

# Arquitetura de Computadores

## PVP 3 - Capítulo 2

# Simplificação de Funções Lógicas

José Coelho,  
Gracinda Carvalho 2023



Simplificação de Funções Lógicas de José Coelho e Gracinda Carvalho é disponibilizado sob a Licença *Creative Commons-Atribuição - NãoComercial-Compartilha Igual 4.0 Internacional*

# Índice

1. Método algébrico
2. Método de Karnaugh
3. Indiferenças

# Simplificação algébrica

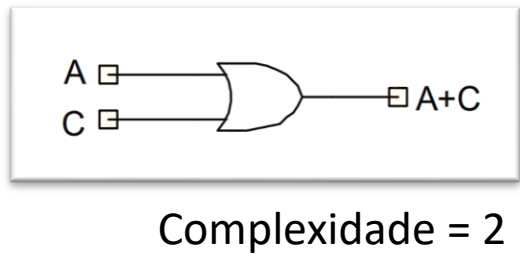
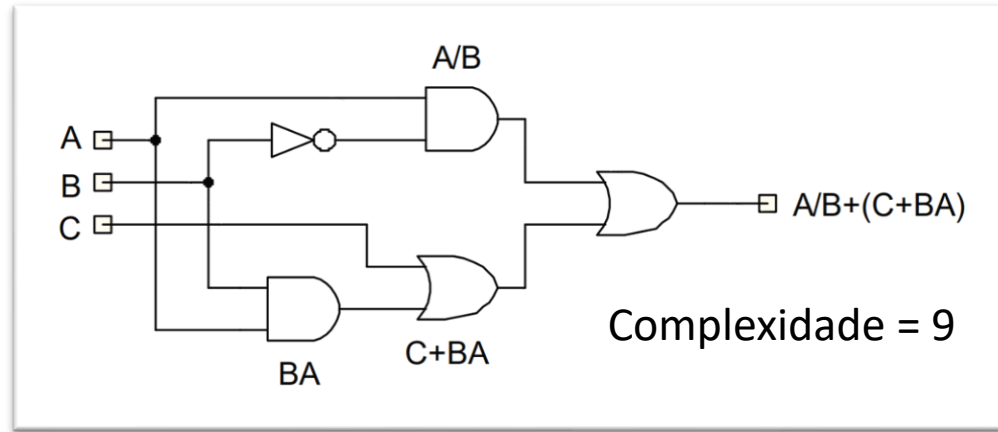
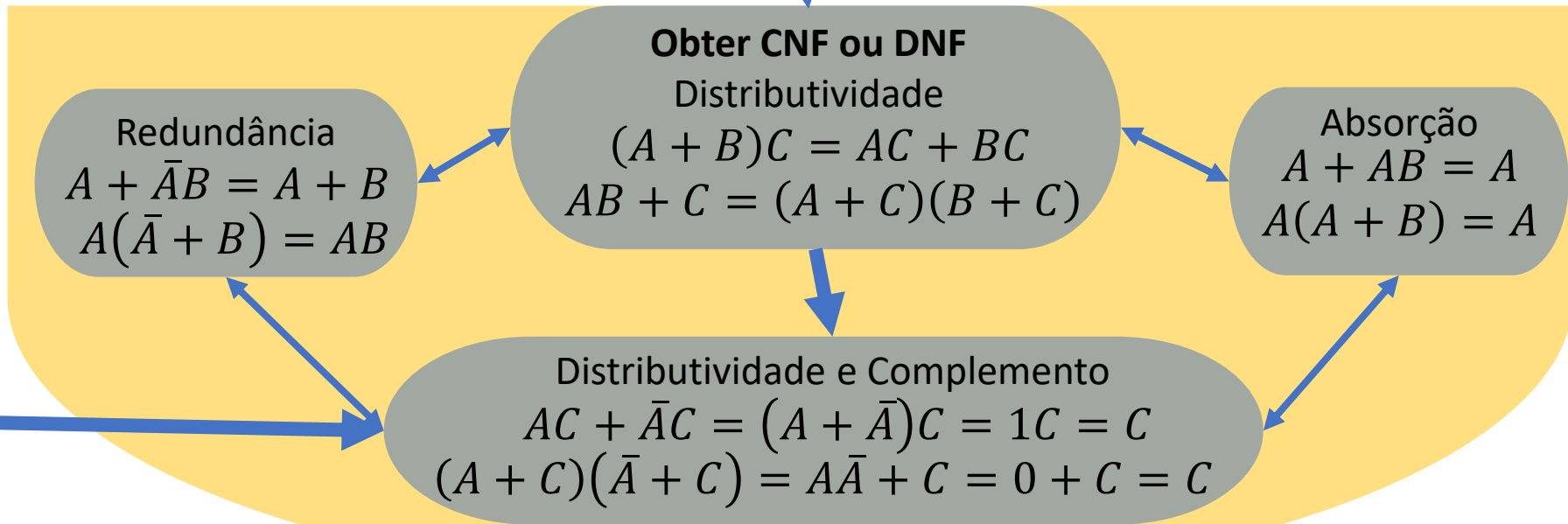
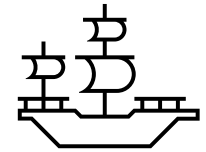


Tabela de Verdade  
CNF/DNF canónica

**Remove XOR**  
 $A \oplus B = A\bar{B} + \bar{A}B$   
 $A \oplus B = (A + B)(\bar{A} + \bar{B})$

**Remove NAND/NOR**  
 Leis de Morgan  
 $\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$   
 $\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$



# Exemplo, expressão algébrica

$$f(A, B, C) = A\bar{B} + (C + BA)\overline{A \oplus C}$$

Remover XOR, dupla negação removida

$$= A\bar{B} + (C + BA)\overline{AC} + \bar{A}\bar{C}$$

Remover NAND/NOR

$$= A\bar{B} + (C + BA)\overline{AC} \cdot \overline{\bar{A}\bar{C}}$$

$$= A\bar{B} + (C + BA)(\bar{A} + \bar{C})(A + C)$$

Oportunidade de simplificação (não é absorção)

$$(BA + C)(A + C) = BAA + BAC + CA + CC = BA + C$$

$$= A\bar{B} + (BA + C)(\bar{A} + \bar{C}) \quad \underline{(A + B)C = AC + BC}$$

Obter DNF

$$= A\bar{B} + BA(\bar{A} + \bar{C}) + C(\bar{A} + \bar{C})$$

$$= A\bar{B} + BA\bar{A} + BA\bar{C} + C\bar{A} + C\bar{C}$$

$$= A\bar{B} + AB\bar{C} + \bar{A}C$$

$$= A(\bar{B} + B\bar{C}) + \bar{A}C$$

$$= A(\bar{B} + \bar{C}) + \bar{A}C$$

$$= A\bar{B} + A\bar{C} + \bar{A}C$$

$$AB + C = (A + C)(B + C)$$

Obter CNF

$$= (A + A\bar{C} + \bar{A}C)(\bar{B} + A\bar{C} + \bar{A}C)$$

$$= (A + C)(A\bar{C} + \bar{A}C + \bar{B})$$

$$= (A + C)(A + \bar{A}C + \bar{B})(\bar{C} + \bar{A}C + \bar{B})$$

$$= (A + C)(A + C + \bar{B})(\bar{C} + \bar{A} + \bar{B})$$

$$= (A + C)(\bar{C} + \bar{A} + \bar{B})$$

# Exemplo, tabela de verdade

Linha	A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

$$f(A, B, C) = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + ABC\bar{C}$$
$$= m_1 + m_3 + m_4 + m_6$$

$$= \sum m(1,3,4,6)$$

$$(\bar{B}\bar{A}C + B\bar{A}C) + (\bar{B}A\bar{C} + BA\bar{C}) = \bar{A}C + A\bar{C}$$

$$f(A, B, C) = (A + B + C)(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + B + \bar{C})(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$$
$$= M_0 \cdot M_2 \cdot M_5 \cdot M_7$$

$$= \prod M(0,2,5,7)$$

$$(B + A + C)(\bar{B} + A + C)(B + \bar{A} + \bar{C})(\bar{B} + \bar{A} + \bar{C}) = (A + C)(\bar{A} + \bar{C})$$

# Mapa de Karnaugh, 3 variáveis

AB\C	0	1
00	0	1
01	2	3
11	6	7
10	4	5

A\BC	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

AB\C	0	1
00		
01		$\bar{A}C$
11	$A\bar{C}$	
10		$A\bar{B}$

Exemplo, expressão algébrica

AB\C	0	1
00	0	1
01	0	1
11	1	0
10	1	1

AB\C	0	1
00	$A + C$	
01		
11		$\bar{C} + \bar{A} + \bar{B}$
10		

Exemplo, tabela de verdade

AB\C	0	1
00	0	1
01	0	1
11	1	0
10	1	0

$$\sum m(1,3,4,5,6) \quad \prod M(0,2,7)$$

$$A\bar{B} + A\bar{C} + \bar{A}C \quad (A + C)(\bar{C} + \bar{A} + \bar{B})$$

$$\sum m(1,3,4,6) \quad \prod M(0,2,5,7)$$

$$\bar{A}C + A\bar{C} \quad (A + C)(\bar{A} + \bar{C})$$

# Mapa de Karnaugh, 4 variáveis

AB\CD	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

AB\CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	1	1	1
11	0	0	1	1
10	1	0	0	1

$$\bar{A}B + BC + A\bar{B}\bar{D}$$

AB\CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	1	1	1
11	0	0	1	1
10	1	0	0	1

$$(\bar{A} + \bar{B} + C)(B + \bar{D})(A + B)$$

# Mapa de Karnaugh, laços possíveis, estratégia

Laços de 8

AB\CD	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

Laços de 2

AB\C	0	1
00	0	1
01	2	3
11	6	7
10	4	5

Laços de 4

AB\CD	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

Localizar 1s não laçados:



com um só laço máximo ✓

com menor número de laços máximos

laço máximo que laçar mais 1s não laçados ✓

# Indiferenças

Um laço de 4,  
e um laço de 2

AB\CD	00	01	11	10
00	1	0	0	X
01	X	1	0	1
11	0	0	X	X
10	1	0	0	1

Um só laço de 2

Um laço de 4  
e um laço de 2

Dois laços de 4

Um laço de 4

Localizar 1s não laçados:

com um só laço máximo **0000**, **0101**, **1000**, **0110** →

com menor número de laços máximos

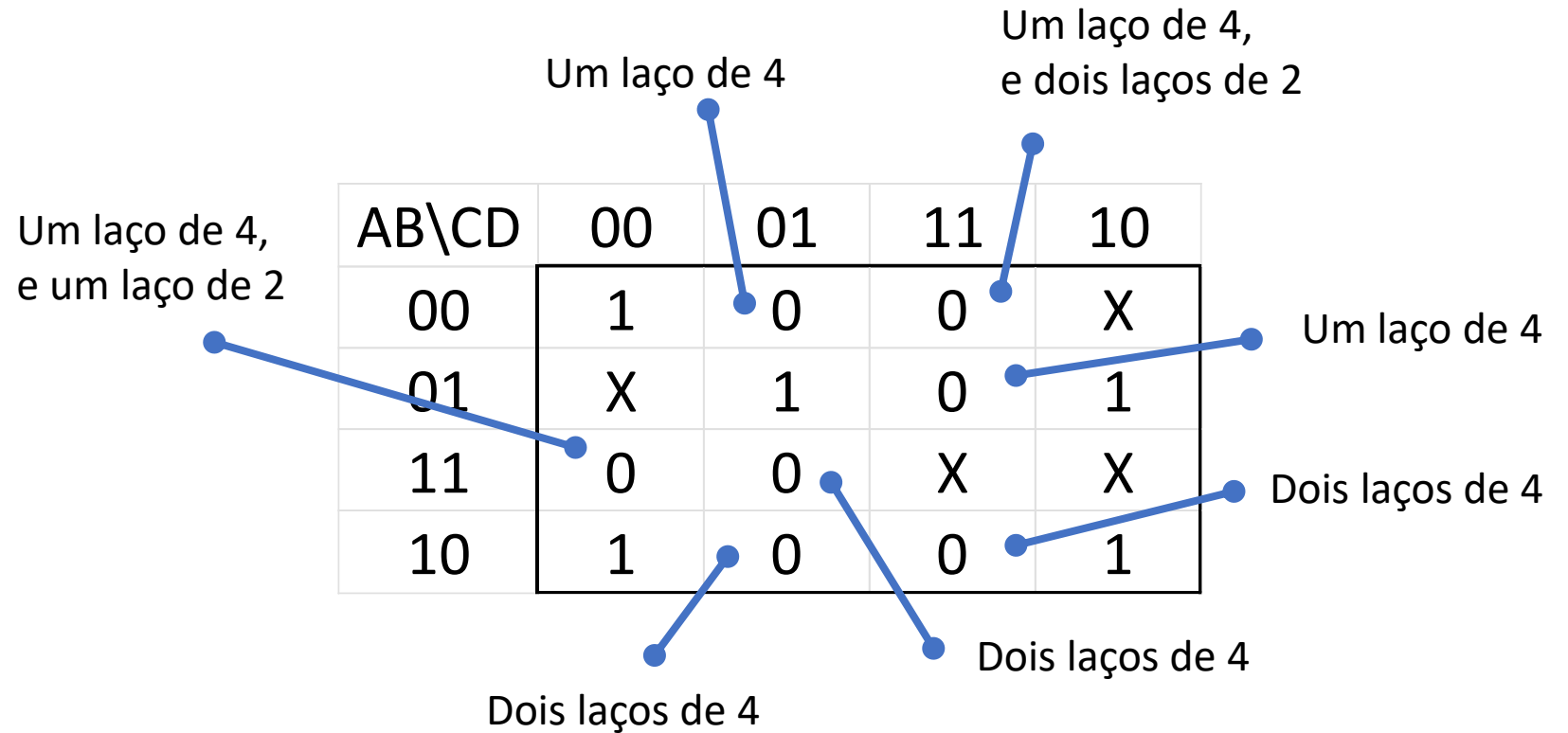
laço máximo que laçar mais 1s não laçados



AB\CD	00	01	11	10
00	1	0	0	X
01	X	1	0	1
11	0	0	X	X
10	1	0	0	1

$$\bar{B}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C} + C\bar{D}$$

# Indiferenças



Localizar 0s não laçados:



com um só laço máximo **0001**, **0111**, **0011**, **1100**

com menor número de laços máximos

laço máximo que laçar mais 0s não laçados

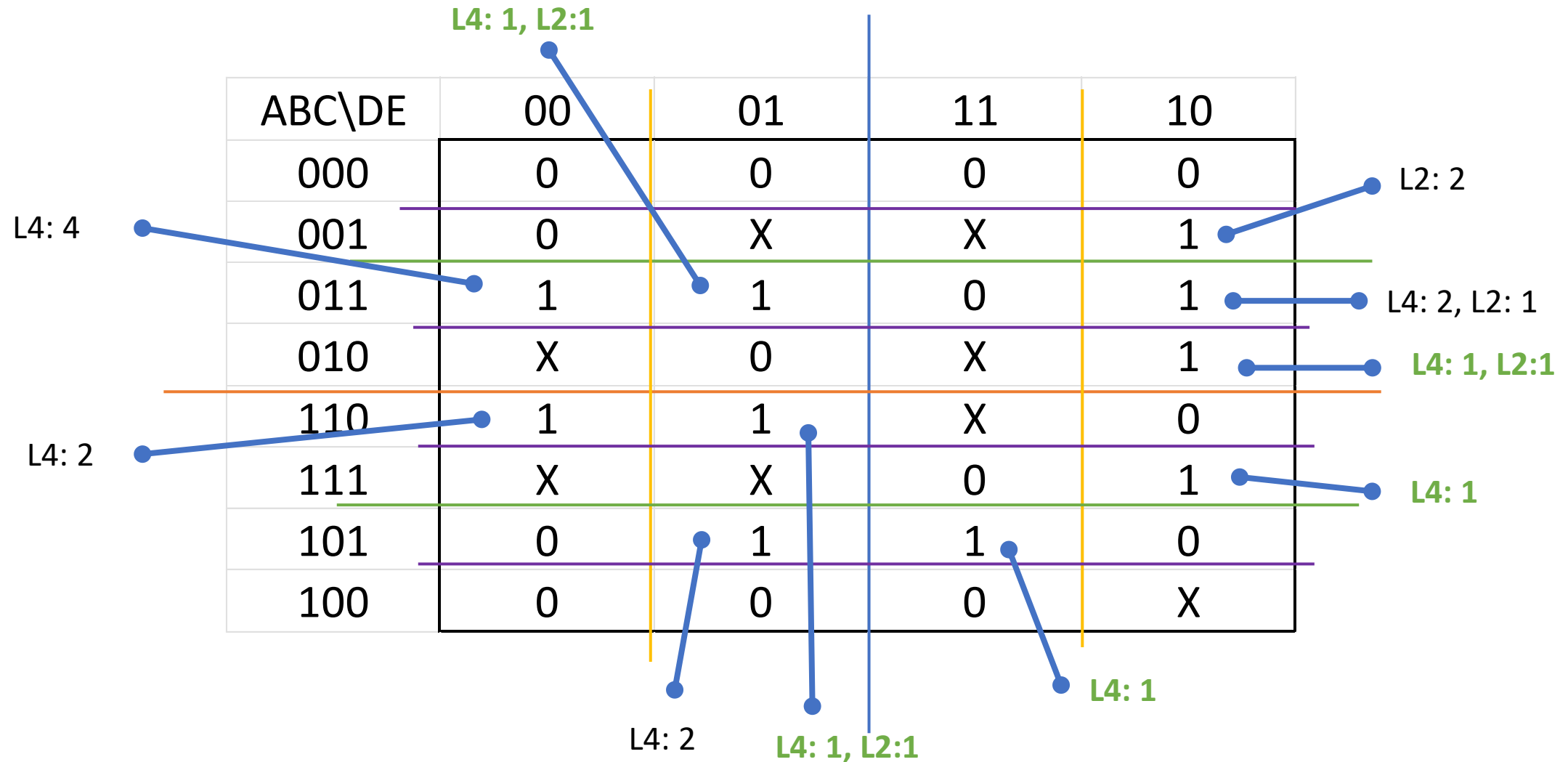
AB\CD	00	01	11	10
00	1	0	0	X
01	X	1	0	1
11	0	0	X	X
10	1	0	0	1

$$(B + \bar{D})(\bar{C} + \bar{D})(\bar{A} + \bar{B})$$

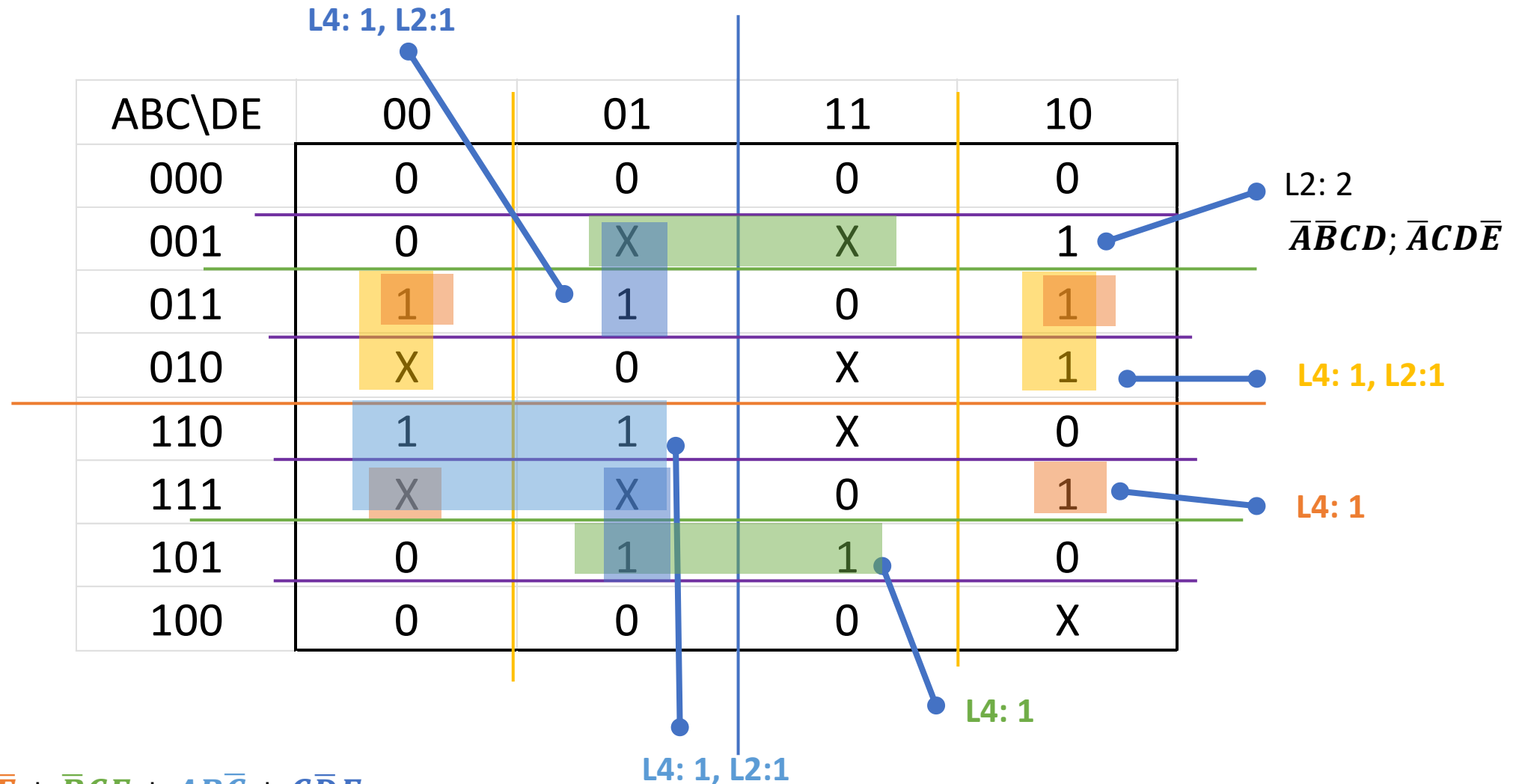
# Mapa de Karnaugh, 5 variáveis, indiferenças

ABC\DE	00	01	11	10
000	0	0	0	0
001	0	X	X	1
011	1	1	0	1
010	X	0	X	1
110	1	1	X	0
111	X	X	0	1
101	0	1	1	0
100	0	0	0	X

# Mapa de Karnaugh, 5 variáveis, indiferenças

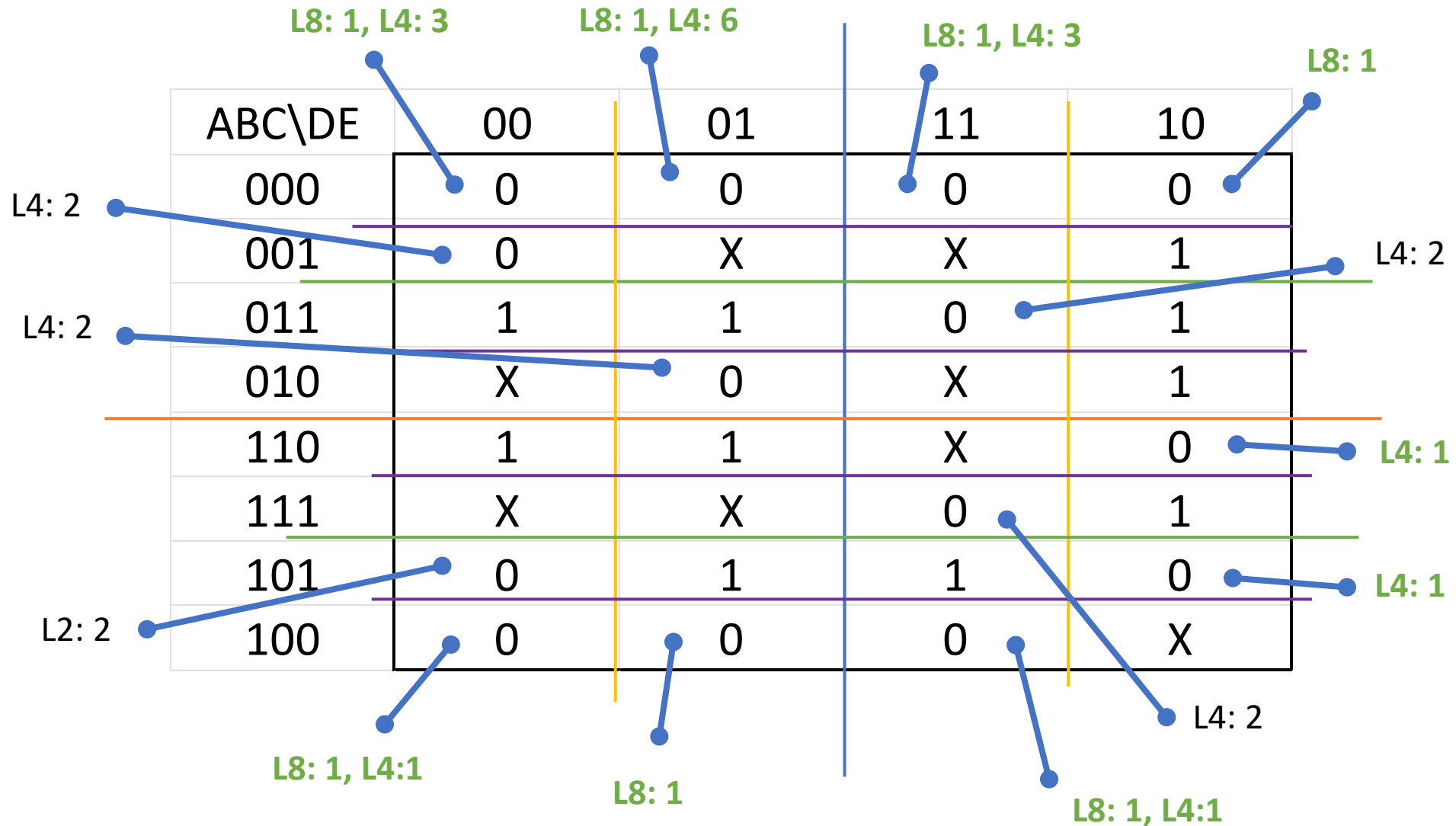


# Mapa de Karnaugh, 5 variáveis, indiferenças

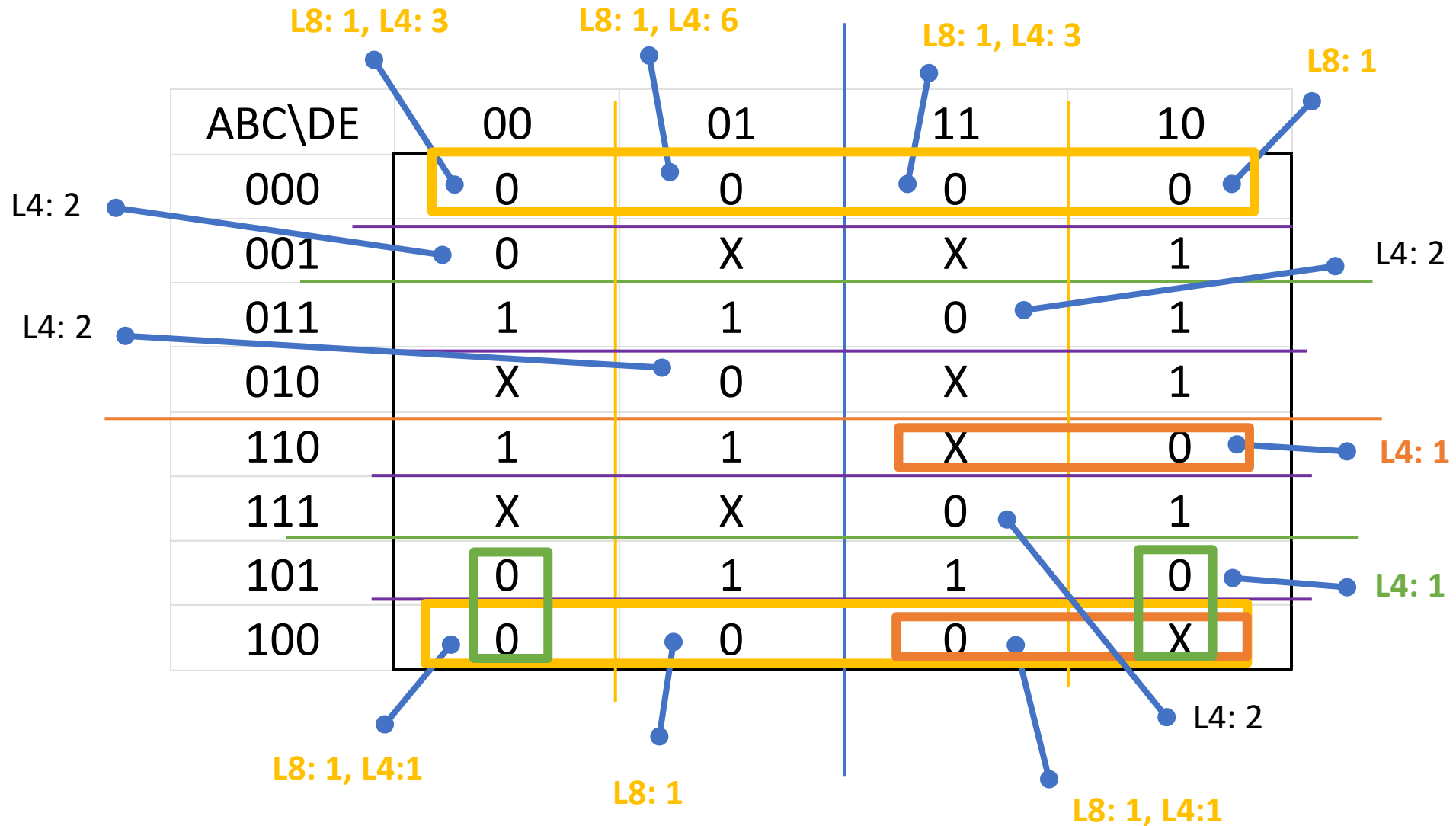


$$\bar{A}\bar{B}\bar{E} + BC\bar{E} + \bar{B}CE + ABC\bar{E} + C\bar{D}E$$

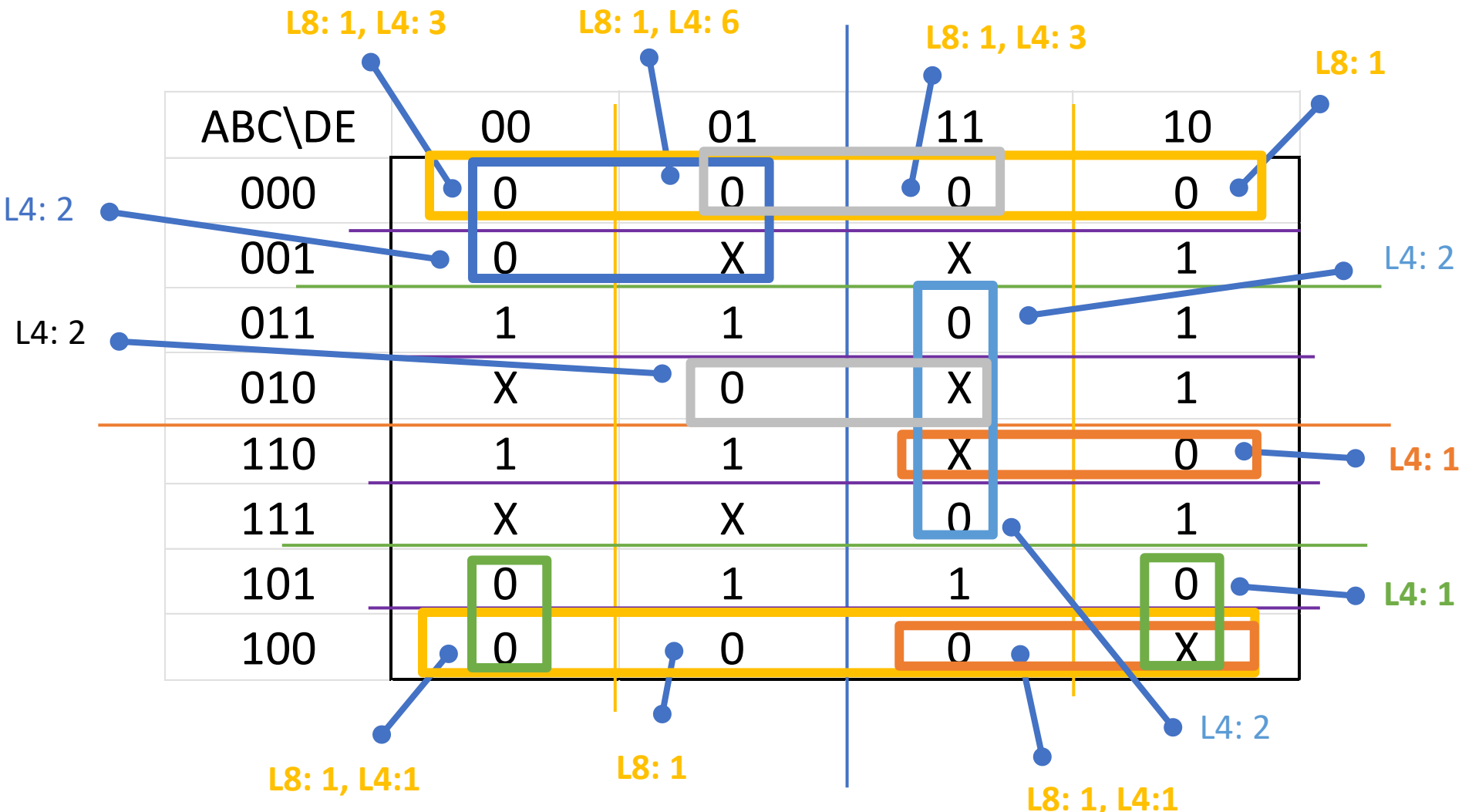
# Mapa de Karnaugh, 5 variáveis, indiferenças



# Mapa de Karnaugh, 5 variáveis, indiferenças



# Mapa de Karnaugh, 5 variáveis, indiferenças



$$(B + C)(\bar{A} + B + \bar{D})(\bar{A} + B + E)(\bar{B} + \bar{D} + \bar{E})(A + B + D)(A + C + \bar{E})$$

# Recursos utilizados

- Microsoft Power Point
- Clipchamp, voz de síntese Fernanda
- Vimeo
- G. Arroz, J. Monteiro, A. Oliveira (2020). Arquitectura de Computadores: dos Sistemas Digitais aos Microprocessadores (5ª edição). IST Press