resíduos usuais, nos níveis da escola (nível 2) e nível do aluno (nível 1), respetivamente. O modelo vazio é útil porque proporciona uma estimativa da correlação intraclasse r pela aplicação da equação (3):

$$\rho = \frac{\sigma_{u0}^2}{(\sigma_{u0}^2 + \sigma_e^2)} \qquad (3)$$

Onde, na equação (3):

σ_{u0}^2, é a variância dos resíduos (u_{ij}) do nível de escola; e

σ_e^2, é a variância dos resíduos (e_{ij}) do nível de aluno.

O modelo vazio proporciona também uma medida de referência do desvio, o qual é uma medida do grau de desajuste do modelo e que pode ser usado para comparar modelos: quanto menor o desvio, maior o ajuste obtido.

Já no segundo passo, analisa-se um modelo com todas as variáveis explicativas fixas do nível mais baixo. Isso significa que os componentes de variância correspondentes aos coeficientes são fixados em zero. A decisão de inserir primeiramente as variáveis do nível mais baixo deve-se ao maior número de observações disponíveis neste nível. Este modelo é descrito pela equação (4):

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{p0} X_{pij} + u_{0j} + e_{ij} \qquad (4)$$

Onde:

X_{pij}, são as p variáveis explicativas do nível do aluno. Neste passo, estima-se a contribuição de cada variável explicativa deste nível.

No terceiro passo, acrescentam-se as variáveis explicativas do nível da escola:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{p0} X_{pij} + \gamma_{0q} Z_{qj} + u_{0j} + e_{ij} \qquad (5)$$

Onde:

Z_{qj}, são as q variáveis explicativas do nível da escola.

Os modelos dos segundo e terceiro passos são chamados modelos de componentes de variância, por decomporem a variância do intercepto em componentes distintos de variância para cada nível hierárquico; nesses modelos, assume-se que o intercepto varia entre as escolas, mas os coeficientes de regressão são considerados fixos.

No quarto passo é avaliado se algum dos coeficientes de regressão das variáveis explicativas do nível micro tem um componente significativo de variância (ou seja, diferente de zero) entre as escolas. Este modelo, chamado modelo de coeficientes aleatorizados, é dado pela equação (6):

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{p0} X_{pij} + \gamma_{0q} Z_{qj} + u_{pj} X_{pij} + u_{0j} + e_{ij} \qquad (6)$$

Onde:

u_{pj}, são os resíduos do nível de escola dos coeficientes das variáveis explicativas e X_{pij} do nível de aluno.

E finalmente no quinto passo, adicionam-se as interações entre os níveis e entre as variáveis explicativas do nível da escola e aquelas variáveis explicativas do nível do aluno que tiveram variância significativa de coeficientes no quarto passo. Isso conduz ao modelo completo formulado na equação (7):

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{p0} X_{pij} + \gamma_{0q} Z_{qj} + \gamma_{pq} Z_{qj} X_{pij} + u_{pj} X_{pij} + u_{0j} + e_{ij} \qquad (7)$$

2.3.5 AJUSTES DO MODELO: alguns aspetos de locação de variáveis

Uma vez estimado um modelo nulo, um investigador provavelmente desejará incluir variáveis preditoras em seu modelo. Nesta seção é contemplado um breve esclarecimento sobre locação de variáveis. Entende-se, por locação de variáveis, a questão da escolha da métrica da variável a ser utilizada na modelação.

Segundo Barreto (2005), um aspecto importante a se reconhecer é que, em modelos com coeficientes aleatórios, como o MLH, a alteração da métrica de uma variável preditora produz efeitos distintos em relação ao modelo com coeficientes fixos (regressão tradicional). Neste, o fato de se acrescentar uma constante às medidas de uma variável afeta apenas a magnitude do intercepto, sendo mantidos os demais resultados (coeficientes e estimativas de variância). Já nos modelos com coeficientes aleatórios, os aspetos de locação afetam os procedimentos de inferência e seus resultados, e, na pratica, a depender da locação escolhida, são obtidas diferentes respostas.

Existem três hipóteses básicas de eleição para possíveis locações, quais sejam: a métrica natural, o centro na grande media e o centro na media do grupo. Em MLH, a métrica natural de uma variável X deve ser alterada se ela não fizer sentido na pratica, pois pode levar a resultados incorretos e com viés. Já em relação às demais alternativas de locação, o efeito mais imediato verifica-se em relação à interpretação dos interceptos estimados, essas duas últimas são as locações mais utilizadas em MLH. Entretanto, se for conhecida a media populacional de uma variável, pode-se centrá-la em torno dela. Há ainda outras opções, como as que envolvem a locação de variáveis categóricas e seus possíveis efeitos, mas não serão discutidos aqui. Porém são minuciosamente discutidas e exemplificadas em Bryk e Raudenbush (1992).

Natis (2000), diz que não há uma regra fixa para a escolha da locação dos preditores em modelagens hierárquicas, já que isso vai depender de aspetos interpretativos e de outros até, como a presença de multicoliniariedade entre as preditoras, e ainda questões envolvendo estabilidade computacional.

2.3.6 ANÁLISE DE VARIÂNCIA (ANOVA)

Para Kazmier (1982), a análise de variância (ANOVA)[6] é um método para se testar a igualdade de três ou mais médias populacionais através da análise das variâncias amostrais. Em vez de considerarmos apenas médias amostrais, consideramos quantidades de variação, tamanhos amostrais e natureza da distribuição das médias amostrais. É a técnica mais utilizada para a verificação da adequação do ajuste do modelo de regressão é a Análise de Variância (ANOVA), que é baseada na soma dos quadrados das diferenças das observações em relação ao seu valor médio, representando dessa maneira uma medida da variabilidade total dos dados, dada pela fórmula:

[6] (ANOVA) Analysis of Variance.

$$STQ = SQRes + SQReg,$$

que na forma matricial fica

$$y^T - n\bar{y}^2 \; = \left(\hat{\beta}^T X^T y - n\bar{y}^2\right) + y^T(I - H)y$$

Onde o termo, $SQRes$ é a soma dos quadrados residual explicada pelo modelo de regressão, enquanto o termo, $SQReg$ é a soma de quadrados residual, que não é explicada pelo modelo de regressão. Portanto quanto melhor o ajuste do modelo, maior será a variabilidade explicada por $SQRes$, em relação à variabilidade total, STQ do modelo.

Pode-se medir a adequação global do ajuste de um modelo através da comparação de, $SQRes$ com, STQ por meio da razão desses dois termos, que é dada por:

$$R^2 = \frac{SQRes}{STQ} = \frac{\hat{\beta}^T X^T y - n\bar{y}^2}{y^T - n\bar{y}^2}$$

Esta razão dada por, R^2 é denotada de coeficiente de *correlação múltipla de Pearson*, o qual varia entre 0 e 1, e quanto mais próximo de 1 melhor será o ajuste. Porém, tão importante quanto R^2 próximo de 1, é a estimativa de σ^2 ser pequena, por este motivo não devemos escolher o melhor ajuste apenas pelo R^2. Obtendo-se a média quadrática através da divisão da soma quadrática pelo grau de liberdade, para validar as hipóteses nulas e, consequentemente, se as médias quadráticas serão estimativas não tendenciosas de σ^2, faz-se uso da estatística F.

Como alguns investigadores ressaltam que o teste F só pode ser utilizado em experimentos completamente aleatórios, o que não é o caso, uma vez que a aleatorização só existe dentro dos blocos, este teste não deve ser utilizado no aspecto quantitativo Calado e Montgomery, (2003). Considerando o teste de hipótese de significância do modelo de regressão, expressado como:

$$\begin{cases} H_0: & \beta = 0 \\ H_1: & pelo\ menos\ um\ \beta_k \neq 0 \end{cases}$$

A ideia básica para testar estas hipóteses é a seguinte: estima-se a variância ***σ²,*** por dois métodos diferentes, um que não depende da veracidade de H_0 e outro que depende da veracidade de H_0. Depois comparam-se as duas estimativas. Se H_0 for verdadeira, então as duas estimativas devem ser próximas; caso contrário, devem diferir significativamente.

Podem ocorrer dois tipos de erros o mais importante é o do tipo I. A probabilidade de cometermos o erro do tipo I é chamada de nível de significância (α). Para os níveis de significância 5% e 1%. Na tabela (1), a seguir resumo da natureza dos erros envolvidos no processo de decisão quando testamos as hipóteses:

	H_0 Verdadeira	**H_1 Falsa**
Rejeição H_0	Erro do Tipo I	Decisão correta
Aceitação H_1	Decisão correta	Erro Tipo II

Tabela 1: Tabela de teste de hipótese de significância

Desta forma, se o modelo não for adequado, não se rejeita a hipótese nula que consiste em afirmar que o modelo possui todos os parâmetros nulos $\beta = 0$, no caso de o modelo ser adequado, rejeita-se a hipótese nula e considera-se a hipótese alternativa que afirma que pelo menos um parâmetro é não nulo $\beta_k \neq 0$, ao nível de significância α.

Segundo Cordeiro e Lima Neto (2006), para cada soma de quadrados estão associados graus de liberdade, que são obtidos expressando a soma de quadrados correspondente em forma quadrática, cujo posto iguala ao número de graus de liberdade, e a soma dos quadrados, $SQRes$ e, STQ têm distribuições Qui-quadrado com $(p-1)$ e $(n-1)$ graus de liberdade, respetivamente. Apresenta-se a Tabela da ANOVA para regressão, na tabela (2).

Efeito	**Soma de Quadrados**	**GL**	**Estatística**
Regressão	$SQRes = \hat{\beta}^T X^T y - n\bar{y}^2$	$(p-1)$	$F = MQE/MQR$
Residual	$SQReg = y^T(I-H)y$	$(n-p)$	
Total	$STQ = y^T - n\bar{y}^2$	$(n-1)$	

Tabela 2: Tabela da ANOVA para regressão. Paula (2010).

2.3.7 TÉCNICAS PARA A SELEÇÃO E AJUSTE DE VARIÁVEIS DO MODELO

O teste de hipóteses da ANOVA é importante para verificar e adequar os parâmetros globais das variáveis explicativas e analisar a significâncias de cada variável adicionada ao modelo de regressão, de modo que este seja o mais equilibrado, contendo apenas variáveis significantes (com real importância para explicar a variabilidade da variável dependente). Portanto, para definirmos quais serão as variáveis explicativas que são significantes, iremos precisar conhecer a distribuição das estimativas dos parâmetros do modelo.

Para o modelo de regressão normal-linear sabemos que $y \sim N(X\beta,\ \sigma^2 C)$, onde C é uma matriz constante e a estimativa $\hat{\beta} = (X^T X)^{-1}\ X^T y$ pelo método de mínimos quadrados também possui distribuição normal. Portanto, como $\hat{\beta}$ é independente de $\hat{\sigma}^2$, este com distribuição $\frac{(n-p)^{-1}\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \sim X^2_{n-p}$, a estatística de teste T_j com $j = 1,\ 2, \dots, p$ tem distribuição t_{n-p} de *Student* com $n - p$ graus de liberdade dada pela expressão.

$$T_j = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j}{\hat{\sigma}\sqrt{C_{jj}}}$$

Esta estatística permite testar (a hipótese) individualmente para cada variável explicativa, correspondente a cada elemento do vetor $\hat{\beta}$ que deverá ficar no modelo. Se aplicarmos esta estatística e obtivermos um valor inferior, em módulo, ao valor crítico da distribuição t_{n-p}, não rejeitamos a hipótese nula $(H_0: \hat{\beta}_j = 0)$. Ou seja, a variável independente não é significativa para explicar a variabilidade da resposta e poderá ser eliminada do modelo. Caso contrário, rejeitamos a hipótese nula e optamos pela hipótese alternativa $\left(H_1: \hat{\beta}_j \neq 0\right)$, isto é, a variável é estatisticamente significante para explicar o comportamento da variável resposta.

Para um conjunto de variáveis regressoras serem incorporadas aos modelos de regressão, existe uma variedade de procedimentos e critérios para selecionar. Deve-se ter o cuidado na escolha de modelos com ajustes equivalentes, considerando que muitas delas não apresentam consistência, e nem sempre técnicas diferentes chegam ao mesmo resultado. Paula (2013), afirma a existência de vários procedimentos para a seleção de modelos de regressão, embora nenhum deles seja consistente, ou seja, mesmo para amostras grandes devem selecionar-se com probabilidade um as variáveis explicativas com coeficiente de regressão não nulo. O autor destaca alguns métodos mais conhecidos, que são brevemente descritos e apresentados neste trabalho entre eles os: forward, backward, stepwise e AIC.

2.3.7.1 MÉTODO FORWARD

Iniciamos o método pelo modelo $\mu = \beta_0$. Ajustamos então para cada variável explicativa o modelo

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \varepsilon_{ij}$$
$$\mu = \beta_0 + \beta_j X_j, \quad (j = 1, \ldots, p-1).$$

Testamos o modelo para $(H_0\colon \beta_j = 0)$ contra $\left(H_1\colon \beta_j \neq 0\right)$ utilizando a estatística de teste. Seja o menor nível descritivo dentre os $p-1$ testes. Se $P \leq P_E$, a variável correspondente entra no modelo.

Vamos supor X_1 que tenha sido escolhido, sem perda de generalidade. Então, no passo seguinte ajustamos os modelos:

$$\mu = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_j X_j, \quad (j = 2, \ldots, p-1).$$

Testamos $(H_0\colon \beta_j = 0)$ contra $\left(H_1\colon \beta_j \neq 0\right)$. Seja P o menor nível descritivo dentre os $p-2$ testes. Se $P \leq P_E$, a variável correspondente entra no modelo. Repetimos o procedimento até que ocorra $P > P_E$, então a variável não entrará no modelo Paula (2010).

2.3.7.2 MÉTODO BACKWARD

Para o método do modelo completo, isto é, com todas as variáveis adicionadas:

$$\mu = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \ldots + \beta_{p-1} X_{p-1},$$

Testamos $(H_0: \beta_j = 0)$ contra $(H_1: \beta_j \neq 0)$ para $j = 1, \ldots, p-1$. Seja P o maior nível descritivo dentre os $p-1$ testes. Se $P > P_S$, a variável correspondente sai do modelo.

Vamos supor X_1 que tenha saído do modelo, sem perda de generalidade. Então, ajustamos o modelo:

$$\mu = \beta_0 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_{p-1} X_{p-1},$$

Testamos $(H_0: \beta_j = 0)$ contra $(H_1: \beta_j \neq 0)$ para $j = 2, \ldots, p-1$. Seja P o maior nível descritivo dentre os $p-2$ testes. Se $P > P_S$, a variável correspondente sai do modelo. Repetimos o procedimento até que ocorra $P \leq P_S$, então a variável será mantida no modelo Paula (2010).

2.3.7.3 MÉTODO STEPWISE

É a junção dos dois procedimentos anteriores. Iniciamos o processo com o modelo $\mu = \beta_0$. Após duas variáveis terem sido incluídas no modelo, verificamos se a primeira sai ou não do modelo. O processo continua até que nenhuma variável seja retirada. Geralmente adotamos $0{,}15 \leq P_E, P_S \leq 0{,}25$, outra sugestão seria usar $P_E = P_S = 0{,}20$ Paula (2010).

2.3.7.4 MÉTODO DE AKAIKE

Segundo Paula (2010), este método realiza um processo de minimização que não envolve testes estatísticos. A ideia básica é selecionarmos um modelo que seja parcimonioso, ou em outras palavras, que esteja bem ajustado e tenha um número reduzido de parâmetros. Como o logaritmo da função de verossimilhança cresce com o aumento do número de parâmetros do modelo, uma proposta seria encontrarmos o modelo com menor valor para a função,

$$AIC = -L(\hat{\beta}) + p,$$

em que p denota o número de parâmetros.

No caso do modelo normal linear podemos mostrar que AIC fica expresso, quando σ^2 é desconhecido, na forma

$$AIC = nlog\left\{\frac{D(\gamma;\hat{\mu})}{n}\right\} + 2p,$$

Em que $D(\gamma;\ \hat{\mu}) = \sum_{i=1}^{n}(\gamma_i - \hat{\mu}_i)^2$.

O método de Akaike pode ser expresso numa forma mais simples em função do desvio do modelo. Nesse caso, o critério consiste em encontrarmos o modelo tal que a quantidade abaixo seja minimizada:

$$AIC\ =\ D^*(y;\ \hat{u}) + 2p,$$

Em que $D^*(y;\ \hat{u})$ denota o desvio do modelo e p o número de parâmetros. Os métodos *stepwise* e de *Akaike* estão disponíveis no R e no *SPSS*. O método *stepwise* está disponível apenas para modelos normais lineares. O comando *stepwise* é definido por $stepwise(Xvar, resposta)$, em que $Xvar$ denota a matriz com os valores das variáveis explicativas e $resposta$ denota o vetor com as respostas.

Para rodarmos o critério de *Akaike* precisamos usar antes o comando *require(MASS*). Uma maneira de aplicarmos o critério de *Akaike* é partindo do maior modelo cujos resultados são guardados no objeto *fit.model*. Daí, então, devemos usar o comando *stepAIC(fit.model).*

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA DA CONSTRUÇÃO DO MODELO (MLH)

3 METODOLOGIA DA CONSTRUÇÃO DO MODELO (MLH)

O presente capítulo tem como objetivo apresentar a metodologia utilizada na análise da proficiência média de matemática dos alunos dos 9º AF e 3º AM nas escolas estaduais, do estado de Rondônia do ano de 2012. Utilizando a estatística descritiva, para ilustrar as variáveis e para análise dos resultados, foi usada a informação encontrada no SAERO (2012) "banco de dados de acesso público" e ainda através do questionário do gestor online adaptado Saeb (2011). Foi elaborado um modelo hierárquico de dois níveis: nível aluno e nível escola, a fim de analisar o sucesso dos alunos da 9º ano do Ensino Fundamental e do 3º Ano do Ensino Médio na disciplina e matemática. Para facilitar o entendimento, o capítulo está organizado em quatro seções e suas respetivas subseções.

Na primeira seção será feita inicialmente uma exposição da forma geral do modelo hierárquico com dois níveis e de alguns dos seus principais submodelos utilizado na pesquisa. Na segunda seção serão abordados alguns métodos para a estimação dos parâmetros do modelo. Na terceira seção são descritos os testes de hipóteses para os efeitos fixos, para os efeitos aleatórios e para os componentes de variância e covariância do modelo. Por fim, na quarta seção, são apresentadas a base de dados e as variáveis selecionadas.

3.1 CONSTRUÇÕES DO MODELO LINEAR HIERÁRQUICO COM DOIS NÍVEIS

Na construção do modelo linear hierárquico, serão considerada as características: para o nível 1 o aluno e para o nível 2 a escola. O desenvolvimento seguiu as linhas de orientação de Machado et al, (2008), a metodologia explanada em Natis (2001) e Singer (1998), citado por Moreira (2013), para a construção do modelo utilizado neste trabalho. Essa modelação considera a possibilidade de variação de interceptos e inclinações entre as escolas.

Comumente os investigadores começam por construir um modelo mais simples desprovido de variáveis explicativas em função da complexidade da estrutura do Modelo Linear Hierárquico. De acordo com Soares et al (2014), o processo básico mais utilizado na construção de um modelo hierárquico é o *bottom-up*[7], isto é, parte-se de um modelo nulo no qual somente se ajustam constantes relativas a cada nível representado e que é utilizado como ponto de partida para a inclusão das demais variáveis, sempre mantendo constantes iniciais e incluindo-se as variáveis segundo uma heurística definida pelo investigador que, neste estudo, se baseará na verificação da significância dos coeficientes (parâmetros fixos e aleatórios) para cada modelo.

Inicialmente, analisou-se o modelo nulo com o objetivo de avaliar a proporção da variância devida a cada nível hierárquico. Em seguida, introduziram-se as principais variáveis do nível de aluno para produzir um modelo que convencionalmente é chamado de básico ou de referência. Numa segunda etapa, sempre seguindo a mesma heurística, foram introduzidas as variáveis de nível de escola, de professor e turma. Dessa forma, pode-se analisar a evolução da explicação alcançada após a introdução de cada variável, sempre testando inicialmente os efeitos aditivos, seguidos pelas interações entre as variáveis de diferentes níveis.

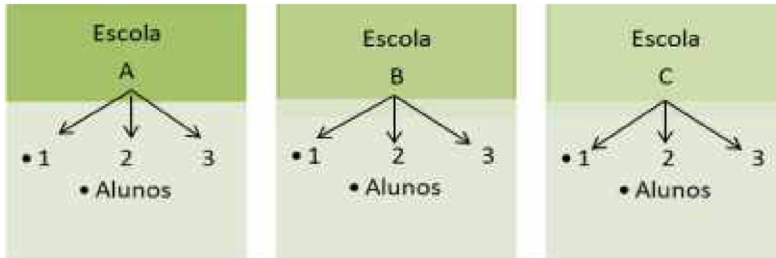
O modelo de regressão linear hierárquico ou multinível com dois níveis assume que há um conjunto de dados hierárquicos e que a expressão matemática utilizada contém os índices i e j que são os indexadores do 1° e 2° nível respetivamente e que há uma variável resposta (Y) que é medida no nível individual, sendo que as variáveis explicativas que podem residir no nível do indivíduo (X) e/ou do grupo (W), que é um nível mais elevado.

Segundo Fávero et al (2009), as estruturas hierárquicas mais simples são aquelas que se apresentam em dois níveis. Com esse tipo de estrutura, é possível traçar dois tipos de desenhos hierárquicos: equilibrados e desequilibrados, sendo:

a) Equilibrados: Possuem tamanhos amostrais iguais para cada contexto.
b) Desequilibrados: Possuem diferentes números de unidades do nível 1 em cada grupo do nível 2.

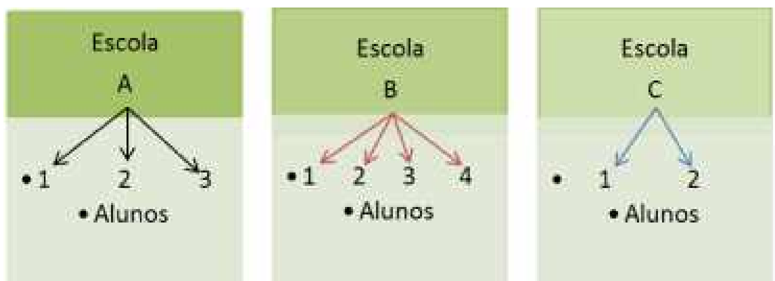
A Figura 1 e 2 mostram esquemas dos dados estruturados segundo um modelo hierárquico com dois níveis.

[7] *Bottom-up* significa literalmente "de baixo para cima".



Fonte: adaptado de Fávero et al (2009)

Ilustração 1: Estrutura de 2 níveis com desenhos equilibrados.



Fonte: adaptado de Fávero et al (2009)

Ilustração 2: Estrutura de 2 níveis, desenhos desequilibrados

A modelação hierárquica não exige a obrigação da utilização de desenhos equilibrados. A contribuição do estudo de modelação hierárquica permite ainda avaliar importantes nuances em bancos de dados longitudinais.

O modelo pode também ser visto como um sistema hierárquico de equações de regressão, segundo Bryk & Raudenbush (2002). Ilustramos o modelo de regressão linear hierárquica começando com alguns modelos particulares de equações até obter a forma geral do modelo, ver Ramos (2009), e aplicadas neste trabalho a dados reais:

Anova com um Fator e Efeitos Aleatórios;

Regressão de Médias como Respostas;

Modelo de Regressão com Coeficientes Aleatórios;

Interceptos e Inclinações como Respostas;

Forma Geral do Modelo.

3.1.1 ANOVA COM UM FATOR E EFEITOS ALEATÓRIOS

Segundo Natis (2001) e Bryk & Raudenbush (2002) estes consideram o modelo linear hierárquico mais simples, quando não existem variáveis explicativas em nenhum dos dois níveis, e a sua estrutura é dada pelo submodelo ANOVA com 1 fator e efeitos aleatórios. O submodelo em questão não possui variável explicativa em nenhum dos seus níveis, sendo exatamente o modelo nulo ou incondicional.

Machado et al. (2008) faz uma análise de variância com efeitos aleatórios decompondo a variância entre os três níveis de seu modelo, a principio sem variáveis explicativas e depois realizando outra ANOVA com efeitos aleatórios, incluindo dessa vez as variáveis preditoras. Os autores ressaltam que analisar o modelo final a partir de um modelo nulo desprovido de variáveis explicativas possibilita verificar a qual ponto a parcela da variância alocada a cada nível é significativa. Logo, temos o modelo com um fator com efeitos aleatórios, já visto anteriormente.

O modelo do nível 1:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \varepsilon_{ij} \ , \qquad (8)$$

Onde:

Y_{ij} é a variável resposta do *i-ésimo* indivíduo do nível 1 para o *j-ésimo* grupo do nível 2;

β_{0j} é a resposta esperada para o nível *j-ésimo* grupo*;*

ε_{ij} é o erro aleatório associado ao *i-ésima* unidade do nível 1 agrupado na *j-ésima* unidade do nível 2, com $\varepsilon_{ij} \sim N(0,\ \sigma^2)$ e os $\varepsilon_{ij}'s$ são independentes.

E o modelo do nível 2:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \mu_{0j} \ , \qquad (9)$$

Onde:

γ_{00} é a média da variável resposta para a população,

μ_{0j} é o efeito aleatório associado ao nível *j-ésimo* grupo, $\mu_{0j} \sim N(0,\ \tau_{00})$, com $\mu_{0j}'s$ independentes entre si e $\mu_{0j}'s$ independentes de $\varepsilon_{ij}'s$.

Substituindo a equação (9) na equação (8), obtém-se o modelo ajustado:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \mu_{0j} + \varepsilon_{ij}\ , \tag{10}$$

A variância da resposta é dada por:

$$Var(Y_{ij}) = Var(\gamma_{00} + \mu_{0j} + \varepsilon_{ij}\ ) = \tau_{00} + \sigma^2, \tag{11}$$

O modelo hierárquico (10) é chamado totalmente não condicional, pois tanto o nível 1 quanto o nível 2 não possuem nenhum preditor. O modelo é considerado de efeitos aleatórios, pois os efeitos dos grupos (μ_{0j}) são interpretados como aleatórios. A variância de (Y_{ij}) é decomposta em duas componentes independentes: σ^2 que é a variância dos erros do nível 1 (do indivíduo), aqui denominado ε_{ij} ; e τ_{00} que é a variância dos erros do nível 2 (do grupo), definidos por μ_{0j}.

Um parâmetro de grande utilidade que está associado à ANOVA com 1 fator e efeitos aleatórios é o coeficiente de correlação intraclasse, dado por:

$$\rho = \frac{\tau_{00}}{\tau_{00}+\sigma^2}\ , \tag{12}$$

Este coeficiente representa a proporção da variância da resposta explicada pela variabilidade entre as unidades do nível 2. No caso que tratamos, a variância total é dada pela variação entre as unidades do primeiro nível (alunos) e pela variação das unidades do segundo nível (escolas), ver Natis (2001).

3.1.2 REGRESSÃO DE MÉDIAS COMO RESPOSTAS

Neste modelo são incorporadas variáveis explicativas no nível 2, procurando explicar a variabilidade dos coeficientes β_{0j} entre as unidades do nível 2. Temos que o modelo do nível 1 definido em (8) é igual ao caso da ANOVA com um fator e efeitos aleatórios, ou seja, as equações para o nível 1 e nível 2 são respetivamente:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \varepsilon_{ij} \ ,$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01} W_j + \mu_{0j}, \qquad (13)$$

Com *i = 1, 2, . . . , nj* e *j = 1, 2, . . . , J* onde:

β_{0j} é o valor esperado da variável resposta de um modelo de regressão linear onde as variáveis explicativas correspondem a característica do grupo *j*. E, nesse caso temos a variável explicativa *(W)* para o nível 2.

Substituindo a equação (13) na equação (8) obtemos o modelo combinado:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}\, W_j + \mu_{0j} \ + \varepsilon_{ij} \ , \qquad (14)$$

Onde:

γ_{00} é o intercepto médio dos grupos para W_j igual a zero;

γ_{01} é a diferença média entre os *J* grupos;

μ_{0j} é o efeito aleatório do *j-ésimo* grupo sobre o intercepto para W_j igual a zero; e

ε_{ij} é definido como no item 3.1.1.

O coeficiente ρ apresentado na equação (12) agora é chamado coeficiente de correlação intraclasse condicional e continua representando o grau de dependência entre indivíduos de um mesmo grupo (nível 2), porém corrigido pela variável W_j.

3.1.3 MODELO DE REGRESSÃO COM COEFICIENTES ALEATÓRIOS

Neste modelo pode-se considerar o intercepto (β_{0j}) e o coeficiente de inclinação (β_{1j}), variando por grupo, ou seja, podem ser vistos como coeficientes aleatórios. Considerando que a variável resposta é Y e uma única variável explanatória do nível 1 é representada por X, então o modelo do nível 1 é da forma:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} X_{ij} + \varepsilon_{ij} \ , \qquad (15)$$

Com $i = 1, 2, \ldots, n_j$ e $j = 1, 2, \ldots, J$ onde:

β_{0j} é o intercepto para a *j-ésima* unidade do nível 2, e representa o valor esperado da variável resposta Y_{ij} quando X_{ij} for igual a zero;

β_{1j} é a inclinação associada a variável explicativa X_{ij} da *i-ésima* unidade o nível 1 para a *j-ésima* unidade do nível 2; e

ε_{ij} é definido como em (8).

Para os modelos de regressão no nível 2, os coeficientes de regressão são considerados como variáveis resposta, temos:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \mu_{0j} \ , \tag{16}$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \mu_{1j} \ , \tag{17}$$

Onde:

γ_{00} é o valor esperado dos interceptos dos *J* grupos;

γ_{10} é o valor esperado das inclinações dos *J* grupos;;

μ_{0j} é o efeito aleatório da *j-ésima* unidade do nível 2 no intercepto β_{0j};

μ_{1j} é o efeito aleatório da *j-ésima* unidade do nível 2 na inclinação β_{1j};

$\mu_{0j} \sim N(0,\ \tau_{00})$, e $\mu_{0j}'s$ independentes;

$\mu_{1j} \sim N(0,\ \tau_{11})$, e $\mu_{1j}'s$ independentes;

$\mu_{0j}'s$ e $\mu_{1j}'s$ independentes dos $\varepsilon_{ij}'s$.

A matriz de variâncias e covariâncias dos efeitos aleatórios do nível 2 pode ser escrita como:

$$Var = \begin{bmatrix} \mu_{0j} \\ \mu_{1j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{00} & \tau_{01} \\ \tau_{01} & \tau_{11} \end{bmatrix} = T,$$

Em que:

$\tau_{00} = Var(\mu_{0j})$ é a variância não condicional dos interceptos;

$\tau_{11} = Var(\mu_{1j})$ é a variância não condicional das inclinações;

$\tau_{01} = Cov(\mu_{0j}, \mu_{1j})$ é a covariância não condicional entre interceptos e inclinações;

Os componentes de variância e covariância são chamados de não condicionais, uma vez que o modelo não apresenta preditor no nível 2.

Quando substituímos as equações (16) e (17) na equação (15), temos o modelo combinado:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}X_{ij} + \mu_{0j} + \mu_{1j}X_{ij} + \varepsilon_{ij}, \qquad (18)$$

Com $i = 1, 2, \ldots, n_j$ e $j = 1, 2, \ldots, J$

Neste modelo Y_{ij} é composto por $\gamma_{00} + \gamma_{10}X_{ij}$ mais uma parte aleatória com os seguintes componentes;

μ_{0j} é o efeito do *j-ésimo* grupo sobre a média;

$\mu_{1j}X_{ij}$ onde μ_{1j} é o efeito aleatório do *j-ésimo* grupo sobre a inclinação β_{1j}; e ε_{ij} que é o erro aleatório do nível 1.

3.1.4 INTERCEPTOS E INCLINAÇÕES COMO RESPOSTAS

Para este tipo de modelo incorporamos variáveis (W_j) no modelo do nível 2 de forma que elas ajudem a explicar não só a variabilidade dos interceptos, mas também a das inclinações. Desta forma as equações (16) e (17) serão substituídas por:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}\, W_j + \mu_{0j}\ , \qquad (19)$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}\, W_j + \mu_{1j}\ , \qquad (20)$$

Onde:

γ_{00} é o valor esperado dos interceptos W_j igual a zero;

γ_{01} é o coeficiente de regressão associado a variável explicativa W_j do nível 2 relativo ao intercepto;

γ_{11} é o coeficiente de regressão associado a variável explicativa W_j do nível 2 à inclinação;

μ_{0j} é o efeito aleatório da *j-ésima* unidade do nível 2 no intercepto para W_j igual a zero;

μ_{1j} é o efeito aleatório da *j-ésima* unidade do nível 2 sobre a inclinação para W_j igual a zero;

$\mu_{0j} \sim N(0,\ \tau_{00})$, e $\mu_{0j}{}'s$ independentes;

$\mu_{1j} \sim N(0,\ \tau_{11})$, e $\mu_{1j}{}'s$ independentes;

$\mu_{0j}{}'s$ e $\mu_{1j}{}'s$ independentes dos $\varepsilon_{ij}' s$.

$\tau_{00} = Var(\mu_{0j})$ é a variância populacional dos interceptos corrigida pela variável W_j;

$\tau_{11} = Var(\mu_{1j})$ é a variância populacional das inclinações corrigida pela variável W_j;

$\tau_{01} = Cov(\mu_{0j}, \mu_{1j})$ é a covariância não condicional entre β_{0j} e β_{1j};

Substituindo as equações (19) e (20) na equação (15), tem-se:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10} X_{ij} + \gamma_{01} W_j + \gamma_{11}\, W_j X_{ij} + \ \mu_{0j} + \mu_{1j} X_{ij} + \varepsilon_{ij}\ , \qquad (21)$$

Com $i = 1, 2, \ldots, n_j$ e $j = 1, 2, \ldots, J$

O modelo ajustado (21) envolve as variáveis explicativas X_{ij} do nível 1 e W_j do nível 2, sendo, $\gamma_{00} + \gamma_{10} X_{ij} + \gamma_{01} W_j + \gamma_{11}\, W_j X_{ij}$ a parte fixa ou determinística do modelo e o segmento $\mu_{0j} + \mu_{1j} X_{ij} + \varepsilon_{ij}$, que contém todos os termos aleatórios do modelo, correspondente à parte aleatória ou estocástica do modelo.

As variáveis explicativas *X* e *W* dos níveis 1 e 2, respetivamente, também podem ser consideradas centradas na média amostral global. Centrar as variáveis explicativas na média amostral global pode ser adequado para a interpretação do intercepto de regressão β_{0j}, quando, por exemplo, o valor zero não for adequado para as variáveis explicativas do nível 1 incluídas no modelo.

Alguns submodelos são decorrentes de mudanças na equação (20) que são:

- **ANCOVA com um Fator e Efeitos Aleatórios.** Este modelo é obtido quando se considera que as inclinações não variam aleatoriamente e não são afetadas pelo efeito de W_j, que é uma característica do grupo. A equação torna-se:

$$\beta_{1j} = \gamma_{10},$$

Com $j = 1, \ldots, J$.

- **Modelo com Inclinações Variando Não Aleatoriamente**. Obtemos este modelo quando a variância residual τ_{11} é bem próxima de zero. A equação é dada por:

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11} W_j,$$

Com *j = 1, . . . , J.*

3.1.5 FORMA GERAL DO MODELO

A extensão para modelos com múltiplos preditores em ambos os níveis é bastante simples. As expressões gerais para modelos lineares hierárquicos com dois níveis, considerando que existem q variáveis explicativas no nível 1 *(q = 1, . . . , Q)* e *p* variáveis explicativas no nível 2 *(p = 1, . . . , P)* são dadas por:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + \beta_{2j}X_{2ij} + \cdots + \beta_{Qj}X_{Qij} + \varepsilon_{ij} , \qquad (22)$$

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + \gamma_{q1}W_{1j} + \gamma_{q2}W_{2j} + \cdots + \gamma_{qP}W_{Pj} + \mu_{qj} = \gamma_{q0} + \sum_{p=1}^{P} \gamma_{qP}W_{Pj} + \mu_{qj} , \qquad (23)$$

Com $i = 1, 2, . . . , n_j$, $j = 1, 2, . . . , J$, $q=0,1,...,Q$ e $p=0,1,...,P$.

A equação (22) é correspondente ao nível 1 e a equação (23) é correspondente ao nível 2. É importante salientar que a inclusão de variáveis explicativas nas equações do modelo do nível 2, com exceção da que representa o coeficiente β_{0j}, resulta no aparecimento de termos de interação entre variáveis dos dois níveis do modelo.

3.2 MÉTODOS PARA A ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO

Existem alguns métodos de estimação, bastante utilizados em modelos lineares e modelos lineares generalizados, importantes na medida em que são intensamente aplicados em conjunto com métodos adicionais, para a produção de estimativas em MLH e MLHG.

Assim, os preditores dos efeitos aleatórios podem ser obtidos a partir das equações do modelo de efeitos mistos (Henderson, 1975; Searle et al., 1992), ou com base na estimação Bayesiana empírica (Verbeke e Molenberghs, 2000).

Para os de efeitos fixos, devem ser obtidos através dos aspetos que envolvem as estimativas de mínimos quadrados, detalhados em Neter et al. (1996) e Charnet et al. (1999), e o método de máxima verossimilhança, ver Davidson e MAckinnon (1993), Neter et al. (1996) e Dobson (2002). Bryk & Raudenbush (2002) também consideram três tipos de parâmetros que podem ser estimados num modelo linear hierárquico com 2 níveis, são eles: efeitos fixos, coeficientes aleatórios do nível 1 e componentes de variância e covariância.

Para a estimação dos parâmetros do modelo linear hierárquico, dentre vários outros métodos existentes, além de refinamentos e novos métodos que são apresentados por diversos autores, utiliza-se em sua maioria, basicamente três: o método de mínimos quadrados o método de Máxima Verossimilhança (método ML) e o de Máxima Verossimilhança Restrita (método REML), os quais serão brevemente apresentados a seguir.

3.2.1 O MÉTODO DE MÍNIMOS QUADRADOS

Considerando agora o modelo mais geral obtido pelas equações (22) e (23), a extensão dos princípios básicos de estimação é feita de forma direta conforme Ramos (2009). Para os modelos já apresentados anteriormente:

O modelo geral do nível 1,

$$Y_j = X_j \beta_j + e_j, \quad j = 1, \dots, J, \tag{24}$$

E o modelo geral do nível 2,

$$\beta_j = W_j \gamma + u_j, \quad j = 1, \dots, J, \tag{25}$$

Combinando as equações (24) e (25) temos o seguinte modelo

$$Y_j = X_j W_j \gamma + X_j u_j + e_j, \quad j = 1, \ldots, J, \tag{26}$$

Considerando $A_j = X_j W_j$, o modelo ajustado pode ser escrito na forma

$$Y_j = A_j \gamma + X_j u_j + e_j, \quad j = 1, \ldots, J, \tag{27}$$

As suposições para este modelo são:

$$e_j \sim N(0, R), \quad R = \sigma^2 I_{nj},$$

Onde I_{nj} é a matriz identidade de dimensão n_j, $\quad j = 1, \ldots, J$; e $u_j \sim N(0, G)$, logo temos:

$$G = \begin{bmatrix} \tau_{00} & \tau_{01} & \cdots & \tau_{0Q} \\ \tau_{10} & \tau_{11} & \cdots & \tau_{1Q} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \tau_{Q0} & \tau_{Q1} & \cdots & \tau_{QQ} \end{bmatrix},$$

Matriz *G* de variância e covariância.

Em (24), se Y é um vetor de observações $n \times 1$ com matriz de variância e covariância *V*, Goldstein (1999) mostra que, se *V* é conhecida, então o estimador do parâmetro β é dado por:

$$\hat{\beta} = (X'V^{-1}X)^{-1}X'V^{-1}Y, \quad cov(\hat{\beta}) = (X'V^{-1}X)^{-1}, \tag{28}$$

Que são estimadores de mínimos quadrados generalizados usuais. Ver maiores detalhes em Goldstein (1999) e Sulivan et al. (1999), citado por Ramos (2009). Segundo Paula (2013) outra definição de pontos de alavanca que tem sido muito utilizada na classe dos MLGs, embora não coincida exatamente com a expressão acima, exceto no caso de resposta contínua e ligação canônica, é construída fazendo uma analogia entre a solução de máxima verossimilhança para $\hat{\beta}$ num MLG e a solução de mínimos quadrados de uma regressão normal linear ponderada.

Para o modelo ajustado em (27) a estimação dos efeitos fixos pode ser feita utilizando a estimação de mínimos quadrados ponderados ou por mínimos quadrados generalizados, dado por:

$$\hat{\gamma} = \left(A'\hat{V}^{-1}A\right)^{-1} A'\hat{V}^{-1}\, Y, \tag{29}$$

com,

$$V = var(Y) = XGX' + R,$$

Em que A é uma matriz $N \times J$ com $N = \sum_{j=1}^{J} n_j$, e $\hat{V}$ é a estimativa da matriz V, com G e R substituídos pelos seus respectivos estimadores de máxima verossimilhança. A variância do estimador $\hat{\gamma}$ é estimada por:

$$\widehat{var}(\hat{\gamma}) = \left(A'\hat{V}^{-1}A\right)^{-1} \tag{30}$$

3.2.2 O MÉTODO DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA (ML)

Numa abordagem clássica de inferência o modelo linear baseia-se nos estimadores obtidos a partir da maximização da função verossimilhança marginal. Segundo Ramos (2009) tem-se dois tipos de amostras: Se os tamanhos das amostras n_j são todos iguais, existem expressões fechadas para estimar os parâmetros de variância e covariância. No entanto, se os n_j são diferentes são utilizados métodos numéricos iterativos para obter as estimativas.

Normalmente esses métodos são baseados em técnicas de estimação por máxima verossimilhança (ML). As estimativas de máxima verossimilhança de G e R são encontradas maximizando a função de log-verossimilhança dada por:

$$l_{MV}(GR) = -\frac{1}{2}\, log|V| - \frac{N}{2}\log(r'V^{-1}r) - \frac{N}{2}\left[1 + log\,\frac{2\pi}{N}\right], \tag{31}$$

Onde:

$$r = Y - \left(A'\hat{V}^{-1}A\right)' A'\hat{V}^{-1}\, Y.$$

Se o número J de unidades do nível 2 é grande, então, os estimadores gerados pela máxima verossimilhança são aproximadamente iguais aos gerados pela máxima verossimilhança restrita.

3.2.3 O MÉTODO DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA RESTRITA (REML)

Os estimadores de máxima verossimilhança restrita (REML) para os componentes de variância e covariância são baseados nos resíduos, que são obtidos após a estimativa dos efeitos fixos (29), através dos métodos de mínimos quadrados ponderados ou mínimos quadrados generalizados.

Nota-se que o estimador de (REML) leva em conta o número de graus de liberdade usado nas estimativas dos efeitos fixos, quando se estima os componentes de variância e covariância. As estimativas de máxima verossimilhança restrita de G e R são encontradas maximizando a seguinte função de log-verossimilhança:

$$l_{MVR}(GR) = -\frac{1}{2}log|V| - \frac{1}{2}\log|A'\,V^{-1}A| - \frac{(N-p)}{2}\log(r'V^{-1}r) + \\ + \frac{(N-p)}{2}\left[1 + log\,\frac{2\pi}{(N-p)}\right], \qquad (32)$$

Onde:

$$r = Y - A\left(A'\hat{V}^{-1}A\right)'A'\hat{V}^{-1}\,Y, \text{ e } \; p = rank(A)$$

Logo, o método de máxima verossimilhança restrita é uma modificação do método de máxima verossimilhança. A dedução do método de verossimilhança restrita é praticamente a mesma, mas ao invés de aperfeiçoar diretamente a verossimilhança das observações diretamente, ele aperfeiçoa o integral da verossimilhança dos resíduos. Este procedimento difere do ponto de vista bayesiano, que ignora qualquer informação prévia sobre os efeitos fixos e utiliza todos os dados para fazer as inferências.

Com relação às estimativas dos efeitos aleatórios, estas podem ser obtidas substituindo (29) na equação obtida quando derivamos l_{MV} em relação a γ e a u_j. Dessa forma temos que:

$$\hat{u}_j = GX'\hat{V}^{-1}(Y - A\hat{\gamma}). \qquad (33)$$

As equações descritas para obtenção das várias estimativas e valores preditos quer pelo método ML, quer pelo método REML, na sua maioria só são conseguidas através de métodos numéricos interativos de optimização. Nas funções *lme()* e *gls()* da biblioteca do software livre *R*, estão implementados os métodos de estimação ML e REML utilizando os algoritmos computacionais numa mistura de dois métodos de optimização: o método *EM (Expected-Maximization)* e o método de *Newton-Raphson*.

O método de *Newton-Raphson* com as modificações propostas por alguns autores é considerado melhor que os demais em relação ao tempo total para atingir a convergência. Por sua vez, para maximizar o logaritmo da verossimilhança restrita são necessários métodos iterativos. Assim, para tornar a implementação computacional deste trabalho acessível a todos os interessados em utilizá-la, optou-se pelo uso do software livre R, disponível em *The R Project for Statistical Computing*, no sítio http://www.r-project.org.

3.3 INTERPRETAÇÃO DO MODELO HIERÁRQUICO (MLH)

Para interpretar os modelos hierárquicos é fundamental conhecer os elementos estimados por esses modelos, dentre os quais se destacam o intercepto, os coeficientes fixos e os coeficientes aleatórios. O intercepto é um termo constante que, apesar de não possuir interpretação direta na maior parte dos modelos aqui construídos, é muito importante para o ajustamento da equação de cada modelo, portanto, jamais deve ser suprimido. Os coeficientes fixos medem o efeito de cada variável e não mudam em cada unidade de análise.

Caso o coeficiente apresente efeito aleatório significativo, ele passa a variar, nos diferentes níveis de agregação. Por exemplo, diferentes turmas podem apresentar diferentes coeficientes. Caso este coeficiente apresente efeito aleatório no nível de turma, o mesmo pode acontecer no nível de escola; a média deste coeficiente é apresentada na tabela juntamente com os desvios padrões nos níveis nos quais ele apresente significância. O termo apresentado ao final da tabela representa a incerteza média esperada e, quanto menor for essa incerteza em relação ao desvio padrão original, maior o poder explicativo do modelo.

3.3.1 TESTES DE HIPÓTESES

Os testes de hipóteses são os primeiros estudos realizados para a verificação da validade do modelo. São apresentados os princípios que norteiam os testes de hipóteses, seguindo, principalmente, o proposto por Bryk e Raundenbush (1992).

Independentemente do modelo adotado, os testes de hipóteses são uma parte fundamental no processo de ajuste. Sendo eles responsáveis pela determinação da significância do modelo e das estimativas dos parâmetros nele envolvidos. Em modelos lineares hierárquicos os testes de hipóteses são aproximados. No entanto, são vários os testes descritos na literatura, tais como Wald, Escore e o teste da Razão de Verossimilhança.

3.3.2 TESTE DA RAZÃO DE VEROSSIMILHANÇA

Uma das preocupações do investigador em modelos hierárquicos é avaliar se os coeficientes aleatórios de nível 1 efetivamente possuem efeito aleatório ou devem ser especificados como fixos em relação aos grupos. Isso pode ser aferido por um teste de variância/covariância. Quando ele envolve um único parâmetro, a hipótese nula é:

$$H_0: \tau_{qj} = 0$$

Os testes com vários parâmetros para componentes de variância e covariância são fundamentados no teste de razão de verossimilhança e a filosofia do teste é bem definida por Natis (2000).

Para modelos ajustados pelo método de máxima verossimilhança, o teste mais utilizado, comumente, é o teste da Razão de Verossimilhança, segundo Pinheiros e Bates (2000). A estatística do teste da Razão de Verossimilhança é dada por:

$$\varepsilon_{RV} = 2[\log(L_2) - \log(L_1)]$$

O teste estatístico apresenta uma distribuição quiquadrado com r graus de liberdade, em que r é a diferença entre o número de parâmetros dos modelos testados, onde L_1 é o valor maximizado da log-verossimilhança do modelo reduzido e L_2 do modelo completo.

$$H_{RV} : D_0 \; - \; D_1$$

D_0 e D_1 são as *deviances* proporcionadas pelo ajuste, respetivamente, dos modelos reduzido e geral. A *deviance* é calculada por:

$$D = -2logL(\theta)$$

Entende-se θ como vetor de parâmetros do modelo e $L(\theta)$ avaliada em seu máximo. Sabe-se que quanto maior a *deviance* pior o ajuste obtido para o modelo.

Valores elevados para essa estatística indicam que a hipótese nula é muito simples para explicar os dados observados e a redução na *deviance,* ocasionada pelo modelo mais completo, justifica-se, ver Barreto (2005). Não é indicada a utilização do teste com o interesse em verificar hipóteses que se remetem aos efeitos fixos, quando utilizada a MVR, uma vez que, ao utilizar tal método, os efeitos fixos são desconsiderados.

Quando ocorrer esta situação, a solução proposta por Pinheiro e Bates (2000) é condicionar a especificação desses efeitos às estimativas das variâncias e covariâncias dos efeitos aleatórios. Este teste condicional é dado pelo *teste-F* e *teste-t* usuais, como definidos nos modelos lineares, sendo condicionados:

$$\sigma_R^2(\omega) = s^2 = \frac{RSS}{M - p}$$

Onde RSS é a soma de quadrados do resíduo, ω refere-se aos parâmetros envolvidos nos efeitos fixos, M é a soma dos n_i e p a quantidade de parâmetros.

3.3.3 TESTE DE WALD

O teste de Wald é utilizado para avaliar a significância dos efeitos fixos do modelo linear hierárquico. A estatística de Wald para testar $H_0: C\beta = 0$, sendo $C_{(c*p)}$ uma matriz de constantes conhecidas e de posto completo $(c \leq p)$ escrita como:

$$Q_c = \left(C\hat{\beta}\right)'\left[C\,\widehat{cov}\left(\hat{\beta}\right)C'\right]^{-1}(C\hat{\beta}),$$

Em que $\widehat{cov}\left(\hat{\beta}\right)$ é uma estimativa da matriz de covariâncias de $\hat{\beta}$. A estatística Q_c tem distribuição assintótica qui-quadrado com *c* graus de liberdade, sob H_0, ao dividir Q_c por *c*, é obtida uma nova estatística com distribuição F com c e $p - posto(X)$ graus de liberdade. Mais detalhes sobre este teste pode ser consultado em Paula (2010).

Verbeke e Molenberghs (2000) criticam a adequação do teste de Wald, quando utilizado em modelos lineares mistos, que são especificados condicionalmente aos efeitos aleatórios. O teste não leva em conta a estimativa dos parâmetros de efeito aleatório, podendo então subestimar a variação dos efeitos fixos.

3.3.4 ANÁLISE DE RESÍDUOS

No estudo para a melhor adequação e ajustamento de modelo, seja este de qualquer natureza - modelos lineares em sua forma mais simples, modelos generalizados lineares e não lineares, como também modelos mais complexos, é de importância indiscutível realizar a análise de resíduos. Assim, o estudo da adequação, de forma geral visa à verificação das suposições impostas pelo modelo. Tal estudo vai além da verificação de suposições, tendo como preocupação, também, verificar a forma como as observações influênciam o ajustamento do modelo.

A abordagem dos resíduos deve ser cuidadosa, tendo em vista que a estrutura dos resíduos que melhor se encaixa ao estudo da adequação varia de modelo para modelo.

Três tipos de erros/efeitos para os modelos lineares hierárquicos são apresentados por Nobre e Singer (2007). As três abordagens são necessárias para o estudo da adequabilidade devido às suas características, possibilitando estudar um conjunto de diferentes suposições. Estes erros/efeitos correspondem a:

Erros condicionais:

$$\epsilon = Y - X\beta - Zb$$

Efeitos aleatórios:

$$Zb = E\left[{}^{Y}\!/_{b}\right] - E[Y]$$

Efeitos marginais:

$$\varepsilon = Y - X\beta = Zb - \epsilon$$

Segundo Pinheiro e Bates (2000), antes de quaisquer inferências, duas suposições devem ser verificadas nos modelos lineares hierárquicos: se os erros intragrupos são independentes e identicamente distribuídos seguindo uma distribuição normal com média zero e variância σ^2 e se são independentes dos efeitos aleatórios. A outra suposição refere-se à normalidade dos efeitos aleatórios e são independentes para diferentes grupos.

Pinheiro e Bates (2000) propõem o uso do gráfico de probabilidade normal dos resíduos condicionais para avaliar a suposição de normalidade e o gráfico dos resíduos condicionais versus os valores ajustados para avaliar a suposição de homocedasticidade. Além disso, os resíduos condicionais também podem ser utilizados para identificação de pontos discrepantes. Porém, Nobre (2004), com base na possibilidade dos elementos de $\widehat{\varepsilon}$ apresentarem variâncias diferentes, propõe uma padronização dos resíduos condicionais.

CAPÍTULO 4

O SOFTWARE LIVRE R

4 O SOFTWARE LIVRE R

Neste Capítulo apresentamos o software R em simulações de delineamentos estatísticos e inferência bayesiana. Nas respetivas seções e subseções, veremos alternativas de reamostragem, métodos baseados em inferências de amostras repetidas. No primeiro momento haverá um breve comentário sobre o método de Monte Carlo e no segundo a aplicação do método Bootstrap através de exemplos explorando o software R.

4.1 INTRODUÇÃO

Atualmente o uso de pacotes estatísticos para a análise de dados tornou-se imprescindível no que se refere à análise e a interpretação de resultados. Contudo observa-se que estes apresentam um custo de aquisição relativamente elevado e sendo grande a procura, é crucial o incentivo ao uso dos chamados softwares livre. Dentre os softwares de domínio público, livres, que podem ser utilizados para análise de dados em geral, encontra-se o Ambiente R, ou simplesmente R, conforme usualmente chamado pelos seus utilizadores, que além de ser gratuito, apresenta código fonte aberto, podendo ser modificado ou implementado com novos procedimentos desenvolvidos pelo utilizador a qualquer momento. O R torna-se, portanto uma importante ferramenta na análise e manipulação de dados, com testes paramétricos e não paramétricos para uma modelação linear e não linear análise de séries temporais, análise de sobrevivência, simulação e estatística espacial, além de apresentar facilidade na elaboração de diversos tipos de gráficos, dentre outras.

O software livre R está disponível em *The R Project for Statistical Computing*, no sítio *http://www.r-project.org*, onde é apresentado em versões de acordo como sistema operacional Lunix, Windows ou Macintosh. Além disso, encontra-se neste site mais informação sobre a sua utilização e uma central de correspondências onde profissionais de vários países podem contribuir na criação de novos recursos. Como o R é uma linguagem de programação orientada a objetos o utilizador pode criar suas próprias funções, e sua própria rotina na análise de dados. Outro atributo do R é sua capacidade de interagir com outros programas estatísticos, bem como com os mais diversos bancos de dados.

O R é uma linguagem orientada a objetos criada em1996 por Ross Ihaka e Robert Gentleman que aliada a um ambiente integrado permite manipulação de dados, realização de cálculos e geração de gráficos, semelhante à linguagem S desenvolvida pela AT&T's Bell Laboratories e que já é utilizada para análise de dados (veja, por exemplo, Venable e Ripley, 1999), mas com a vantagem de ser de livre distribuição.

É importante salientar que o R não é um programa estatístico, mas que devido às suas rotinas permite a manipulação, avaliação e interpretação de procedimentos estatísticos aplicados a dados. O R Core Team ("defensores e detentores" do R classificam-no como Ambiente R dado a suas características, nós, entretanto abordamos como um sistema integrado que permite a execução de nossas tarefas em estatística). Além dos procedimentos estatísticos o R permite operações matemáticas simples, e manipulação de vetores e matrizes, assim como a representação de diversos tipos de gráficos.

4.2 O DELINEAMENTO ESTATÍSTICO: ESTIMADORES LINEARES BAYESIANOS

O delineamento do estudo da Estatística como ciência que não se pauta em uma teoria determinada de tratamento e análise de dados vem, obtendo um desenvolvimento sem precedentes nos últimos anos quanto à sua capacidade de tratar problemas cada vez mais complexos. Tal deve-se, sobretudo à redescoberta de técnicas de simulação relativamente simples, mas extremamente poderosas, que puderam ser aperfeiçoadas graças ao avanço nas capacidades computacionais. A área que talvez tenha se beneficiado mais com este avanço foi a de inferência Bayesiana.

Para Gonçalves (2010), a metodologia baseada em estimadores lineares Bayesianos é alternativa aos métodos de aleatorização e apresenta-se a meio caminho entre duas ideias extremas: de um lado os procedimentos de aleatorização e de outro os modelos de superpopulação. Nestes modelos o desenho amostral é caracterizado apenas por hipóteses de permutabilidade acerca dos primeiro e segundo momentos, conhecida como permutabilidade de segunda ordem, e descrevem os conhecimentos a priori sobre estruturas presentes na população. Neste sentido surge uma questão relevante do ponto de vista da pesquisa atual na área Bayesiana, caracterizada por aliciação de distribuições a priori.

Na inferência clássica, o interesse principal está nas propriedades de estimadores e na distribuição amostral de estatísticas de teste. Pode-se neste caso observar o delineamento do estudo Inferência em Amostras que é amplamente utilizado em pesquisas nas mais diversas áreas. Frequentemente as medições de diversas variáveis são tomadas repetidamente sobre a mesma matéria ao longo do tempo.

4.3 INFERÊNCIAS DE AMOSTRAS REPETIDAS: REAMOSTRAGEM NO R

Nesta seção, veremos alternativas de reamostragem, métodos baseados em inferências de amostras repetidas. No primeiro momento haverá um breve comentário sobre o método de Monte Carlo e no segundo a aplicação do método Bootstrap através de exemplos explorando o software R. As propriedades de um estimador podem ser descritas por vários aspetos da distribuição do estimador (a distribuição de amostragem assim chamada), tal como a média e da variância de um estimador. A variância de um estimador pode, então, ser usado para realizar testes contra a hipótese.

A disponibilidade de poder de computação relativamente barata permitiu estudos de Monte Carlo para se tornar uma parte importante da econometria moderna. Os investigadores podem investigar as propriedades (especialmente as propriedades de amostras pequenas) dos estimadores e procedimentos de ensaio onde os resultados não podem ser derivados teoricamente.

Em alguns casos, é possível calcular a distribuição de amostragem a partir do modelo estatístico. Mas, por vezes, especialmente para pequenas amostras, isto não é possível ou é muito difícil. Nestes casos o método de Monte Carlo é uma forma intuitiva de obter informações sobre a distribuição de amostras e, portanto, sobre a "qualidade" do estimador. Usando um computador, um grande número de conjuntos de dados artificiais ou simulados pode ser criado de acordo com um processo conhecido de geração de dados. Em seguida, um estimador ou procedimento de teste pode ser aplicado aos dados, podendo deste modo os investigadores obter uma medida da extensão de quaisquer desvios inerentes aos estimadores ou a expressão dos procedimentos de ensaio sob várias condições.

Na área da saúde, educação, economia e econometria, são de grande importância os contributos mesmo em diversos níveis de estudos, os quais podem ser aplicados para o desenvolvimento da pesquisa. Na verdade, a utilização pelo investigador do simples Método de Monte Carlo pode ter objetivos de estudos num contexto de pesquisa, para descobrir as propriedades dos estimadores e procedimentos de ensaio em situações onde eles não podem ser obtidos analiticamente.

Para o segundo momento aplicação do método Bootstrap, a abordagem geral visa inferência estatística baseada na construção de uma distribuição de amostragem para uma estatística por reamostragem a partir dos dados originais. "Bootstrapping", o termo devido a Efron (1979), é uma alusão à expressão “puxando-se para cima por um de bootstraps” - neste caso, usando os dados da amostra como uma população a partir da qual se repetiu as amostras recolhidas. Referencias importantes neste campo com tratamentos extensos do assunto podem ser encontradas em: Efron (1993) e Tibshirani bootstraplibrary, e Davison e Hinkley’s (1997), bootlibrary. Existem várias formas de realizar bootstrap, e, adicionalmente, vários métodos de reamostragem e outros relacionados, tais como Jackknifing, validação cruzada, testes de aleatorização e testes de permutação.

A reamostragem descarta a distribuição por amostragem assumida a partir de uma estatística e calcula uma distribuição empírica: A real distribuição da estatística consegue-se ao longo de centenas ou milhares de amostras Hair et al (2005). Esta abordagem tem duas desvantagens:

1. Se as suposições sobre a população são erradas, então a distribuição amostral correspondente à estatística pode ser seriamente imprecisa. Por outro lado, se os resultados assintóticos são invocados, estes podem não ter o nível exigido de exatidão, no caso de uma amostra relativamente pequena.
2. A abordagem matemática requer destreza suficiente para obter a distribuição amostral da estatística de interesse. Em alguns casos, tal derivação um pode ser proibitivamente difícil.

O software R oferece um ambiente muito conveniente para os estudantes e investigadores a ser usado para simples experimentações de Monte Carlo e para o método de reamostragem Bootstrap. Estão disponíveis várias opções de procedimentos e funções, como de regressão e de estimativa (ou ferramentas de matriz se isso for exigido para a construção de outros estimadores ou estatísticas de teste). Além disso, conseguem-se estatísticas de resumo e representações gráficas para interpretação e a avaliação dos padrões dos resultados obtidos.

4.3.1 O MÉTODO MONTE CARLO

Nesta seção, serão descritos métodos baseados em simulação, incluindo Monte Carlo simples, Monte Carlo com função de importância, métodos de reamostragem e Monte Carlo via cadeias de Markov (MCMC).

O termo "Monte Carlo" refere-se aos procedimentos em que as quantidades de interesse são aproximadas por gerar muitas realizações aleatórias de alguns processos estocásticos e mediá-los de alguma forma. Nas estatísticas, as quantidades de interesse são as distribuições de estimadores e estatísticas de teste, o tamanho de um teste estatístico sob a hipótese nula, ou o poder de uma estatística de teste sob alguma especificada hipótese alternativa, ver Davidson e Mackinnon (1993).

De cada vez, tiramos uma amostra diferente de tamanho N a partir da população original. Assim, podemos calcular a estimativa de muitos tempos e qualquer estimativa será um pouco diferente. A distribuição empírica de muitas dessas estimativas aproxima-se da verdadeira do estimador. Um realização de Monte Carlo envolve as seguintes etapas:

1. Assumir os valores para as partes exógenas do modelo ou desenhá-las da sua função respetiva distribuição;
2. Desenhar uma amostra pseudo-aleatória de tamanho N para os termos de erro no modelo estatístico e sua respetiva distribuição de probabilidade;
3. Calcular as partes endógenas do modelo estatístico;
4. Examine a distribuição empírica dos valores de R.

4.3.1.1 MONTE CARLO SIMPLES

Apresentamos em seguida alguns exemplos de Simulação.

Exemplo 1: Seja X uma variável aleatória com distribuição exponencial de parâmetro $\lambda = 1$, seja $f(x) = e^{-x}$, $x \geq 0$. Calcular $P(1 \leq x \leq 3) = P(x \leq 3) - P(x \leq 1)$.

a) Usando a função pexp do R.

```
> int.exp=pexp(3,1)-pexp(1,1)
> int.exp
[1] 0.3180924
```

b) Usando simulação de Monte Carlo.

```
> n=10
> x=runif(n,1,3)
> f=exp(-x)
> (int.exp=(3-1)*mean(f))
[1] 0.3493951
```

c) Escrevendo uma função geral.

```
> int.exp=function(n,a,b)
+ {
+ x=runif(n,a,b)
+ f=exp(-x)
+ (int.exp=(b-a)*mean(f))
+ return(int.exp)
+ }
```

Para o cálculo de $P(1 \leq x \leq 3)$ com *n=20* simulações.

```
> int.exp(20,1,3)
[1] 0.3211692
```

Ou, para o cálculo de $P(1 \leq x \leq 3)$ com *n=30* simulações.

```
> int.exp(30,1,3)
[1] 0.317642
```

Uma vantagem em escrever a função é que podemos repetir facilmente os cálculos. Por exemplo, para obter 20 resultados, cada um com 10 simulações no intervalo de (1,3), então:

```
> m=NULL
> for (i in 1:20)
+ {
+ m=c(m,int.exp(10,1,3))
+ }
> m
 [1] 0.2960023 0.2985584 0.3434277 0.3077681
```

```
 [5] 0.2490607 0.2243805 0.3397866 0.3204745
 [9] 0.3478406 0.1945808 0.3614822 0.3927445
[13] 0.3658322 0.3427840 0.3588129 0.3147847
[17] 0.2830858 0.3932940 0.2810192 0.2969283
> summary(m)
   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
 0.1946  0.2928  0.3176  0.3156  0.3506  0.3933
```

Calculando a esperança da função $f(x)$ da variável X, simulando os valores de $p(x)$ para calcular a *E(x).*

```
> n=1000
> x=rexp(n,1)
> mean(x)
[1] 1.049138
> sum(x>1&x<3)/n
[1] 0.325
```

Os cálculos acima descritos referem a proporção dos valores simulados que resultaram no intervalo (1:3), ou seja a probabilidade procurada $Var(X) = E[X - E(X)]^2$, corresponde a, $Var(X) = \int E[X - E(X)]^2 . f(x)dx$ sendo $[X - E(X)]^2$ uma função aleatória *X*. A estimativa de Monte Carlo para essa esperança será:

```
> mean((x - mean(x))^2)
[1] 1.072019
```

O erro de Monte Carlo, é obtido medindo-se a variância empírica do estimador de Monte Carlo, dado por:

$$v = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}(g(x_i - g))^2 = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{(g(x_i - g))^2}{n}\right)$$

```
> v=mean((x - mean(x))^2/n)
> ep=sqrt(v)
> ep
[1] 0.0327417
```

4.3.1.2 MONTE CARLO: Função de Importância

Para Ehler (2006), em muitas situações pode ser muito dificil ou mesmo impossível simular valores da distribuição a posteriori. Pode-se recorrer à função $q(\theta)$ que seja de fácil amostragem, usualmente chamada de função de importância. Se $q(\theta)$ for uma função densidade definida no mesmo espaço variação de Θ, então:

$$I = \int \left(\frac{g(\theta)p(\theta)}{q(\theta)}\right) q(\theta)d\theta = E\left[\frac{g(\theta)p(\theta)}{q(\theta)}\right]$$

Onde a esperança da distribuição $q(\theta)$. Assim, para uma amostra aleatória $\theta_1, \dots, \theta_n$, tomada da distribuição $q(\theta)$ o estimador de Monte Carlo da integral acima fica ,

$$\dot{I} = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{g(\theta_i)p(\theta_i)}{q(\theta_i)}\right)$$

Exemplo 2: Tomemos uma única observação de uma Variável $X \sim N(\theta; 1)$ sendo Θ desconhecido. A experiência ou conhecimento prévio do parâmetro Θ como média da distribuição de X leva a supor que $\theta \sim Cauchy(0; 1)$.

a) Gráfico da priori e da verossimilhança

```
> x=rnorm(1,2,1)# gera valor para theta=2
> par(mfrow=c(1,1), mar=c(3.5,3.5,0.5,0.5), mgp=c(2,0.8,0))
> curve(dnorm(x,2.666545,1),lty=1, from=-3, to=8,
ylab='',xlab=expression(theta))
> curve(dcauchy(x,0,1), from=-3, to=8, add=T, lty=2)
> legend(4,0.35, legend=c('priori (cauchy)',
'veross.(Normal)'), lty=c(2,1))
```

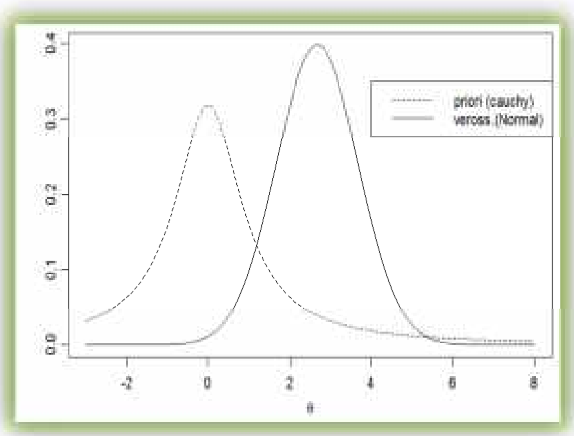


Gráfico 3: Gráfico da priori e da verossimilhança

b) Estimativa pontual de Θ, para obtenção de $E = [\theta(x)]$;

gerar $\theta_1, \ldots, \theta_n (n = 1000)$, independentes da distribuição $N(x; 1)$

```
> n=1000
> set.seed(234)
> x=rnorm(1,2,1)
> theta= rnorm(n, x, 1)
> g.num=theta/(1+theta^2)
> g.den=1/(1+theta^2)
> media.theta=mean(g.num)/mean(g.den)
> media.theta
[1] 1.877075
```

c) Determinar a Variância do estimador de Θ, então; $Var[\theta(x)] = E[\theta^2(x)] - (E[\theta(x)])^2$

```
> g.num2=theta^2/(1+theta^2)
> media.theta2=mean(g.num2)/mean(g.den)
> media.theta
[1] 1.877075
> var.theta=media.theta2 - (media.theta)^2
> var.theta
[1] 1.065832
```

d) Gráfico da distribuição a posteriori Θ, do resultado ($\theta \in (-2; 5)$)

```
> x.simul=2
> par(mar=c(4,4,2,0.5), mgp=c(3,0.8,0))
> curve((1/(pi*(1 + x^2)))*((1/sqrt(2*pi))*exp(-0.5*(x.simul
- x)^2)),
+ from=-2, to=5, ylab=expression(f(theta/x)),
+ xlab=expression(theta), las=1)
```

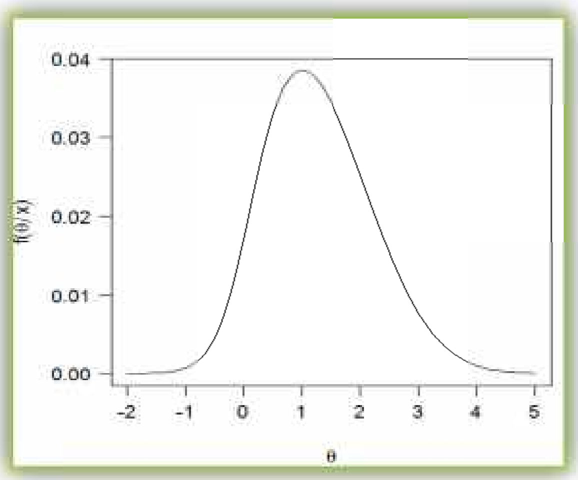


Gráfico 4: distribuição a posteriori θ∈(-2;5)

4.4 MÉTODOS DE REAMOSTRAGEM: PONDERADA E BOOTSTRAP

4.4.1 REAMOSTRAGEM PONDERADA

O método consiste em gerar os valores de uma distribuição auxiliar, sem a necessidade de maximização da verossimilhança. A desvantagem do metodo é que os valores obtidos serão apenas aproximadamente distiribuídos segundo a posteriori. O algoritmo consiste basicamente em:

1. gerar valores $\theta_1, \dots, \theta_n$ da distribuuição a priori;
2. calcular os pesos w_i,i=,..., n;
3. reamostrar valores com probabilidades w_i,..., w_n.

Este método é essencialmente um bootstrap ponderado. O problema de informações conflituosas da priori e da verossimilhança pode ocorrer aqui. Neste caso, apenas poucos valores gerados da priori terão alta probabilidade de aparecerem na reamostra.

```
> reamostra <- function(x, n, m)
+ {
+  x.bar = mean(x)
+  nobs = length(x)
+  theta = rcauchy(n, 0, 1)
+  peso = exp(-0.5 * nobs * (theta - x.bar)^2)
+  aux = sum(peso)
+  peso = peso/aux
+  theta.star = sample(theta, size = m, replace = TRUE, prob
= peso)
+   return(list(amostra = theta, pesos = peso, reamostra =
theta.star))
+  }
```

Exemplo 3: Num modelo de regressão linear simples temos que $X \sim N(\theta; 1)$; 1). Os dados observados são $y = (2;\ 0;\ 0;\ 0;\ 2)$ e $x = (2;\ 1;\ 0;\ 1;\ 2)$, e usamos uma priori $N\ (0;\ 4)$ para β.

Façamos inferência sobre β obtendo uma amostra da posteriori usando reamostragem ponderada. Comparamos com a estimativa de máxima verossimilhança $\hat{\beta}$ =0,8.

```
> par(mar=c(3.5,3.5,0.5,0.5), mgp=c(2,0.8,0))
> plot(c(-2, -1, 0, 1, 2), c(-2, 0, 0, 0, 2), xlab="X",
ylab="Y")
> abline(lm(c(-2, -1, 0, 1, 2)~c(-2, 0, 0, 0, 2)))
```

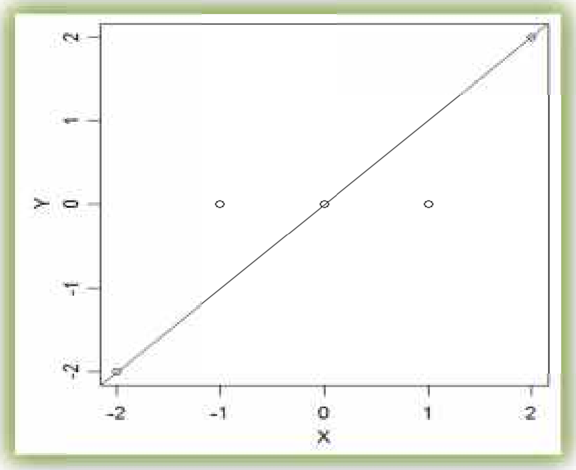


Gráfico 5: Modelo de regressão linear simples

A gráfico 5 mostra o digrama de dispersão linear ajustada por mínimos quadrados.

Entrando com os valores de *X* e *Y*.

```
> x = c(-2, -1, 0, 1, 2)
> y = c(-2, 0, 0, 0, 2)
```

Gerando 1000 Valores $\beta_i \sim N(0; 2^2)$ da distribuição a priori.

```
> n = 1000
> beta = rnorm(n, 0, 2)
```

calculando a verossimilhança $l(\theta_i) = p(x|\theta_i)$.

```
> l = sapply(beta, function(b)exp(-0.5*(sum((y - b * x)^2))))
```

calculando os pesos w_i

```
> w = l/sum(l)
```

reamostrando 500

```
> m = 500
```

visualizando graficamente o resultado da reamostragem

```
> beta.resample = sample(beta, size = m, rep = T, prob = w)
> hist(beta.resample, main ="")
```

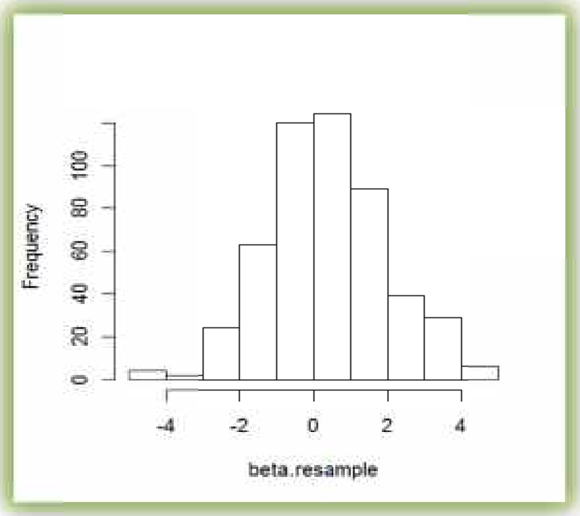


Gráfico 6: Histograma de frequência reamostragem ponderada, gerado pelo R.

visualizando graficamente a distribuição a priori.

```
> curve(dnorm(x, 0, 2), from = -3, to = 3, ylab = "priori",
xlab = expression(beta))
> rug (beta.resample)
```

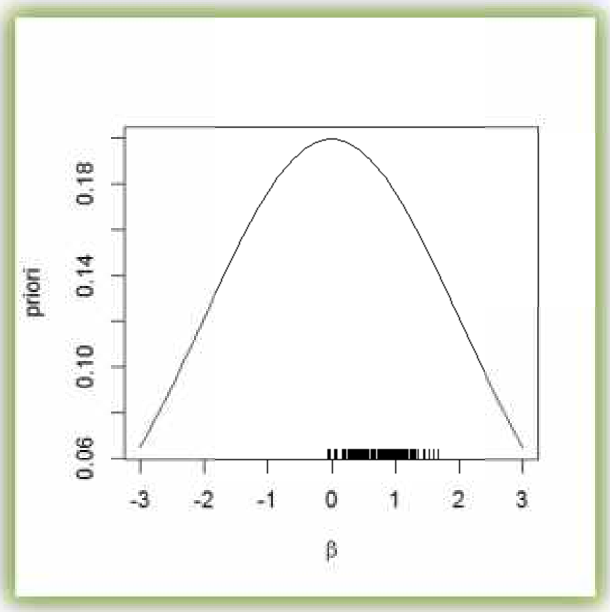


Gráfico 7: Curva da priori gerado pelo R.

Quando utilizamos a modelação de regressão linear simples via método de reamostragem ponderada podemos gerar valores de uma distribuição auxiliar, porém sem a necessidade de maximização da verossimilhança.

```
# modelo de regressão linear simples via método de
reamostragem ponderada (Exercício 3, desta seção);
> x <- c(-2,-1,0,1,2)
> y <- c(-2,0,0,0,2)
> n <- 1000; # tamanho da amostra da priori
> m <- 500 ; # tamanho da reamostra
> par(mfrow = c(2,2))
> beta <- matrix(rnorm(n, 0, 2), nrow = n)
> l <- matrix(NA, nrow = n)
> for(i in 1:n){
+ l[i] <- exp(- (1/2) * t(y - beta[i] * x) %*% (y - beta[i] *
x))
+ }
> p <- matrix(NA, nrow = n)
> for(i in 1:n)
+ {
+ p[i] <- l[i]/sum(l)
+ }
> resample <- sample(beta, size = m, replace = T, prob = p)
> hist(beta, col = 3, prob = T, main="main")
> plot(beta, l, main="")
>  hist(resample,  col  =  6,  prob  =  T)>  list(beta  =
summary(beta), resample = summary(resample))
$beta
V1
Min.   :-6.98874
1st Qu.:-1.44359
Median :-0.02497
Mean   :-0.04911
3rd Qu.: 1.33441
Max.   : 6.58701

$resample
Min.    1st Qu.   Median    Mean   3rd Qu.   Max.
-0.2112  0.5662   0.7625   0.7680  0.9895   1.8200
> }
```

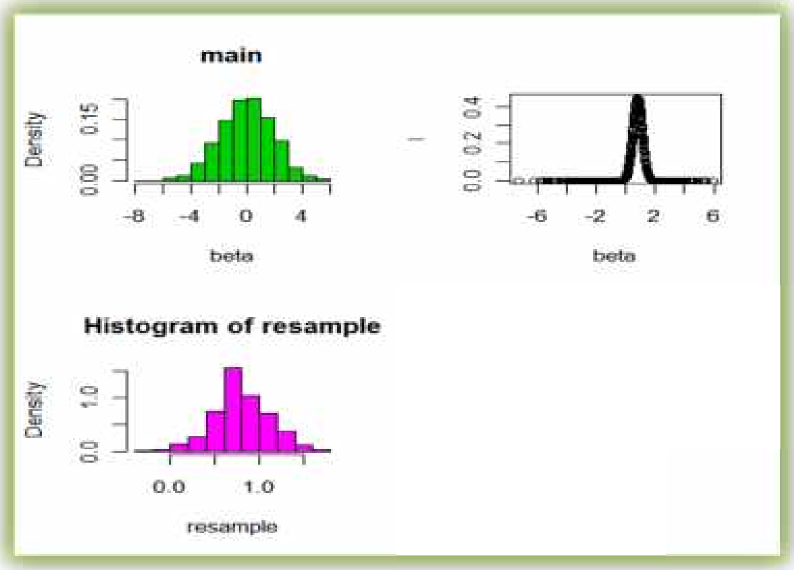


Gráfico 8: Inferência sobre β obtendo uma amostra da posteriori usando reamostragem ponderada.

Neste exemplo, o estimador $\hat{\beta}$ de β é a média dos valores reamostrados, dado por $\beta = 0{,}7665$. Podemos visualizar no gráfico 7, os valores reamostrados comparados com a distribuição a priori. No método de reamostragem ponderada o estimador $\beta = 0{,}7680$ valor da média da reamostra aproximada, sem a maximização da verossimilhança. A desvantagem desta modelação é que os valores encontrados são apenas aproximadamente distribuídos segundo a posteriori.

4.4.2 REAMOSTRAGEM BOOTSTRAP

A reamostragem não adiciona nenhuma informação nova à amostra original. A vantagem dos métodos como o Bootstrap é o resultado da forma pela qual a informação amostra é processada. No caso da distribuição normal, toda a informação sobre a média amostral é resumida na média amostral e na variância amostral. Logo, outras maneiras de processar a informação amostral não produzem melhores resultados nesse caso. No entanto, os casos em que não há distribuição amostral finita das estatísticas prontamente disponíveis o bootstrap torna-se útil.

A distribuição bootstrap pode ser frequentemente assimétrica. Nesse caso, não é suficiente olhar para a variância bootstrap. Várias aplicações antigas da econometria usaram o método bootstrap para obter a variância das estatísticas amostrais. Mesmo se os erros padrão assintóticos e bootstrap forem os mesmos em qualquer exemplo, os intervalos de confiança poderiam ser diferentes se a distribuição bootstrap fosse assimétrica.

Na prática, não costuma ser exequível extraírem-se todas as reamostras possíveis. Realizamos o bootstrap utilizando cerca de 1000 reamostras escolhidas aleatoriamente. Na maioria dos casos, a distribuição bootstrap tem aproximadamente a mesma forma e dispersão da distribuição amostral, porém está centrada no valor da estatística original, e não no valor do parâmetro de interesse. O bootstrap permite-nos calcular os erros padrões originais das estatísticas para as quais não dispomos de fórmulas, bem como chegar a Normalidade para estatísticas que não podem ser manipuladas fácilmente pela teoria.

4.4.3 USANDO O *PACKAGE BOOT DO R*

O *package boot* do R tem suporte elegante e poderoso para inicialização. Para usá-lo, tem que se remontar a função de estimação como se segue.

O R tem a notação e resumo em índices de matriz. Consideremos que existe um número inteiro vector OBS contendo os elementos 2, 3, 7, ou seja, que OBS <- c (2,3,7);. Suponha que x é um vetor. Em seguida, a notação x [OBS] é um vetor contendo elementos x [2], x [3] e x [7]. Esta notação bela funciona para x como um conjunto de dados (estrutura de dados) também. Então usando o R temos:

```
> # Considere os vetores --
>  x = c(10,20,30,40,50)
>  d = c(3,2,2)
>  x[d]
[1] 30 20 20
>
> # For data frames --
>  D = data.frame(x=seq(10,50,10), y=seq(500,100,-100))
>  t(D)
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
x   10   20   30   40   50
y  500  400  300  200  100
>
>  D[d,]
     x   y
3   30 300
2   20 400
2.1 20 400
```

O *package boot* do R repetidamente chama a sua função de estimação, e cada vez, a amostra de bootstrap é fornecido através de um vetor inteiro de índices como acima. Observamos dois exemplos de como escrever funções de estimação que são compatíveis com o pacote:

```
> samplemean <- function(x, d) {
+   return(mean(x[d]))
+ }
> samplemedian <- function(x, d) {
+ }
```

Na função de estimação acima, tem-se x e um vetor de índices d. Esta função será chamada muitas vezes, uma para cada replicação de bootstrap. Em cada vez, os dados (x) serão o mesmo, sendo a amostra de bootstrap (d) diferente.

```
+ b = boot(x, sample median, R=1000)   # 1000
repetições
```

No exemplo a seguir, consideramos uma amostra real das médias de proficiência de duas modalidades de ensino obtidas do SAERO (2012) em 30 escolas, de uma população normal. Calcular a distribuição amostral para a estatística do teste t por reamostragem de nossa população, e fazer a simulação de 1000 repetições.

```
## inserindo os dados apartir do arqivo.txt
> port<-read.table("D:/portugues.txt",
+ sep="", h=T)
> rnorm(port,mean=0,sd=2)
[1] -4.722574 -1.665130
> plot (rnorm)
```

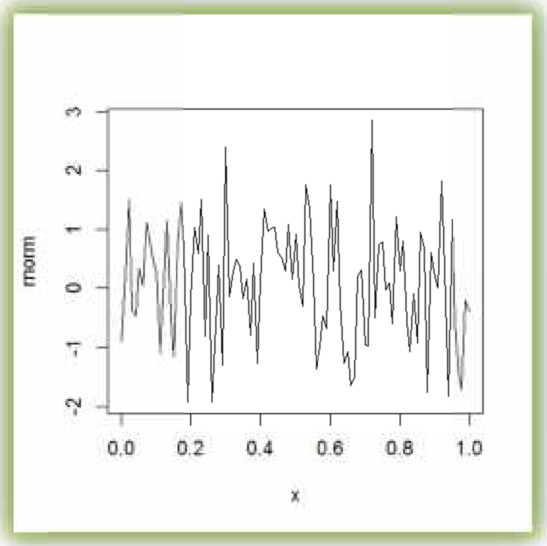


Gráfico 9: Distribuição amostral

```
>  ## Simulando (1000) repetições.
>  R = 1000
>   alpha = numeric(R)
>    for (i in 1:R) {
+    X9AF = rnorm(20, mean=0, sd=2)
+    X3AM = rnorm(20, mean=0, sd=2)
+    alpha[i] = t.test(X9AF,X3AM)$p.value
+    }
>    mean(alpha<.05)
[1] 0.05
>    choose(40,20)
[1] 137846528820
 ##
> values = numeric(R)
>    for (i in 1:R) {
+    X9AF = sample(port, size=20, replace=T)
+    X3AM = sample(port, size=20, replace=T)
+    t.values[i] = t.test(X9AF,X3AM)$statistic
+    }
>   hist(t.values, breaks=20)
>    points(-1.79,0, pch=16)
>    t.values[i] = t.test(X9AF,X3AM)$statistic
>   hist(t.values, breaks=20)
>    points(-1.79,0, pch=16)
```

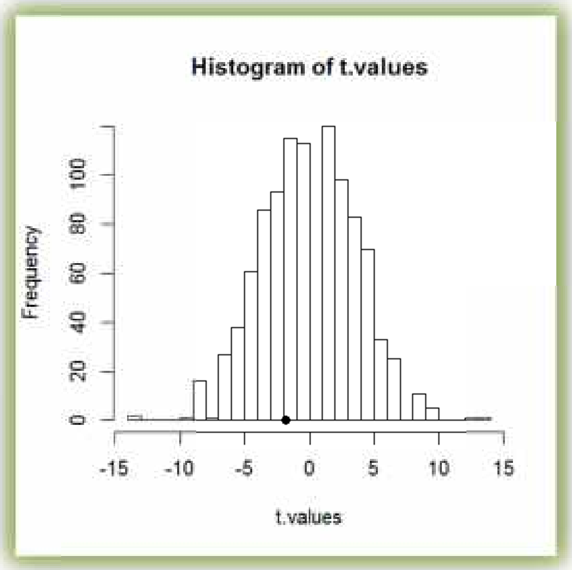


Gráfico 10: Histogramas da frequência de valores t utilizando o *package boot do R.*

No exemplo aqui apresentado, o valor-p=0,05 entre as amostras escolhidas aleatoriamente é significativa nas duas amostras a partir de populações normais com um desvio padrão igual a 2.

4.4.4 USANDO O *PACKAGE MASS* DO R

Reamostragem Bootstrap é útil para estimar os intervalos de confiança a partir de amostras quando a amostra é de uma distribuição (e claramente anormal) desconhecida.

Usando o *package MASS* do R

```
> ## Intervalo de confiança
>  data(crabs, package="MASS")
>  cara = crabs$CL[crabs$sp=="B"]
>  summary(cara)
   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
  14.70   24.85   30.10   30.06   34.60   47.10
>  length(cara)
[1] 100
>  qqnorm(cara)
```

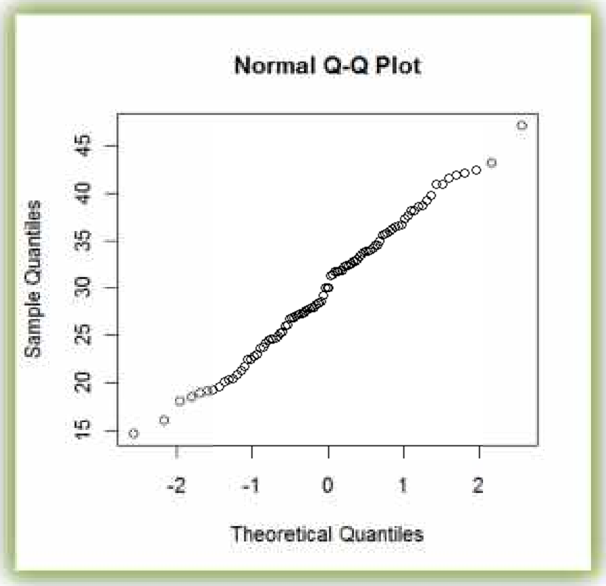


Gráfico 11: Gráfico da Normal Q-Q Plot, gerado pelo R.

```
>  R = 999
>  boot.means = numeric(R)
>  for (i in 1:R) {
+  boot.sample = sample(cara, 100, replace=T)
+  boot.means[i] = mean(boot.sample)
+  }
>  quantile(boot.means, c(.025,.975))
   2.5%   97.5%
28.7089 31.3066
>  mean(cara)-1.96*sd(cara)/sqrt(length(cara))
[1] 28.70507
>  mean(cara)+1.96*sd(cara)/sqrt(length(cara))
[1] 31.41093
>
>  library(boot)
>  data(crabs, package="MASS")
>  cara = crabs$CL[crabs$sp=="B"]
>   the.means = function(cara, i) {mean(cara[i])}
>  boot(data=cara, statistic=the.means, R=999)
```

ORDINARY NONPARAMETRIC BOOTSTRAP

```
Call:
boot(data = cara, statistic = the.means, R = 999)

Bootstrap Statistics :
    original        bias    std. error
t1*   30.058 0.0003273273   0.7022959
>  boot(data=cara, statistic=the.means, R=999) -> boot.out
>  quantile(boot.out$t, c(.025,.975))
```

```
    2.5%    97.5%
28.72400 31.52255
>  the.medians = function(cara, i) {median(cara[i])}
>  boot(data=cara, statistic=the.medians, R=999) -> boot.out2
>  boot.out2
```

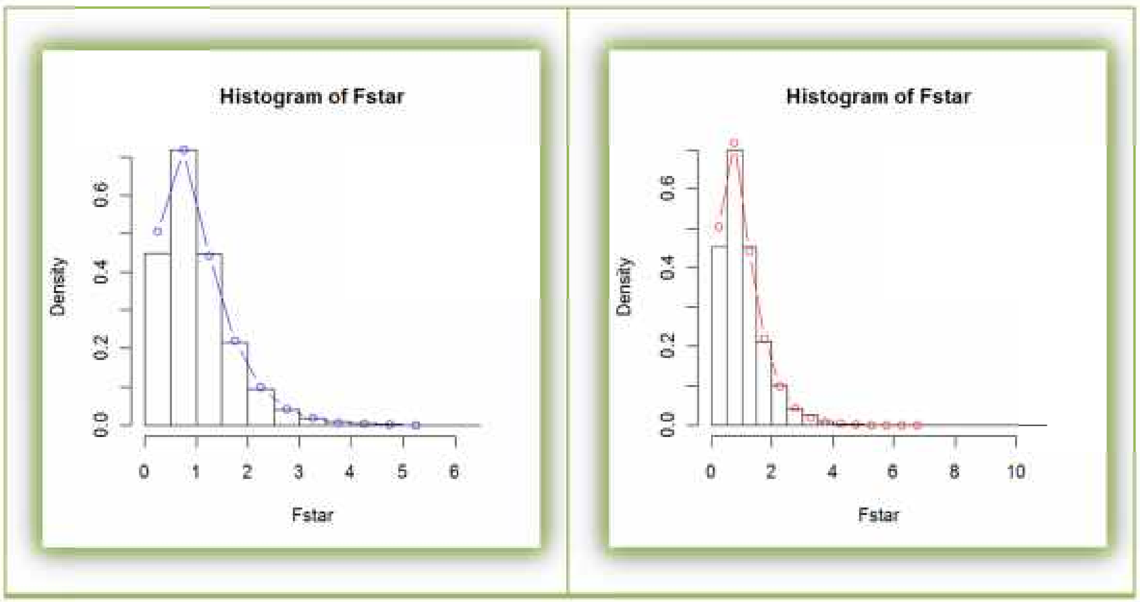
ORDINARY NONPARAMETRIC BOOTSTRAP

```
Call:
boot(data = cara, statistic = the.medians, R = 999)

Bootstrap Statistics :
    original     bias    std. error
t1*     30.1 0.08718719    1.433435
> quantile(boot.out2$t, c(.025,.5,.975))
   2.5%     50%   97.5%
27.8000 30.1000 32.3525
>
```

> ## Anova

```
>  data(InsectSprays)
>  with(InsectSprays,tapply(count,spray,mean))
        A         B         C         D         E         F
14.500000 15.333333  2.083333  4.916667  3.500000 16.666667
>      with(InsectSprays,tapply(count,spray,var))
        A         B         C         D         E         F
22.272727 18.242424  3.901515  6.265152  3.000000 38.606061
>     with(InsectSprays,tapply(count,spray,length))
 A  B  C  D  E  F
12 12 12 12 12 12
>   summary(aov(count~spray, data=InsectSprays))
            Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
spray        5 2668.8  533.77  34.702 < 2.2e-16 ***
Residuals   66 1015.2   15.38
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' '
1
>
> meanstar = mean(InsectSprays$count)
> sdstar = sqrt(15.38)
> simspray = InsectSprays$spray

> R = 10000
> Fstar = numeric(R)
> for (i in 1:R) {
+ groupA = rnorm(12, mean=meanstar, sd=sdstar)
+ groupB = rnorm(12, mean=meanstar, sd=sdstar)
+ groupC = rnorm(12, mean=meanstar, sd=sdstar)
+ groupD = rnorm(12, mean=meanstar, sd=sdstar)
+ groupE = rnorm(12, mean=meanstar, sd=sdstar)
+ groupF = rnorm(12, mean=meanstar, sd=sdstar)
+ simcount = c(groupA,groupB,groupC,groupD,groupE,groupF)
+ simdata = data.frame(simcount,simspray)
+ Fstar[i] = oneway.test(simcount~simspray, var.equal=T,
data=simdata)$statistic
```

```
+ }
>  hist(Fstar, prob=T)
>  x=seq(.25,5.25,.5)
>  points(x,y=df(x,5,66),type="b", col="blue")
>
> max(Fstar)
[1] 6.23109
>
>  hist(Fstar, breaks=seq(0,11,.5), ylim=c(0,.7), prob=T)
>  x=seq(.25,6.75,.5)
>  points(x,y=df(x,5,66),type="b",col="red")
```



Gáfico 12: Histogramas da densidade de uma distribuição anormal bootstrap no R.

O valor da diferença entre a média do vetor de dados original e o valor das médias encontrados nas repetições é a média dos valores de bootstrap para essa estatística. Estaremos utilizando estes recursos do software R aqui apresentado, no capítulo 6.

4.5 CONCLUSÃO

Neste capítulo, foram inicialmente, foi apresentadas algumas teorias de inferências estatísticas e simulação com exemplos (aleatórios), tendo sido estudados os métodos de simulação Monte Carlo e Bootstrap. Observou-se a importância do método de simulação Monte Carlo na avaliação de testes estatísticos, e para, além disso, observou-se a importância do método de simulação Bootstrap na estimação de intervalos de confiança e ANOVA.

O método de simulação Bootstrap mostrou grande eficiência ao estimar o intervalo de confiança para os exemplos simulados. A técnica de bootstrap tenta realizar o que seria desejável realizar na prática, se tal fosse possível: repetir a experiência. Atualmente a computação intensiva, não é mais um problema, face ao crescente avanço da informática e a disponibilidade de variados softwares estatísticos dentre eles o R.

CAPÍTULO 5

ANÁLISES ESTATÍSTICAS: DESCRITIVAS E MHL

5 ANÁLISES ESTATÍSTICAS: DESCRITIVAS E MHL

Existe atualmente na literatura, uma grande difusão de sistemas de avaliação da qualidade do ensino, podendo identificar-se com certa facilidade, sobretudo nas escolas públicas. Cada vez mais são crescentes os estudos sobre a avaliação externa em larga escala. A identificação dos fatores explicativos do desempenho escolar dos alunos em determinadas etapas de sua trajetória escolar, permite assim o diagnóstico da situação do sistema educacional de determinada região que se torna alvo de intervenções, tendo em vista a busca contínua pela melhoria na qualidade da educação.

5.1 ENQUADRAMENTOS GEOGRÁFICO E INSTITUCIONAL

Será considerada a aplicação a um caso real, utilizando-se uma amostragem sistemática nas escolas públicas estaduais sob a jurisdição da Coordenadoria Regional de Ensino (CRE/SEDUC), da cidade de Ji-Paraná, região central do Estado de Rondônia. Com o objetivo principal de analisar o "sucesso escolar" na disciplina de matemática em 55 escolas públicas estaduais distintas, das quais localizadas nos municípios de; Ji-Paraná, Presidente Médici, Alvorada do Oeste e Urupá. Aplicaremos a estatística descritiva, para ilustrar analisar os resultados da proficiência dos alunos nas disciplinas de matemática encontrada no SAERO 2012 e analisar igualmente os dados obtidos através do questionário do gestor online adaptado do Saeb (2011), utilizando a análise multinível, como alternativa à regressão tradicional, usando um banco de dados de acesso público:

Serão utilizados os dados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) ano 2011, o Sistema de Avaliação da Educação Básica Saeb (2011) e do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar de Rondônia (SAERO) do ano de 2012, na construção de um modelo hierárquico de dois níveis: nível aluno e nível escola - a fim de analisar o sucesso dos alunos da (9º AF) - ano do ensino fundamental e do (3º AM) - ano do ensino médio na disciplina matemática. Assim sendo, a nossa amostra será constituída pelas Escolas e Gestor Escolar:

- Escolas de ensino fundamental:
    - ✓ 2012 (35 escolas)
- Escolas de ensino Médio:

- ✓ 2012 (20 escolas)
- Gestor Escolar:
  - ✓ 2014 (33 gestores)

5.2 BASE DE DADOS - SAERO (2012)

O Sistema de Avaliação Educacional de Rondônia (SAERO) tem como proposta programar políticas públicas com foco na eliminação dos pontos frágeis para a melhoria da educação, tendo sido instituído oficialmente pelo governo do Estado instituiu oficialmente em 2011. Trata-se de uma avaliação diagnóstico do processo ensino aprendizagem que estará a decorrera em todas as escolas da rede estadual de ensino que oferecem 2º, 5º, 6º e 9º do Ensino Fundamental e 1°, 2° e 3º Ano do Ensino Médio, incluindo fatores que possam ser influênciadores da aprendizagem. Este sistema foi idealizado pelo Governo do Estado de Rondônia e é realizado pela SEDUC, através da sua gerência de avaliação e estatística (GAE), por meio de convênio de cooperação técnica e financeira com o Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação (CAEd) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) tornou-se responsável pela elaboração, aplicação das provas e processamento dos resultados SAERO (2012)[8].

5.3 RECOLHA, TRATAMENTO E ANÁLISE DE DADOS

De entre os motivos que justificaram a criação de um sistema próprio de avaliação no Estado, uma vez que já existem sistemas nacionais de avaliação da qualidade do ensino, destaca-se que os exames seriam aplicados também nas escolas das zonas rurais e avaliariam séries não avaliadas pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) do Ministério da Educação (MEC). O SAERO avalia os alunos através da aplicação anual de provas de Língua Portuguesa e Matemática a alunos do 2º, 5º, 6º e 9º do Ensino Fundamental e 1°, 2° e 3º Ano do Ensino Médio, e utiliza a mesma metodologia da prova do Saeb, o que permite fazer comparações entre os resultados.

---

[8] Em 2012 os testes foram aplicados em todas as escolas da rede estadual de 52 municípios, totalizando 14.433 alunos avaliados.

Para a realização deste estudo, foi necessário recolher os dados das turmas selecionadas, alguns dados da matriz de referencia e matriz curricular SAERO (2012).

AMOSTRA	DISCIPLINA	9º AF	3º AM	Total
Tamanho da amostra Prevista	Matemática	2.233	1.643	3.876
		57,61%	42,39%	
	Língua Portuguesa	2.233	1.643	3.876
		57,61%	42,39%	
Tamanho da amostra Efetiva	Matemática	1.677	1.166	2.843
		58,99%	41,01%	
	Língua Portuguesa	1.677	1.166	2.843
		58,99%	41,01%	

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 3: Amostra das 55 escolas nº de alunos previstos e efetivos – SAERO (2012).

Esta recolha foi efetuada diretamente na Coordenadoria de Educação de Ji-Paraná/RO (CRE/SEDUC), com prévia autorização do coordenador e no site http://www.saero.caedufjf.net/. A recolha de dados referente ao Gestor escolar, foi realizada através de um questionário "Quest gestor" *online*[9] com questões adaptadas Saeb (2011), aplicadas aos gestores das escolas.

O tratamento de dados foi feito no programa estatístico SPSS 20. Foram tratados os dados de 55 Escolas e 33 Gestores Escolares.

5.4 QUESTÕES EM ABERTO

Por um lado apresenta-se o estudo dos efeitos positivos e/ou negativos (características) de variáveis relativas aos itens do nível dos alunos (anos finais) que possa apresentar impacto significativo no seu sucesso escolar dos alunos obtidos na proficiência em Matemática. Será igualmente dado ênfase ao estudo a principalmente a contribuição das características do nível da escola (na ótica dos seus gestores), na melhoria da qualidade do ensino na educação básica. Estes são fatores importantes, pelo que pretendemos obter resposta para um conjunto de questões, nomeadamente:

[9] http://www.qualtrics.com/

- O sucesso escolar do aluno está relacionado com a etapa (turmas finais)?
- O fato da localidade (município) de proveniência do aluno influência a classificação média?
- Existem diferenças significativas nas classificações dos alunos relativamente à disciplina?
- Existem diferenças significativas no rendimento escolar dos alunos entre as turmas?
- A média final das turmas está relacionada com a gestão escolar: formação continuada, recursos humanos e experiência profissional?

5.5 CONSTRUÇÃO DO MODELO: DEFINIÇÃO DOS NÍVEIS E VARIÁVEIS

Como exposto anteriormente, neste estudo será considerada uma "função de sucesso educacional" para explicar o desempenho do aluno tendo em vista as características de cada etapa (9º AF e 3º AM), além das características da escola (na ótica do gestor escolar). Colocando de maneira mais clara:

$$Y = F(Ce, Cge, \varepsilon)$$

Onde:

Y – Desempenho das escolas medido segundo a proficiência média dos alunos nas disciplinas de matemática;

Ce – Vetor que caracteriza o aluno na "etapa" (9º ano fundamental e 3º ano Médio, localidade, etc.);

Cge – Vetor de características da escola, "gestor" (gênero, idade, experiência profissional, etc.) e das condições de trabalho (professor e sua formação, comunidade e sua participação, etc.);

ε – Termo de erro aleatório.

Estes vetores simbolizam as duas fontes de variação (aluno e escola) que serão incluídas num modelo hierárquico de dois níveis: o nível 1 "aluno" e o nível 2 "escola". Nesse trabalho optou-se por incluir apenas dois níveis hierárquicos no modelo. Com base no trabalho de Machado et al. (2008) e na metodologia explanada em Natis (2001) e Singer (1998), citado por Moreira (2013). O modelo geral de dois níveis servirá como linha de base para a construção do modelo utilizado nesse trabalho é apresentado nas linhas que se seguem. Este modelo[10] considera a possibilidade de variação de interceptos e inclinações entre as escolas.

5.5.1 DESCRIÇÃO DAS VARIÁVEIS

As variáveis extraídas do SAERO utilizadas no primeiro nível (aluno) e no segundo nível (escola), extraídas do questionário do gestor podem ser visualizadas na tabela 4.

VARIÁVEIS UTILIZADAS		
VARIÁVEL	**DESCRIÇÃO**	**NÍVEIS**
E_ Turmas	Turmas finais frequentadas (9º AF e 3º AM)	Nível 1
Município	Local em que residem os alunos..	
Escola	Escola (EEEF/EEEFM).	Nível 1
P_ Mat	Proficiência média de matemática.	Nível 1
P_ LPort	Proficiência média de Língua Portuguesa.	Nível 1
Est_ Prev	Estudantes previstos.	Nível 1
E_ Efetivos	Número de Estudantes que participaram da avaliação do.	Nível 1
Desempenho	Padrão.	Nível 1
G_sex	Sexo.	Nível 2
G_id	Idade.	Nível 2
T_ Educação	Tempo de trabalho em educação.	Nível 2
T_ Gestão	Tempo de trabalho na função de gestor.	Nível 2
P_Pedagogica	Prática pedagógica do professor em sala de aula.	Nível 2
FC_ prof	Formação continuada e conhecimento do professor.	Nível 2
RH	Recursos Humanos.	Nível 2
Gestão_dem	Gestão democrática da escola.	Nível 2

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 4: Variáveis utilizadas nas análises estatísticas.

5.5.2 EXPLORANDO DADOS DO SAERO (2012)

A partir de estudos que correlacionam o desempenho dos alunos com aspetos materiais e organizacionais da escola e com características técnicas e humanas da equipe

[10] No modelo de regressão clássico o intercepto e a inclinação é considerada parâmetros fixos, já nos modelos hierárquicos o intercepto e o coeficiente de inclinação são considerados parâmetros aleatórios, dependentes da influência do nível mais alto (SOARES, 2003).

escolar, esperam-se conclusões acerca das razões que levam algumas escolas a resultados melhores e, como corolário, diferentes opções para a melhoria na qualidade do ensino. É com este propósito em mente que, ao mesmo tempo em que se fazem testes para medir o desempenho aos alunos, aplicámos questionários aos gestores, adaptados do modelo da avaliação do Saeb (2011), tendo em vista a caracterização do ambiente em que a aprendizagem se desenvolve. Tanto a Prova Brasil quanto o SAERO são sistemas de avaliação estadual que seguem o modelo pioneiro do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb).

O problema desse modelo reside no fato da aprendizagem ser um processo cumulativo, construído ao longo da trajetória educacional do aluno, e fruto de diversas influências, entre as quais todos os professores do aluno desde seu primeiro ano escolar. Ou seja, enquanto os testes que medem o desempenho do aluno estão sondando um agregado de aprendizagem de muitos anos, as informações recolhidas sobre as condições escolares são específicas do ano da recolha de dados. Essa falta de sintonia fragiliza as análises e dificulta a formulação de políticas de qualidade e equidade mais sólidas, Franco (2001).

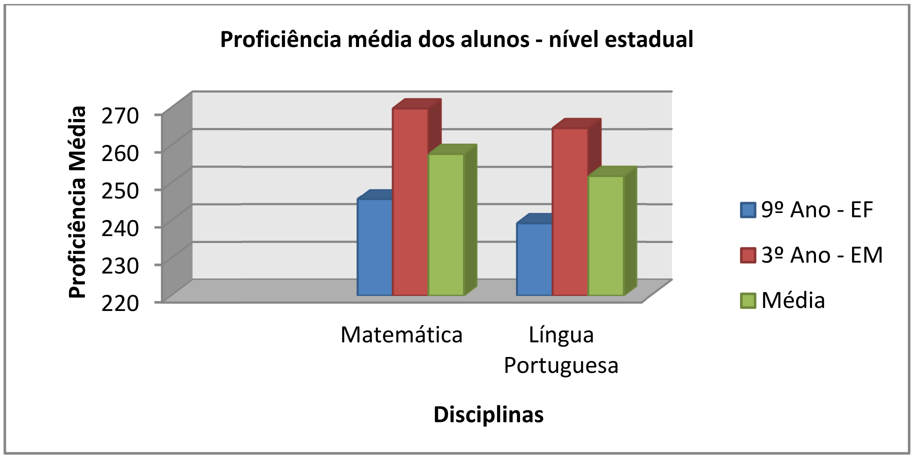
Pela falta de conexão com as origens da aprendizagem, provocada pelas incertezas sobre o ponto de partida dos alunos e das contribuições específicas do ambiente de aprendizagem, os investigadores só se permitem falar de “fatores associados” e, raramente se comprometem a indicar causas e efeitos. Diversos autores mostram as dificuldades da utilização de dados transversais para investigar a relação entre fatores escolares e desempenho académico.

	DISCIPLINAS	**9º AF**	**3º AM**	**Média**
Estado	Matemática	245,64	269,78	257,71
	Língua Portuguesa	239,20	264,56	251,88
CRE – Coordenadoria regional de educação (Ji-Paraná)	Matemática	248,84	273,04	260,94
	Língua Portuguesa	239,22	264,38	251,80

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 5 – Proficiência média dos alunos - SAERO (2012).

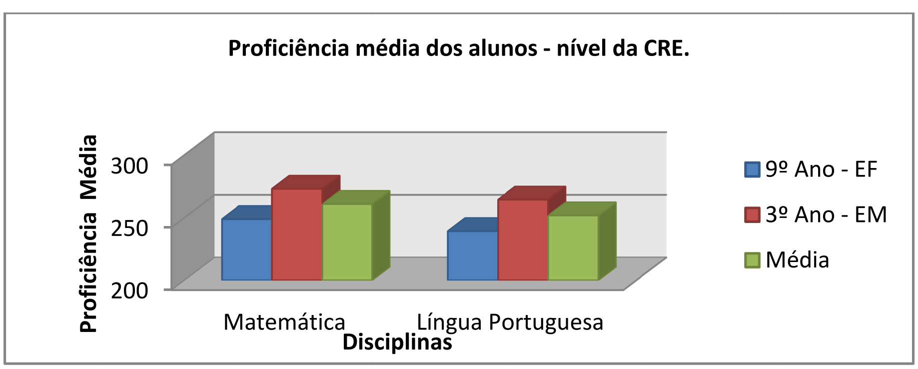
Em 2012 os testes foram aplicados em todas as escolas da rede estadual de 52 municípios, totalizando 14.433 alunos avaliados. Para, além disso, professores, diretores e alunos preencheram questionários cujos dados servem de complemento informativo sobre careterizante do contexto socioeconômico dos atores da comunidade escolar e, fornecem informações sobre a infraestrutura das escolas.



Fonte: Elaboração Própria

Gráfico 13: Proficiência média estadual – SAERO (2012)

Numa análise da proficiência dos valores encontrados entre o universo Estado e a CRE, prevalecem os maiores valores os resultados encontrados ao nível dos alunos da CRE em relação aos anos finais de cada etapa. Destaque para a disciplina de matemática com a média de 273,04 no 3º ano do Ensino Médio, e com a melhor média entre os dois anos em estudo. Pode observar-se que a proficiência média dos alunos na disciplina de matemática é superior à de língua portuguesa em todos os níveis.



Fonte: Elaboração Própria

Gráfico 14: Proficiência média da CRE de Ji-Paraná – SAERO (2012)

Não existe consenso na literatura sobre quais variáveis devem ser incluídas na função de produção educacional. Normalmente a escolha dessas variáveis depende muito das informações disponíveis na base de dados utilizadas. Como o SAERO dispõe de informações tanto sobre alunos quanto sobre escolas rondonienses, neste trabalho optou-se por trabalhar com esse banco de dados em ambos os níveis do modelo.

5.6 ANÁLISE EXPLORATÓRIA DOS DADOS: ESTATÍSTICA DESCRITIVA

A estatística descritiva através das técnicas gráficas desempenha um importante papel para esta forma de abordagem. O principal papel da Análise Exploratória de Dados (AED) é examinar os dados préviamente à aplicação de qualquer outra técnica estatística. Desta forma o investigador consegue um entendimento básico dos dados e das relações existentes entre as variáveis analisadas. AED extrai informações de um conjunto de dados sem o peso das suposições de um modelo probabilístico.

A demonstração da estatística descritiva dos dados referentes aos níveis foi feita através do software SPSS, versão 20.0.

5.6.1 DADOS DOS ALUNOS (NÍVEL 1)

Em 2012 os testes do SAERO, foram aplicados em todas as escolas da rede estadual de 52 municípios, totalizando 14.433 alunos avaliados. Além disso, professores, diretores e alunos preencheram questionários cujos dados servem de complemento informativo sobre o contexto socioeconômico dos atores da comunidade escolar, trazem informações sobre a infraestrutura das escolas. Este estudo foi realizado em 55 escolas na região central do Estado, como já citado anteriormente.

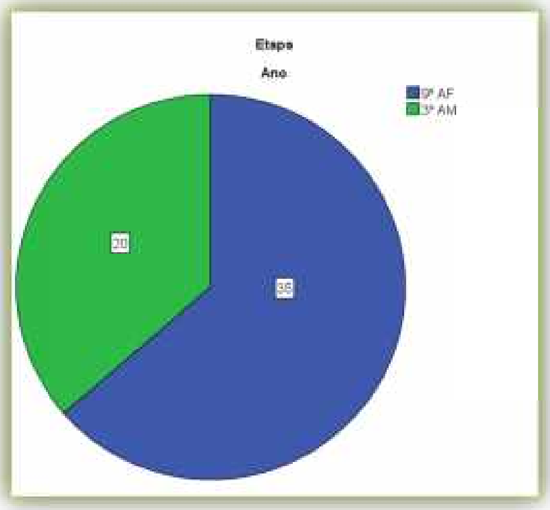


Gráfico 15: Etapas/turmas (Anos - 9º AF e 3º AM)

Os alunos estão distribuídos por Etapas (anos finais de estudo) sendo que, a maioria dos alunos (63,6%) do 9º AF - Alunos do nono ano “Ensino Fundamental” e apenas (36,4%) no 3º AM - Alunos do terceiro ano “Ensino Médio”.

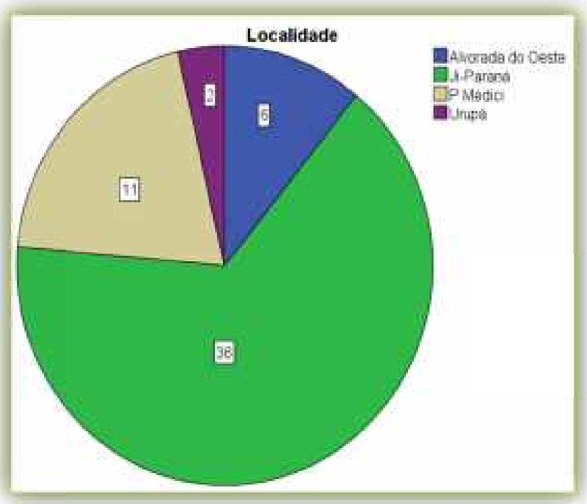


Gráfico 16: Localidade (Municípios)

Quanto à localidade predomina o maior número de escolas na cidade de Ji-Paraná com (65,5%), consequentemente possui o maior número de estudantes frequentando as escolas no município de Ji-Paraná.

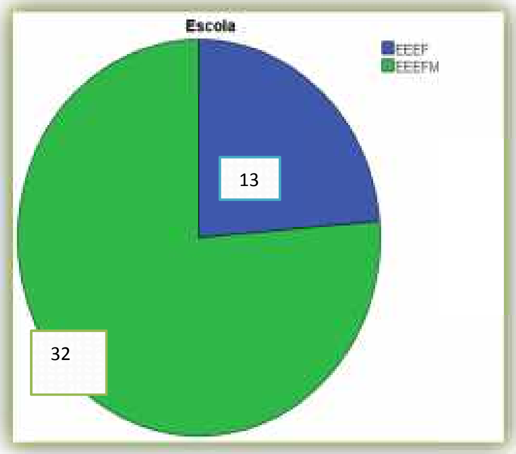
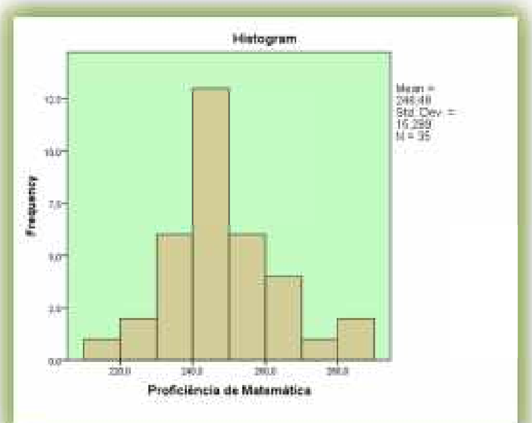


Gráfico 17: Escolas de Estaduais de Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Em relação às escolas, que estão divididas por modalidade de ensino, o gráfico mostra-nos que na sua maioria com (76,4%) possuem, tanto turmas do ensino médio como turmas do ensino fundamental e apenas 23,6% possuem turmas do ensino fundamental. Observamos que existe apenas uma escola com a denominação de IEE – (Instituto Estadual de Educação), a qual pratica as duas modalidades de ensino. Explorando a estatística descritiva podemos visualizar de maneira clara os gráficos abaixo, em relação às etapas e disciplinas e, retiramos facilmente a média e o desvio padrão relativos aos alunos das escolas pertencente à Coordenadoria Regional de Educação (CRE/SEDUC). A etapa 3º AM apresentou as maiores médias de proficiência dos alunos, com destaque para a disciplina de Matemática com média igual a 272,96.

ETAPAS	
9º AF	**3º AM**



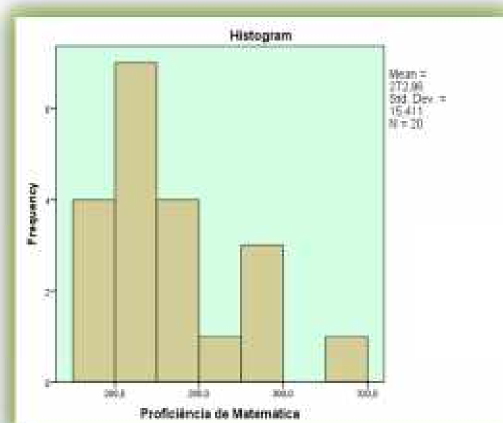


Gráfico 18: As médias de proficiência dos alunos em cada etapa por disciplina.

Utilizando do comando do SPSS *“Analisar -> Estatística Descritiva->Explorar”,* outro gráfico *bloxpot* nos mostra as médias de proficiência dos alunos, por etapas distribuídas pelas escolas.

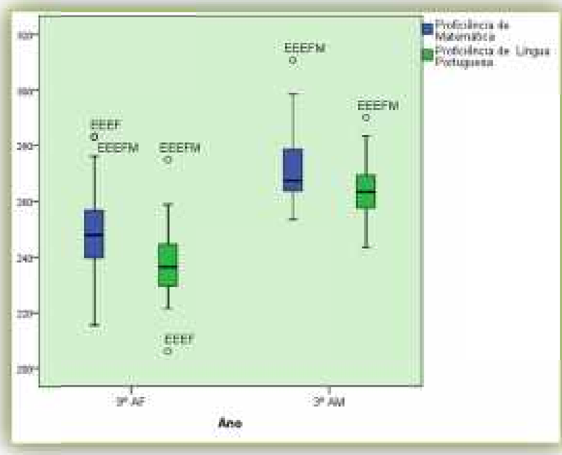


Gráfico 19: Bloxplot, Proficiências médias das disciplinas.

Através desta análise descritiva, fica evidente que os alunos que efetivamente cursam a etapa do (3º AM) possuem as melhores médias de proficiência dos alunos, tanto em matemática quanto em Língua Portuguesa, do que aqueles que cursam a etapa do (9º AF). Neste estudo, optou-se pela proficiência média de disciplina de matemática, na construção do modelo (MLH com dois níveis). Ver maiores detalhes no capítulo 6.

5.6.2 DADOS DAS ESCOLAS (NÍVEL 2)

Os dados a seguir apresentados foram recolhidos através de um questionário específico direcionado aos gestores das escolas, que possui o conhecimento do pleno funcionamento de toda a estrutura educacional da escola, sendo este responsável por gerir (recursos “didático-pedagógicos”, “humanos” e “instalações físicas”).

Optou-se por uma recolha com questionário *online*, citado anteriormente, pela precisão e ganho de tempo, superando a dificuldade de acesso a internet quanto ao desempenho de qualidade, foi possível obter respostas de 33 gestores dentre as 55 escolas referidas. Podemos verificar que a grande maioria dos gestores é do sexo feminino (75,8).

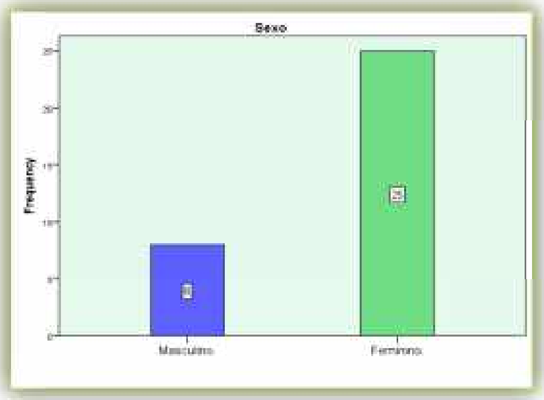


Gráfico 20: Sexo dos Gestores

Com relação à idade dos gestores na sua maior parte estão na faixa etária entre 40 e 49 anos de idade (54,5%). O que referencia o tempo de experiência no trabalho na educação.

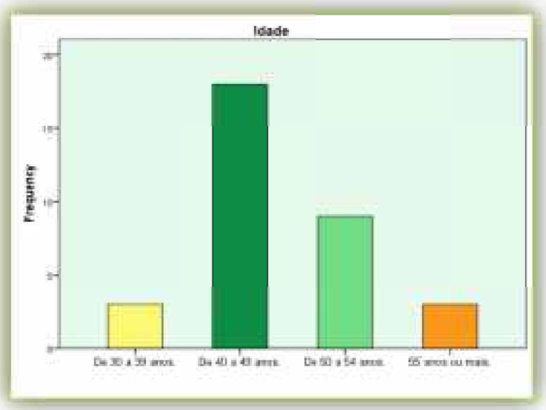


Gráfico 21: Idade dos Gestores

A experiência profissional em educação, dos gestores é fator relevante, na sua maioria é maior ou igual a 20 anos (32,7%).

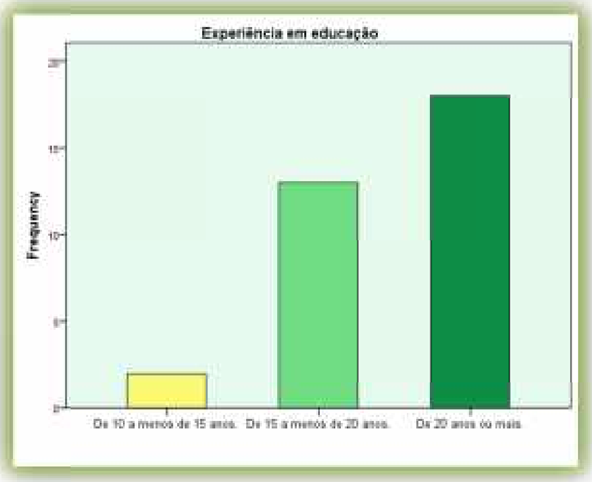


Gráfico 22: Experiência profissional na educação

Já na função de gestor, temos uma grande parte, que possui experiência menor que cinco anos (45,5%). Neste contexto os gestores em função da *gestão democrática*, são eleitos a cada quatro anos.

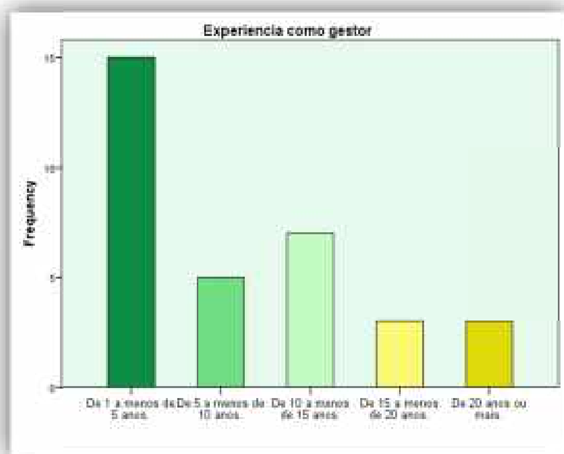


Gráfico 23: Experiência profissional na função de gestor escolar (T_ Gestão)

O perfil dos gestores é bem definido em todos os aspetos considerados neste estudo, uma vez que prevalece o sexo feminino com uma idade mediana e com experiência em educação, considerando o tempo útil de trabalho para o profissional em educação varia de 25 a 30 anos de contribuição para as mulheres e de 30 a 35 anos para os homens. A variável *(T_ Gestão)* Tempo de trabalho na função de gestor, demonstra que a soma do tempo na função, é de (54,5%) para os gestores que possuem experiência maior ou igual a cinco anos.

CAPÍTULO 6

CONSTRUÇÃO DO MODELO ESTATÍSTICO

6 CONSTRUÇÃO DO MODELO ESTATÍSTICO

Encontramos na literatura vários autores, que utilizaram o Modelo Linear Hierárquico de dois níveis, em estudos relacionados na área da educação já referenciados anteriormente neste trabalho, como Machado et al. (2008), Natis (2001), Moreira (2013) e Cruz (2010), entres outros. Os investigadores diante de uma estrutura hierárquica complexa partem do processo básico para construção de um modelo hierárquico, comumente começam construindo um modelo mais simples desprovido de variáveis explicativas.

A estrutura mais simples possível do Modelo Linear Hierárquico de dois níveis é dada pelo submodelo ANOVA[11] com 1 fator e efeitos aleatórios. O submodelo em questão não possui variável explicativa em nenhum dos seus níveis, sendo exatamente o modelo nulo ou incondicional. Utilizamos o modelo MLH, referido no capítulo 5.

6.1 MODELO ESTATÍSTICO AJUSTADO

Este modelo pretende dar resposta às seguintes questões:

- Existem diferenças significativas na classificação dos alunos relativamente à disciplina “proficiência média em matemática”, e quanto á etapa?
- A experiência profissional do gestor, o comprometimento do professor, a formação continuada gestor, a atenção do gestor quanto à aprendizagem, a estrutura física da escola e a gestão democrática poderão ter influência na média de proficiência do aluno, considerando a etapa?

O modelo de regressão hierárquico linear de dois níveis é dado pela equação:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{p0} X_{pij} + \gamma_{0q} Z_{qj} + \gamma_{pq} Z_{qj} X_{pij} + u_{pj} X_{pij} + u_{0j} + e_{ij}$$

O método utilizado para a elaboração do modelo neste trabalho é o método dos cinco passos referido no item 2.3.4 do Capítulo 2 e algumas definições do Capítulo 3,

[11] Análise de variância

passos também utilizado por Cruz, (2010). Para a elaboração do modelo usou-se o software SPSS versão 20.0.

6.1.1 MODELO NULO: ANOVA COM UM FATOR DE EFEITOS ALEATÓRIOS

Modelo nulo ou modelo vazio e P_ Mat como variável dependente é a etapa como fator; Este modelo indica:

1. A variância dentro de cada etapa, ou seja, a diferença entre as médias dos alunos no mesma etapa (variância de nível 1)
2. A variância entre as médias dos diferentes cursos, ou seja, a diferença entre as médias dos cursos (variância do nível 2)

Como já foi mencionado, neste caso, o modelo é a estrutura mais simples possível do MLH em dois níveis, não possuindo variáveis preditoras em nenhum dos seus níveis (totalmente não condicional) e, assim o coeficiente b_{ij} no nível *i* equivale a zero para todos *j*. As equações são:

Para o nível 1:

$$Y = \beta_{0j} + \varepsilon_{ij} \ ,$$

Onde:

β_{0j} é o valor da resposta esperada para o nível *j,*

ε_{ij} é o erro aleatório associado ao *i-ésimo* registro do nível *j,* suposições do modelo $\varepsilon_{ij} \sim N(0,\ \sigma^2)$ e os $\varepsilon_{ij}'s$ são independentes entre si.

Para o nível 2:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \mu_{0j} \ ,$$

Onde:

γ_{00} é o valor da resposta esperada para a toda população,

μ_{0j} é o efeito aleatório associado ao nível *j*, suposições do modelo $\mu_{0j} \sim N(0,\ \tau_{00})$ e os $\mu_{0j}'s$ são independentes.

Ajustando o modelo para os dois níveis:

No caso do nível 1, a média da proficiência do aluno (Y_{ij}) é interpretada com sendo o resultado entre a média da etapa a que pertence (β_{0j}) e os resíduos (ε_{ij}). Assumimos que os erros se distribuem normalmente, com média zero e variância (σ_e^2), igual em todas as etapas.

Para o nível 2 (nível da etapa), a média de cada etapa (β_{0j}) interpreta-se como a combinação entre a média na população dos cursos (γ_{00}) e a variação aleatória de cada centro (μ_{0j}) em torno da média.

Substituindo a equação do nível 1 na equação do nível 2, obtém-se o modelo ajustado:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \mu_{0j} + \varepsilon_{ij}\ .$$

Este corresponde ao modelo ANOVA com um fator de efeitos aleatórios, donde podemos usar a notação convencional dos modelos ANOVA:

$$Y_{ij} = \mu + \mu_j + \varepsilon_{ij}\ .$$

Utilizando SPSS 20.0, obtemos no output as tabelas, que se seguem:

(Est_Efet) - Nº de Estudantes que participaram da avaliação SAERO/2012.	
Turmas	Soma
9º AF	1.677
3º AM	1.166
Soma total	2.843

Tabela 6: Total de alunos avaliados por turmas nas 55 escolas públicas.

Utilizando o SPSS: *Analyze->Mixed Model Analysis*

Descriptive Statistics				
Proficiência na disciplina de Matemática				
Turmas	Count	Mean	Standard Deviation	Coefficient of Variation
9º AF	35	248,480	15,2890	6,2%
3º AM	20	272,960	15,4112	5,6%
Total	55	257,382	19,2869	7,5%

Tabela 7: Descrição da proficiência média na disciplina de matemática

Através das tabelas concluímos que o número turmas é de 35 e 20 respetivamente, num total de 55, consequentemente o número de alunos é respetivamente 1.677 e 1.166, totalizando uma amostragem de 2.843 alunos. A média final obtida na avaliação "Proficiência de Matemática" entre (200 e 320) difere entre as etapas turmas do "9º AF" com a média mais baixa (248,48) e turmas do "3º AM" média mais alta (272,96). Desta forma, parece que a média final do aluno possa estar relacionada com a turma.

Information Criteria[a]	
-2 Restricted Log Likelihood	455,572
Akaike's Information Criterion (AIC)	459,572
Hurvich and Tsai's Criterion (AICC)	459,808
Bozdogan's Criterion (CAIC)	465,550
Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)	463,550
The information criteria are displayed in smaller-is-better forms.	
a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.	

Tabela 8: Estatísticas de ajuste global (modelo nulo)

O modelo nulo pode ser considerado o primeiro passo para a construção em modelos hierárquicos, pois permite a avaliação da variabilidade da resposta em cada um dos níveis. A partir deste modelo pode-se estruturar a matriz de variâncias/covariâncias para os níveis que se pretende utilizar. Então podendo calcular a correlação entre indivíduos do mesmo grupo, denominamos de Coeficiente de Correlação Intraclasse (CCIC) a proporção da variabilidade da resposta devida ao segundo nível. Sua estimação é importante, na medida em que quanto maior for o CCIC, mais se está auferindo ganhos de precisão nas estimativas por meio da utilização do MLH.

No ajuste global do modelo, na tabela 8 podemos analisar que a medida do modelo proposto é capaz de representar a variabilidade observada nos dados (o ajuste do modelo é melhor quando for menor o valor destas estatísticas). O primeiro destes valores é a *deviance*[12] (-2LL) e, na sequência as interações convergem satisfatoriamente no critério de informação. Os restantes são modificações de -2LL que incrementam o seu valor através de alguma função do número de parâmetros. A *deviance* é calculada por meio de

$$D = -2logL(\theta),$$

entendendo θ como vetor de parâmetros do modelo $L(\theta)$ sendo avaliada em seu máximo.

Temos então:

$$AIC = -2LL + 2d$$ [13]

$$AICC = -2LL + \frac{2dn}{n-d-1}$$ [14]

$$CAIC = -2LL + d[log(n) + 1]$$ [15]

$$BIC = -2LL + dlog(n)$$ [16]

Utilizamos o método de Máxima Verossimilhança (ML), onde:

LL representa o logaritmo da verossimilhança;

d é o número de parâmetros associados aos efeitos fixos mais o número de parâmetros associados aos efeitos aleatórios; e,

n é o número total de casos.

Utilizamos o método de Máxima Verossimilhança Restrita (REML), onde:

LL representa o logaritmo da verossimilhança restrita;

d é o número de parâmetros associados aos efeitos aleatórios; e,

---

[12] Sabe-se que quanto maior a *deviance* pior o ajuste obtido para o modelo. Possibilita a comparação do grau de ajuste de modelos alternativos

[13] Critério de informação de Akaike (Akaike, 1973)

[14] Critério de informação de Akaike corrigido (Hurvich e Tsai, 1989)

[15] Critério de informação de Akaike consistente (Bozdogan, 1987)

[16] Critério de informação bayesiano (Schwarz, 1978)

n é o número total de casos menos o número de parâmetros associados aos efeitos fixos.

Os estimadores de máxima verossimilhança restrita (REML) para os componentes de variância e covariância são baseados nos resíduos, os quais são obtidos após a estimativa dos efeitos fixos descrito na subseção (3.2).

Neste estudo, utilizou-se o método de Máxima Verossimilhança Restrita (REML), ainda que este critério não apresente uma interpretação direta, é últil para comparar modelos alternativos sempre que um deles inclua todos os termos do anterior. A diferença entre -2LL correspondentes a dois modelos distintos segue uma distribuição qui-quadrado, com o número de graus de liberdade igual ao número de parâmetros em que diferem os dois modelos comparados. Na análise considerada por Cruz, (2012) a autora afirma que, apesar da avaliação de um efeito concreto ser parte dos resultados obtidos no SPSS, a estratégia baseada na alteração da *deviance* é mais fiável do que o teste de Wald para amostras pequenas, pois a Razão de Verossimilhança (RV) é menos conservadora que o teste de Wald, que algumas vezes pode falhar quando se rejeita a hipótese nula.

Isto significa que os coeficientes de regressão de algumas variáveis podem apresentar *p-values* descritivos nos testes de Wald > 0,05 (não significantes) sinalizando para a possibilidade de exclusão dessas variáveis dos modelos, sendo que tal exclusão não será permitida quando utilizado o teste da razão de verossimilhança. Esta constatação indica que a estatística de Wald constitui um bom teste durante a triagem inicial das variáveis (análises univariadas), servindo para apontar, nesta etapa, quais as variáveis que deverão compor os modelos multivariados. Uma vez composto o elenco de variáveis para os modelos multivariados, o critério de exclusão a partir de então deverá estar baseado no valor obtido para a razão de verossimilhança.

Estimates of Fixed Effects[a]

Parameter	Estimate	Std. Error	df	t	Sig.	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
Intercept	260,617104	12,239567	1,000	21,293	,030	104,994712	416,239495

a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.

Tabela 9: Estimação dos efeitos fixos (modelo nulo)

A tabela 9 indica o valor estimado da ordenada na origem, que é o único parâmetro de efeitos fixos no modelo. Esta estimação representa a média populacional das duas etapas-turmas na variável dependente (P_Mat). Temos a média estimada[17] $\hat{\mu} = 260{,}62$ e o respectivo erro padrão de 12,24. Vamos testar a hipótese de que o valor do parâmetro é zero.

$$H_0: \gamma_{00} = 0$$

$$H_1: \gamma_{00} > 0$$

Neste caso, ao nível de significância de 5% como 0,030 < 0,05, podemos concluir que a ordenada na origem é diferente de zero. No entanto, concluímos que a média da proficiência de matemática dos alunos é maior que 200,00 (como seria de esperar, pois todas as médias que aparecem são superiores a 230,00).

Estimates of Covariance Parameters[a]

Parameter		Estimate	Std. Error	Wald Z	Sig.	95% Confidence Interval Lower Bound	95% Confidence Interval Upper Bound
Residual		235,097811	45,669436	5,148	,000	160,655864	344,033387
E_Turmas	Variance	290,399215	423,751962	,685	,493	16,630985	5070,758354

a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.

Tabela 10: Estimação dos parâmetros de covariância (modelo nulo)

A partir deste modelo pode-se estruturar a matriz de variâncias/covariâncias para os níveis que se pretende utilizar. Então podendo calcular a correlação entre indivíduos do mesmo grupo, em que denominamos de Coeficiente de Correlação Intraclasse (CCIC) para medir a proporção da variabilidade da resposta devida ao segundo nível. A estimação é importante, na medida em que quanto maior for o CCIC, mais se está auferindo ganhos de precisão nas estimativas por meio da utilização do MLH.

[17] Média $\hat{\mu} = \frac{E_1+E_2}{2}$.

Na tabela 10 temos as estimações dos parâmetros associados aos efeitos aleatórios do modelo. A variância do fator turmas (290,399215) indica quanto varia a variável dependente entre as turmas. A variância dos resíduos $\hat{\sigma}_e^2 = 235{,}097811$ indica quanto varia a variável dependente dentro de cada turma. Segundo estas estimações, a variabilidade entre os centros representada por ρ, será:

$\rho = \frac{\hat{\sigma}_{u_0}^2}{\hat{\sigma}_{u_0}^2 + \hat{\sigma}_e^2} = \frac{290{,}399215}{290{,}399215+235{,}097811} = 0{,}55261$, ou seja 55% da variabilidade total.

Este quociente denomina-se por coeficiente de correlação intraclasse e representa o grau de variabilidade existente entre as diferentes turmas em comparação com a variabilidade existente entre os alunos da mesma turma. Neste caso, significa que 55% da variância das classificações médias pode ser atribuída ao nível da turma.

A tabela 10 dá-nos ainda informação que nos permite testar a significância de cada estimação. A hipótese que pretendemos testar no modelo é se o efeito do fator é nulo.

$$H_0: \sigma_\beta^2 = 0$$

$$H_1: \sigma_\beta^2 > 0$$

Para fazer este teste, recorremos à estatística Z de Wald. Este teste tem um valor de estatística de 0,493 > 0,05, pelo que ao nível de significância de 5%, não rejeitamos a hipótese nula, de que a variância populacional do fator turma é zero, podendo a média não diferir de turma para turma. No entanto, dado que o teste Wald é muito conservador para amostras pequenas, talvez seja prudente pensarmos que fica por explicar parte das diferenças entre as turmas. Os parâmetros de covariância estimaram-se assumindo que o fator turma é independente dos resíduos.

Obtemos assim o modelo nulo, tal como se segue:

O Modelo Nulo

$$\boldsymbol{Y_{ij} = 260,6 + \mu_{0j} + \varepsilon_{ij}}$$

6.1.2 ANÁLISE DE REGRESSÃO DE MÉDIAS COMO RESPOSTAS

Neste modelo são incorporadas variáveis explicativas no nível 2, tendo em vista a explicação da variabilidade dos coeficientes β_{0j} entre as unidades do nível 2. Temos que o modelo do nível 1 definido em (3.1) é igual ao caso da ANOVA com um fator e efeitos aleatórios.

À inclusão da covariável "T_ Gestão" – (Tempo de trabalho na função de gestor)[18], depois observar as diferenças entre as médias das etapas-turmas, segue-se o próximo passo, que consiste em averiguar se há alguma variável capaz de justificar essas diferenças. Comecemos por incluir a variável de nível 2. Relativamente ao modelo nulo apresentado anteriormente, o modelo atual apenas acrescenta uma covariável do nível 2. Assim, o modelo de nível 1 continua a ser

$$Y = \beta_{0j} + \varepsilon_{ij}$$

E o modelo do nível 2 passará a ser

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}w_j + u_{0j}$$

β_{0j} é o valor esperado da variável resposta de um modelo de regressão linear onde as variáveis explicativas correspondem a característica do grupo *j*. E, nesse caso temos a variável explicativa *(W)* para o nível 2. Sabendo que, $w_j = W_j - \overline{W}$ e com W_j representando a *k-ésima* observação da variável e $\overline{W}$ a média de todas as observações da variável W (para que a constante γ_{00} tenha um significado claro, utilizam-se os diferenciais *w* em vez dos valores diretos de *W*).

Substituindo, obtemos o modelo combinado,

$$\gamma_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}w_j + (u_{0j} + \varepsilon_{ij})$$

Onde:

---

[18] "Experiência profissional"

γ_{ij} é a variável resposta para o elemento i do nível 1 e j;

w_j é a variável explicativa do nível 2.;

ε_{ij} é o erro aleatório relativo ao nível 1

Este modelo pretende predizer a média de cada curso a partir da idade média dos seus alunos. O coeficiente ρ apresentado anteriormente agora é chamado coeficiente de correlação intraclasse condicional e continua representando o grau de dependência entre indivíduos de um mesmo grupo (nível 2), porém corrigido pela variável W_j.

Como a constante (ordenada na origem) do nível 1, (β_{0j}), que representa a média da variável dependente quando se utilizam variáveis independentes centradas), é função dos coeficientes e variáveis do nível 2, chamamos este modelo de médias como resultados.

É de notar que o termo (u_{0j}) não se refere exatamente ao efeito do fator turma, mas ao efeito do fator turma depois de incluída a covariável *w*. Da mesma forma, a variância que exprime a variabilidade entre as turmas, ($\hat{\sigma}^2_{u_0}$) é agora uma variância condicional: indica como variam as turmas ao incluir as diferenças atribuídas à covariável w.

Estimates of Fixed Effects[a]

Parameter	Estimate	Std. Error	df	t	Sig.	95% Confidence Interval Lower Bound	95% Confidence Interval Upper Bound
Intercept	241,899287	10,946444	,000	22,098	,000	161,232294	322,566280
T_Gestão	2,790733	7,111353	,000	,392	1,000	-13,416298	18,997764

a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.

b. This parameter is set to zero because it is redundant.

Tabela 11: Estimação dos parâmetros dos efeitos fixos (passo 2)

Da tabela 11 obtemos o valor da ordenada na origem ($\hat{\gamma} = 241{,}9$) e o coeficiente $\hat{\gamma}_{01} = 2{,}79$. Sabendo que associado à covariável “T_ Gestão”, o valor da ordenada na origem é uma estimação da média na população de centros. O valor do coeficiente associado à covariável indica que quanto maior a experiência do gestor escolar, a média da proficiência de matemática dos alunos aumenta 2,79 valores. Como este coeficiente tem associado uma estatística t, com valor 0,392 > 0,05 p-value, de certa forma a variável "T_ Gestão" está relacionada com a média da proficiência de matemática.

Estimates of Covariance Parameters[a]

Parameter		Estimate	Std. Error	Wald Z	Sig.	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
Residual		236,718388	60,126531	3,937	,000	143,888666	389,437173
Intercept [subject = E_Turmas]	Variance	46,593891	4294967296,000000	,000	1,000	,000000	.

a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.

Tabela 12: Estimação dos parâmetros de covariância (passo 2)

Através da tabela 12 podemos observar a estimação da variância dos resíduos $\hat{\sigma}_e^2 = 236{,}72$ semelhante ao do modelo nulo $\hat{\sigma}_e^2 = 235{,}1$ logo a presença da covariável do nível 2 (T_Gestão) não parece ter afetado a variabilidade do nível 1. O mesmo não acontece na estimação da variabilidade entre os centros $\left(\hat{\sigma}_{u_0}^2\right)$ em que houve alteração. No modelo vazio era de 290,4 e agora passou a ser 46,60, logo a variabilidade do nível 2 ficou afetada pela presença da covariável do nível 2. O valor-p do teste de Wald (0,000) mostra que depois de introduzir a variável (T_Gestão), não parece que as turmas difira na média. No entanto, mais uma vez alertamos que sendo este teste pouco adequado para amostras pequenas, poderá ficar por explicar parte das diferenças entre as turmas.

Information Criteria[a]

-2 Restricted Log Likelihood	265,030
Akaike's Information Criterion (AIC)	269,030
Hurvich and Tsai's Criterion (AICC)	269,459
Bozdogan's Criterion (CAIC)	273,898
Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)	271,898

The information criteria are displayed in smaller-is-better forms.
a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.

Tabela 13: Estatísticas de ajuste global (passo 2)

De fato, por análise da estatística -2LL nos dois modelos chegamos à conclusão que a variância entre as turmas é diferente de zero. Como podemos observar no modelo nulo obteve-se -2LL = 455,57 e quando incluímos a variável “T_ Gestão”, obtivemos -2LL = 265,03 (ver tabela 12). A diferença entre ambos os valores (190,54) segue uma distribuição qui-quadrado com 1 grau de liberdade (os dois modelos diferem de um parâmetro $\hat{\gamma}_{01}$ e diminuiu a deviance, o que significa aumento da melhoria do modelo). A probabilidade de encontrar valores maiores ou iguais a 190,54 na distribuição qui-quadrado com um grau de liberdade é inferior a 0,05. Daqui podemos concluir que, depois de inserir o efeito da idade, a média não é a mesma em todas as turmas, isto é, a variância das médias das turmas é maior que zero.

Para determinar qual a proporção da variância total que se deve às diferenças entre as turmas, calculemos o coeficiente de correlação intraclasse:

$$\rho = \frac{\hat{\sigma}_{u_0}^2}{\hat{\sigma}_{u_0}^2 + \hat{\sigma}_e^2} = \frac{46{,}59}{46{,}59 + 236{,}72} = 0{,}1644$$

Este valor indica que, ao acrescentar o efeito atribuível à média de T_ Gestão, quer dizer o tempo médio de experiência do gestor em cerca de 16% da variância total (variância da variável dependente) ainda se atribui às diferenças entre as médias das turmas. Este coeficiente, que agora está condicionado, informa o que ocorre nas turmas em relação à sua média quando se acrescenta a variável T_ Gestão.

No modelo nulo $\rho = 55\%$, pelo que, neste modelo, diminuiu o valor.

Comparando as estimações dos parâmetros da covariância do modelo nulo e deste modelo, ficamos a conhecer a proporção de variância explicada no nível 1:

$$R_1^2 = \frac{236{,}718388 - 235{,}097811}{236{,}718388} = 0{,}006846$$

E no nível 2:

$$R_2^2 = \frac{235{,}097811 - 46{,}593891}{235{,}097811} = 0{,}801810$$

Este valor significa que 80% das diferenças observadas entre as turmas (diferenças na classificação média) são diferenças atribuíveis ao tempo de trabalho na função de gestor escolar "experiência profissional".

Então temos:

Modelo da Análise de regressão: Regressão de médias como respostas

$$\boldsymbol{Y_{ij} = 235{,}1 + 2{,}79(T\_Gest\tilde{a}o) + (\mu_{0j} + \varepsilon_{ij})}$$

6.1.3 ANCOVA[19] COM UM FATOR E EFEITOS ALEATÓRIOS.

Este modelo é obtido quando se considera que as inclinações não variam de forma aleatória e não são afetadas pelo efeito de W_j, que é uma característica do grupo.

Inclusão da covariável Escola:

Uma covariável do nível 2, como era o caso do T_Gestão (experiência), permite explicar as diferenças existentes entre as médias das turmas, isto é, a variabilidade do nível 2. Para estudar a variabilidade do nível 1, ou seja, as diferenças entre os alunos da mesma turma, é necessária uma covariável do nível 1. Para tal, vamos usar a variável escola, uma variável dicotómica que indica a escola de proveniência do aluno: EEEF ou EEEFM. A variável escola toma o valor 0 para "EEEF" e 1 para "EEEFM" (sendo uma variável dicotómica pode ser incluída nas covariáveis).

---

[19] Análise de covariância

Vamos assim verificar se a escola de proveniência do aluno está relacionada com a média de proficiência dos alunos. Se sim, a escola de proveniência poderia ajudar a explicar, pelo menos em parte, as diferenças observadas entre os alunos de uma mesma turma.

Considerando ao incluir a covariável do nível 1, que a variável resposta é Y e uma única variável explanatória do nível 1 é x, então o modelo do nível 1 é da forma:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} X_{ij} + \varepsilon_{ij}\,, \;\; em\ que\ X_{ij} = x_{ij} - \overline{x}$$

No nível 2 o termo, $\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01} w_j + \mu_{0j}$ permanece inalterado e o termo $\beta_{1j} = \gamma_{10}$ é igual em todos os cursos, pois apenas se relacionam duas variáveis do nível 1.

Neste caso o coeficiente γ_{10} representa o declive médio que relaciona a média dos alunos com a zona de proveniência.

Substituindo as equações, obtemos o modelo combinado:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01} W_j + \gamma_{10} X_{ij} + (\mu_{0j} + \varepsilon_{ij})$$

Ao incluir esta nova covariável, obtemos os resultados das tabelas 10, 11 e 12.

A tabela 13 indica-nos as estimações dos efeitos fixos do modelo:

Estimates of Fixed Effects[a]

Parameter	Estimate	Std. Error	df	t	Sig.	95% Confidence Interval Lower Bound	95% Confidence Interval Upper Bound
Intercept	241,399883	6,383613	30,000	37,816	,000	228,362806	254,436960
T_Gestão	2,806717	2,030029	30,000	1,383	,177	-1,339155	6,952589
Escola	,765675	8,140628	,000	,094	1,000	-21,147674	22,679023

a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.

Tabela 14: Estimação dos efeitos fixos (passo 3)

A constante ou ordenada na origem ($\hat{\gamma} = 241{,}40$), representa uma estimação da média, na população das turmas. O coeficiente associado à variável ($\hat{\gamma}_{01} = 2{,}80$) é relativamente próximo ao obtido antes de incluir a covariável escola. Logo, obtemos o coeficiente associado à variável zona ($\hat{\gamma}_{10} = 0{,}77$), que indica que os alunos da escola (EEEFM) têm uma média 0,77 superior à dos alunos da escola (EEEF) que é 0.

Estimates of Covariance Parameters[a]

Parameter		Estimate	Std. Error	Wald Z	Sig.	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
Residual		244,455542	63,118149	3,873	,000	147,373906	405,489096
Intercept [subject = E_Turmas]	Variance	35,140303	6074000999,95210	,000	1,00	,000000	.

a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.

Tabela 15: Estimação dos parâmetros de covariância (passo 3)

A tabela 15 dá-nos as estimações dos parâmetros da covariância. A estimação da variabilidade entre as turmas $\left(\hat{\sigma}^2_{\mu_0}\right)$ diminuiu em relação e a variância dos resíduos $(\hat{\sigma}^2_e)$ também diminuiu consideravelmente em relação ao modelo nulo. A variabilidade intraturmas de nível 1, dada por:

$$R_1^2 = \frac{236{,}718388 - 244{,}455542}{236{,}718388} = -0{,}032685$$

Já a variabilidade entre turmas, do nível 2 dada por:

$$R_2^2 = \frac{46{,}593891 - 35{,}140303}{46{,}593891} = 0{,}24581$$

O ρ agora é calculado por

$$\rho = \frac{\hat{\sigma}^2_{\mu 0}}{\hat{\sigma}^2_{\mu 0} + \hat{\sigma}^2_e} = \frac{35{,}14}{35{,}14 + 244{,}46} = 0{,}125679 \ \approx 12{,}6\%$$

Como podemos observar, este valor diminuiu, pelo que uma parte das diferenças observadas nas turmas está explicada pela escola em que o aluno frequenta.

Information Criteria[a]	
-2 Restricted Log Likelihood	259,751
Akaike's Information Criterion (AIC)	265,751
Hurvich and Tsai's Criterion (AICC)	266,674
Bozdogan's Criterion (CAIC)	272,955
Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)	269,955
The information criteria are displayed in smaller-is-better forms.	
a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.	

Tabela 16: Estatísticas de ajuste global (passo 3)

Na tabela 16 podemos constatar que a qualidade do modelo aumentou ligeiramente,
uma vez que -2LL diminuiu.

Temos o modelo:

O modelo ANCOVA: de um fator de efeitos aleatórios

$$\boldsymbol{Y_{ij} = 244,46 + 2,8T\_Gest\text{ão} + 0,77escola + (\mu_{0j} + \varepsilon_{ij})}$$

6.1.4 ANÁLISE DE REGRESSÃO DE COEFICIENTES ALEATÓRIOS

Visto que até o momento os modelos encontrados anteriormente são chamados modelo de constantes ou interseções aleatórias porque, em todos eles, o único coeficiente que varia aleatoriamente de um curso para outro é a constante de intersecção do nível 1, (β_{0j}).

Nestes modelos, o declive (β_{1j}), ou não existe (como é o caso da ANOVA com um fator de efeitos aleatórios e na regressão com médias como resultados) ou toma um valor fixo (como é o caso da ANCOVA de um fator de efeitos aleatórios). No último modelo apresentado, foi assumida uma relação homogênea em todos os cursos entre a covariável (escola) e a variável dependente (proficiência média de matemática).

No entanto, para dizer que parte da variabilidade intraturmas (variabilidade de nível 1) pode ser explicada pela escola que frequenta, ou seja, para avaliar corretamente a relação existente entre a proficiência média de matemática e a escola que o aluno frequenta, é necessário obter uma equação de regressão para cada curso e analisar como variam as ordenadas na origem e os declives dessas equações. Poderá haver diferenças significativas entre as médias dos cursos (médias diferentes) e, também, a relação entre as médias e a zona pode não ser a mesma em todos os cursos (diferentes declives).

Para o modelo seguinte, consideramos o modelo de coeficientes aleatórios, já que ambos os coeficientes (ordenada na origem e declive) podem variar aleatoriamente de turma para turma.

No nível 1, o modelo é semelhante ao anterior (ANCOVA de um fator aleatório):

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} W_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

No nível 2, o termo (β_{0j}) também se define de modo semelhante ao anterior modelo:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \mu_{0j}$$

(Sabemos que é possível introduzir uma ou mais covariáveis de nível 2.)

A diferença entre este modelo e o anterior reside na forma de definir o declive (β_{1j}). No modelo anterior (ANCOVA) é interpretado como uma constante (estima-se apenas um declive para todos os cursos: $\beta_{1j} = \gamma_{10}$). No modelo de regressão com coeficientes aleatórios interpreta-se como uma variável $(\beta_{1j} = \gamma_{10} + \mu_{1j})$. Logo, cada curso terá o seu próprio declive (estimam-se tantos declives como cursos). (Ver subseção 3.1.4)

Substituindo, obtemos o modelo combinado:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01} W_j + \gamma_{10} X_{ij} + (\mu_{0j} + \mu_{0j}\mu_{1j} + \varepsilon_{ij})$$

Onde:

γ_{00} , é a média na população das turmas;

γ_{01} , é o declive médio que relaciona a variável dependente (média) com a covariável (nível 2);

γ_{10} , é o declive médio que relaciona a variável dependente (média) com a covariável (nível 1);

μ_{0j} , é o efeito aleatório da *j-ésima* unidade da turma sobre a ordenada na origem;

μ_{1j} , é o efeito aleatório da *j-ésima* unidade da turma sobre a inclinação;

ε_{ij} , é o erro do nível 1.

Assume-se que (ε_{ij}) se distribuem normalmente com média zero e igual variância $(\hat{\sigma}_e^2)$ em todos os cursos μ_{0j} e μ_{1j} e se distribuem normalmente com valor médio zero e variâncias $(\hat{\sigma}_{\mu 0}^2)$ e $(\hat{\sigma}_{\mu 1}^2)$, respetivamente.

Neste estudo, incluímos as covariáveis *(Escola, Município e Desempenho)* no nível 1e *(FC_prof, RH e T_Gestão)* do nível 2. Temos o modelo ajustado:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{p0}X_{pij} + \gamma_{0q}W_{qj} + \mu_{pj} * X_{pij} + \mu_{0j} + \varepsilon_{ij}$$

Para este modelo de regressão com coeficientes aleatórios, obtemos resultados expressos nas tabelas seguintes:

Estimates of Fixed Effects[a]

Parameter	Estimate	Std. Error	df	t	Sig.	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
Intercept	160,570386	5,566757	896,716	28,845	,000	149,644996	171,495775
Escola	3,484126	4,681808	70840,293	,744	,457	-5,692203	12,660455
FC_prof	-2,346114	1,162565	406,291	-2,018	,044	-4,631508	-,060720
RH	5,262457	,634188	406,291	8,298	,000	4,015758	6,509157
Desempenho	35,034291	3,632511	7527,851	9,645	,000	27,913555	42,155027
Município	,288262	3,386558	29801,664	,085	,932	-6,349537	6,926061
T_Gestão	2,551049	3,212996	,000	,794	1,000	-16,344274	21,446372

a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.

Tabela 17: Estimação dos efeitos fixos (passo 4)

Neste modelo de regressão a tabela 17, mostra-nos os coeficientes de efeitos fixos que, são: o valor da ordenada na origem $\hat{\gamma}_{00} = 160{,}57$que indica a média dos alunos na população das turmas, o valor do coeficiente associado às variáveis, *Escola* $\hat{\gamma}_{10} = 3{,}48$, *Município* $\hat{\gamma}_{20} = 0{,}29$, *Desempenho* $\hat{\gamma}_{30} = 35{,}03$, *FC_prof* $\hat{\gamma}_{01} = -2{,}35$, *T_Gestão* $\hat{\gamma}_{02} = 2{,}55$ e *RH* $\hat{\gamma}_{03} = 5{,}26$, que são uma estimação do declive médio.

Em cada turma estimou-se uma equação de regressão que relaciona cada variável com a média de proficiência de matemática. Os valores obtidos são uma estimação da média de todos esses declives. Neste caso, o teste t:

$$H_0\colon \gamma_{0q} = 0 \ \text{ ou } \ \gamma_{p0} = 0$$
$$Versus$$
$$H_0\colon \gamma_{0q} \neq 0 \ \text{ ou } \ \gamma_{p0} \neq 0$$

Além do *intercepet* apenas as variáveis Desempenho e RH apresentaram significância diferente de zero, pois tem-se o valor-p (0 < 0,05).

Estimates of Covariance Parameters[a]

Parameter		Estimate	Std. Error	Wald Z	Sig.	95% Confidence Interval Lower Bound	95% Confidence Interval Upper Bound
Residual		84,210893	23,355900	3,606	,000	48,897589	145,027081
Intercept + Desempenho + Município + Escola [subject = E_Turmas]	UN (1,1)	,000000[b]	,000000	.	.	.	.
	UN (2,1)	-,748883	41929986,38625	,000	1,00	-82181263,938189	82181262,440422
	UN (2,2)	,784620	17486013,08550	,000	1,00	,000000	.
	UN (3,1)	68,860640	,000000	.	.	.	.
	UN (3,2)	,000000[b]	,000000	.	.	.	.
	UN (3,3)	,000000[b]	,000000	.	.	.	.
	UN (4,1)	,000000[b]	,000000	.	.	.	.
	UN (4,2)	,000000[b]	,000000	.	.	.	.
	UN (4,3)	,000000[b]	,000000	.	.	.	.
	UN (4,4)	,000000[b]	,000000	.	.	.	.

a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.

b. This covariance parameter is redundant. The test statistic and confidence interval cannot be computed.

Tabela 18: Estimação dos parâmetros de covariância (passo 4)

A tabela acima indica-nos as estimações dos quatro parâmetros de covariância. A variância dos erros é $\hat{\sigma}_e^2 = 84{,}21$, e esta variância diz-nos em que medida variam os alunos em torno da reta de regressão da respetiva turma. O valor estimado é muito inferior ao modelo estimado pelo modelo nulo ($\hat{\sigma}_e^2 = 235{,}097811$). Para conhecer a proporção de variância explicada no nível 1, calculamos:

$$\rho = \frac{235{,}097811 - 84{,}210893}{235{,}097811} = 0{,}6480$$

Isto significa que ao incluir as variáveis do nível 1 no modelo de regressão, utilizando uma equação separada para cada turma, a variabilidade intraturma passa ser de 64%.

Pelo valor-p do teste de *Wald*, não rejeitamos a hipótese ($H_0: \hat{\sigma}_{\mu 0}^2 = 0$), e que a variância das ordenadas na origem seja zero, pois o valor crítico é $1{,}00 > 0{,}05$. Portanto podemos concluir que poderá haver igualdade nas interseções das retas de regressão das diferentes Turmas. Isto é, poderá não existir diferença na relação entre o desempenho e a proficiência média de matemática nas turmas.

Na análise da covariância entre as ordenadas na origem e os declives, tem-se $UN\ (2{,}2) = \hat{\sigma}_{\mu 0}^2 = \ 0{,}785$. Não parece haver relação entre as ordenadas na origem e os declives (valor-p= 1,00). Assim, a relação intraturma proficiência média de matemática, não parece aumentar nem diminuir, conforme o que acontece na ordenada na origem.

Information Criteria[a]	
-2 Restricted Log Likelihood	342,428
Akaike's Information Criterion (AIC)	368,428
Hurvich and Tsai's Criterion (AICC)	398,762
Bozdogan's Criterion (CAIC)	397,783
Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)	384,783
The information criteria are displayed in smaller-is-better forms.	
a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.	

Tabela 19: Estatísticas de ajuste global (passo 4)

Em relação ao modelo anterior, o valor de deviance aumentou pelo que a qualidade de ajustamento do modelo diminuiu.

Considerando as variáveis significativamente diferentes de zero, obtemos o modelo:

Modelo de análise de regressão: coeficientes aleatórios

$$\boldsymbol{Y_{ij} = 160,57 + 0,29município_{ij} - 2,35FC\_prof_{j} + (\mu_{0j} + \mu_{2j}município_{ij} + \varepsilon_{ij})}$$

6.1.5 ANÁLISE DE REGRESSÃO: ORDENADAS NA ORIGEM E DECLIVES COMO RESULTADOS

Após as análises entre os modelos antecedentes, verifica-se que as médias de proficiência e os declives variam de uma turma para outra, o passo seguinte é analisar se variáveis podem estar relacionadas com esta variabilidade.

Segundo Cruz (2012), a diferença entre este modelo e o anterior é a presença do efeito interação entre as variáveis do nível 1 e as do nível 2. A autora faz referência a Miles e Shevlin (2001) que descrevem este efeito de interação como “efeitos diferentes para grupos diferentes”. Por exemplo, a interação (*Escola* X *RH*) indica que a influência da escola em o aluno estuda é diferente entre turmas com alunos que tem falta de recursos humanos principalmente a falta de professores.

Neste caso, vamos fazer a estimação dos parâmetros, utilizando as covariáveis *Escola, Município, desempenho, FC_ prof, RH e T_ Gestão*. No modelo de ordenadas na origem como resultado verificamos que o Tempo de trabalho na função de gestor explica 80% das diferenças observadas nas médias das turmas, ou seja, 80% da variabilidade entre as médias. Pretendemos agora verificar que variáveis podem ter influência nesta variabilidade observada entre os declives.

O modelo de regressão que interpreta as médias e os declives com resultado é semelhante ao modelo de coeficientes aleatórios, no nível 1, assim tem-se:

$$\gamma_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

No nível 2, inclui as variáveis que se pretendem utilizar para explicar a variabilidade das médias e dos declives:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}\, Z_j + \gamma_{02}\, W_j + \mu_{0j}$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}\, Z_j + \gamma_{12}\, W_j + \mu_{1j}$$

Considerando duas variáveis no nível 2: Z e W, e substituindo, obtemos o modelo ajustado:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}Z_j + \gamma_{02}W_j + \gamma_{10}X_{ij} + \gamma_{11}\, X_{ij}Z_j + \gamma_{12}\, X_{ij}W_j + (\, \mu_{0j} + \mu_{1j}X_{ij} + \varepsilon_{ij}\,)$$

Onde:

γ_{00} é a média da classificação de todas as turmas

γ_{01} é o efeito principal a variável 1 do (nível 2);

Z_j é a variável explicativa do nível 2 correspondente à *j-ésima* turma;

γ_{02} é o efeito principal da variável 2 do nível 2;

W_j é a variável explicativa do nível 2correspondente à *j-ésima* turma;

γ_{10} é o declive médio que relaciona a média das classificações com a variável 1 do nível 1;

X_{ij} é a variável explicativa do nível 1correspondente ao *i-ésimo* aluno do *j-ésimo* curso;

μ_{0j} é o efeito aleatório da *j-ésima* unidade da turma sobre a ordenada na origem;

μ_{1j} é o efeito aleatório da *j-ésima* unidade da turma sobre a inclinação; e,

ε_{ij} é o erro ou resíduo aleatório do nível 1.

Neste modelo são ainda incluídas duas interações entre variáveis de diferentes níveis (escola, município, desempenho do nível 1 e T_ Gestão, FC_ prof e RH nível 2)

Tem-se que:

γ_{11} é o efeito conjunto da variável 1 do nível 1 e da variável 1 do nível 2.

γ_{12} é o efeito conjunto da variável 1 do nível 1 e da variável 2 do nível 2.

Assume-se que os erros (ε_{ij}) são normalmente distribuídos com média zero e igual variância ($\hat{\sigma}_e^2$) em todos os cursos com μ_{0j} e μ_{1j} e que se distribuem normalmente com valor esperado zero e variâncias $\left(\hat{\sigma}_{\mu 0}^2\right)$ e $\left(\hat{\sigma}_{\mu 1}^2\right)$, respetivamente.

O output do SPSS fornece-nos as tabelas seguintes, de ajustamento global da proposta do modelo linear multinível para dois níveis.

Information Criteria[a]	
-2 Restricted Log Likelihood	149,192
Akaike's Information Criterion (AIC)	163,192
Hurvich and Tsai's Criterion (AICC)	175,637
Bozdogan's Criterion (CAIC)	176,025
Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)	169,025
The information criteria are displayed in smaller-is-better forms.	
a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.	

Tabela 20: Estatísticas de ajustamento global (passo 5)

Na tabela acima pelo critério de informação em relação ao modelo anterior, o valor de deviance diminuiu pelo que a qualidade de ajustamento do modelo consequentemente deverá aumentar, no entanto devemos analisar todo o contexto demonstrado pelas próximas tabelas de estimação dos efeitos fixos e estimação dos parâmetros de covariância:

Estimates of Fixed Effects[a]							
Parameter	Estimate	Std. Error	df	t	Sig.	95% Confidence Interval	
						Low B	Upper B
Intercept	263,284773	120,360207	26,258	2,187	,038	15,998855	510,570691
Escola	-36,629445	18,925434	30,517	-1,935	,062	-75,252899	1,994008
Município	14,984527	16,218575	25,964	,924	,364	-18,355496	48,324549
Desempenho	-14,372432	58,625913	25,964	-,245	,808	-134,887907	106,143043
FC_prof	-50,288172	66,399444	25,96	-,757	,45	-186,78345	86,207111
RH	17,120675	32,970679	25,964	,519	,608	-50,656130	84,897481
T_Gestão	-19,386730	25,748781	25,964	-,753	,458	-72,317703	33,544243
Escola * FC_prof	13,243497	8,706987	25,964	1,521	,140	-4,655187	31,142181
Escola * RH	,937231	5,408894	25,964	,173	,864	-10,181665	12,056127
Escola * T_Gestão	7,828391	3,411805	25,964	2,295	,030	,814850	14,841932
Município * FC_prof	-2,720669	8,844553	25,964	-,308	,761	-20,902142	15,460805
Município * RH	,471983	2,965630	25,964	,159	,875	-5,624371	6,568337
Município * T_Gestão	-5,091229	2,919767	25,964	-1,744	,093	-11,093303	,910845
Desempenh * FC_prof	20,738217	33,876674	25,964	,612	,546	-48,901014	90,377447
Desempenh * RH	-6,177236	15,661273	25,964	-,394	,696	-38,371630	26,017157
Desempenh * T_Gestão	12,735167	12,334739	25,964	1,032	,311	-12,620974	38,091309

a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.

Tabela 21: Estimação dos efeitos fixos (passo 5)

A tabela 21 fornece-nos a estimativa dos 16 parâmetros dos efeitos fixos: um da ordenada na origem, os seis efeitos principais e as nove interações.

Temos $\hat{\gamma}_{00} = 263{,}28$ que corresponde à média das classificações na população das turmas.

Tendo em conta os efeitos escola e desempenho, T_ Gestão está em relação negativa $\hat{\gamma}_{01} = -19{,}39$, e o município "localidade" está positivo, logo divergem as influências da covariável T_ Gestão com a média das proficiências. Isso significa que, tendo em conta a influência das variáveis do nível 1, a classificação de proficiência dos alunos pode sofrer uma diminuição no seu valor médio, mesmo com a experiência de seus gestores, devido a diferenças entre escolas e o desempenho obtido por elas em relação as médias.

Considerando a variável T_ Gestão, obtemos: Escola $\hat{\gamma}_{10} = -36{,}63$, Município $\hat{\gamma}_{20} = 14{,}98$, Desempenho $\hat{\gamma}_{30} = -14{,}37$.

Temos dois valores negativos e um positivo, o que indica que:

- A classificação da proficiência média dos alunos das escolas ensino fundamental (EEEF - valor 0) é inferior em 36,6 valores à dos alunos das escolas do ensino fundamental e médio (EEEFM - valor 1).

- A classificação da proficiência média dos alunos com o desempenho alunos abaixo do básico é inferior em 14,37 valores relativamente aos alunos com desempenho adequado.

- A classificação dos alunos que obtiveram um baixo desempenho é inferior em 14,37 valores relativamente aos alunos que estão com o desempenho básico.

Relativamente às interações, temos a interação (Escola * T_ Gestão) que têm coeficiente positivo e significativo, pelo que a escola relaciona-se positivamente com o tempo de gestão "experiência do gestor" na escola corresponde às turmas.

Estimates of Covariance Parameters[a]

Parameter		Estimate	Std. Error	Wald Z	Sig.	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
Residual		66,639740	18,495430	3,603	,000	38,680119	114,809754
Intercept + Escola + E_Turmas [subject = E_Turmas]	UN (1,1)	86,682497[b]	,000000	.	.	.	.
	UN (2,1)	48,176081[b]	,000000	.	.	.	.
	UN (2,2)	27,822125[b]	,000000	.	.	.	.
	UN (3,1)	-25,477475[b]	,000000	.	.	.	.
	UN (3,2)	-7,864826	292235509,365063	,000	1,000	-572771081,224067	572771065,494414
	UN (3,3)	45,528036[b]	,000000	.	.	.	.

a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.

b. This covariance parameter is redundant. The test statistic and confidence interval cannot be computed.

Tabela 22: Estimação dos parâmetros de covariância (passo 5)

A tabela 22 dá-nos as estimações dos parâmetros de variância e covariância: a variância dos erros ou resíduos, $(\hat{\sigma}_e^2)$, a variância das médias, $UN(1,1) = \hat{\sigma}_{\mu 0}^2$, a variância dos declives da variável escola $UN(2,2) = \hat{\sigma}_{\mu 1}^2$ e a covariância entre as médias e os declives da variável escola, *UN* (2, 1). Da mesma forma, temos as variâncias e covariâncias para as restantes variáveis.

- $(\hat{\sigma}_e^2) = 66{,}64$, indica-nos em que medidavariam as médias dos alunos em torno da reta de regressão da respetiva turma. Este valor é inferior ao do modelo anterior, pelo que as interações contribuíram para reduzir este erro.
- Variância das ordenadas na origem, $UN\ (1,1) = \hat{\sigma}_{\mu 0}^2 = 86{,}68$, sendo o erro padrão zero.
- Variância dos declives, $UN\ (2,2) = \hat{\sigma}_{\mu 1}^2 = 27{,}82$, neste caso também o erro padrão é zero.
- Covariância entre as ordenadas e os declives, $UN\ (2,1) = 48{,}18$. Também com erro padrão zero.

6.1.6 VERIFICAÇÃO DOS PRESSUPOSTOS: ANÁLISE DOS RESÍDUOS

Os pressupostos de regressão são: os erros são independentes e identicamente distribuídos com distribuição Normal de média zero e variância σ^2. Uma vez que não conhecemos os erros temos que analisar a sua estimativa que é dada pelos resíduos:

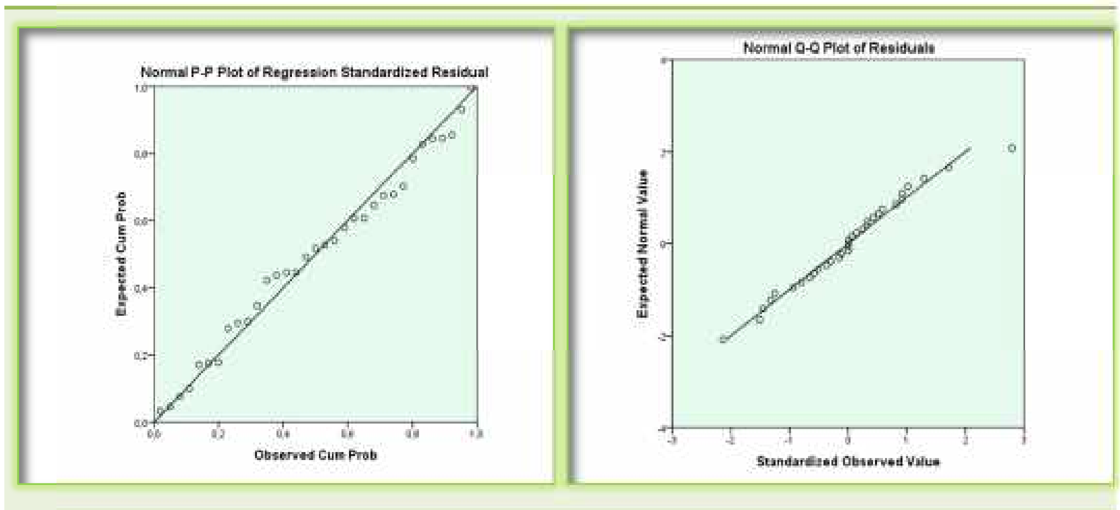


Gráfico 24: Gráficos residuais do (nível 1) o Normal P-P Plot e o Normal Q-Q Plot.

O P-P plot, bem como o Q-Q plot não nos dá qualquer indicação que contrarie o pressuposto da normalidade dos resíduos. Por outro lado, também não evidencia a existência de outliers. Os gráficos 24 e 25, foram gerados pelo SPSS 20.

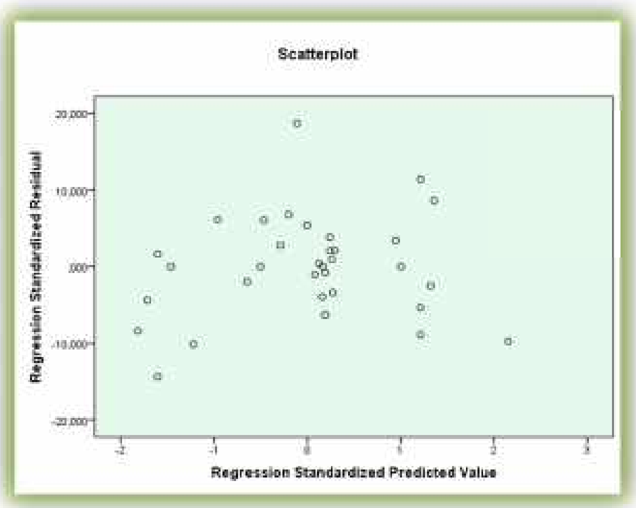


Gráfico 25: Gráfico de dispersão dos resíduos (nível 1)

O gráfico de dispersão dos resíduos em função dos valores preditos estandardizados releva a aleatoriedade. Mostra-se assim, que os pressupostos não são violados pelo modelo gerado (Raudenbush, Bryk, 2002). Portanto, pela análise feita na tabela 19, confirma-se o critério de informação em relação ao modelo anterior, o valor de deviance diminuiu pelo que a qualidade de ajustamento do modelo aumentou.

Obtemos assim o modelo seguinte, considerando as variáveis cujo coeficiente é significativamente diferente de zero:

Modelo de análise de regressão: ordenadas na origem e declives como resultados

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\gamma_{ij}} = {} & \mathbf{263{,}28 - 36{,}63}\boldsymbol{escola_{ij}} + \mathbf{14{,}98}\boldsymbol{município_{ij}} - \mathbf{14{,}37}\boldsymbol{desempenho_{ij}} \\ & + \mathbf{7{,}83}\boldsymbol{TGestão_j escola_{ij}} - \mathbf{5{,}09}\boldsymbol{TGestão_j município_{ij}} + (\boldsymbol{\mu_{0j}} \\ & + \boldsymbol{\mu_{1j} escola_{ij}} + \boldsymbol{\mu_{2j} município_{ij}} + \boldsymbol{\mu_{3j} desempenho_{ij}} + \boldsymbol{\varepsilon_{ij}})\end{aligned}$$

6.2 MODELO QUE RELACIONA AS VARIÁVEIS: Escola e T_ Gestão

Fator: Escola
Variável dependente: proficiência média de matemática
Covariável: T_ Gestão

6.2.1 MODELO NULO OU VAZIO

Analisando a tabela 23 abaixo temos a proficiência média da disciplina de matemática dos alunos das escolas EEEF com cerca de 247,88 valores e dos alunos das escolas EEEFM com 260,32 valores. A média total dos alunos é de 257,38 valores.

Descriptive Statistics				
Proficiência de Matemática				
Escola	Count	Mean	Standard Deviation	Coefficient of Variation
EEEF	13	247,8769	16,23972	6,6%
EEEFM	42	260,3238	19,37092	7,4%
Total	55	257,3818	19,28695	7,5%

Tabela 23: Estatísticas descritivas (modelo escola)

Information Criteria[a]	
-2 Restricted Log Likelihood	475,059
Akaike's Information Criterion (AIC)	479,059
Hurvich and Tsai's Criterion (AICC)	479,295
Bozdogan's Criterion (CAIC)	485,037
Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)	483,037
The information criteria are displayed in smaller-is-better forms.	
a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.	

Tabela 24: Estatísticas de ajuste global (passo 1)

No ajustamento global do modelo, na tabela 24 podemos analisar que a medida é do modelo proposto é capaz de representar a variabilidade observada nos dados (o ajuste do modelo é melhor quando for menor o valor destas estatísticas). O primeiro destes valores 475,059 é a *deviance* (-2LL), sendo que as interações convergem satisfatoriamente no critério de informação.

Estimates of Fixed Effects[a]							
Parameter	Estimate	Std. Error	df	t	Sig.	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
Intercept	254,847100	6,178482	,944	41,248	,019	164,439630	345,254570
a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.							

Tabela 25: Estimação dos efeitos fixos (passo 1)

A tabela 25 indica o valor estimado da ordenada na origem, que é o único parâmetro de efeitos fixos no modelo. Esta estimação representa a média populacional dos alunos das escolas EEEF e das escolas EEEFM, na variável dependente proficiência de matemática. Temos a estimação $\hat{\mu} = 254{,}85$ e o respectivo erro padrão 6,18 e o *p-value*, para testar a hipótese de que o parâmetro é zero.

$$H_0: \gamma_{00} = 0$$

$$H_1: \gamma_{00} > 0$$

Neste caso, como o valor-p = 0,019 < 0,05, podemos concluir pela rejeição da hipótese nula, ou seja a ordenada na origem é diferente de zero, ao nível de significância de 5%. Desta forma concluímos que a média da população de alunos é maior que zero.

Estimates of Covariance Parameters[a]

Parameter		Estimate	Std. Error	Wald Z	Sig.	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
Residual		349,986401	67,987369	5,148	,000	239,165849	512,157073
Escola	Variance	59,834971	109,602010	,546	,585	1,651112	2168,370992

a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.

Tabela 26: Estimação dos parâmetros de covariância (passo 1)

A partir deste modelo pode-se estruturar a matriz de variâncias/covariâncias para os níveis que se pretende utilizar. Então pode-se calcular a correlação entre indivíduos do mesmo grupo. Na tabela 26 temos as estimações dos parâmetros associados aos efeitos aleatórios do modelo. A variância do fator turmas (59,83) indica quanto varia a variável dependente no fator escola. A variância dos resíduos $\hat{\sigma}_e^2 = 349{,}99$ indica quanto varia a variável dependente dentro de cada escola. Segundo estas estimações, a variabilidade entre os centros representa ρ:

$$\rho = \frac{\hat{\sigma}_{u_0}^2}{\hat{\sigma}_{u_0}^2 + \hat{\sigma}_e^2} = \frac{59{,}83}{59{,}83 + 349{,}99} = 0{,}14599, \text{ em cerca de 15\% da variabilidade total.}$$

Este quociente denomina-se por coeficiente de correlação intraclasse e representa o grau de variabilidade existente entre as diferentes escolas em comparação com a variabilidade existente entre os alunos da EEEF e EEEFM. A tabela 26 dá-nos ainda informação que nos permite testar a significância de cada estimação, o valor-p do teste de

Wald, para testar a hipótese que pretendemos testar no modelo, que é se o efeito do fator é nulo.

$$H_0: \sigma_\beta^2 = 0$$

$$H_1: \sigma_\beta^2 > 0$$

O referido teste tem um valor-p de 0,585 > 0,05, pelo que não rejeitamos a hipótese nula, de que a variância populacional do fator escola é zero, podendo a média não diferir significantemente de escola EEEF para escola EEEFM. No entanto, dado que o teste Wald é muito conservador para amostras pequenas, talvez seja prudente pensarmos que fica por explicar parte das diferenças entre as escolas.

Os parâmetros de covariância estimaram-se assumindo que o fator escola é independente dos resíduos. Obtemos assim o modelo nulo, tal como se segue:

O Modelo Nulo

$$\boldsymbol{Y_{ij} = 254,85 + \mu_{0j} + \varepsilon_{ij}}$$

6.2.2 ANÁLISE DE REGRESSÃO: ORDENADAS NA ORIGEM COMO RESULTADOS

Ao comparamos a qualidade de ajustamento nos dois modelos, observamos que houve uma grande melhoria com a inclusão da covariável T_ Gestão.

Information Criteria[a]	
-2 Restricted Log Likelihood	265,030
Akaike's Information Criterion (AIC)	269,030
Hurvich and Tsai's Criterion (AICC)	269,459
Bozdogan's Criterion (CAIC)	273,898
Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)	271,898
The information criteria are displayed in smaller-is-better forms.	
a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.	

Tabela 27: Estatísticas de ajuste global (passo 2)

A tabela 27 de estatísticas de ajuste, podemos comparar onde, no modelo nulo obtivemos *-2LL* = 475,059 e quando incluímos a variável T_ Gestão, obtivemos *-2LL* = 265,030. A diferença entre ambos os valores (210,029) segue uma distribuição. Qui-Quadrado com 1 grau de liberdade (os dois modelos apenas diferem de um γ_{01}).

Este valor é consideravelmente superior ao valor crítico de 1,96. Daqui podemos concluir que, depois de inserir o efeito da idade, a média não é a mesma, tendo em conta o fator sucesso, isto é, que a variância das médias dos dois grupos de alunos é maior que zero.

Estimates of Fixed Effects[a]

Parameter	Estimate	Std. Error	df	t	Sig.	95% Confidence Interval Lower Bound	95% Confidence Interval Upper Bound
Intercept	241,899287	5,161090	31	46,870	,000	231,373176	252,425399
T_Gestão	2,790733	1,994354	31	1,399	,172	-1,276778	6,858245

a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.

Tabela 28: Estimação dos efeitos fixos (passo 2)

Da tabela acima de estimação dos efeitos fixos, obtemos o valor da ordenada na origem estimação $(\hat{\mu} = 254{,}85)$ e o coeficiente associado à covariável T_ Gestão $(\gamma_{01} = 2{,}79)$. Sabendo que a covariável T_ Gestão é experiência[20], o valor da ordenada na origem é uma estimação da média na população dos dois grupos de escolas.

O valor do coeficiente associado à covariável indica que por cada ano que aumenta a experiência média na escola, a média da proficiência dos alunos aumenta 2,79 valores. Como este coeficiente tem associado uma estatística t, cujo valor-p = 0,172 > 0,05, não rejeitamos H_0 e que a experiência T_ Gestão não influência a proficiência média de matemática dos alunos em relação a qual for à escola em que estuda.

[20] Tempo de exercício na função de gestor.

Estimates of Covariance Parameters[a]

Parameter		Estimate	Std. Error	Wald Z	Sig.	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
Residual		236,718388	60,126531	3,937	,000	143,888666	389,437173
Intercept [subject = Escola]	Variance	6,914162[b]	21,542909	,321	,748	,015403	3103,732555

a. Dependent Variable: Proficiência de Matemática.

b. This covariance parameter is redundant. The test statistic and confidence interval cannot be computed.

Tabela 29: Estimação dos parâmetros de covariância (passo 2)

Para determinar qual a proporção da variância total que se deve às diferenças entre as escolas, calculemos o coeficiente de correlação intraclasse:

$$\rho = \frac{\hat{\sigma}_{u_0}^2}{\hat{\sigma}_{u_0}^2 + \hat{\sigma}_e^2} = \frac{6{,}91}{6{,}91 + 236{,}72} = 0{,}02836$$

Este valor indica que, ao acrescentar o efeito atribuível à T_ Gestão, cerca de 3% da variância total (variância da variável dependente) ainda se atribui às diferenças entre as médias dos dois grupos de escolas (EEEF/EEEFM). Este coeficiente agora está condicionado, pois informa o que ocorre nos grupos em relação à sua média quando se acrescenta a variável T_ Gestão.

No modelo nulo, $\rho = 14\%$, pelo que, neste modelo, diminuiu cinco vezes.

Comparando as estimações dos parâmetros da covariância do modelo nulo e deste modelo, ficamos a conhecer a proporção de variância explicada no nível 2:

$$R_2^2 = \frac{59{,}83 - 6{,}91}{59{,}83} = 0{,}88$$

Logo, cerca de 88% das diferenças observadas nos dois grupos são atribuídas à experiência do gestor dos alunos.

Obtemos assim o modelo seguinte, tendo em conta que o coeficiente da variável não é significativamente diferente de zero:

O Modelo de análise de regressão: ordenadas na origem como resultado

$$Y_{ij} = 241,9 + 2,79T\_Gestão + (\mu_{0j} + \varepsilon_{ij})$$

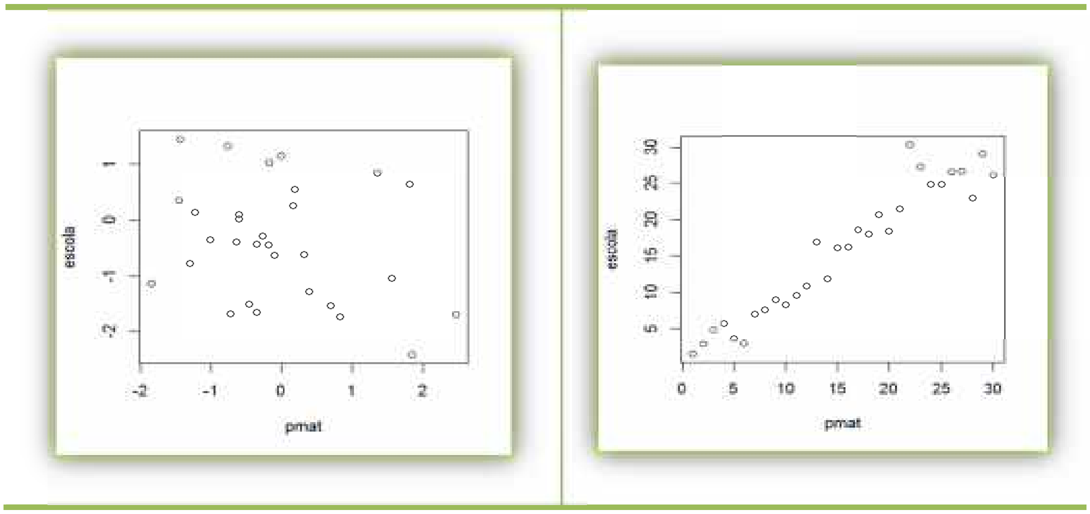
6.3 AJUSTES DA REGRESSÃO LINEAR UTILIZANDO O R.

Nesta utilização do software R, houve a necessidade de fazer uma escolha aleatória da amostra (n=30), incluindo duas das variáveis em análise neste estudo alterando a nomenclatura (pmat – "proficiência média de matemática" e "escola"), na subseção anterior a amostra considerada foi de (n=55). Considerando o que já foi apresentado no capítulo 4, o uso dos recursos será aplicado no ajustamento da regressão linear.

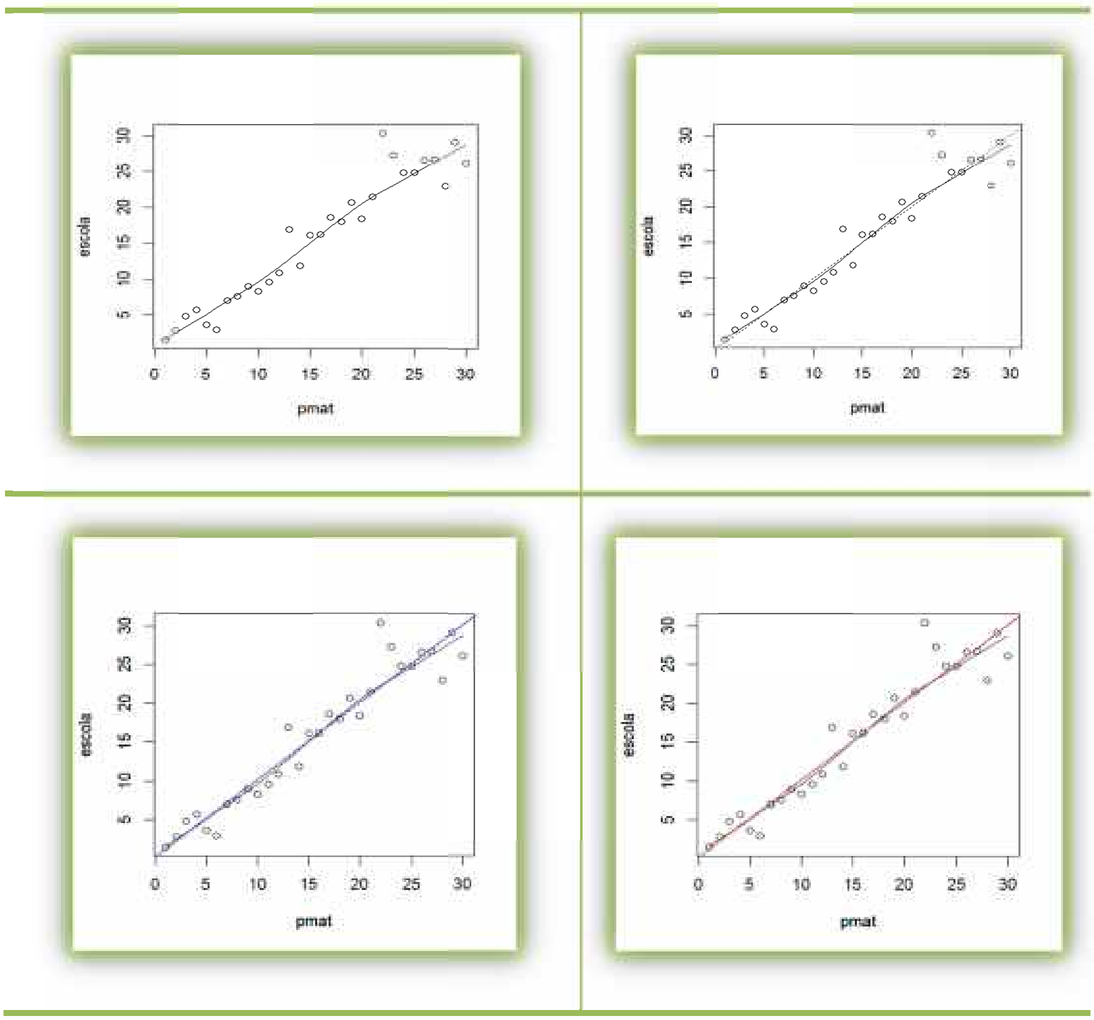
A construção dos gráficos a seguir dá-nos uma ideia dos pressupostos de regressão linear ponderada ou não ponderada, além dos pressupostos dos: erros residuais, que são independentes e identicamente distribuídos com distribuição normal. Destaca-se ainda o diagnóstico padrão para testar a homocedasticidade, bem como testes para a assimetria, curtose e outliers.

O script do R usado é uma adaptação do modelo pseudoaleatório de Ribeiro Jr. (2005). Uma vez que não conhecemos os erros temos que analisar a sua estimativa que é dada pelos resíduos:

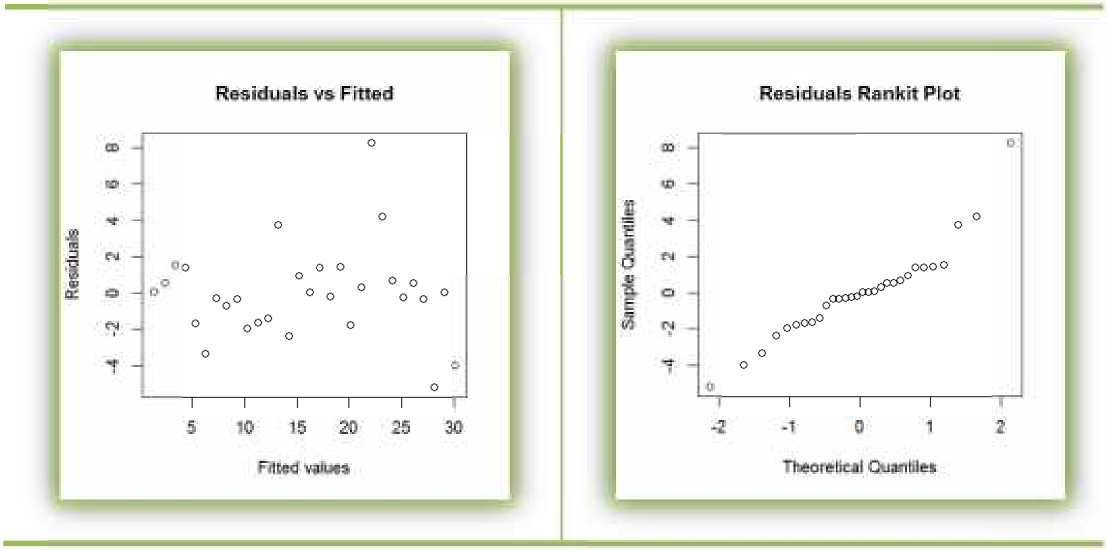
```
# Adaptação das Variáveis Proficiência de Matemática e Escola,
#Amostra (n=30).
       ex01<-read.table("D:/dados.txt",sep="",h=T)
       ex01 x<-pmat
       pmat<- rnorm(30)
       escola<- rnorm(pmat)
       plot(pmat, escola)
```



Gráficos 26: Gráficos gerados pelo R. (regressão linear simples).



Gráficos 27: Gráficos gerados pelo R. (regressão não ponderada e ponderada).



Gráficos 28: Gráficos gerados pelo R. (escores normais para testar assimetria, curtose e outliers).

Os gráficos gerados aqui pelo R, não são o objeto principal neste estudo, mas sabemos que são uma ferramenta poderosa na exploração de análises estatísticas, e que podem ser utilizadas e exploradas nos próximos estudos. Assim, analisado a dispersão dos resíduos em função dos valores preditos estandardizados mostra-se aleatório. Logo mostra-nos que os pressupostos não são violados pelo modelo gerado.

Portanto, pela análise feita na subseção anteriormente, mesmo com os ajustes e modificações confirma-se o critério de informação em relação ao modelo anterior, o valor de deviance diminuiu pelo que a qualidade de ajustamento do modelo aumentou.

CAPÍTULO 7

DISCUSSÃO E CONSIDERAÇÕES

7 DISCUSSÃO E CONSIDERAÇÕES

7.1 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Na aplicação e análise deste estudo, procurámos identificar e quantificar a influência da escola, turma, município, desempenho, gestão escolar, formação continuada do professor e recursos humanos nas escolas, na classificação da proficiência média dos alunos na disciplina de matemática segundo dados do SAERO 2012.

Utilizámos um modelo linear multinível com dois níveis, através do SPSS 20, e foram obtidos os modelos com certa significância na análise efetuada. Verifica-se que relativamente aos modelos *"Modelo de análise de regressão: coeficientes aleatórios"*, onde o município (localização da escola e consequentemente estuda o aluno), e na FC_ Prof (formação continuada do professor) tem influência significativa no resultado na classificação do aluno, o que se ajusta melhor aos dados, sendo preferencial comparativamente com o "*Modelo de análise regressão: ordenadas na origem e declives como resultados"*.

Foi analisado ainda o modelo que relaciona o T_ gestão com a escola, no sentido de avaliar se o tempo de gestão (o tempo de trabalho na função de gestor "experiência") teria alguma influência na classificação proficiência média do aluno. Ao nível de significância de 5% verificou-se que a experiência do gestor tem influência significativamente a classificação da proficiência média, o sucesso do aluno, e consequentemente o sucesso da escola em que desempenha a função de gestor.

Já os resultados da utilização do R, mostram-nos uma possibilidade de análise com mais detalhes, quer na inferência, quer na modelação que procuraremos explorar em trabalhos futuros. Mesmo não sendo objeto principal do estudo, os resultados com os gráficos Obtidos pelo R foram muito importantes para o conhecimento, o que permite de certa forma e do ponto de vista computacional, complementar informação que se obteve com o SPSS 20.

7.2 CONSIDERAÇÕES E PERSPECTIVA DE INVESTIGAÇÃO FUTURA

Como vários estudos que encontramos sobre a qualidade da educação de um Estado ou País, que seja o sucesso da educação e principalmente o sucesso dos alunos que terminaram um curso ou uma etapa pela sua classificação medida e referenciada no seu conhecimento obtido ao fim destes em valores considerados adequados para o qual concluiu em estes tem suas metas predefinidas para um período determinados.

Sendo que mesmo a metodologia estatística dos modelos lineares multiníveis, vem cada vez mais assumindo o seu papel importante dentro da literatura e utilização em pesquisas na educação, mesmo considerada por vários investigadores seja de alta complexidade pela imensa quantidade de fatores e variáveis que estão relacionadas a educação “ensino aprendizagem”.

Encontramos o grande desafio que surge a partir de cada estudo, o que não foi diferente neste trabalho, a partir das conclusões encontradas consiste em verificar que influência é que os gestores, professores poderão ter na variável dependente classificação média da proficiência e porque não nos resultados do IDEB (metas a serem atingidas até 2020), quer da classificação média geral quer da classificação média por disciplina.

Para o modelo multinível com maiores detalhes (utilizando o software R), dentro de cada nível em que se encontra o contexto da Educação, além do nível aluno e da escola, teríamos que analisar o nível do professor com maiores detalhes como a qualidade de vida, este poderia ser discutido inclusive a sua saúde. Este novo tipo de estudo terá que recorrer a modelos multinível de classificação cruzada.

Uma sugestão seria explorar os softwares disponíveis para tratamentos de certos casos, como por exemplo, modelos multinível de classificação cruzada, e desenvolver *package*s adequados a casos especiais recorrendo à linguagem R.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUERRE, T. F. (2003): *Métodos Estadísticos de Estimación de los Efectos de la Aplicación al Estudio de las Escuelas Eficaces*. REICE – Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, Vol. I, nº 2. Disponível em: http://www.ice.deusto.es/RINACE/reice/vol1n2/Tabare.pdf

ALBERNAZ, Â.; FERREIRA, F. H. G.; FRANCO, C. (2002*): Qualidade e Equidade no Ensino Fundamental Brasileiro. Pesquisa e Planejamento Econômico*. PPE/IPEA, v. 32, n. 3, dezembro.

BARRETO, M. L.(2000): *Modelação Multinível. Sitientibus, Feira de Santana*, n. 22, p. 89-98, jan./jun.

BARBOSA, M. (2009): *Uma abordagem para análise de dados com medidas repetidas utilizando modelos lineares mistos*. Dissertação (Mestrado) Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz".

BIONDI, R. L.; FELÍCIO, F. de. (2008): *Atributos Escolares e o Desempenho dos Estudantes: uma análise em painel dos dados do SAEB*. Brasília: MEC/INEP.

BONAMINO, A. M. C. de. (2002): *Tempos de avaliação educacional: o SAEB, seus agentes, referências e tendências*. Rio de Janeiro: Quartet.

BRYK, A.S.; RAUDENBUSH, S.W. (1992): *Hierarchical linear models*. Chicago: Sage Publications.

CABRITA, D. M. D. (2012): *Métodos multivariados para variáveis qualitativas: aplicação ao estudo de variáveis associadas com a avaliação na disciplina de Matemática de uma escola do Ensino Básico no Concelho de Vila Nova de Gaia*. Dissertação de (mestrado). Universidade Aberta de Portugal.

CADAVAL, A. F.; MONTEIRO, S. M. M. (2011): *Determinantes da Qualidade da Educação Fundamental no Brasil: Uma Análise com Dados do SAEB*. In: Encontro Nacional de Economia – ANPEC, XXXIX, 2011, Foz do Iguaçu. Anais. Foz do Iguaçu, de 6 a 9 de dezembro de 2013.

CALADO, V. e MONTGOMERY D. (2003): *Planejamento de Experimentos usando o Statistica.* 1° ed, editora E-papers. Rio de Janeiro.

CHARNET, R. et al. (1999): *Análise de modelos de regressão linear com aplicações*. São Paulo: Unicamp, 1999.

COCHRAN, W.G. (1965): *Técnicas de amostragem*. Rio de Janeiro, Editora Fundo de Cultura e USAID.

CORDEIRO, G.M. e LIMA NETO, E.A. (2006): *Modelos Paramétricos*. Recife: Universidade Federal Rural de Pernambuco, Departamento de Estatística e Informática.

COSTA, G. G. O. (2011): *Curso de Estatística Básica Teoria e Prática*. Editora Atlas. São Paulo.

CRUZ, C. C. M. S. da, (2010): *Modelos Multi-nível: Fundamentos e Aplicações.* Dissertação de (mestrado). Universidade Aberta de Portugal.

DAVIDSON, Russell and James G. MacKinnon. (1993): *Estimation and Inference in Econometrics*, Oxford: Oxford University Press.

DOBSON, A. J. (2002): *An Introduction to Generalized Linear Models*. 2d ed. Chapman & Hall/CRC.

EFRON, B. (1979): *Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife.* Annals of Statistics7.

EFRON, B. & R. J. TIBSHIRANI. (1993): *An Introduction to the Bootstrap*. New York: Chapman and Hall.

EHLERS R. S. (2003): *Introdução a Inferência Bayesiana* Versão Revisada. Disponível em: http://www.leg.ufpr.br/~paulojus/CE227/ce227.pdf. Acesso em: 05 de jul. 2014.

FÁVERO, L. P. et al. (2009): *Análise de Dados: Modelação Multivariada para Tomada de Decisões.* 1ª. ed. Rio de Janeiro: Campos Elsevier.

FELÍCIO, F. de; FERNANDES, R. (2005): *O Efeito da Qualidade da Escola sobre o Desempenho Escolar: Uma Avaliação do Ensino Fundamental no Estado de São Paulo*. In: Encontro Nacional de Economia – ANPEC, XXXIII, Natal. Anais de 6 a 9 de dezembro de 2005.

FERRÃO, M. E., FERNANDES, C. (2000):*Modelo multinível: uma aplicação a dados de avaliação educacional. Estudos em Avaliação Educacional*, v. 22, p. 135-153.

FERRÃO, M.E., BELTRÃO, K.I.; SANTOS, D.P. (2002): *Modelo de regressão multinível: Aplicação ao estudo do impacto da política de não-repetência no desempenho escolar dos alunos da 4ª série.*

FERRÃO, M. E.; FERNANDES, C. (2003): *A Contribuição da Escola no Desempenho Escolar do Aluno: Evidências do SAEB*. Revista Brasileira de Economia, Artigo submetido.

FERRÃO, M.E. (2003): *Introdução aos modelos de regressão multinível em educação*. São Paulo: Komedi.

FRANÇA, M. T. A.; GONÇALVES, F. de O. (2012): *Sistemas Públicos de Ensino Fundamental e a Perpetuação da Desigualdade: Democracia e Qualidade Educacional como Promotoras de Justiça Social*. Revista Brasileira de Estudos Populacionais, Rio de Janeiro, v. 29, n. 2, jul-dez .

FRANCO, C., MANDARINO, M., ORTIGÃO, M. I. (2001): *Projeto pedagógico de escola promove qualidade e equidade em educação?* Revista UNDIME-RJ, v. 7, nº 2, p. 30-46.

FRANCO, C. (2001): *Iniciativas recentes de avaliação da qualidade da educação no Brasil*. In: FRANCO, C. (org.). Avaliação, ciclos e promoção na educação. Porto Alegre: Artmed Editora.

FONSECA, J. L. S. (2007): *Pesquisa sobre efeito escola: uma contribuição para a qualidade da educação no Brasil.* Revista Contemporânea de Educação, Rio de Janeiro, v. 2, p. 1/4-12.

FUNDAÇÃO DE ECONOMIA E ESTATÍSTICA. *Estatísticas*. Disponível em: http://www.fee.tche.br/sitefee/pt/content/estatisticas/pg_populacao.php. Acesso em 28 jun. 2014.

FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO. *Tamanho da Turma Faz Diferença?* Fundescola, Publicações. Série Estudos, n. 12. Disponível em: http://www.fnde.gov.br/index.php/fundescola-publicacoes, Acesso em: 02 jul. 2014.

GOLDSTEIN, H. (1999): *Multilevel Statistical Models, Internet London: Institute of Education,* Multilevel Models Project, 1ª ed. April.

GOLDSTEIN, H. (1995): *Multilevel Statistical Models*. Halstead Press, New York.

GONÇALVES, K. C.(2010): *Estimadores lineares bayesianos em amostragem de população finita* / Dissertação (mestrado) – UFRJ/IM. - Rio de Janeiro. Disponível em: http://www.dme.ufrj.br/teses.htm acesso em: 04 de jul. 2014.

GONÇALVES, M. E.; RIOS-NETO, E. L. G.; CÉSAR, C. C. (2011): *Aplicação do Modelo Hierárquico Logístico Longitudinal à Análise da Trajetória Escolar (4ª a 8ª Série)* *no Ensino Fundamental*. In: XVII Fórum BNB de Desenvolvimento e XVI Encontro Regional de Economia, 2011, Fortaleza. Crescimento Econômico e Redução da Pobreza.

HAIR, J.F; ANDERSON, R.E; TATHAM, R. L; BLACK, W. C. (2009): *Análise Multivariada de Dados*. Book-man, 6ª edição, Porto Alegre.

HENDERSON, C. R. (1975): *Best linear unbiased estimation and prediction under a selection model*. Biometrics, Raleigh, v. 31, n. 2, p. 423-447, June.

HOX, J. (2002): *Multilevel analysis: techniques and applications*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *História da Prova Brasil e do Saeb*. Disponível em: http://provabrasil.inep.gov.br/historico. Acesso em 02 agosto. 2014.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Instruções para aplicação do SAEB*. 2013. Disponível em: <http://provabrasil.inep.gov.br>. Acesso em: jul. 2014.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Prova Brasil e Saeb*. Disponível em: http://provabrasil.inep.gov.br/. Acesso em 02 agosto. 2014.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Censo Escolar*. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/basica-censo. Acesso em 02 agosto 2014.

JESUS, G. R. de.; LAROS, J. A. (2004): *Eficácia Escolar: Regressão Multinível com Dados de Avaliação em Larga Escala*. Avaliação Psicológica, 3 (2), p. 93-106.

KAZMIER, L. J. (1982): *Estatística aplicada a Economia e Administração* (Série Schaum). McGraw-Hill do Brasil, São Paulo.

KLIKSBERG, B. (1998): *Repensando o Estado para o Desenvolvimento Social: Superando Dogmas e Convencionalismos*. Editora Cortez, Brasília.

LAROS, J, MARCIANO, J., (2008): *Análise multinível aplicada aos dados do NELS:88*. Estudos em Avaliação Educacional, Brasília.

LATTIN, J., CARROL, J. D. & GREEN, P. E. (2011): Análise de Dados Multivariados. São Paulo: Cengage Learning.

LEVINE, D. M. (2008): *Estatística: Teorias e Aplicações*. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora.

LINDLEY, D. V. & SMITH, A. F. M. (1972): *Bayes Estimates for for the Linear Model.* Journal of the Royal Statistical B 34, 1-41.

MACHADO et al. (2008): *Qualidade do Ensino em Matemática: Determinantes do Desempenho de Alunos em Escolas Públicas Estaduais Mineiras*. Revista Economia, Brasília (DF), v. 9, n. 1, p. 23-45, jan-abr.

MAROCO, J. (2007): *"Análise Estatística com utilização do SPSS"*, 3ª Edição Revista Aumentada, Ediões Sílabo.

MAROCO, J. (2010): *"Análise Estatística com o PASW Statistics (ex-SPSS)"*, Edição apoiada por, PSE (Produtos e Serviços de Estatística, Lda).

MEC - MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. (2013): *Conheça as ações do Plano de Desenvolvimento da Educação*. Brasília. Disponível em: www.mec.gov.br . Acesso em: 30 de jun 2014.

MENEZES-FILHO, N. (2007): *Os Determinantes do Desempenho Escolar do Brasil. Instituto* Futuro Brasil, Ibmec-SP, FEA-USP. Disponível em http://veja.abril.com.br/gustavo_ioschpe/arquivos_270908/Menezes-Filho%202007%20-%20Os%20Determinantes%20do%20Desempenho%20Escolar%20no%20Brasil.pdf. Acesso em 05 jun. 2014.

MESQUITA, J. M. de C. (2010): *Estatística multivariada aplicada à administração: guia prático para utilização do SPSS*. CRV- Curitiba.
MILES, J.; SHEVLIN, M. (2001). *"Applying regressionand correlation: a guide for students and researchers".* London. Sage Publications.

MINGOTI, S. A. (2005): *Análise de dados através de métodos de estatística multivariada: uma abordagem aplicada.* Belo Horizonte: Editora UFMG.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, GEORGE C. (2003): *Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros*. 2ª. Edição. LCT. Rio de Janeiro.

MONTGOMERY, D. C. (2004): *Introdução ao controle estatístico da qualidade*. 4ª. Ed., Rio de Janeiro:LTC. (tradução de Ana Maria Lima de Farias; Vera R. Lima de Farias e Flores; Luiz da Costa Laurencel).

MONTGOMERY, D. C. (2005): *Design and Analysis of Experiments*. John Wiley & Sons, 6th Ed.

MOREIRA, K. S. G. (2013): *Determinantes do Desempenho Escolar no Rio Grande do Sul: uma Análise a Partir de Modelos Hierárquicos*. Diss. (Mestrado em Economia do

Desenvolvimento) – FACE, PUCRS - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.

NATIS, L. (2000): *Modelos lineares hierárquicos*. Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo. Dissertação de Mestrado.

NATIS, L. (2001): *"Modelos Hierárquicos Lineares"*. Estudos em Avaliação Educacional. n. 23,jun-jul.

NELDER, J.A.; WEDDERBURN, R.W.M. (1972): *Generalized linear models*. Journal of the Royal Statistical Society, A 135, 370-384.

NETER, J. et al. (1996): *Applied Linear Regresseion Models*. 3. Ed. Boston: Times Mirror Hiher Group, Inc.

NOBRE, J. S. (2004): *Métodos de diagnóstico para modelos lineares mistos.* Master's thesis, Universidade de São Paulo.

NOBRE, J. S.; SINGER, J. M. (2007): *Residuals Analysis for linear Mixed Models*. Biometrical Journal, Vol. 49, p. 863-875.

O'CONNELL, Ann A.; MCCOUCH, D. B. (2008): Multilevel Modeling of Educational Data.1. ed. Charlotte, NC : IAP.

OLIVEIRA, T.A. (2004): *Estatística Aplicada*, Edições Universidade Aberta.

PAULA, G. A. (2010): *Modelos de Regressão com Apoio Computacional*, São Paulo: IME–Universidade de São Paulo.

PAULA, G. A. (2013): "*Modelos de Regressão: com apoio computacional"*. Instituto de Matemática e Estatística. Universidade de São Paulo. Disponível em: http://www.ime.usp.br/~giapaula/texto_2013.pdf, Acesso em julho e setembro, 2014.

PINHEIRO, J.C. & D.M. BATES (2000): *Mixed-Effects Models in S and S-PLUS*. Springer Verlag.

PINHEIRO, J.; BATES, D.; DebRoy, S., Sarkar, D. (2009): *And the R Core team nlme: Linear and Nonlinear Mixed Effects Models*. R package version 3.1-96.

PROVETE D. B. et al. (2011): *Estatística aplicada à ecologia usando o R*, UNESP- Universidade Estadual Paulista, São José do Rio Preto, SP Abril. Disponível em: http://cran.r-project.org/doc/contrib/Provete-estatistica_aplicada.pdf, __acesso em: 04 de set. 2014.

R DEVELOPMENT CORE TEAM (2014): *R: A language and environment for statistical computing.* R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL http://www.R-project.org.

RAMOS, M. W. A. (2009): *A modelação de um índice de produção científica através de modelos lineares generalizados hierárquicos*. Dissertação de (mestrado). Universidade Federal de Pernambuco, Recife. Disponível em: https://www.ufpe.br/ppge/images/dissertacoes/dissertacao093.pdf, Acesso em 12 de Set. 2014.

RAUDENBUSH, S.W. (1993): *"Hierarchical linear models and experimental design"*. In Edwards, L.K. (ed.) Applied Analysis of variance in the Behavioral Sciences, Mercel Dekker, New York.

RAUDENBUSH, S.W., BRYK A.S. (2002): *"Hierarchical linear models. Applications and data analysis methods"*.Second Edition. Thousand Oaks: Sage Publications, Ltd.

RAUDENBUSH, STEPHEN W. et al. (2004): *HLM 6: Hierarchical Linear and Nonlinear Modeling*. Scientific Software International, Lincolnwood.

RIBEIRO Jr, P. Justiniano (2005): *Curso sobre o programa computacional R.* Disponível em: http://www.leg.ufpr.br/Rpira/Rpira.pdf Acesso em novembro 2014

SAERO - Sistema de Avaliação Educacional de Rondônia. (2012): Disponível em: http://www.saero.caedufjf.net/resultados/resultados-anteriores/resultados-por-escola/. Acesso em maio-agosto, 2014.

SANTOS, C.; FERREIRA, L. O. N.; DOURADO, M.; BARRETO, M. (2000): *"Modelação Multi-nível"*, Sitientibus, Feira de Santana, num.22, p. 89-98.

SEARLE, S.R.; CASELLA, G.; MCCULLOCH, C.E. (1992): *Variance components*. NewYork: J. Wiley.

SEDUC – Secretaria de Estado da Educação de Rondônia. (SAERO) e Escolas Estaduais, http://www.rondonia.ro.gov.br/seduc/.

SENGER, R. (2012): *Os Determinantes da Qualidade da Educação Básica no Rio Grande do Sul: Uma Análise com Dados da Prova Brasil*. 112 f. Dissertação (Mestrado em Economia do Desenvolvimento) – Programa de Pós-graduação em Economia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

SILVA, R. B. (2007): *Curso de Estatística Experimental. Uso do SISVAR na Análise de Experimentos*. Patos de Minas, Minas Gerais, Brasil: Universidade Federal de Lavras.

SINGER, J. D. (1998): *Using SAS PROC MIXED to Fit Multilevel Models, Hierarchical Models, and Individual Growth Models*. Journal of Educational and Behavioral Statistics, v. 23, n. 4, p. 323-355.

SOARES, T. M. (2005): *Modelo de Três Níveis Hierárquicos para a Proficiência dos Alunos da 4ª Série Avaliados no Teste de Língua Portuguesa do SIMAVE/PROEB-2002*. Revista Brasileira de Educação, n. 29, mai-ago.

SOARES, T. M. (2003): *Influência do Professor e do Ambiente em Sala de Aula sobre a Proficiência Alcançada pelos Alunos Avaliados no Simave-2002*. Estudos em Avaliação Educacional, n. 28, jul-dez.

SOARES, T. M.; MENDONÇA, M. C. (2003): *Construção de um Modelo de Regressão Hierárquico para os Dados do SIMAVE-2000*. Pesquisa Operacional, v. 23, n. 3, p. 421-441, set-dez, 2003.

SOARES, J. F. et al (2000): *"Modelo explicativo do desempenho escolar dos alunos e análise dos fatores do SAEB – 1997"*. Universidade Federal de Minas Gerais: Instituto de ciências exatas.

SOARES, J. F. (2004): *"O efeito da escola no desempenho cognitivo de seus alunos"*. Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, v. 2, n. 2.

SOARES, J. F. et al. (2004): *Fatores associados ao desempenho em língua portuguesa e matemática: a evidência do SAEB 2003*. Relatório técnico. Belo Horizonte: EdUFMG.

SOARES, J. F., ANDRADE, R. J. (2008): *Avaliação da qualidade da educação escolar brasileira*. http://www.fcc.org.br/pesquisa/publicacoes/eae/arquivos/1456/1456.pdf Acesso em 20 de jul 2014.

SMAILES, J.; MCGRANE, A. (2002): *Estatística Aplicada à Administração com Excel*. São Paulo: Atlas, 2002.

SMITH, A.F.M. (1973): *General Bayesian Linear Model*. Journal of the Royal Statistical Society, B 35, p. 61-75.

SULLIVAN, L M. et al. (1999): *"Tutorial in Biostatistics: an introduction to hierarchical linear modeling" Statistics in Medicine*, 18, 855-888. Disponível em: http://stat.gamma.rug.nl/snijders/sullivan_tutorial.pdf. Acesso em 04 de agosto de 2014.

VALENTE, V.; OLIVEIRA, T.A. (2007): "*Modelos Lineares Hierárquicos na Educação: Uma aplicação".* Abstract publicado no livro de resumos da SPE 2006, Publicações INE, pg 159; artigo publicado em Ferrão, M. E., Nunes, C. e Braumann, C. A., eds, 2007.

Estatística Ciência Interdisciplinar, Actas do XIV Congresso Anual da SPE, Covilhã, p. 827-837.

VALENTE, V. e OLIVEIRA, T.A. (2007). Modelos Lineares Hierárquicos na Educação: Uma aplicação. Em: Ferrão, M. E., Nunes, C. e Braumann, C. A., eds, 2007. Estatística Ciência Interdisciplinar, Actas do XIV Congresso Anual da SPE – Covilhã, p. 827-837. Edições SPE.

VALENTE, V., OLIVEIRA, T.A. (2009): *Hierarchical Linear Models in Education Sciences: an Application*. Biometrical Letters, Vol. 46 (2009), No. 1, 71-86

VALENTE, V. and OLIVEIRA, T.A. (2011): *Hierarchical Linear Models: Review and Applications*. Numerical Analysis and Applied Mathematics ICNAAM 2011. AIP Conf. Proc. 1389, 1549-1552.

VALENTE, V., OLIVEIRA, T.A. (2011): *Application of HLM to data with multilevel structure.* Discussiones Mathematicae.Probability and Statistics, 31, p.87–101.

VENABLES, W. N. e RIPLEY, B. D. (1999): *Modern Applied Statistics with S-Plus*, Third Edition . Springer, New York.

VERBEKE, G., & G. MOLENBERGHS (2000): *Linear Mixed Models for Longitudinal* Data. Springer-Verlag.

ANEXOS

ANEXO I – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS GESTORES

Questionário do Gestor "online"- (Qualtrics Online Survey Software & Insight Platform)

UNIVERSIDADE ABERTA

MESTRADO EM ESTATÍSTICA, MATEMÁTICA E COMPUTAÇÃO
(ESPECIALIZAÇÃO EM ESTATÍSTICA COMPUTACIONAL)

CARTA DE APRESENTAÇÃO

Ji-Paraná, novembro de 2014.

Caro professor/gestor, o questionário a seguir faz parte da pesquisa de mestrado em Estatística Computacional, pela UaB - Universidade Aberta de Portugal, intitulada "Delineamento Experimental e Amostragem: uma aplicação no Ensino Público da Educação Básica no Estado de Rondônia-Brasil".

Para a recolha de dados, optou-se, primeiramente, pela aplicação de um questionário fechado extenso, que permitirá saber um pouco mais sobre a escola pública e sobre o perfil de seus gestores, sujeitos da pesquisa. Cabe ressaltar que a identidade de cada Gestor será totalmente resguardada, primando pela ética da pesquisa.

Por favor, responda as questões a seguir de modo independente, honesto e imparcial.

Muito obrigado pela sua colaboração!

Mauro de Oliveira - (Mestrando)

Questionário do(a) Gestor(a)

Sexo:

- Masculino.
- Feminino.

Idade:

- Ate 24 anos.
- De 25 a 29 anos.
- De 30 a 39 anos.
- De 40 a 49 anos.

- De 50 a 54 anos.
- 55 anos ou mais.

Qual o seu nível de escolaridade? (até a graduação)

- Ensino superior incompleto.
- Ensino Superior - Pedagogia.
- Ensino Superior – outras Licenciaturas.
- Ensino Superior - outros.

Indique a modalidade do curso de pós-graduação de mais alta titulação que você possui.

- Especialização "pós-graduação" (mínima de 360 horas).
- Mestrado.
- Doutorado
- Não fiz ou ainda não terminei curso de pós-graduação.

Indique a área temática do curso de mais alta titulação que você possui.

- Educação, em Gestão e Administração Escolar.
- Educação, na área pedagógica.
- Educação - outras ênfases.
- Outras áreas que não seja a Educação.
- Não se aplica.

Você participou de alguma atividade de forma continuada (atualização, treinamento, capacitação etc.) Nos últimos dois anos?

- Sim
- Não

Você utiliza os conhecimentos adquiridos nas atividades de formação continuada de que você participou?

- Quase sempre.
- Às vezes.
- Raramente.
- Nunca.

Há quantos anos você trabalha em educação?

- De 1 a menos de 5 anos.
- De 5 a menos de 10 anos.
- De 10 a menos de 15 anos.
- De 15 a menos de 20 anos.
- De 20 anos ou mais.

Há quantos anos você exerce funções de gestor?

- De 1 a menos de 5 anos.
- De 5 a menos de 10 anos.
- De 10 a menos de 15 anos.
- De 15 a menos de 20 anos.
- De 20 anos ou mais.

Há quantos anos você e gestor(a) desta escola?

- De 1 a menos de 2 anos.
- De 2 a menos de 5 anos.
- De 5 a menos de 10 anos.
- De 10 a menos de 15 anos.
- 15 anos ou mais.

Qual e o percentual de professores com vínculo estável nesta escola?

- Menor ou igual a 25%.
- De 26% a 50%.
- De 51 % a 75%.
- De 76% a 90%.
- De 91% a 100%.

Gostaríamos de saber mais a respeito de suas atividades de atualização profissional. Indique se o (a) sr. (a) realiza alguma das seguintes atividades, e com que frequência:
(Marque apenas UMA opção em cada linha.)

	Sempre	**Na maioria das vezes**	**Algumas vezes**	**Raramente**	**Nunca**
Participa de seminários de especialização.	Participa de seminários de especialização.	Lê revistas especializadas em educação.	Participa de Reuniões Adm./pedagógicas.	Participa de grupo de estudo ou de pesquisa.	Participa de projetos sociais.
Lê revistas especializadas em educação.	Participa de seminários de especialização.	Lê revistas especializadas em educação.	Participa de Reuniões Adm./pedagógicas.	Participa de grupo de estudo ou de pesquisa.	Participa de projetos sociais.
Participa de Reuniões Adm./pedagógicas.	Participa de seminários de especialização.	Lê revistas especializadas em educação.	Participa de Reuniões Adm./pedagógicas.	Participa de grupo de estudo ou de pesquisa.	Participa de projetos sociais.
Participa de grupo de estudo ou de pesquisa.	Participa de seminários de especialização.	Lê revistas especializadas em educação.	Participa de Reuniões Adm./pedagógicas.	Participa de grupo de estudo ou de pesquisa.	Participa de projetos sociais.
Participa de projetos sociais.	Participa de seminários de especialização.	Lê revistas especializadas em educação.	Participa de Reuniões Adm./pedagógicas.	Participa de grupo de estudo ou de pesquisa.	Participa de projetos sociais.
Participa de atividades do sindicato.	Participa de seminários de especialização.	Lê revistas especializadas em educação.	Participa de Reuniões Adm./pedagógicas.	Participa de grupo de estudo ou de pesquisa.	Participa de projetos sociais.

Avalie seu grau de acordo com cada uma das seguintes proposições.
(Marque com um “X” apenas UMA opção em cada linha.)

	Sempre	**Na maioria das vezes**	**Algumas**	**Raramente**	**Nunca**
Sinto que sou parte importante desta escola.	Sinto que sou parte importante desta escola.	Participo das decisões educacionais desta escola.	Recebo apoio dos pais dos alunos para desenvolvimento do meu trabalho.	A escola mantém uma relação ativa com a comunidade.	Os materiais pedagógicos necessários estão disponíveis

	Sempre	Na maioria das vezes	Algumas	Raramente	Nunca
					nesta escola.
Participo das decisões educacionais desta escola.	Sinto que sou parte importante desta escola.	Participo das decisões educacionais desta escola.	Recebo apoio dos pais dos alunos para desenvolvimento do meu trabalho.	A escola mantém uma relação ativa com a comunidade.	Os materiais pedagógicos necessários estão disponíveis nesta escola.
Recebo apoio dos pais dos alunos para desenvolvimento do meu trabalho.	Sinto que sou parte importante desta escola.	Participo das decisões educacionais desta escola.	Recebo apoio dos pais dos alunos para desenvolvimento do meu trabalho.	A escola mantém uma relação ativa com a comunidade.	Os materiais pedagógicos necessários estão disponíveis nesta escola.
A escola mantém uma relação ativa com a comunidade.	Sinto que sou parte importante desta escola.	Participo das decisões educacionais desta escola.	Recebo apoio dos pais dos alunos para desenvolvimento do meu trabalho.	A escola mantém uma relação ativa com a comunidade.	Os materiais pedagógicos necessários estão disponíveis nesta escola.
Os materiais pedagógicos necessários estão disponíveis nesta escola.	Sinto que sou parte importante desta escola.	Participo das decisões educacionais desta escola.	Recebo apoio dos pais dos alunos para desenvolvimento do meu trabalho.	A escola mantém uma relação ativa com a comunidade.	Os materiais pedagógicos necessários estão disponíveis nesta escola.
Os professores se comprometam com a escola e estimula projetos inovadores.	Sinto que sou parte importante desta escola.	Participo das decisões educacionais desta escola.	Recebo apoio dos pais dos alunos para desenvolvimento do meu trabalho.	A escola mantém uma relação ativa com a comunidade.	Os materiais pedagógicos necessários estão disponíveis nesta escola.
Existe um clima de cooperação entre os professores desta escola.	Sinto que sou parte importante desta escola.	Participo das decisões educacionais desta escola.	Recebo apoio dos pais dos alunos para desenvolvimento do meu trabalho.	A escola mantém uma relação ativa com a comunidade.	Os materiais pedagógicos necessários estão disponíveis nesta escola.
O(a) gestor(a) incentiva a formação continuada dos professores.	Sinto que sou parte importante desta escola.	Participo das decisões educacionais desta escola.	Recebo apoio dos pais dos alunos para desenvolvimento do meu trabalho.	A escola mantém uma relação ativa com a comunidade.	Os materiais pedagógicos necessários estão disponíveis nesta escola.
A indisciplina dos alunos desta escola dificulta a prática pedagógica.	Sinto que sou parte importante	Participo das decisões educacionais	Recebo apoio dos pais dos alunos para	A escola mantém uma relação ativa	Os materiais pedagógicos

	Sempre	Na maioria das vezes	Algumas	Raramente	Nunca
	desta escola.	desta escola.	desenvolvimento do meu trabalho.	com a comunidade.	necessários estão disponíveis nesta escola.
O(a) diretor(a) dá atenção adequada aos aspetos relacionados com a aprendizagem dos alunos.	Sinto que sou parte importante desta escola.	Participo das decisões educacionais desta escola.	Recebo apoio dos pais dos alunos para desenvolvimento do meu trabalho.	A escola mantém uma relação ativa com a comunidade.	Os materiais pedagógicos necessários estão disponíveis nesta escola.
As avaliações externas (Saeb, Prova Brasil e Saero), refletem a realidade dos aspetos relacionados com a aprendizagem dos alunos.	Sinto que sou parte importante desta escola.	Participo das decisões educacionais desta escola.	Recebo apoio dos pais dos alunos para desenvolvimento do meu trabalho.	A escola mantém uma relação ativa com a comunidade.	Os materiais pedagógicos necessários estão disponíveis nesta escola.

Existem diversos fatores que influênciam a qualidade da educação na escola pública. Da lista seguinte, coloque por ordem de prioridade os fatores que mais contribuem positivamente.
(Marque com um "X" apenas UMA opção para cada linha)

	Sempre	Na maioria das vezes	Algumas vezes	Raramente	Nunca
Apoio Institucional (CRE/SEDUC).	Apoio Institucional (CRE/SEDUC).	Programas sociais do Governo (Bolsa Escola, Renda Minha, etc.).	Acompanhamento e apoio familiar.	Prática pedagógica do professor em sala de aula.	Nível econômico e social da família do aluno.
Programas sociais do Governo (Bolsa Escola, Renda Minha, etc.).	Apoio Institucional (CRE/SEDUC).	Programas sociais do Governo (Bolsa Escola, Renda Minha, etc.).	Acompanhamento e apoio familiar.	Prática pedagógica do professor em sala de aula.	Nível econômico e social da família do aluno.
Acompanhamento e apoio familiar.	Apoio Institucional (CRE/SEDUC).	Programas sociais do Governo (Bolsa Escola, Renda Minha, etc.).	Acompanhamento e apoio familiar.	Prática pedagógica do professor em sala de aula.	Nível econômico e social da família do aluno.
Prática pedagógica do professor em sala de aula.	Apoio Institucional (CRE/SEDUC).	Programas sociais do Governo (Bolsa Escola, Renda Minha, etc.).	Acompanhamento e apoio familiar.	Prática pedagógica do professor em sala de aula.	Nível econômico e social da família do aluno.
Nível econômico e social da família do aluno.	Apoio Institucional (CRE/SEDUC).	Programas sociais do Governo (Bolsa Escola, Renda Minha, etc.).	Acompanhamento e apoio familiar.	Prática pedagógica do professor em sala de aula.	Nível econômico e social da família do aluno.

	Sempre	Na maioria das vezes	Algumas vezes	Raramente	Nunca
Infraestrutura, equipamento e condições físicas da escola.	Apoio Institucional (CRE/SEDUC).	Programas sociais do Governo (Bolsa Escola, Renda Minha, etc.).	Acompanhamento e apoio familiar.	Prática pedagógica do professor em sala de aula.	Nível econômico e social da família do aluno.
Relação professor/aluno (salas com mais de 35 alunos).	Apoio Institucional (CRE/SEDUC).	Programas sociais do Governo (Bolsa Escola, Renda Minha, etc.).	Acompanhamento e apoio familiar.	Prática pedagógica do professor em sala de aula.	Nível econômico e social da família do aluno.
Formação continuada e conhecimento do professor.	Apoio Institucional (CRE/SEDUC).	Programas sociais do Governo (Bolsa Escola, Renda Minha, etc.).	Acompanhamento e apoio familiar.	Prática pedagógica do professor em sala de aula.	Nível econômico e social da família do aluno.
Salário atual do professor.	Apoio Institucional (CRE/SEDUC).	Programas sociais do Governo (Bolsa Escola, Renda Minha, etc.).	Acompanhamento e apoio familiar.	Prática pedagógica do professor em sala de aula.	Nível econômico e social da família do aluno.
Recursos Humanos.	Apoio Institucional (CRE/SEDUC).	Programas sociais do Governo (Bolsa Escola, Renda Minha, etc.).	Acompanhamento e apoio familiar.	Prática pedagógica do professor em sala de aula.	Nível econômico e social da família do aluno.
Gestão democrática da escola.	Apoio Institucional (CRE/SEDUC).	Programas sociais do Governo (Bolsa Escola, Renda Minha, etc.).	Acompanhamento e apoio familiar.	Prática pedagógica do professor em sala de aula.	Nível econômico e social da família do aluno.

ANEXO II - TABELA COMPLETA DAS VARIÁVEIS

Tabela completa das variáveis:

VARIÁVEIS		
VARIÁVEL	**DESCRIÇÃO**	**NÍVEL**
E_ Turmas	Turmas finais frequentadas (9º Ano do ensino Fundamental e 3º Ano do ensino Médio) SAERO/2012.	Nível 1
Município	Localidade em que residem os alunos, consequentemente estuda. SAERO/2012.	
Escola	Escola (EEEF/EEEFM) SAERO/2012.	Nível 1
P_Mat	Proficiência média de matemática SAERO/2012.	Nível 1
P_LPort	Proficiência média de Língua Portuguesa SAERO/2012.	Nível 1
Est_Prev	Estudantes previstos SAERO/2012.	Nível 1
E_Efetivos	Número de Estudantes que participaram da avaliação do SAERO/2012.	Nível 1
Desempenho	Padrão ()	Nível 1
G_sex	Sexo:	Nível 2
G_id	Idade:	Nível 2
P_Grad	Indique a modalidade do curso de pós-graduação de mais alta titulação que você possui.	Nível 2
P_Fcont	Participa de atividade de formação continuada.	Nível 2
U_conhadq	Utiliza os *conhecimentos* adquiridos nas atividades de formação continuada que participa.	Nível 2
T_Educação	Tempo de trabalho em educação.	Nível 2
T_Gestão	Tempo de trabalho na função de gestor.	Nível 2
T_gest_escol	Tempo de trabalho na função de gestor desta escola.	Nível 2
P_reuniões	Participa de Reuniões Adm./pedagógicas.	Nível 2
P_Estpesquisa	Participa de grupo de estudo ou de pesquisa.	Nível 2
P_decisões	Participo das decisões educacionais na escola.	Nível 2
R_comunidade	A escola mantém relação ativa com a comunidade.	Nível 2
M_pedag	Os materiais pedagógicos necessários estão disponíveis na escola	Nível 2
P_compromet	Os professores se comprometem com a escola e estimula projetos inovadores.	Nível 2
P_coopera	Existe um clima de cooperação entre os professores na escola.	Nível 2
G_incentiva_FCprof	O gestor incentiva a formação continuada dos professores.	Nível 2
G_attAprendizagem	O gestor dá atenção adequada aos aspetos relacionados com a aprendizagem dos alunos.	Nível 2
Aval_Externas	Avaliações externas (Saeb, Prova Brasil e SAERO), refletem a realidade dos aspetos relacionados com a aprendizagem dos alunos.	Nível 2
P_Pedagogica	Prática pedagógica do professor em sala de aula.	Nível 2
Infraestrutura	Infraestrutura, equipamento e condições físicas da escola.	Nível 2
FC_prof	Formação continuada e conhecimento do professor.	Nível 2
Salário_prof	Salário atual do professor.	Nível 2
RH	Recursos Humanos.	Nível 2
Gestão_dem	Gestão democrática da escola.	Nível 2

ANEXOS III - OUTPUTS DO SOFTWARE R

Ajustes da regressão linear utilizando o R- Capitulo 6

```
## Adaptação das Variáveis Proficiência de Matemámitica e Escola, Amostra
( n=30).

> ex01<-read.table("D:/dados.txt",sep="",h=T)
> ex01
   turmas.munic.escola.pmat.
1          AF,alvo,EF,248.6,
2          AF,alvo,EF,226.2,
3          AF,alvo,EF,248.8,
4          AF,jipa,EF,253.9,
5          AF,jipa,EF,241.1,
6          AF,jipa,EF,247.4,
7          AF,jipa,EF,238.8,
8          AF,jipa,EF,229.0,
9          AF,jipa,EF,245.0,
10         AF,jipa,EF,233.3,
11         AF,jipa,EF,254.5,
12         AF,jipa,EF,232.3,
13         AF,jipa,EF,247.7,
14         AF,jipa,EF,246.0,
15         AM,alvo,EM,265.4,
16         AM,alvo,EM,265.2,
17         AM,jipa,EM,298.6,
18         AM,jipa,EM,275.5,
19         AM,jipa,EM,253.5,
20         AM,jipa,EM,294.4,
21         AM,jipa,EM,259.2,
22         AM,jipa,EM,263.8,
23         AM,jipa,EM,263.8,
24         AM,jipa,EM,255.8,
25         AM,jipa,EM,310.9,
26         AM,jipa,EM,259.6,
27         AM,jipa,EM,269.5,
28         AM,jipa,EM,310.9,
29         AM,jipa,EM,271.4,
30         AM,jipa,EM,277.4,
> Turmas<-(c("AF","AM"))
> Turmas
[1] "AF" "AM"
> Municipio<-(c("alvo","jipa"))
> Municipio
[1] "alvo" "jipa"
> Escolas<-(c("EF","EM"))
> Escolas
[1] "EF" "EM"
```

```
> Pmat<-(c(248.6,226.2,248.8,253.9,241.1,247.4,238.8,229.0,
+ 245.0,233.3,254.5,232.3,247.7,246.0,265.4,265.2,298.6,275.5,
+ 253.5,294.4,259.2,263.8,263.8,255.8,259.6,269.5,310.9,271.4,277.4))
> ###########
> x<-pmat
> pmat
 [1]  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
24 25
[26] 26 27 28 29 30
> pmat<- rnorm(30)
> pmat
 [1]  1.1147382 -0.3401437  0.3815994 -0.1407278  1.9582860  1.0166345
 [7]  0.7354915 -0.4721652 -0.7096548 -2.4936351 -0.1413435 -1.7038035
[13] -0.5652915  0.2392865  0.8138168 -0.6629106  1.1551800  0.7073122
[19] -1.6270181 -0.4892361 -0.5144979 -0.5845218  0.6449731 -1.9291221
[25] -0.9243983  0.5179610  1.2000616  0.5125766 -0.3938991 -0.7036336
> escola<- rnorm(pmat)
> escola
 [1] -0.13918763 -1.38351449  0.03376511 -1.19610402 -0.89524899
0.46177882
 [7] -1.25212798 -1.66394644 -1.55029963 -0.43744937 -0.06274384 -
0.10776391
[13]  0.46773676  1.87707049  0.02118270 -1.64660301  0.51691024 -
0.22416297
[19]  0.78240130  0.39588592 -0.45377639  0.45932722  0.36414726 -
0.03942845
[25]  1.92701089  0.75778008  0.86649311  0.01665365  0.75200850
0.64446849
> # colocando os pontos em um gráfico.
> # Note que a janela gráfica se abrirá automaticamente
> plot(pmat, escola)
> # verificando os objetos existentes na área de trabalho
> ls()
  [1] "A"            "aborto1"      "aborto3"      "altura"       "am"
  [6] "ANOVA"        "B"            "beta"         "bino"         "CCS"
 [11] "Centro"       "CGB"          "city"         "dados"        "data"
 [16] "data.frame"   "data1"        "desvpad"      "dt"           "dummy"
 [21] "ep"           "escola"       "Escolas"      "ex01"         "Ex01"
 [26] "Ex02"         "ex04"         "ex04.av"      "ex04.ave"
"ex04.avr"
 [31] "ex04.m"       "ex04.me"      "ex04.mr"      "ex04.tk1"
"ex04.tk2"
 [36] "ex1"          "ex1.novo"     "f"            "fm"           "fm1"
 [41] "ftn2"         "g"            "g.den"        "g.num"
"g.num2"
 [46] "gna0"         "i"            "int.exp"      "j"            "jack"
 [51] "l"            "LC"           "LCL"          "lrf"          "m"
 [56] "m1"           "m1d"          "m1n"          "m2"           "m2d"
 [61] "m2n"          "media.theta"  "media.theta2" "mesofilos"
"michel"
 [66] "Municipio"    "n"            "Nomes"        "objetos"      "p"
```

```
 [71] "pmat"         "Pmat"         "port"         "preditor"
"preditos"
 [76] "prod"         "pseudo"       "r.median"     "ratio"        "res2"
 [81] "resample"     "resamples"    "residuos"     "respad"
"resposta"
 [86] "result1"      "resultado"    "resultadoCCA" "runlogist"    "s2"
 [91] "std.err"      "tabela"       "theta"        "trat"
"Turmas"
 [96] "u"            "UCL"          "v"            "var.theta"
"variaveis"
[101] "w"            "x"            "x.simul"      "X1"           "X2"
[106] "X3"           "Y"
> # removendo objetos que não são mais necessários
> rm(pmat, escola)
> # criando um vetor com uma sequencia de números de 1 a 30
> pmat <- 1:30
> # um vetor de escola com os desvios padrões de cada observação
> w <- 1 + sqrt(pmat)/2
> # montando um ‘data-frame’ de 2 colunas, x e y, e inspecionando o
objeto
> dummy <- data.frame(pmat=pmat, escola=pmat + rnorm(pmat)*w)
> dummy
   pmat     escola
1     1 -0.5084439
2     2  2.7721718
3     3  3.5029779
4     4  3.5357345
5     5  7.5900527
6     6  3.6715647
7     7  5.6413042
8     8  2.3650454
9     9 10.7164238
10   10  9.9732861
11   11  9.0349744
12   12 17.9556890
13   13 10.5044050
14   14 13.3619534
15   15 15.1938879
16   16 16.8555608
17   17 17.5716873
18   18 17.9509254
19   19 21.8830686
20   20 21.4273454
21   21 23.4677660
22   22 17.5154198
23   23 21.8515336
24   24 21.9305503
25   25 21.0035059
26   26 26.2108921
27   27 30.4612817
28   28 31.2496801
29   29 29.3001458
```

```
30   30 33.8675471
> # Ajustando uma regressão linear simples de y em x e examinando os
resultados
> fm <- lm(escola ~ pmat, data=dummy)
> summary(fm)

Call:
lm(formula = escola ~ pmat, data = dummy)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-5.3163 -1.4894  0.1006  1.8404  6.0536

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.76007    0.96962  -0.784     0.44
pmat         1.05518    0.05462  19.320   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2.589 on 28 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9302,    Adjusted R-squared:  0.9277
F-statistic: 373.2 on 1 and 28 DF,  p-value: < 2.2e-16

> # como nós sabemos os pesos podemos fazer uma regressão ponderada
> fm1 <- lm(escola ~ pmat, data=dummy, weight=1/w^2)
> summary(fm1)

Call:
lm(formula = escola ~ pmat, data = dummy, weights = 1/w^2)

Weighted Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.23196 -0.58708  0.01173  0.69072  2.20282

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.61453    0.72107  -0.852    0.401
pmat         1.04600    0.05124  20.412   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.9197 on 28 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.937,     Adjusted R-squared:  0.9348
F-statistic: 416.7 on 1 and 28 DF,  p-value: < 2.2e-16

>
> #tornando visíveis as colunas do data-frame
> attach(dummy)
The following object is masked _by_ .GlobalEnv:

    pmat
```

```
> # fazendo uma regressão local não paramétrica, e visualizando o
resultado
> lrf <- lowess(pmat, escola)
> plot(pmat, escola)
> lines(lrf)
> # ... e a linha de regressão verdadeira (intercepto 0 e inclinação 1)
> abline(0, 1, lty=3)
> # a linha da regressão sem ponderação
> abline(coef(fm), col="blue")
> # e a linha de regressão ponderada.
> abline(coef(fm1), col = "red")
> # removendo o objeto do caminho de procura
> detach()
> # O gráfico diagnóstico padrão para checar homocedasticidade.
> plot(fitted(fm), resid(fm),
+ xlab="Fitted values", ylab="Residuals",
+ main="Residuals vs Fitted")
> # gráficos de escores normais para checar assimetria, curtose e
outliers (não muito útil a
> qqnorm(resid(fm), main="Residuals Rankit Plot")
>
```