

Programação Linear

(3^a parte)

Informática de Gestão 61020

Maria do Rosário Matos Bernardo

2016

- Excel – Solver
 - Instalação do Solver
 - Resolução de problemas de programação linear
 - Problema de minimização
 - Funcionalidades adicionais
 - Problema de maximização

Os problemas de programação linear podem ser resolvidos através da ferramenta Solver (*Solver*) do Excel.

- A ferramenta Solver é utilizada para encontrar um valor ótimo para o resultado de uma célula que está dependente, direta ou indiretamente, da variação dos valores de outras células.
- O valor ótimo é encontrado pela minimização ou maximização de uma fórmula (ou equação) que se encontra na chamada célula de destino e que corresponde à função objetivo do problema.

- As outras células com as quais a célula de destino está relacionada recebem o nome de células ajustáveis, pois vão ter o seu valor ajustado, de forma a produzirem o resultado desejado.
- Podem ser introduzidas restrições, ou limitações, aos valores que o Solver pode utilizar no modelo, correspondem às restrições do problema de programação linear e às condições de não negatividade.
- Estas restrições podem ser aplicadas à célula de destino, às células ajustáveis ou a outras células que estejam direta ou indiretamente relacionadas com a célula de destino.

Aceder à ferramenta Solver

Para aceder à ferramenta Solver (*Solver*), deve seleccionar o separador Dados (*Data*) da sua folha de cálculo e, no grupo Ferramentas de Dados (*Data Tools*), seleccionar a opção Análise (*Analysis*).



Instalação do Solver

Para instalar a ferramenta Solver deve consultar as páginas 117 e 118 do livro “Excel Aplicado”.

Apesar do livro ter como referência o Excel 2010, e nesta apresentação estarmos a considerar o Excel do Office 365 (Excel 2016), as diferenças são mínimas e consegue instalar a ferramenta Solver seguindo as indicações do livro seja qual for a versão de Office (Excel) com que esteja a trabalhar.

Problema de minimização

Vamos recorrer ao exemplo de problema de minimização apresentado anteriormente, representado pelo seguinte modelo:

$$\text{Min } z = 12x_1 + 8x_2$$

Suj. a:

$$x_1 + x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 4x_2 \geq 12$$

$$3x_1 + x_2 \geq 8$$

$$x_1 \text{ e } x_2 \geq 0$$

1º passo: Introduzir as variáveis e fórmulas na folha de Excel

Vamos começar por colocar na folha de cálculo a informação necessária para resolver o problema, tendo o cuidado de deixar a folha com um aspeto compreensível, ou seja, que não seja difícil identificar a função objetivo, as restrições e as soluções do problema.

Pretendemos que a nossa folha de cálculo fique com o seguinte aspeto:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2	Minimização		Função objetivo		$z = 12x_1 + 8x_2$			z ótimo	=	0,00		
3												
4							2º membro			ótimo		Sobras
5			condição 1		$x_1 + x_2$	\geq	6			0,00		-6,00
6			condição 2		$x_1 + 4x_2$	\geq	12			0,00		-12,00
7			condição 3		$3x_1 + x_2$	\geq	8			0,00		-8,00
8												
9			variável x_1		x_1	\geq	0			0,00		
10			variável x_2		x_2	\geq	0			0,00		
11												

Para além do texto visível no ecrã vamos colocar as seguintes fórmulas e valores:

Célula	Valor ou Fórmula	Significado no modelo
J2	=12*J9+8*J10	Valor da função objetivo (valor que queremos minimizar)
J5	=J9+J10	Resultado da primeira restrição
J6	=J9+4*J10	Resultado da segunda restrição
J7	=3*J9+J10	Resultado da terceira restrição
J9	0	Resultado da variável x_1
J10	0	Resultado da variável x_2
L5	=J5-G5	Valor que sobra depois de satisfeita a restrição 1
L6	=J6-G6	Valor que sobra depois de satisfeita a restrição 2
L7	=J7-G7	Valor que sobra depois de satisfeita a restrição 3

2º Passo: O Solver

Vamos resolver o problema com a ferramenta Solver:

1. No separador **Dados** (*Data*), grupo **Ferramentas de Dados** (*Data Tools*), opção **Análise** (*Analysis*), selecione **Solver** (*Solver*).

Aparece a seguinte caixa de diálogo:

Parâmetros do Solver [X]

Definir Objetivo: [Icon]

Para: Máximo Mínimo Valor de:

Alterando as Células de Variável:
 [Icon]

Sujeito às Restrições:

[Empty list box]

[Adicionar] [Alterar] [Eliminar] [Repor TUDO] [Carregar/Guardar]

Tornar Não Negativas Variáveis Não Constrangidas

Selec. Método Resolução: [v] [Opções]

Método de Resolução
Selecione o motor GRG Não Linear para problemas não lineares uniformes do Solver. Selecione o motor LP Simplex para problemas lineares do Solver, e selecione o motor Evolutionary para problemas não uniformes do Solver.

[Ajuda] [Resolver] [Fechar]

2. Em **Definir Objectivo** (*Set Objective*) insira **\$J\$2**, pois é a célula que contém a equação que identifica a função objetivo que pretendemos minimizar.
3. Em **Para:** (*Equal to*), selecione **Mínimo** (*Min*).
4. Depois insira em **Alterando as Células de Variável** (*By Changing Variable Cells*) **\$J\$9:\$J\$10**, pois são as células que contêm as nossas variáveis de decisão (x_1 e x_2).
5. Seguidamente, para introduzir as restrições, selecione a opção **Adicionar** (*Add Constraint*), e surge a seguinte caixa de diálogo:

Adicionar Restrição

Referência de Célula: Restrição:

<=

OK Adicionar Cancelar

Vamos introduzir as restrições e as condições de não negatividade uma a uma.

6. Para a restrição $x_1 + x_2 \geq 6$, preencha a caixa de diálogo da seguinte forma:

Adicionar Restrição

Referência de Célula: Restrição:

7. Selecione Adicionar (Add) para introduzir outra restrição. Deve proceder desta forma, até ter todas as restrições introduzidas. No fim, clique em OK para voltar à caixa de diálogo do Solver (Solver).
8. Escolha o Método de Resolução (Solving Method) LP Simplex (Simplex LP).

Parâmetros do Solver [X]

Definir Objetivo: [Ícone]

Para: Máximo Mínimo Valor de:

Alterando as Células de Variável:
 [Ícone]

Sujeito às Restrições:

SJS10 >= 0	[Adicionar] [Alterar] [Eliminar] [Repor Tudo] [Carregar/Guardar]
SJS5 >= 6	
SJS6 >= 12	
SJS7 >= 8	
SJS9 >= 0	

Tornar Não Negativas Variáveis Não Constrangidas

Selec. Método Resolução: [v] [Opções]

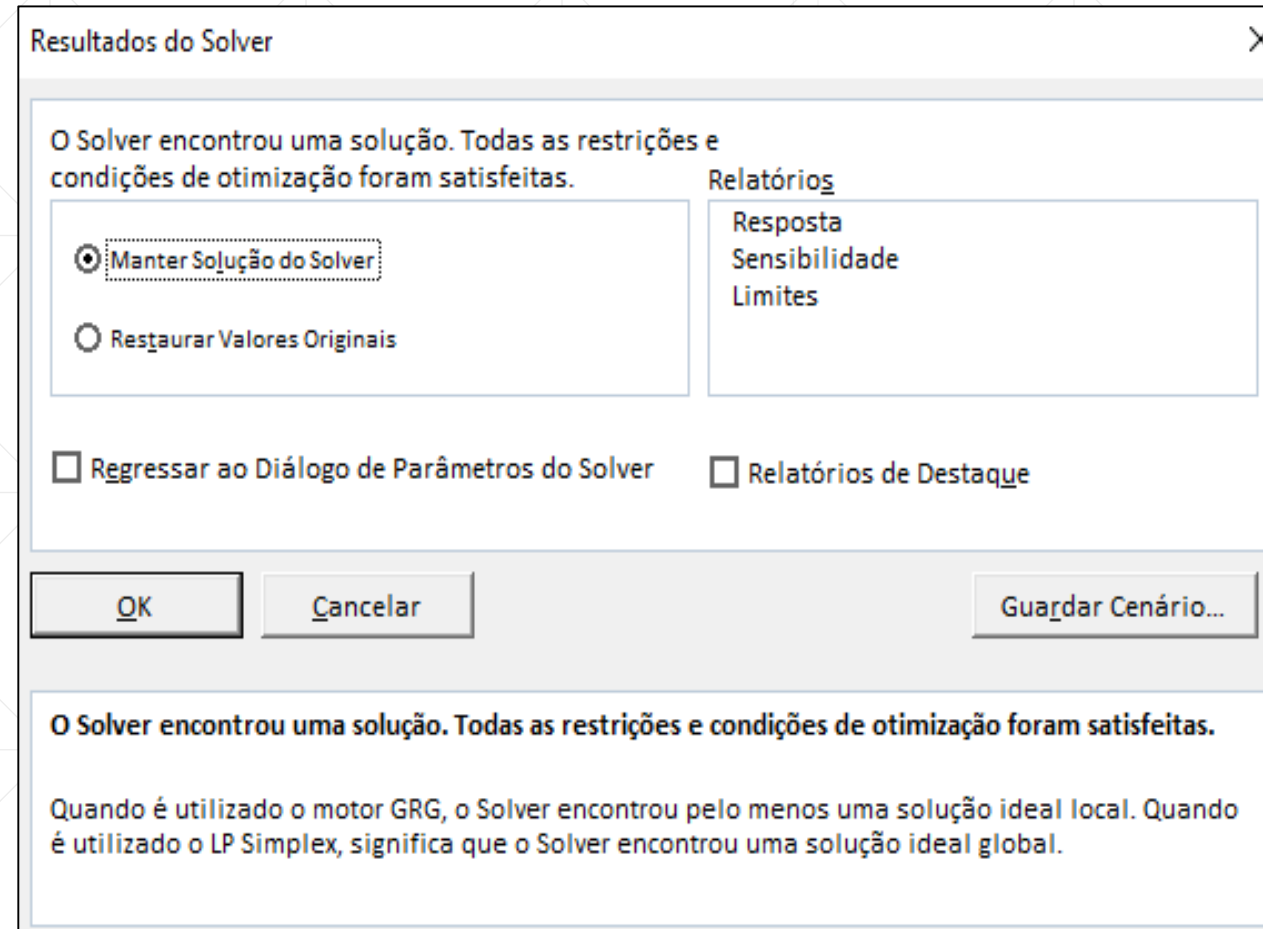
- GRG Não Linear
- LP Simplex**
- Evolutionary

Método de Resolução:

Selecione o motor GRG Não Linear para problemas não lineares uniformes do Solver. Selecione o motor LP Simplex para problemas lineares do Solver, e selecione o motor Evolutionary para problemas não uniformes do Solver.

[Ajuda] [Resolver] [Fechar]

- Escolha a opção **Resolver** (*Solve*) para o **Solver** (*Solver*) encontrar a solução.
- Selecione a opção **OK** da caixa de diálogo:



11. A solução ótima do problema irá surgir na folha de cálculo.
Temos uma solução ótima única:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2	Minimização		Função objetivo		$z = 12x_1 + 8x_2$			z ótimo =		52,00		
3												
4							2ºmembro			ótimo		Sobras
5			condição 1		$x_1 + x_2$	\geq	6			6,00		0,00
6			condição 2		$x_1 + 4x_2$	\geq	12			21,00		9,00
7			condição 3		$3x_1 + x_2$	\geq	8			8,00		0,00
8												
9			variável x_1		x_1	\geq	0			1,00		
10			variável x_2		x_2	\geq	0			5,00		

Como podemos verificar, a solução ótima encontrada pelo solver coincide com a solução da resolução gráfica, ou seja, a solução ótima deste problema de minimização consiste em adquirir **um saco de adubo químico e 5 sacos de adubo biológico**, com um **custo total de 52 euros**.

- A ferramenta solver tem outras funcionalidades, como **Guardar Cenário** (*Save Scenario*), para guardar a solução para análise futura no **Gestor de Cenários** (*Scenario Manager*); e a elaboração de **Relatórios** (*Reports*) de **Resposta** (*Answer*), **Sensibilidade** (*Sensitivity*) e **Limites** (*Limits*). Voltaremos aos relatórios num ponto seguinte.
- Em algumas situações pode ser importante analisar a forma como o **Solver** (*Solver*) chega à solução ótima, isso é possível, basta quando estamos na caixa de diálogo **Parâmetros do Solver** (*Solver Parameters*) selecionar o botão **Opções** (*Options*) e na caixa de diálogo selecionar a opção *Mostrar Resultados de Iteração* (*Show Iteration Results*).

Opções

Todos os Métodos | GRG Não Linear | Evolutionary

Precisão de Restrição: 0,000001

Utilizar Arredondamento Automático

Mostrar Resultados de Iteração

Resolução Com Restrições de Número Inteiro

Ignorar Restrições de Número Inteiro

Qualidade Ideal de Número Inteiro (%): 1

Resolução de Limites

Tempo Máximo (Segundos):

Iterações:

Restrições de Número Inteiro e Evolutionary:

Máximo de Subproblemas:

Máximo de Soluções Viáveis:

OK Cancelar

Problema de Maximização

Vamos recorrer ao exemplo de problema de maximização apresentado anteriormente, representado pelo seguinte modelo:

$$\text{Max } z = 40x_1 + 30x_2$$

Suj. a:

$$15x_1 + 7x_2 \leq 900$$

$$10x_1 + 8x_2 \leq 700$$

$$5x_1 + 10x_2 \leq 600$$

$$x_1 \text{ e } x_2 \geq 0$$

1º passo: Introduzir as variáveis e fórmulas na folha de Excel

Vamos começar por colocar na folha de cálculo a informação necessária para resolver o problema, tendo o cuidado de deixar a folha com um aspeto compreensível, ou seja, que não seja difícil identificar a função objetivo, as restrições e as soluções do problema.

Pretendemos que a nossa folha de cálculo fique com o seguinte aspeto:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2	Maximização		Função objetivo		$z = 40x_1 + 30x_2$			z ótimo	=	0,00		
3												
4								2º membro		ótimo		Folgas
5			condição 1		$15x_1 + 7x_2$	\leq	900			0,00		900,00
6			condição 2		$10x_1 + 8x_2$	\leq	700			0,00		700,00
7			condição 3		$5x_1 + 10x_2$	\leq	600			0,00		600,00
8												
9			variável x1		x_1	\geq	0			0,00		
10			variável x2		x_2	\geq	0			0,00		

Para além do texto visível no ecrã vamos colocar as seguintes fórmulas e valores:

Célula	Valor ou Fórmula	Significado no modelo
J2	=40*J9+30*J10	Valor da função objetivo (valor que queremos maximizar)
J5	=15*J9+7*J10	Resultado da primeira restrição
J6	=10*J9+8*J10	Resultado da segunda restrição
J7	=5*J9+10*J10	Resultado da terceira restrição
J9	0	Resultado da variável x_1
J10	0	Resultado da variável x_2
L5	=H5-J5	Valor de folga (recurso que ainda pode ser usado) depois de satisfeita a restrição 1
L6	=H6-J6	Valor de folga depois de satisfeita a restrição 2
L7	=H7-J7	Valor de folga depois de satisfeita a restrição 3

2º Passo: O Solver

Vamos resolver o problema com a ferramenta solver:

1. No separador **Dados** (*Data*), grupo **Ferramentas de Dados** (*Data Tools*), opção **Análise** (*Analysis*), selecione **Solver** (*Solver*).
2. Em **Definir Objectivo** (*Set Objective*) insira **\$J\$2**, pois é a célula que contém a equação que identifica a função objetivo que pretendemos maximizar.
3. Em **Para:** (*Equal to*), selecione **Máximo** (*Max*).
4. Depois insira em **Alterando as Células de Variável** (*By Changing Variable Cells*) **\$J\$9:\$J\$10**, pois são as células que contêm as nossas variáveis de decisão (x_1 e x_2).

5. Seguidamente, para introduzir as restrições, selecione a opção **Adicionar** (*Add Constraint*), e surge a seguinte caixa de diálogo:

Adicionar Restrição

Referência de Célula: Restrição:

<=

OK Adicionar Cancelar

Vamos introduzir as restrições e as condições de não negatividade uma a uma.

6. Para a restrição $15x_1 + 7x_2 \leq 900$, preencha a caixa de diálogo da seguinte forma:

Adicionar Restrição

Referência de Célula: SJS5

Restrição: 900

<=

OK Adicionar Cancelar

7. Selecione **Adicionar** (*Add*) para introduzir outra restrição. Deve proceder desta forma, até ter todas as restrições introduzidas. No fim, clique em **OK** para voltar à caixa de diálogo do **Solver** (*Solver*).
8. Escolha o Método de **Resolução** (*Solving Method*) **LP Simplex** (*Simplex LP*).

Parâmetros do Solver [X]

Definir Objetivo: [Ícone]

Para: Máximo Mínimo Valor de:

Alterando as Células de Variável:

[Ícone]

Sujeito às Restrições:

[Adicionar]
[Alterar]
[Eliminar]
[Repor Tudo]
[Carregar/Guardar]

Tornar Não Negativas Variáveis Não Constrangidas

Seleção Método: [Opções]

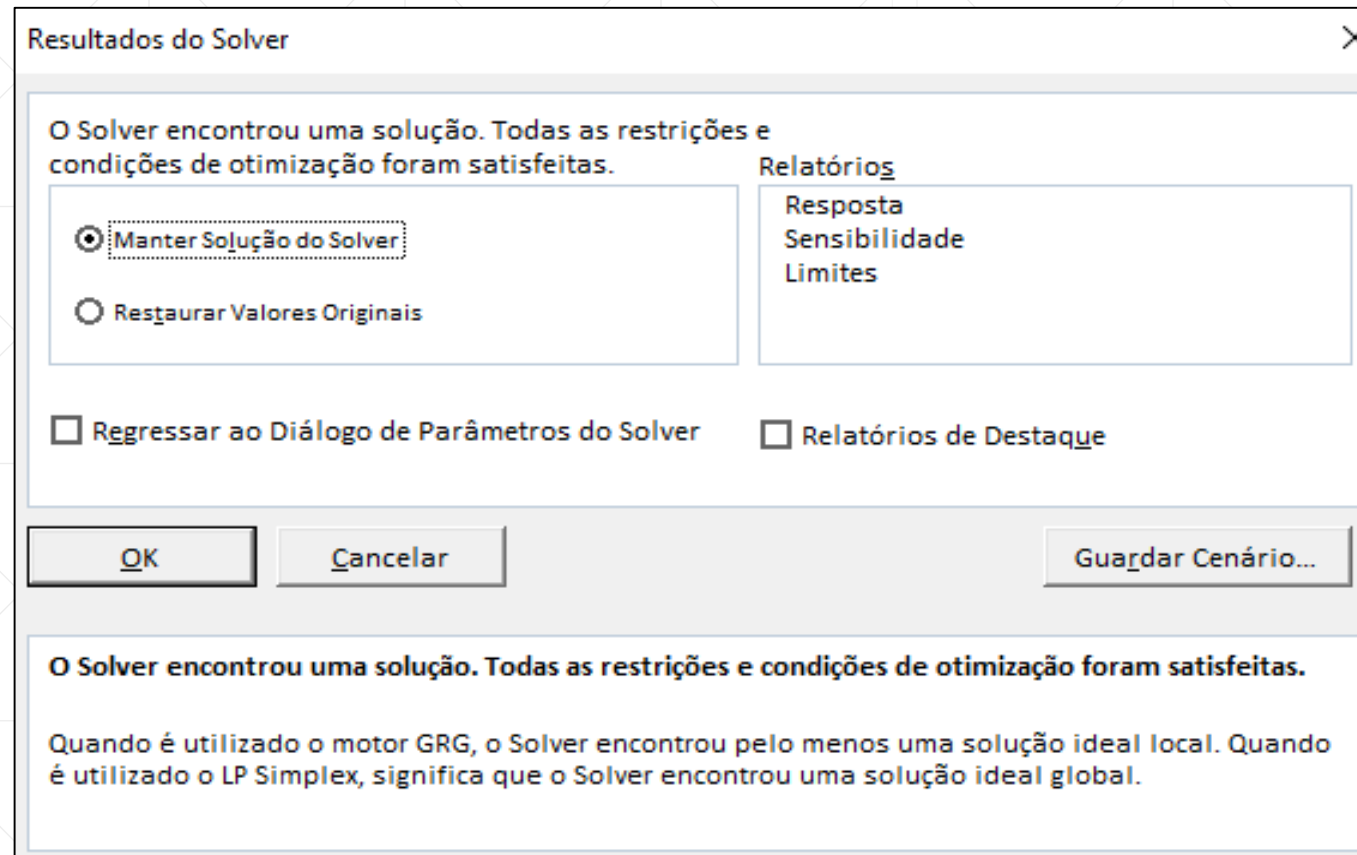
Método de Resolução

Selecione o motor GRG Não Linear para problemas não lineares uniformes do Solver. Selecione o motor LP Simplex para problemas lineares do Solver, e selecione o motor Evolutionary para problemas não uniformes do Solver.

[Ajuda] [Resolver] [Fechar]

9. Escolha a opção **Resolver** (*Solve*) para o **Solver** (*Solver*) encontrar a solução.

10. Selecione a opção **OK** da caixa de diálogo:



11. A solução ótima do problema irá surgir na folha de cálculo.
Temos uma solução ótima única:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2	Maximização		Função objetivo		$z = 40x_1 + 30x_2$			z ótimo	=	2740,00		
3												
4								2ºmembro		ótimo		Folgas
5			condição 1		$15x_1 + 7x_2$	<=	900			900,00		0,00
6			condição 2		$10x_1 + 8x_2$	<=	700			700,00		0,00
7			condição 3		$5x_1 + 10x_2$	<=	600			530,00		70,00
8												
9			variável x1		x1	>=	0			46,00		
10			variável x2		x2	>=	0			30,00		

Como podemos verificar, a solução ótima encontrada pelo solver coincide com a solução da resolução gráfica, ou seja, a solução ótima deste problema de maximização consiste em produzir **46 saias** e **30 pares de calças**, com uma **receita total de 2740 euros**.

4ª parte:

Excel – Solver

- Análise de sensibilidade

(por favor passe para a apresentação seguinte)