

UNIVERSIDADE ABERTA



UNIVERSIDADE  
**AbERTA**  
[www.uab.pt](http://www.uab.pt)

**Aplicação do Controlo Estatístico do Processo na Avaliação da  
Qualidade da Água Consumida no Município do Lubango - Huila**

Hélder Emílio Eurico Gervásio

Mestrado em Estatística, Matemática e Computação na Área  
Especialização de Estatística Computacional

2018



UNIVERSIDADE ABERTA



UNIVERSIDADE  
**AbERTA**  
[www.uab.pt](http://www.uab.pt)

**Aplicação do Controlo Estatístico do Processo na Avaliação da  
Qualidade da Água Consumida no Município do Lubango - Huila**

Hélder Emílio Eurico Gervásio

Mestrado em Estatística, Matemática e Computação na Área  
Especialização de Estatística Computacional

Dissertação orientada pelo Professor Doutor Amílcar Manuel do Rosário  
Oliveira

2018



## Resumo

O processo de abastecimento de água, em termos de quantidade e qualidade é uma preocupação crescente do estado Angolano. O presente estudo, tem como objetivo investigar a qualidade da água consumida no Município do Lubango-Angola, a partir das três fontes de tratamento da rede de distribuição da direção provincial de energia e águas, e de três chafarizes localizados em zonas periféricas desta cidade. Neste trabalho serão utilizadas cartas de controlo no âmbito do Controlo Estatístico do Processo, para a avaliação de duas importantes características da água potável: Turbidez e Cloro Residual.

Foram identificadas e explicadas as causas comuns e especiais para o Cloro Residual (causa especial de variação) e criadas estratégias para tentar eliminá-las.

Numa primeira fase, após a recolha dos dados nas três subestações de tratamentos de água, e com o auxílio do *software* R versão 3.1.0 (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2014), especificamente através do pacote *qcc* (SCRUCCA, 2004) desenvolvido para o controlo de qualidade, foram aplicadas as cartas de controlo clássicas e especiais, tendo-se verificado que os dados são autocorrelacionados e apresentaram-se fora dos limites de controlo. Numa segunda fase, com auxílio do pacote *forecast* (HYNDMANN; KHANDAKAR, 2008) para ajuste do modelo ARIMA, foram obtidos os resíduos do modelo. Após a sua aplicação do mesmo verificou-se que as cartas de controlo não apresentavam pontos fora do limites de controlo.

**Palavras-Chave:** Controlo Estatístico do Processo, Autocorrelação, Cartas de Controlo Especiais, ARIMA e Qualidade da Água.

## **Abstract**

The process of water supply in terms of quantity and quality is being a continuous concern for the Angolan state. The objective of the current study is to investigate the quality of water consumed in Lubango-Angola municipality, basing on the three sources of treatment and distribution that belongs to the provincial power and water management, and the three water fountains located at the city outskirts. Charts controls will be used in this work the scope of statistical process control, for the evaluation of the two important characteristics of drinking water: Turbidity and residual chlorine.

The common and special causes for residual chlorine (special cause of variation) have been identified and explained and strategies were developed to try to eliminate them. At the first phase, after data collection in the three substations of water treatments, and with the aid of software R version 3.1.0 (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2014), specifically through the qcc package (SCRUCCA,2004) developed for the quality control, were applied classic control charts and special, being verified that the data are auto correlated and were presented out of control limits. At the second phase, with the help of the forecast package (HYNDMANN; KHANDAKAR, 2008) to adjust the ARIMA model, the residuals of the model were obtained. After its application of the same model, it was verified that the control charts were not presenting points outside the limit models.

**Key words:** Statistical process control, Autocorrelation, special control charts, and ARIMA and water quality.

## **Dedicatória**

Aos meus pais Justino Gervásio (em memória) e Ana Albertina.

Á minha esposa Rosa Gervásio.

Aos meus filhos Justino Gervásio, Brisa Gervásio e Ana Gervásio.

Á minha tia (Mãe) Deolinda Daniel Grilo Ussanje e aos meus irmãos.

## **Agradecimentos**

Em primeiro lugar a Deus, pelo dom da vida e por ter me guiado durante o Mestrado, estendendo sempre as suas mãos misericordiosas nos momentos difíceis para poder vencer os obstáculos, porque sem isto, este momento não seria um facto.

Em especial ao professor doutor Amílcar Manuel do Rosário Oliveira, pelo conhecimento compartilhado, confiança e apoio, tornando possível a realização deste trabalho.

A todos meus colegas do Mestrado em Estatística, Matemática e Computação, pela disponibilidade demonstrada e preciosa troca de conhecimentos durante a parte curricular.

Quero agradecer, á minha família do fundo do meu coração, à minha esposa Rosa Gervásio, á minha mãe Ana Albertina, á minha sogra Joaquina Godinho, á minha tia (Mãe) Deolinda Ussanje, ao meu afilhado Nilton Ávido (colega) pela grande dedicação, apoio e carinho ao longo do meu percurso académico. Sem os vossos préstimos nada disso seria possível.

Não me esquecendo do Dr. Elias Manuel Capoco, pelo contributo dado na tradução do resumo deste trabalho.

A Direção Provincial de Energia e Águas, na pessoa do seu diretor Abel João da Costa, por ter autorizados a realização da pesquisa.

E não me esquecer do senhor Engenheiro Químico José Cangundo R. Bumba, pela paciência demonstrada durante as recolhas das amostras e as explicações sábias dadas nas duvidas apresentadas.

## Índice

Introdução .....	1
1. Introdução ao controlo da qualidade .....	6
1.1 Introdução .....	6
1.2 Revisão da literatura .....	6
1.3 Definição de qualidade .....	8
1.4 Controlo e monitorização da qualidade .....	8
1.5 Controlo estatístico do processo na avaliação qualidade da água.....	9
2. Caracterização da empresa.....	14
2.1 Introdução .....	14
2.2 Apresentação da empresa .....	14
2.3 Água de consumo e suas características .....	15
2.4 Sistema de abastecimento de água .....	17
2.5 Controlo de qualidade da água .....	17
2.5.1 Cloretos.....	17
2.5.2 Turbidez .....	19
2.5.3 Factores intervenientes na desinfecção.....	20
3. Controlo estatístico do processo.....	22
3.1 Introdução .....	22
3.2 Conceitos fundamentais do controlo estatísticos do processo (CEP) .....	23
3.2.1 Princípios das cartas de controlo .....	24
3.3 Medidas de desempenho das cartas de controlo .....	25
3.3.1 Detenção de causas especiais de variação .....	26
3.4 Recolha de dados.....	27
3.5 Tipos de cartas de controlo .....	28
3.5.1 Cartas de controlo para variáveis .....	29
3.5.1.1 Cartas de controlo de Shewhart.....	29
3.5.1.2 Cartas de controlo da média e da amplitude.....	30
3.5.1.3 Cartas de controlo da média e do desvio padrão.....	30
3.5.1.4 Cartas de controlo da média e da variância.....	31
3.5.1.5 Cartas de controlo da mediana e da amplitude.....	32
3.5.1.6 Cartas de controlo de observações individuais e da amplitude móvel.....	33
3.5.1.7 Fase 1 – Parâmetros do processo: conhecidos e não conhecidos.....	33
3.5.1.7.1 Estimação dos parâmetros do processo.....	33
3.5.1.8 Cartas de Shewhart para os resíduos.....	34
3.5.1.9 Cartas de Shewhart para os erros de previsão.....	36
3.5.2 Cartas de controlo especiais.....	38

3.5.2.1	Introdução.....	38
3.5.2.2	Amplitude.....	40
3.5.2.3	Variância ( $\sigma^2$ ).....	40
3.5.2.4	Cartas de controlo da soma acumulada (CUSUM).....	40
3.5.2.5	CUSUM para monitorização da variabilidade do processo.....	42
3.5.2.6	Cartas de controlo da média móvel exponencialmente ponderada (EWMA)...	44
3.5.2.6.1	Carta de controlo da média móvel exponencialmente ponderada (EWMA) para monitorização da média do processo.....	44
3.5.2.6.2	Ajuste de realimentação usando EWMA.....	45
3.5.2.7	Fase 2 – Parâmetros do processo conhecidos.....	47
3.5.3	Condições para a aplicação das cartas de controlo .....	48
3.5.3.1	Aleatoriedade dos dados.....	48
3.5.3.2	Independência dos dados.....	48
3.5.3.3	Função de auto-correlação.....	49
3.5.3.4	Função de auto-correlação parcial.....	50
3.5.3.5	Modelos ARIMA.....	52
3.5.3.5.1	Modelo $AR(p)$ (Auto-Regressivo de ordem $p$ ).....	54
3.5.3.5.2	Modelo $MA(q)$ (médias móveis de ordem $q$ ).....	55
3.5.3.5.3	Modelo $ARMA(p,q)$ (modelo misto auto-regressivo e de média móveis).....	55
3.5.3.5.4	Características teóricas dos gráficos das $FAC$ e $FACP$ dos modelos.....	56
3.5.3.6	Normalidade dos dados.....	56
3.5.3.7	Teste de Kolmogorov-Smirnov.....	57
3.6	Controlo estatístico dos dados autocorrelacionados.....	58
3.7	Procedimento de construção .....	59
3.8	Capacidade do processo.....	60
4.	Estudo de Caso.....	66
4.1	Introdução .....	66
4.2	Recolha dos dados .....	66
4.3	Análise e tratamento dos dados.....	66
4.3.1	Normalidade e função de autocorrelação .....	67
4.3.2	ARIMA.....	77
4.3.3	Cartas de Shewhart aplicado nos resíduos .....	81
4.3.4	Cartas do CUSUM aplicado aos resíduos.....	83
4.3.5	Cartas EWMA aplicadas aos resíduos.....	84

4.4	Resultados.....	85
4.4.1	Monitorização estatística do processo.....	85
5.	Considerações finais e recomendações.....	90
5.1	Considerações finais.....	90
5.2	Recomendações.....	93
	Bibliografia:.....	95
	Anexos.....	99
	Apêndices.....	105
	Apêndice I - fotos dos pontos monitorados e tratamento da água.....	106
	Apêndice II - Modelo de Boletim Registo Laboratorial.....	111
	Apêndice III - Fatores de construção das cartas para controlo de variáveis (constantes).....	114

## Lista de quadros e tabelas

Quadro 3.1- valores de $\tilde{A}_2$ .....	32
Quadro 3.2 – Estimadores dos parâmetros do processo. ....	34
Quadro 3.3 - Limites de controlo das cartas dos Erros de Previsão (Fase 1) .....	36
Quadro 3.4 - Limites de controlo das cartas dos Erros de Previsão (Fase 2) .....	38
Quadro 3.5 - Limites de controlo e a linha central. ....	47
Quadro 3.6 – Características das <i>FAC</i> e <i>FACP</i> dos vários modelos. ....	56
Tabela 4.1 - Teste da Normalidade de Kolmogorov-Smirnov. ....	68
Tabela 4.2 - Erros Médios .....	77
Tabela 4.3 - Erros Médios .....	77
Tabela 4.4 - Resíduos (Reservatórios) .....	78
Tabela 4.5 - Resíduos (Torneiras) .....	79
Tabela A1 - Reservatório Mapunda (A). ....	100
Tabela A2 - Reservatório Boca da Humpata (B). ....	100
Tabela A3 - Reservatório da Proteica (C). ....	101
Tabela A4 - Torneira do Bairro Hélder Neto (C). ....	101
Tabela A5 - Torneira do Bairro Só Frio (B). ....	102
Tabela A6 - Torneira do Bairro Comercial (A). ....	102
Tabela A7 - Chafariz (AA). ....	103
Tabela A8 - Chafariz (BB). ....	103
Tabela A9 - Chafariz (CC). ....	104

## Lista de Figuras

Figura 3.1 - Carta de controlo em formato conceitual. Fonte: Adaptado de Samohyl (2009).....	23
Figura 3.2 - As três zonas das cartas de controlo. Fonte: Oakland, 2007 .....	23
Figura 3.3 – Regras para a detecção de causas especiais (Norma ISO 8258:1991).....	26
Figura 3.4 - Regras para a selecção das cartas de controlo (Montgomery, 2012). .....	40
Figura 3.5 – Função de Auto-Correlação Estimada ( <i>FACE</i> ).....	50
Figura 3.6 – Função de Auto-Correlação Parcial Estimada ( <i>FACPE</i> ).....	52
Figura 3.7 – Etapas da construção de um modelo <i>ARIMA</i> (Requeijo, 2004). .....	54
Figura 3.8 - Fluxograma da Condução da Pesquisa. ....	60
Figura 3.9 - Limites de especificação. Fonte: Oakland, 2007. ....	61
Figura 3.10 - Capacidade do Processo (Adaptado de Oakland(2008)). ....	63
Figura 4.1 - Q - QPlot Dados dos Reservatórios.....	67
Figura 4.2 - Q-QPlot Dados das Torneiras .....	68
Figura 4.3 - Gráfico ACF e PACF Dados do Reservatórios.....	69
Figura 4.4 - Gráfico ACF e PACF Dados dos Reservatórios. ....	69
Figura 4.5 - Gráfico ACF e PACF Dados das Torneiras.....	70
Figura 4.6 - Gráfico ACF e PACF Dados das Torneiras.....	70
Figura 4.7 - Cartas de Shewhart para Observações Individuas dos reservatórios. ....	71
Figura 4.8 - Cartas de controlo de Shewhart para Observações Individuas das torneiras. 71	
Figura 4.9 - Cartas de controlo de Shewhart para Observações Individuais dos reservatórios.....	72
Figura 4.10 - Cartas de controlo de Shewhart para Observações Individuas das torneiras.....	72
Figura 4.11 - Cartas de controlo de CUSUM do reservatório. ....	73
Figura 4.12 - Cartas de controlo de CUSUM das torneiras. ....	73
Figura 4.13 - Cartas de controlo de CUSUM dos reservatórios. ....	74
Figura 4.14 - Cartas de controlo de CUSUM das torneiras. ....	74
Figura 4.15 - Cartas de controlo de EWMA.....	75
Figura 4.16 - Cartas de controlo de EWMA.....	75
Figura 4.17 - Cartas de controlo de EWMA.....	76
Figura 4.18 - Cartas de controlo de EWMA.....	76
Figura 4.19 - Gráficos para Análise dos Resíduos nos Reservatórios .....	80
Figura 4.20 - Gráficos para Análise dos Resíduos nas Torneiras .....	80
Figura 4.21 - Funções ACF e PACF Resíduos nos Reservatórios.....	81
Figura 4.22 - Funções ACF e PACF Resíduos nas Torneiras. ....	81
Figura 4.23 - Cartas de controlo de Shewhart para Observações Individuais Resíduos nos Reservatórios.....	82
Figura 4.24 - Cartas de controlo de Shewhart para Observações Individuais Resíduos nas Torneiras.....	82
Figura 4.25 - Cartas de controlo de CUSUM Resíduos nos Reservatórios. ....	83
Figura 4.26 - Cartas de controlo de CUSUM Resíduos nas Torneiras.....	83
Figura 4.27 - Cartas de controlo de EWMA Resíduos nos Reservatórios. ....	84
Figura 4.28 - Cartas de controlo de EWMA Resíduos nas Torneiras. ....	85

Figura 4.29 - Cartas de controlo de Shewhart para Observações Individuais Monitorização. ....	85
Figura 4.30 - Cartas de controlo de Shewhart para Observações Individuais Monitorização. ....	86
Figura 4.31 - Cartas de controlo de CUSUM Monitorização. ....	86
Figura 4.32 - Cartas de controlo de CUSUM Monitorização DRRM. ....	86
Figura 4.33 - Cartas de controlo de EWMA Monitorização. ....	87
Figura 4.34 - Cartas de controlo de EWMA Monitorização DRRM. ....	87

## Lista de Abreviaturas, Siglas, Acrónimos e Símbolos Matemáticos

$\psi_j$  - coeficiente determinado a partir de  $X_t = \psi(B)_{et}$ .

$e_\tau(T)$  - erro de previsão no instante  $T + \tau$ ;

$\hat{v}$  - Estimador da variância de  $r_k$  cujo valor é dado pela expressão;

$\phi_j$  - j-ésimo coeficiente de regressão;

$\alpha$  - Nível de significância ou Erro do tipo I;

$\xi$  - parâmetro para determinação da média do processo;

$\varepsilon_t$  - resíduo ou erro de previsão no instante  $t$ ;

$\varepsilon_{t-p}$  - resíduo ou erro padrão no instante  $t-p$ ;

$e_t$  - Resíduo para o instante  $t$ ; Erro de previsão no instante  $t$ ;

$SS(\hat{\phi}, \hat{\theta})$  - soma dos quadrados dos resíduos;

$Y_t$  - Valor da variável  $Y$  no instante  $t$ ;

$\sigma_\varepsilon^2$  - variância de erro  $\varepsilon$ ;

$\sigma^2$  - Variância do processo;

$X_{t-p}$  - variável no instante  $t - p$ ;

$r_k$  - Coeficiente de autocorrelação para lag  $k$ ;

$r_j$  - Coeficiente de autocorrelação para um desfasamento  $j$ ;

$\rho_j$  - coeficiente de correlação de desfasamento  $j$ ;

$r_{XY}$  - Coeficiente de correlação entre  $X$  e  $Y$ ;

$COV(X, Y)$  - Covariância entre as variáveis  $X$  e  $Y$ ;

$\sigma_e$  - Desvio padrão do erro do modelo  $AR(p)$ ;

$\hat{\sigma}$  - Desvio padrão do processo estimado;

$S_X$  - Desvio-padrão da variável  $X$ ;

$S_Y$  - Desvio-padrão da variável  $Y$ ;

$Z_{\frac{\alpha}{2}}$  - Distribuição normal reduzida com um nível de significância de  $\frac{\alpha}{2}$ ;

$e_i$  - erro da regressão ou resíduo no instante  $i$ ;

$e_t$  - erro da regressão ou resíduo, variável que é idêntica e igualmente distribuída;

$\beta$  - Erro do tipo I

$\theta_j$  -  $j$ -ésimo coeficiente do modelo MA(q);

$\theta_j$  -  $j$ -ésimo parâmetro da média móvel;

$\phi_j$  -  $j$ -ésimo parâmetro de autoregressão;

$\mu$  - Média do processo;

$Y_t$  - Observação da variável  $Y$  no instante  $t$ ;

$Y_{t-k}$  - Observação da variável  $Y$  no instante  $t-k$ ;

$B^m$  - Operador de defasamento de  $m$  unidades de tempo;

$\nabla Y_t$  ou  $Y'_t$  - Operador diferencial;

$\theta_j$  - parâmetro de ordem  $j$  da componente das médias móveis;

$\hat{X}_{T+\tau}(T)$  - previsão realizada no instante  $T$  para o instante  $T + \tau$ ;

$c$  - Termo constante;

$X_{T+\tau}$  - valor de  $X$  no instante  $T + \tau$ ;

$\bar{Y}$  - Valor médio de  $Y$ ;

ACF – Função de Autocorrelação;

AIC - *Akaike Information Criteria* ;

AIC: Critério de Informação de Akaike;

ARIMA – Autoregressivos Integrados de Médias Móveis;

ARL - Comprimento Médio de Corrida *Average Run Length* ;

BIC: Critério de Informação Bayesiano.

CEP – Controlo Estatístico de Processos;

CL - Linha Central;

CL.RESID - Cloro Residual (Dados dos Reservatórios) ;

CL.RESID 1 - Cloro Residual (Dados das Torneiras) ;

$Cov(X_t, X_{t+k})$  - Covariância das observações desfasadas de  $k$  instantes;

$C_p$  - Índice de capacidade potencial do processo;

$C_{pk}$  - Índice de capacidade do processo;

$C_{pm}$  - Índice de capacidade potencial corrigido pelo desvio da média em relação ao valor nominal;

CUSUM – *Cumulative Sum* (Soma Acumulada) ;

$d$  – Ordem do diferencial envolvido;

ETA – Estação de Tratamento de Água;

EWMA – *Exponentially Weighted Moving Average* (Média Móvel Exponencialmente Ponderada);

FAC- Função de Auto-Correlação;

ISO - Organização Internacional para Padronização;

ISO: Organização Internacional para Padronização;

KS - Teste de Kolmogorov-Smimov;

$lag$  - Estimativa da autocorrelação de defasagem  $k$ .

$lag\ k$  - Auto-correlação de defasamento  $k$ ;

LIC - Limite Inferior de Controlo;

LSC - Limite Superior de Controlo;

$m$  - número de parâmetros estimados;

MAE – Erro Médio Absoluto;

MAPE – Erro Percentual Médio;

MASE – Erro Médio de Escala Absoluta;

ME – Erro Médio;

MPE – Erro Percentual Médio;

$n$  - Tamanho da amostra em estudo;

NTU - Unidades Nefelométricas de Turbidez;

OMS - Organização Mundial da Saúde;

$p$  – Ordem da componente autoregressiva;

PACF – Função de Autocorrelação Parcial;

$q$  – Ordem da componente *moving average*;

qcc - *Quality Control Charts* (Gráficos de Controlo da Qualidade);

RMSE – Erro Médio Quadrado;

TURB - Turbidez (Dados dos Reservatórios);

TURB 1 - Turbidez (Dados das Torneiras);

## **Introdução**

A água é o líquido mais abundante do planeta e é essencial para sobrevivência dos seres vivos. Existem dois tipos de fontes de água bruta destinadas à produção de água potável que são as águas superficiais (rios, lagos, canais, etc.) e subterrâneas (lençóis subterrâneos).

As águas superficiais são de mais fácil captação e por isso tendem a ser mais utilizadas para consumo humano. No controlo da qualidade da água para o consumo humano devem ser adoptados critérios de qualidade, processos de tratamento e técnicas adequadas para se cumprir com os requisitos legais estabelecidos. De salientar que em Angola o Decreto Presidencial nº 261/11 de 6 de Outubro ( DR I Série Nº 193 de 6 de Outubro de 2011) sobre a Regulamentação Angolana da Qualidade de Água, as águas doces superficiais, destinadas ao consumo humano, são classificadas em três categorias, de acordo com normas de qualidade fixadas no documento. No entanto, este diploma legal não regula a qualidade da água potável.

Para a Organização Mundial da Saúde (OMS) e seus países membros, “todas as pessoas, em quaisquer estágios de desenvolvimento e condições socioeconómicas têm o direito de ter acesso a um suprimento adequado de água potável e segura”. “Segura”, neste contexto, refere-se a uma oferta de água que não represente um risco significativo para a saúde, que tenha quantidade suficiente para atender a todas as necessidades domésticas, que esteja disponível continuamente e que tenha um custo acessível (Organização Panamericana de Saúde, 2009).

Para a determinação dos parâmetros da qualidade da água para o consumo humano, vamos basear-nos Decreto Lei nº 243/2011, de 5 de Setembro. Diário da Republica Nº 206 - 1ª Série `` A Qualidade da Água para o Consumo Humano, Portugal´´.

A qualidade de um serviço pode ser medida de acordo com uma fórmula bem simples cujo resultado é a diferença entre o Serviço Prestado e o Serviço Esperado. Assim, segundo Carvalho (2005), nessa avaliação, questiona-se se a necessidade inicialmente imposta pelo cliente foi plenamente atendida.

O conceito de qualidade sempre foi parte integrante de quase todos os produtos e serviços, mas a conscientização de sua importância e a introdução de métodos de controlo para a melhoria da qualidade têm tido um desenvolvimento ao longo do tempo.

O crescimento da população mundial desencadeia um maior consumo de água. A qualidade da água está cada vez mais deteriorada pelo facto de em simultâneo com o desenvolvimento da humanidade, ocorrer também mais poluição (por agentes de natureza química e/ou biológica) e desperdício deste recurso, que resulta em a água imprópria para o consumo humano (Azevedo, 1991).

Nota-se que diversas medidas sanitárias (tratamento da água) vêm sendo desenvolvidas com o objetivo de melhorar a qualidade da água fornecida para o consumo humano. Entretanto, e apesar dos esforços desenvolvidos é relevante destacar como contrapartida a utilização de produtos químicos no tratamento da água para o consumo humano, o qual quando em teor elevado torna-se também prejudicial á saúde, como é o caso do cloro residual (D'agula, 2000).

O abastecimento de água em termos de quantidade e qualidade é uma preocupação crescente de qualquer sociedade. A qualidade da água tem sido comprometida desde a fonte de captação, pelo lançamento de efluentes e resíduos, o que exige investimento nas estações de tratamento para garantir a qualidade da água fornecida. A água que sai das estações de tratamento para a rede de distribuição deve atender os limites de especificação para alguns parâmetros. Mas além de atender estes limites, para garantir a qualidade da água de abastecimento, é importante avaliar também a variabilidade ao longo do percurso da água até a torneira do consumidor. Neste sentido, as cartas de controlo estatístico do processo desempenham um papel importante.

O presente estudo tem como objetivo, aplicar técnicas estatísticas na área do controlo da qualidade, para a avaliação da qualidade da água consumida no Município do Lubango-Angola. Neste estudo, utilizaremos cartas de controlo, para avaliarmos dois parâmetros da água potável: a turbidez e o cloro residual, para tal, será necessário:

- Estudar e compreender, a turbidez e o cloro residual livre;
- Estudar e compreender, o tratamento da água para consumo humano de forma convencional;
- Identificar as condições em que a água se encontra ao longo do sistema de distribuição para o consumo humano;
- Detectar qualquer sinal de deterioração da qualidade da água distribuída para o consumo humano;

- Avaliar a necessidade de qualquer intervenção na rede para melhoria de qualidade da água distribuída para o consumo humano;
- Aplicar as técnicas de Controlo Estatístico da Qualidade em particular o Controlo Estatístico do Processo;
- Fazer a avaliação integrada da qualidade da água tratada e distribuída ao consumidor, por meio de análises laboratoriais e da análise de dados secundários, fornecidos pelo “controlo”;
- Aplicar a análise da autocorrelação e das Series Temporais;
- Demonstrar a importância da verificação dos pressupostos de autocorrelação e independência das amostras;
- Comparar a sensibilidade existente entre as carta de controlo do tipo Shewhart, Soma Acumulada (CUSUM), Média Móvel Exponencialmente Ponderada (EWMA), monitorizando as variáveis na deteção de pequenas mudanças da turbidez e do cloro residual na água;
- Analisar estatisticamente as cartas e verificar se realmente estão dentro das especificações impostas pela normas internacionais sobre a qualidade da água própria para o consumo humano;

Dentro dos objetivos traçados, é pertinente procurar respostas concretas para as seguintes questões:

*Que factores podem intervir significativamente na qualidade da água consumida no município do Lubango-Huila? Como explicar esses fenómenos?*

*Que estratégias devem ser recomendadas de modo a otimizar a qualidade da água no processo de distribuição para o consumo humano ?*

Com esta metodologia esperamos apresentar uma proposta de monitorização do processo da turbidez e o cloro residual livre da água, para a da variabilidade dessas características de qualidade da água.

Para a efectivação dos objectivos , este trabalho será dividido em duas partes. A primeira parte será constituída pelos capítulos 1, 2 e 3 correspondendo ao desenvolvimento teórico. A segunda parte será constituída pelos capítulos 4 e 5 e corresponderá ao desenvolvimento prático, conclusões e recomendações.

No capítulo 1 é apresentada a introdução ao problema em estudo, a revisão da literatura bem como a definição dos termos, conceitos e enquadramento sobre a água e suas características tendo em vista o controlo e monitorização da qualidade no controlo estatístico do processo.

No capítulo 2 apresenta-se a caracterização, organização e a descrição de como é feito o controlo de qualidade da água distribuída no município do Lubango.

No capítulo 3 apresentam-se os conceitos teóricos, matemáticos e estatísticos necessários para a construção do modelo utilizado na resolução do problema e a metodologia seguida nos modelos de previsão que são utilizados neste estudo.

No capítulo 4, será feita a caracterização da empresa e uma abordagem aos resultados obtidos, a partir das técnicas do controlo estatístico do processo (CEP) para o monitoramento dos parâmetros em análise. Também será apresentada a abordagem teórica para a verificação da independência e da normalidade dos dados.

No capítulo 5, serão apresentadas as considerações e recomendações finais, constatadas ao longo da investigação e sugestões para trabalhos futuros.

O estudo que é proposto, limita-se à utilização das cartas de controlo para casos de dados autocorrelacionados para variáveis quantitativas, através das técnicas de ajuste das cartas de séries temporais, a partir dos modelos ARIMA, as cartas de controlo de Shewhart, EWMA e CUSUM.

## **Capítulo 1 - Introdução ao Controlo da Qualidade**

## **1. Introdução ao controlo da qualidade**

### **1.1 Introdução**

Os métodos estatísticos e sua aplicação na melhoria da qualidade têm uma longa história que começa formalmente em 1924 com Walter A. Shewhart, na *Bell Telephone Laboratories* onde foi desenvolvido o conceito estatístico das cartas de controlo. Durante a segunda guerra mundial houve uma grande expansão do uso e aceitação do controlo estatístico da qualidade, essa experiência de guerra tornou claro que as técnicas, eram necessárias para controlar e melhorar a qualidade dos produtos.

A qualidade do ajustamento é influenciada por inúmeros factores, incluindo a escolha dos processos de manufactura, o treino e supervisão da mão-de-obra, o tipo de sistema de garantia de qualidade usado (controlo do processo, testes, actividades de inspecção etc.), a extensão com que esses procedimentos de garantia de qualidade são seguidos, e a motivação dos colaboradores para alcançar qualidade.

### **1.2 Revisão da literatura**

Como refere Alves (2003), o factor mais importante no controlo de um processo é a compreensão do estado do mesmo com exactidão, interpretando a carta de controlo e tomando imediatamente acções apropriadas assim que houver um alerta de causa especial ou estrutural. A implantação do controlo estatístico do processo e a consequente redução da variabilidade geram uma redução nos custos e um aumento na produtividade. Em consequência disso, há um aumento da capacidade de produção com pouco ou nenhum investimento adicional em equipamentos ou força de trabalho.

O estudo da variabilidade natural do processo é fundamental para a determinação dos limites de controlo, que são definidos pelo processo e controlados pela organização. Esses limites devem ser menores que os limites de especificação e têm como objetivo estabelecer controlos internos com menor tolerância, enquanto que limites de especificação são definidos pelo mercado ou órgão regulador (Rodrigues, 2010).

A utilização das cartas de controlo no (CEP) é de extrema importância, uma vez são elementos visuais para a monitorização de produtos e processos onde através deles podemos identificar rapidamente alterações desproporcionais ou causas especiais, alertando sobre a necessidade de agir no processo (Samohyl, 2009).

Dixon e Chiswell (1996) consideram que a monitorização deve ser realizado com um propósito e os programas podem ser projectados para atender a uma variedade de metas de informação, por exemplo, a avaliação das condições do ambiente, identificação de tendências, ou a detenção de violação aos limites legais.

Dessa forma, é necessário que o objectivo da monitorização esteja claro antes de iniciá-lo. Os objetivos podem ser baseados em requisitos operacionais ou de gestão e podem responder a procura variada, já que a monitorização é uma ferramenta para estabelecer padrões de qualidade, determinar tendências de qualidade, identificar trechos semelhantes ou não e identificar fontes e causas de degradação da qualidade (Chapman, 1992; Viana, 2012).

As redes de monitorização da qualidade da água têm sido tradicionalmente concebidas com base na experiência e intuição relacionadas com a prevenção da degradação da qualidade da água, em vez de serem baseadas num projecto sistemático e com objetivos específicos de monitorização.

A fim de atender aos objetivos de monitorização, gestores de rede selecionam locais de monitorização visando avaliar as condições de qualidade da água para a melhoria, manutenção de boa qualidade, controlo de alterações nessa qualidade e controlo da poluição (Park *et al.*, 2006).

Além disso, os programas de monitorização são dispendiosos e por isso há a necessidade de optimização da rede de amostragem proposta, com a análise da frequência de amostragem e do número de parâmetros monitorizados, reduzindo esses para os mais representativos, sem perda de informação útil (Nonato *et al.*, 2007).

As técnicas estatísticas multivariadas e a análise exploratória de dados são ferramentas apropriadas para uma redução significativa das medidas físico-químicas, permitindo a análise e interpretação desses complexos conjuntos de dados de qualidade da água e a compreensão das variações temporais e espaciais (Singh *et al.*, 2004; Zhou *et al.*, 2007).

Tanto os processos naturais, como o clima, a precipitação, a erosão, o intemperismo, a geologia, o tipo de solo, quanto as influências antropogénicas, tais como actividades urbanas, industriais e agrícolas (uso e ocupação do solo) e o aumento da exploração dos recursos hídricos, podem determinar a qualidade da água numa região (Mendiguchía *et al.*, 2004; Singh *et al.*, 2004, Vega *et al.*, 1998).

Henning *et al.* (2011), no seu artigo utilizou as cartas do CEP do tipo soma acumulada (CUSUM) em indicadores de qualidade da água potável e concluíram que algumas cartas de controlo merecem atenção ao monitorizar indicadores de qualidade da água, pois estes podem apresentar autocorrelação.

Para que se tenha uma água com qualidade, apropriada para o consumo humano, é necessário que haja, durante todo o processo de distribuição, um controlo eficaz garantindo assim a sua potabilidade e não trazendo riscos para a saúde. Na prática esse controlo vem acompanhado de alguns problemas, pois são inúmeros os factores que podem prejudicar o abastecimento, causando assim a contaminação da água. Esses problemas em geral necessitam serem detectados de maneira rápida afim de poderem ser solucionados com urgência, sempre visando à saúde do consumidor (Frazão, 2010).

### **1.3 Definição de qualidade**

Como refere Montgomery (2012), “Qualidade significa adequação para uso” havendo dois aspectos gerais da adequação ao uso: Qualidade do projecto e qualidade de ajustamento.

- Definição tradicional: qualidade significa adequação ao uso;
- Definição moderna: qualidade é inversamente proporcional à variabilidade;
- Melhoria da qualidade é a redução da variabilidade nos processos e produtos.

### **1.4 Controlo e monitorização da qualidade**

Foi no período após segunda guerra mundial, no Japão, em que o controlo da qualidade começou a ser difundido. Os anos passaram e a qualidade foi definida de várias formas. De acordo com Juran (1992) qualidade é adequação ao uso, já Crosby 1992 diz que é conformidade com os requisitos e segundo Deming (1990) qualidade é a satisfação das necessidades do cliente em primeiro lugar. Todas estas definições estão correctas já que todas essas têm como objetivo, atender as vontades do cliente.

A água comporta vários componentes de origem ambiental ou proveniente da actividade humana. A qualidade da água é avaliada a partir das suas características físicas, químicas e

biológicas. Estas características são consideradas impurezas quando os valores obtidos são superiores aos valores estabelecidos para determinada utilização (Henning et al., 2011).

Neste são utilizadas as cartas de controlo em dois momentos distintos. A primeira fase será para controlo dos parâmetros da água a partir dos centros de tratamentos e nas torneiras. Na segunda fase será para o controlo dos parâmetros a partir das torneiras dos consumidores, utilizando a carta de controlo de Shewhart e as cartas especiais da CUSUM e EWMA, para controlar a série da previsão da condutividade e para comparar o comportamento de cada uma das cartas apresentadas.

Desta forma é possível ter um controlo da água que entra na rede, uma previsão das características que deverão ter à saída da mesma, e uma carta para controlar essa mesma previsão de saída. Desta forma é possível detectar eventuais falhas no sistema, quer nas entradas (causas especiais de variação nas cartas de entrada), quer na distribuição (através da previsão) e no reservatório final, com a previsão e as cartas que a controlam.

### **1.5 Controlo estatístico do processo na avaliação qualidade da água**

A qualidade da água nos sistemas de distribuição da água para o consumo pode sofrer várias mudanças, fazendo com que a qualidade no consumidor final se diferencie da qualidade da água que deixa a estação de tratamento. Tais mudanças podem ser causadas por variações químicas e biológicas ou por uma perda de integridade do sistema.

A água contém diversos componentes, provenientes do próprio ambiente natural ou que são incorporados a partir de actividades humanas. A partir das suas características físicas, químicas e biológicas é possível avaliar a sua qualidade. Estas características constituem impurezas quando alcançam valores superiores aos estabelecidos para determinado uso.

Fay e Silva (2006), consideram no semiárido brasileiro que:

O maior problema é a má distribuição do espaço - temporal das águas superficiais para o consumo humano no meio rural, o que prejudica a sobrevivência e a qualidade de vida da população. Os maiores potenciais hídricos disponíveis se encontram nos rios perenes e perenizados, lagos, poços tubulares e nas barragens, das quais a maioria da água armazenada é destinada a irrigação.

Controlo Estatístico do Processo (CEP) possibilita a monitorização das características de qualidade de interesse, assegurando sua manutenção dentro de limites pré-estabelecidos e indicando quando adoptar acções de correcções e melhorias. O CEP permite a redução sistemática da variabilidade nas características da qualidade, num esforço de melhorar a qualidade intrínseca, a produtividade e a confiabilidade do que está sendo produzido ou fornecido.

O controlo estatístico de qualidade é operacionalizado por meio das cartas de controlo que são utilizados para monitorizar o desempenho de um processo a partir da definição de uma área de controlo aceitável. As cartas do controlo de qualidade do processo (CEP) são elementos visuais para a monitorização dos processos, pois conseguem detectar rapidamente alterações desproporcionais e causas especiais, sinalizando a necessidade de intervir no processo (Araújo, 2010).

De acordo com Montgomery (2012) são dois os tipos de causas: causas especiais e causas comuns. Causas especiais são eventos que ocorrem casualmente, em períodos irregulares, e que devem ser eliminadas ou reduzidas. As causas comuns são relativamente pequenas, na maioria alteram a variabilidade do processo, apesar de sua ocorrência a variação é inerente ao processo e são praticamente inevitáveis.

De acordo com Follador (2010), para analisar de forma rápida e eficiente os dados que indicam a qualidade da água, que é objeto do nosso estudo, podem ser praticadas técnicas de controlo estatístico do processo. Estas técnicas colaboram de forma eficaz para a monitorização ambiental. São diversos os tipos de análise estatística que podem se utilizar-se, entre elas destacam-se as ferramentas, como as cartas de controlo para medidas individuais: Shewhart, carta de CUSUM e as carta de EWMA, devido á sua simplicidade operacional e realista em relação à deteção de problemas, resultando num bom desempenho na monitorização da qualidade da água.

A qualidade foi sempre parte integrante de quase todos os produtos e serviços, mas a consciencialização da sua importância e a introdução de métodos de controlo para a melhoria da qualidade têm tido um desenvolvimento evolutivo.

Os objetivos das cartas de controlo são por um lado a monitorização do desempenho de um processo ao longo do tempo e a identificação da presença de causas atribuíveis que podem afetar a qualidade da produção. Este dispositivo está entre os mais importantes e amplamente utilizados nas empresas. As cartas de controlo podem ser classificadas como

cartas de controlo por variáveis e cartas de controlo por atributos. De um modo geral, as mais utilizadas são as cartas para variáveis.

O desempenho da carta de controlo é comumente avaliado através dos parâmetros relacionados com a distribuição do tempo necessário para a carta emitir um sinal verdadeiro ou falso.

As cartas de controlo tradicionais de Shewhart não possuem habilidade suficiente para detetar pequenas mudanças no processo e, se reduzirmos a extensão do limites de controlo para menos de  $3\sigma$  o número de alarmes falsos pode aumentar perdendo a credibilidade da monitorização. Montgomery (2012) sugere que para a cartas de controlo para medidas individuais sejam utilizados cartas mais robustos, como por exemplo, CUSUM e EWMA.

Monitoriza-se entre as amostras, o valor médio com a carta, o desvio padrão com a carta S e a amplitude, carta R. As amostras podem ser divididas em subgrupos racionais ( $n > 1$ ) ou em observações individuais, quando  $n = 1$ . Neste último caso aplica-se a carta de controlo  $\bar{X}$  para medidas individuais (Montgomery, 2012).

O maior objectivo do controlo estatístico do processos é a eliminação da variabilidade. As cartas de controlo são ferramentas eficientes que permitem a redução sistemática dessa variabilidade das características da qualidade, seja de um produto ou serviço.

Neste contexto, aplicam-se os conceitos do controlo estatístico do processos (CEP) na análise dos níveis do cloro residual e turbidez na água fornecida na cidade do Lubango-Angola. Para atender as suposições de normalidade e independência, procede a estimação do modelo auto-regressivo integrado da média móvel (ARIMA). Posteriormente as cartas de Shewhart, Soma Acumulativa (CUSUM) e cartas de controlo Média Móvel Exponencialmente Ponderada (EWMA) são utilizadas, aplicados e analisadas, com o objectivo de monitorizar de forma continua o cloro residual e Turbidez.



## **Capítulo 2 - Caracterização da Empresa**

## **2. Caracterização da empresa**

### **2.1 Introdução**

Neste capítulo faremos uma breve apresentação da empresa que serviu de suporte à elaboração da aplicação apresentada na presente dissertação. Será feita uma abordagem da água para consumo humano, a apresentação do sistema de abastecimento, assim como do controlo e da qualidade da água distribuídas para consumo.

### **2.2 Apresentação da empresa**

A empresa em estudo é pública, pertencente a Empresa Provincial de Energia e Águas, localizada em Angola, na Província da Huila, Município do Lubango. Além da distribuição de energia tem também como uns dos objetivos principais o tratamento e a distribuição de água potável para o consumo humano, bem como o controlo da qualidade da água a ser distribuída cuja a origem é superficial e subterrânea. A empresa é auxiliada nas suas análises pelo Laboratório Provincial de Controlo de Qualidade de Água, que também é pública e tem como responsáveis, um técnico profissional e dois técnicos auxiliares.

Este laboratório tem também a responsabilidade de realizar colheitas de amostras de água a cada uma das zonas de abastecimento para análises de controlo de rotina e de inspeção, cujo objectivo é controlar parâmetros físicos, químicos e microbiológicos.



Este laboratório foi inaugurado no âmbito das comemorações do 22 de Março de 2014, dia mundial da água. As obras e o apetrechamento do laboratório provincial de controlo de qualidade, construído nos arredores do Lubango, está orçado acerca 35 milhões de kwanzas financiados pela União Europeia.



Actualmente, o laboratório dispõe de uma equipa constituída por um profissional e dois técnicos auxiliar, que realizam de acordo com o PCQA (Plano de Controlo de Qualidade da Água), algumas colheitas das amostras para análise e os respectivos ensaios físicos, químicos e microbiológicos. Este plano é obrigatório e definido anualmente, os ensaios são feitos de acordo com métodos normalizados e aplicam-se à água da rede de distribuição do município, destinada ao consumo humano.

### 2.3 Água de consumo e suas características

A água potável é definida como aquela que pode ser bebida sem que daí resulte perigo para a saúde de quem consome, agradável ao paladar e á vista dos consumidores, e que não causa deterioração das diferentes partes do sistema de abastecimento até ao consumidor.

Água é o nome comum que se aplica ao estado líquido do composto de hidrogénio e oxigénio. Num documento científico apresentado em 1804, o químico francês Joseph Louis Gay-Lussac e o naturalista alemão Alexander Von Humboldt demonstraram, conjuntamente, que a água consistia em dois volumes de hidrogênio e um de oxigênio, tal como se expressa na fórmula actual  $H_2O$ .

A estrutura química de uma molécula de água é formada por dois átomos de hidrogénio e um átomo de oxigénio:  $H_2O$ . No entanto, deve ser lembrado que estes dois elementos apresentam formas isotópicas.

- Hidrogénio:  $H^1$  (próton),  $H^2$  (deutério),  $H^3$  (trítio);
- Oxigénio: O16, O17, O18.

Para caracterizar uma água são determinados diversos parâmetros, que são indicadores da qualidade da água. As características físicas, químicas e biológicas da água estão associadas a uma série de processos que ocorrem no corpo hídrico e na bacia de drenagem. Ao se abordar-se a questão da qualidade da água, é fundamental ter em mente que o meio líquido apresenta duas características marcantes, que condicionam de maneira absoluta, a configuração desta qualidade: capacidade de dissolução e capacidade de transporte.

Constata-se, assim, que a água, além de ser formada pelos elementos hidrogénio e oxigénio na proporção de dois para um, também pode dissolver uma ampla variedade de substâncias, as quais conferem à água suas características peculiares. Além disso, as substâncias dissolvidas e as partículas presentes no seio da massa líquida são transportadas pelos cursos de água, mudando continuamente de posição e estabelecendo um carácter fortemente dinâmico para a questão da qualidade da água. Neste aspecto, é bastante esclarecedora a afirmação do filósofo grego Heraclito, de que “nunca se cruza o mesmo rio duas vezes”. Na segunda vez não é o mesmo rio que cruzamos, já que as características da água, em maior ou menor grau, serão seguramente distintas. A conjugação das capacidades de dissolução e de transporte conduz ao facto de que a qualidade de uma água é resultante dos processos que ocorrem na massa líquida e na bacia de drenagem do corpo hídrico. Verifica-se, assim, que o sistema aquático não é formado unicamente pelo rio ou lago, mas inclui, obrigatoriamente, a bacia de distribuição, exactamente onde ocorrem os fenómenos que irão, em última escala, conferir à água as suas características de qualidade.

Outro aspecto bastante relevante refere-se às comunidades de organismos que habitam no ambiente aquático. Na sua actividade metabólica, alguns organismos provocam alterações físicas e químicas na água, enquanto que outros sofrem os efeitos destas alterações. Desta forma, observa-se a ocorrência de processos interactivos dos organismos com o seu meio ambiente, facto este que constitui a base da ciência denominada Ecologia.

Os parâmetros que compõem as características físicas da água são: temperatura, sabor, odor, cor, turbidez, sólidos (em suspensão ou dissolvidos) e condutividade eléctrica. Já os parâmetros químicos compreendem pH, alcalinidade, acidez, dureza, cloretos, ferro e manganês, nitrogénio, fósforo, fluoretos, oxigénio dissolvido. Sobre os parâmetros que representam suas características biológicas têm-se as bactérias coliformes e algas.

Segundo Montgomery (2012), diversas características de qualidade podem ser medidas. Como uma característica de qualidade é uma variável, que em geral permite a

monitorização tanto do valor médio da característica de qualidade como sua variabilidade, para isso, as cartas de controlo são amplamente utilizadas.

## **2.4 Sistema de abastecimento de água**

O abastecimento de água é realizado por três unidades de tratamento da cidade do Lubango, nomeadamente Reserva da Mapunda (Tundavala A), Reserva da Humpata (Bombagem B) e Reserva da Proteica (Estufa C) com as capacidades nominais de tratamentos de 1.050 l/s, 1.050 l/s e 2.050 l/s respectivamente, sendo A e C de origem superficial e B de origem subterrânea.

A Estação de Tratamento de Água do Lubango tem a capacidade total para o tratamento de 4150 l/s de água, com cloro gasoso.

Os dados de turbidez e do cloro residual analisados neste trabalho foram retirados dessas estações e analisados no Laboratório Provincial de Controlo de Qualidade de Água da Huíla.

O fornecimento de água é feito a cerca de 516 mil habitantes do município do Lubango, entre as quais, habitações familiares, empresas e instituições, com uma taxa de cobertura de 76% das necessidades dos consumidores.

## **2.5 Controlo de qualidade da água**

Como foi referido anteriormente, a água captada e distribuída no município do Lubango é de origem superficial e subterrânea. Com o intuito de desinfectar a água captada é adicionado nas estações de tratamento, o cloro gasoso.

### **2.5.1 Cloretos**

A desinfecção constitui a etapa do tratamento da água cuja função principal consiste na inactivação dos microrganismos patogénicos, realizada por intermédio de agentes físicos e/ou químicos. Ainda que nas demais etapas da potabilização haja redução do número dos microrganismos agregados as partículas coloidais, tal intento não consiste no objetivo principal dos demais processos e operações unitárias usuais no tratamento das águas de abastecimento para o consumo humano. A desinfecção deve ser considerada indispensável e prioritária sempre que a água estiver contaminada. Numa uma segunda vertente, a destruição completa de todas as formas vivas presentes nas águas naturais é possível denominando-se de esterilização.

Embora haja recomendações indicando a necessidade de profilaxia da coloração dos esgotos domésticos datadas de 1831/1832, somente a partir da constatação efectuada em 1854 pelo médico inglês Jonh Snow – comprovando empiricamente a relação intrínseca entre a água consumida e a transmissão da cólera o processo de desinfecção começou a ser disseminado pelos sistemas de abastecimento de água.

Na América do Norte, o emprego do cloro e seus compostos bem como os primeiros desinfectantes praticamente sobrepõe o histórico do processo de desinfecção e a própria evolução do emprego desse gás. No início do século, o cloro e seus compostos passaram a ser utilizados como desinfectantes nas estações de tratamento de água de Chicago, Nova Jersey, Montreal, Nova York, Cleveland, entre outras, perfazendo já em 1918 mais de mil sistemas de abastecimento, para uma vazão total da ordem de 132 m<sup>3</sup>/s. Na mesma época, com o intuito de assegurar o residual na rede de distribuição e reduzir os odores na água tratada, iniciou-se em Ottawa e Denver o emprego da cloroamoniação como alternativa de desinfecção.

Vale a pena referir as razões que culminaram com a disseminação do cloro e seus compostos como desinfectantes a partir do início do século XX. Podem ser destacadas, entre outras:

- a) Inactivação em tempo relativamente curto dos microrganismos até então conhecidos, presentes nas águas naturais;
- b) Nas dosagens usualmente utilizadas na desinfecção, o cloro não é tóxico aos seres humanos e não confere odor ou sabor na água;
- c) Disponível a custo razoável e de fácil transporte, manuseio, armazenamento e aplicação;
- d) Produção residuais relativamente estáveis;
- e) Fácil determinação pelo método iodo métrico disponível na época.

Na Europa sucedeu-se um processo distinto. Há registos do emprego intermitente de compostos de cloro nos sistemas de abastecimento de Maidstone, Inglaterra, e Midlekerde, Bélgica, em 1897 e 1902, respectivamente. O uso contínuo da cloração ocorreu inicialmente na cidade de Lincoln, Inglaterra, em 1905. Noutra vertente, verificou-se o emprego do ozónio como desinfectante na cidade francesa de Nice em 1906, embora

registros anteriores se reportem a primeira aplicação em águas de abastecimento na cidade holandesa de Oudshoorn em 1893. Nos Estados Unidos, a primeira instalação de ozonização efectuou-se também em 1906 na cidade de Nova York e em 1987 apenas cinco estações de tratamento empregavam esse gás na pré-desinfecção, objectivando a remoção de compostos orgânicos precursores da formação de trihalometanos passíveis de conferir sabor e odor a água tratada.

Os cloretos, geralmente, provêm da dissolução de minerais ou da intrusão das águas do mar, e ainda podem advir dos esgotos domésticos ou industriais. Em altas concentrações, conferem sabor salgado à água ou propriedades laxativas.

Em contacto com a água, o cloro hidrolisa, forma os íon de hidrogénio e cloreto e o ácido hipocloroso. Este ácido dissocia-se gerando íon de hidrogénio e hipoclorito. O ácido hipocloroso e o íon hipoclorito são os principais responsáveis pela oxidação da matéria orgânica indesejada e a soma de suas concentrações é conhecida como cloro residual livre, que varia com a temperatura e pH da água, sendo de importância vital na inibição do crescimento bacteriano (Brasil, 2006).

### **2.5.2 Turbidez**

A turbidez pode ser definida como uma medida do grau de interferência à passagem da luz através do líquido. A alteração à penetração da luz na água decorre na suspensão, sendo expressa por meio de unidades de turbidez (também denominadas unidades de Jackson ou nefelométricas). A turbidez dos corpos de água é particularmente alta em regiões com solos erosivos, onde a precipitação pluviométrica pode transportar partículas de argila, silte, areia, fragmentos de rocha e óxidos metálicos do solo. Ao contrário da cor, que é causada por substâncias dissolvidas, a turbidez é provocada por partículas em suspensão, sendo, portanto, reduzida por sedimentação. Em lagos e represas, onde a velocidade de escoamento da água é menor, a turbidez pode ser bastante baixa. A turbidez natural das águas está, geralmente, compreendida numa faixa entre 3 a 500 unidades, mas na água potável a turbidez deve ser inferior a 1 unidade. Tal restrição fundamenta-se na influência da turbidez nos processos usuais de desinfecção, actuando como escudo aos microrganismos patogénicos, minimizando a acção do desinfectante.

### **2.5.3 Factores intervenientes na desinfeção**

A eficiência da desinfeção é governada por um extenso rol de factores, entre os quais se destacam:

- a) características físicas, químicas e biológicas da água;
- b) o tipo, a forma – encestada ou não – e a concentração dos microrganismos;
- c) o tipo e a concentração do desinfectante e o grau de dispersão na massa líquida;
- d) o tempo de contacto entre o desinfectante e a massa líquida.

Em relação às características da água, a presença de material em suspensão, referenciada pelos teores de turbidez, reduz a eficiência da desinfeção na inactivação dos microrganismos patogénicos. Diversas pesquisas confirmaram uma menor remoção de coliformes na desinfeção com compostos de cloro quando a turbidez se elevava acima de 1,0 NTU.

## **Capítulo 3 - Controlo Estatístico do Processo**

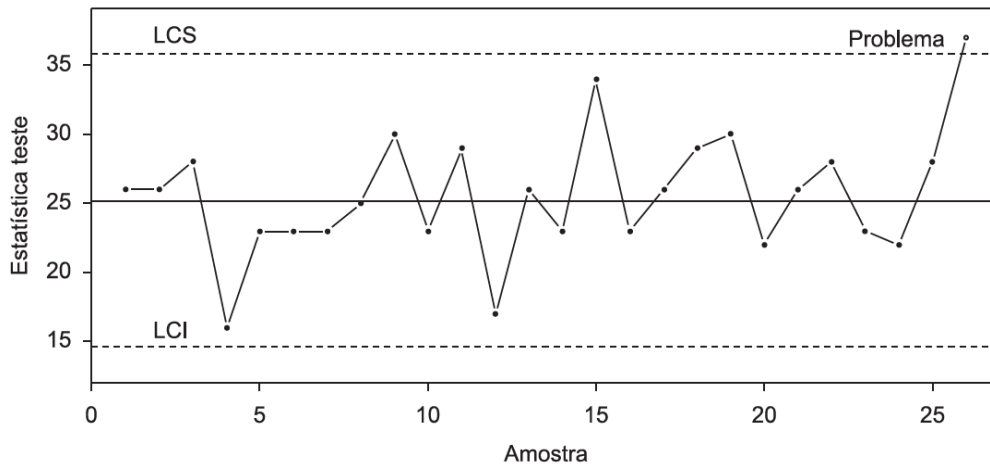
### **3. Controle estatístico do processo**

#### **3.1 Introdução**

A aplicação dos métodos estatísticos e sua aplicação na melhoria da qualidade têm uma longa história que começa formalmente em 1924 com Walter A. Shewhart, na *Bell Telephone Laboratories*, onde foi desenvolvido o conceito estatístico da carta de controle. Durante a segunda guerra mundial houve uma grande expansão do uso e aceitação de controle estatístico da qualidade. Essa experiência de guerra tornou claro que as técnicas, eram necessárias para controlar e melhorar a qualidade do produto.

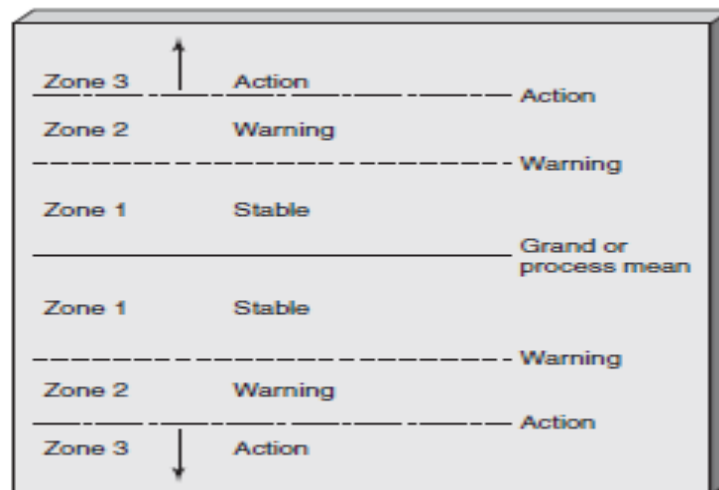
O controle estatístico do processo (CEP ou SPC - *Statistical Process Control* na sigla inglesa) surge da necessidade de estabilizar processos em torno de um valor médio de um dado parâmetro ou de um conjunto de parâmetros (Pereira & Requeijo, 2012, p.347). Nesse seguimento surgem as técnicas para monitorizar o comportamento dos processos em relação às especificações dos seus parâmetros, de forma a controlar variabilidades, que podem ser inerentes ao processo ou causadas por agentes exteriores, e determinar se o processo tem ou não capacidade para produzir dentro das especificações pré-definidas.

Uma carta de controle tradicional consiste num gráfico onde o eixo das abcissas representa cada uma das amostras (ou das observações individuais), e o eixo das ordenadas representa os valores do parâmetro em estudo na carta. Nela existem três linhas horizontais paralelas: a linha central, a linha superior de controle e a linha inferior de controle. As duas últimas representam, respectivamente, o limite superior de controle (LSC) e o limite inferior de controle (LIC). A linha central corresponde ao valor esperado do processo, ou seja, ao valor médio do parâmetro em estudo (Usman & Kontagora, 2010). Um exemplo ilustrativo pode ser encontrado na Figura 3.1. Este exemplo contempla ainda linhas de aviso (superior e inferior), que são linhas que se encontram entre a linha central e a respectiva linha de limite, cuja finalidade é a de alertar que a amostra em estudo se encontra tão afastada do valor esperado que merece ainda assim uma chamada de atenção a quem estuda a carta.



**Figura 3.1** - Carta de controlo em formato conceitual. Fonte: Adaptado de Samohyl (2009).

É possível ainda dividir uma carta de controlo em diversos “segmentos” ou zonas (Oakland, 2007, p.110), dentro dos limites de controlo. Considera-se um total de 3 zonas, a zona C (ou zona 1), que se conhece como zona estável e junto à linha central, a zona B (ou zona 2), a zona de aviso e a zona A (ou zona 3), a zona de acção, junto às linhas de limite de controlo inferior e superior. A figura 3.2 é um exemplo disso mesmo.



**Figura 3.2** - As três zonas das cartas de controlo. Fonte: Oakland, 2007

### 3.2 Conceitos fundamentais do controlo estatísticos do processo (CEP)

Controlo, deve ser entendido como o conjunto de acções necessárias para monitorizar um processo e reconduzi-lo às suas condições normais de operação sempre que este se afaste

dum padrão de comportamento normal. Isto implica a existência de *feedback* do processo e de acções correctivas.

Processo, deve ser entendido como o conjunto dos equipamentos, de pessoas, do ambiente e das restantes condicionantes do funcionamento das actividades associadas à transformação duma entrada numa saída. Este conceito pode ser aplicado aos processos de fabrico, de fornecimento de serviços, a operação de apoio (manutenção).

Estatística, deve ser entendida estando baseada em leis estatísticas conhecidas.

### **3.2.1 Princípios das cartas de controlo**

O tratamento estatístico é feito com base nos resultados de análises laboratoriais verificados na rede de distribuição de água. Esse tratamento estatístico pode ser feito através das cartas de controlo, as quais tem por objectivo averiguar se existem anomalias em algum local na rede de distribuição da água, o que pode dar origem a água contaminada. Ou seja, as cartas de controlo permitem saber, em determinado instante, se a água consumida num local está ou não sob controlo estatístico. Tais cartas de controlo baseiam-se na inspecção adequada a cada caso, podendo ser classificadas por variáveis ou por atributos. Cartas de controlo por variáveis são baseadas na distribuição normal, enquanto cartas por atributos são baseadas na distribuição binomial.

No presente trabalho vamos usar somente as cartas de controlo por variáveis, as quais avaliarão características do nível de qualidade da água, do processo de tratamento e distribuição, nas redes de distribuição da cidade do Lubango-Angola.

Uma carta de controlo determina estatisticamente uma faixa balizada por limites de controlo (limite superior de controlo) e uma linha inferior (limite inferior de controlo), além de uma linha média. O objetivo é verificar, por meio do gráfico, se o processo está sob controlo, isto é, isento de causas especiais.

Walter A. Shewart nos anos 20 estabeleceu a distinção entre variações controladas (causas comuns) e não controladas (causas especiais), tendo desenvolvido para o efeito uma técnica simples para identificar de uma forma dinâmica estes dois tipos de variações: **as cartas de controlo.**

Quando falamos em CEP, estamos a referir-nos a um conjunto de técnicas que visam garantir que:

- Fluxogramas;
- Os produtos, com as características da qualidade desejadas, estão a ser produzidos em processos que têm capacidade suficiente para as garantir, sistematicamente;
- Os processos estão a ser monitorizados de modo que as características da qualidade estão a ser conseguidas, digamos, para simplificar, a 100%;
- Se alguma causa de variação anormal surgir, ela será identificada e caracterizada e serão tomadas, atempadamente, medidas que reponham o processo nas condições normais de operação, ainda sem se ter produzido fora das especificações.

O emprego correcto das cartas de controlo no CEP permite: a) que a monitorização do processo seja executada pelos próprios operadores, b) fornece uma distinção clara entre causas comuns e causas especiais, servindo de guia para acções locais ou gerências, c) fornece uma linguagem comum para discutir o desempenho do processo, possibilitando a alocação óptima dos investimentos em melhoria da qualidade e d) auxilia o processo a atingir alta qualidade, baixo custo unitário, consistência e previsibilidade.

### 3.3 Medidas de desempenho das cartas de controlo

Uma importante medida para avaliar o desempenho das cartas de controlo é dada pelo valor do *ARL* (*Average Run Length*). O *ARL* representa o número médio de pontos numa carta de controlo até existir um ponto fora de controlo (Montgomery, 2012).

Para obter uma avaliação correcta do desempenho do processo é necessário interpretar a situação em estudo. Quando o processo se encontra sob controlo, o valor do  $ARL_{Em\ Controlo}$  deve ser o maior possível, pois o número de falsos alarmes diminui. Pelo contrário, quando o processo não se encontra sob controlo estatístico, o  $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$  deve ser o menor possível, permitindo detectar rapidamente alguma alteração no processo (Pereira e Requeijo, 2008).

Para os processos em que as observações são independentes e para as cartas de Shewhart, o  $ARL_{Em\ Controlo}$  em função de (probabilidade de ocorrer erro tipo I) e o  $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$  em função de (probabilidade de ocorrer erro tipo II) são calculados a partir das equações (3.1) e (3.2) respectivamente.

$$ARL_{Em\ Controlo} = \frac{1}{\alpha} \quad (3.1)$$

$$ARL_{\text{Fora de Controlo}} = \frac{1}{1 - \beta} \quad (3.2)$$

Onde,  $\alpha$  é o nível de significância ou é probabilidade do erro do tipo I (erro do produtor) e  $\beta$  é a probabilidade do erro do tipo II (erro do consumidor).

Um dos objetivos das cartas de controlo é verificar a existência de padrões não aleatórios. Assim, tal como um ponto fora dos limites de controlo, um padrão não aleatório também indica a existência de causas especiais de variação.

Com o objectivo de identificar padrões não aleatórios, a Western Electric (1956) publica um livro onde constam oito regras que indicam a presença de causas especiais de variação. Ao longo dos anos as regras têm sido publicadas, mas não têm sofrido alterações. O presente estudo terá em consideração as regras da Norma ISO 7870-2:1991, apresentadas graficamente na Figura 3.3 e descritas abaixo.

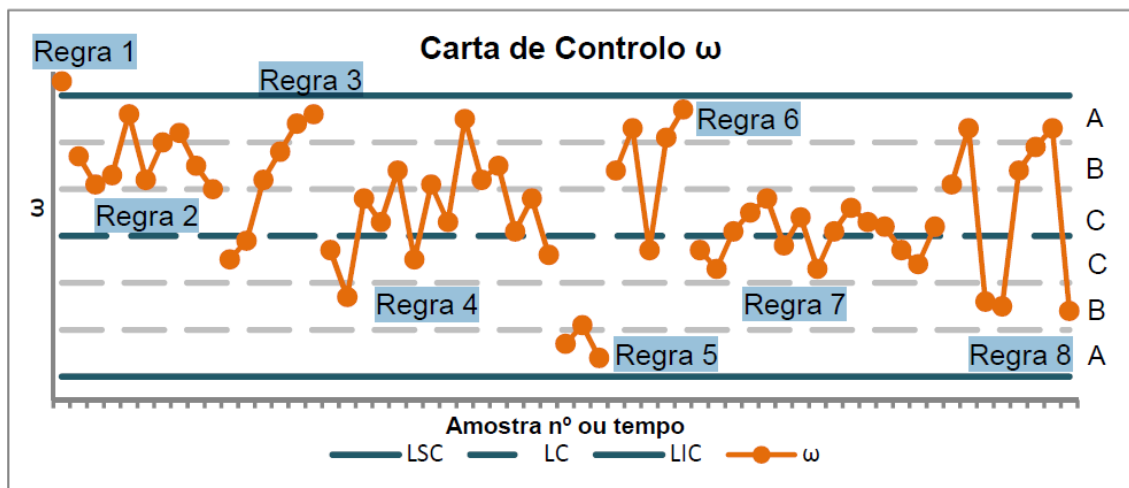


Figura 3.3 – Regras para a detecção de causas especiais (Norma ISO 8258:1991).

### 3.3.1 Detecção de causas especiais de variação

Na secção anterior é referido que é simples detectar a existência de uma causa especial de variação numa carta de controlo, isto porque existem regras que permitem identificar determinados padrões seguidos pelos dados na carta que apontam para a existência destas causas.

A norma ISO 7870-2:2013 inclui oito regras, que são as mais usadas para a detecção de causas especiais de variação nas cartas tradicionais, também conhecidas como as cartas de Shewhart (Pereira & Requeijo, 2012, p.359). As regras são as seguintes:

1. Qualquer ponto fora dos limites de controlo ( $\pm 3\sigma$ );
2. Nove pontos consecutivos na zona C ou para além da zona C do mesmo lado da linha central;
3. Seis pontos consecutivos no sentido ascendente ou descendente;
4. Catorze pontos consecutivos decrescendo e crescendo alternadamente;
5. Dois pontos em três possíveis consecutivos na zona A, ou do mesmo lado da linha central para além da mesma.
6. Quatro pontos em cinco possíveis consecutivos na zona B ou A, ou do mesmo lado da linha central para além das mesmas;
7. Quinze pontos consecutivos na zona C, acima ou abaixo da linha central;
8. Oito pontos consecutivos de ambos os lados da linha central, sem nenhum na zona C.

Se uma ou mais destas situações se verificar, considera-se que o processo não está sob controlo estatístico, pois é detectada uma causa especial de variação. A regra mais básica para detecção destas causas é a regra 1, sendo que as restantes se destinam somente a aumentar a sensibilidade destas cartas face a possíveis padrões não aleatórios causados por causas especiais de variação.

### **3.4 Recolha de dados**

O processo de recolha de dados é fundamental para a implementação do CEP. As conclusões provenientes da aplicação das cartas de controlo podem ser comprometidas caso o processo de recolha de dados não seja realizado da forma mais adequada (Pereira e Requeijo, 2012). Para a construção de uma carta de controlo é importante definir a dimensão da amostra e a frequência de amostragem.

Os dados devem ser recolhidos em pequenos subgrupos (amostras) de tamanho constante. Nota-se que quanto maior o tamanho da amostra maior a sensibilidade das cartas, ou seja, elas detectam melhor pequenas mudanças no processo. No entanto, aumentar o tamanho da amostra representa aumentar o custo de amostragem.

Neste trabalho são apresentados três tabelas (em anexo I) de dados recolhidos a partir das fontes de tratamento e de distribuição da água consumida no município do Lubango/Angola. Os dados seleccionados foram recolhidos nos meses de Dezembro de 2015 a Janeiro de 2016 num intervalo aproximado de 24 horas.

### **3.5 Tipos de cartas de controlo**

As cartas de controlo podem ser classificadas de acordo com as características de qualidade analisadas no processo, ou seja, cartas de controlo para variáveis e cartas de controlo para atributos.

As cartas de controlo para variáveis são usadas quando se trata de características da qualidade que podem ser expressas em termos numéricos, numa escala contínua de medida. Para estas características da qualidade, devem ser construídas duas cartas, uma para controlar o parâmetro localização e outra para controlar o parâmetro dispersão da população.

No entanto, existem características que não podem ser medidas numa escala contínua e assumem apenas valores discretos, como unidades de produto defeituoso e não defeituoso. Neste caso, constrói-se as cartas de controlo por atributos.

Dentro das cartas de variáveis e das cartas de atributos, existe um conjunto de cartas a serem aplicadas conforme a natureza das características e a tipologia dos dados.

No caso das cartas do controlo por atributos, classifica-se cada item do ensaio ou amostra com um atributo que pode ser defeituoso ou não defeituoso, presença ou ausência, positivo ou negativo.

Existe quatro tipos de carta de controlo por atributos: Cartas  $p$  (para controlar a proporção de unidades não defeituosas); Cartas  $np$  (para controlar o número de unidades não defeituosas); Cartas  $c$  (para controlar o número de não defeituosas por unidade) e Cartas  $u$  (para controlar a taxa de não defeituosas por unidade).

Neste trabalho, não serão abordadas as cartas de controlo por atributos, visto que os dados a serem tratados são do tipo contínuo. Para tal, serão bordadas três tipos de cartas de controlo para variáveis:

- Cartas de Shewhart ;
- Cartas de CUSUM (soma acumulada);

- Cartas EWMA (Média Móvel Exponencialmente Ponderada).

### 3.5.1 Cartas de controlo para variáveis

Tal como já foi referido atrás, as cartas de controlo para variáveis são usadas quando se trata de características da qualidade que podem ser expressas em termos numéricos, numa escala contínua de medida.

Montgomery (2012) salienta que a carta de Shewhart para médias é muito eficaz se o tamanho da mudança é de  $1,5\sigma$  a  $2\sigma$  ou mais, mas para pequenas alterações, ela não é eficaz, ou seja, as cartas de CUSUM e EWMA são uma alternativa quando o seu processo está estável, com pequenas mudanças. Esses dois tipos de cartas auxiliam na tomada de decisão, pois baseiam-se nos resultados apresentados por um certo número de amostras, e não em observações isoladas de amostras, ou seja, a análise destas cartas é em função do resultado actual e dos resultados anteriores.

#### 3.5.1.1 Cartas de controlo de Shewhart

As cartas de Shewhart alcançaram sucesso devido à sua simplicidade, na qual a facilidade da regra de decisão se baseia apenas no exame do último ponto observado. Em outras palavras, pode dizer-se que, se ele está para além dos limites de controlo da carta, deve-se investigar a presença de causas especiais no processo. Mas, esta é também uma grande desvantagem, pois ignora qualquer informação dada pela sequência anterior de pontos. Diz-se que a carta “não possui memória”. Isto torna a carta do tipo Shewhart relativamente insensível a pequenas mudanças no processo, da ordem de  $1,5\sigma$  (erros padrão) ou menos (Montgomery, 2012).

A utilização das cartas de controlo de Shewhart pressupõe que os dados sejam independentes e identicamente distribuídos com distribuição normal. Uma condição de “fora de controlo” seria uma mudança na média ou no desvio padrão (ou em ambos) para um valor diferente. Entretanto, quando o processo está sob controlo, a variável  $x_t$  num tempo  $t$ , é representada pelo modelo de Shewart:

$$x_t = \mu + \varepsilon_t \quad (3.3)$$

onde  $\varepsilon_i$  é independente e normalmente distribuído com média zero e desvio padrão  $\sigma$ .

Quando esses pressupostos são satisfeitos, as cartas de controlo convencionais podem ser aplicadas, e conclusões sobre o processo podem ser retiradas.

### 3.5.1.2 Cartas de controlo da média e da amplitude

Estas são as cartas mais básicas ao nível da construção. Para a carta da média ( $\bar{X}$ ) e para a carta da amplitude ( $R$ ) determinam-se os valores da média e da amplitude para cada amostra  $i$ , através das seguintes equações:

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij}}{n} \quad (3.4)$$

$$R_i = X_{\max} - X_{\min} \quad (3.5)$$

Nesta fase do controlo estatístico, os limites são calculados com base nos dados recolhidos.

Os limites e a linha central da carta da média são calculados recorrendo às equações (3.6).

Para a carta da amplitude os limites e a linha central são calculados com a equações (3.7).

$$\begin{aligned} LSC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \\ LC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$$

$$LSC_R = D_4 \bar{R}$$

$$LC_R = \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^m R_i}{m} \quad (3.7)$$

$$LIC_R = D_3 \bar{R}$$

Os valores de  $A_2$ ,  $D_3$  e  $D_4$  são calculados com base na dimensão da amostra e são obtidos através da Tabela Apêndice III.

### 3.5.1.3 Cartas de controlo da média e do desvio padrão

Estas cartas aplicam-se quando a dimensão da amostra é superior a 10. Para a construção da carta da média ( $X$ ) determina-se a média de cada amostra recorrendo à equação (3.4).

Para carta do desvio padrão, calcula-se o desvio padrão de cada amostra  $i$  através da equação (3.8).

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_i)^2}{n-1}} \quad (3.8)$$

A linha central e os limites para a carta de controlo da média são calculados através das equações (3.9). Para o cálculo dos limites e da linha central da carta do desvio padrão recorre-se à equações (3.10). As constantes  $A_3$ ,  $B_3$  e  $B_4$  dependem da dimensão da amostra e encontram-se na Tabela Apêndice III.

$$\begin{aligned} LSC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S} \\ LC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \\ LIC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} LSC_S &= B_4 \bar{S} \\ LC_S &= \bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^m S_i}{m} \\ LIC_S &= B_3 \bar{S} \end{aligned} \quad (3.10)$$

#### 3.5.1.4 Cartas de controlo da média e da variância

A carta da média ( $X$ ) apresenta para cada amostra  $i$ , a estatística obtida através da equação (3.4). A carta da variância controla a variância de cada uma das amostras, calculada com a equação (3.10).

$$S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_i)^2}{n-1} \quad (3.11)$$

Os limites de controlo e a linha central da carta da média são calculados a partir das equações (3.12). Para calcular os limites de controlo e a linha central da carta da variância recorre-se à equação (3.13), onde  $\chi_{\alpha/2;n-1}^2$  e  $\chi_{1-\alpha/2;n-1}^2$  representam os percentis a direita e esquerda da distribuição do  $\chi^2$ , com  $n-1$  graus de liberdade para um nível de significância  $\alpha$ .

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3\sqrt{\frac{\bar{S}^2}{n}}$$

$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}}$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - 3\sqrt{\frac{\bar{S}^2}{n}}$$
(3.12)

$$LSC_{S^2} = \frac{\bar{S}^2}{n-1} \chi_{\alpha/2;n-1}^2$$

$$LC_{S^2} = \bar{S}^2$$

$$LIC_{S^2} = \frac{\bar{S}^2}{n-1} \chi_{(1-\alpha/2);n-1}^2$$
(3.13)

### 3.5.1.5 Cartas de controlo da mediana e da amplitude

A carta de controlo da mediana representa uma alternativa quando a dimensão da amostra é reduzida, no entanto tem uma menor eficiência. Na carta da mediana representam-se as observações individuais de cada amostra e faz-se um círculo à volta da mediana de cada amostra ( $\tilde{X}_i$ ), estes pontos são unidos. Para facilitar este procedimento utilizam-se amostras com um número ímpar de observações. A estatística para o controlo da carta da amplitude é determinada com a equação (3.5).

Os limites de controlo e a linha central para a carta da mediana determinam-se a partir da equações (3.14), onde os valores de  $\tilde{A}_2$  estão representados no Quadro 3.1. Para a carta da amplitude recorre-se à equações (3.7) (Pereira e Requeijo, 2008).

$$LSC_{\tilde{X}} = \bar{\tilde{X}} + \tilde{A}_2 \bar{R}$$

$$LC_{\tilde{X}} = \bar{\tilde{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \tilde{X}_i}{m}$$

$$LIC_{\tilde{X}} = \bar{\tilde{X}} - \tilde{A}_2 \bar{R}$$
(3.14)

Quadro 3.1- valores de  $\tilde{A}_2$

n	3	5	7	9
$\tilde{A}_2$	1,187	0,691	0,508	0,412

### 3.5.1.6 Cartas de controlo de observações individuais e da amplitude móvel

A carta de observações individuais ( $X$ ) e das amplitudes móveis ( $MR$ ) aplica-se quando a amostra é composta por uma única observação individual. A carta das observações individuais é composta pela observação verificada nesse instante. Para a construção da carta das amplitudes móveis utiliza-se duas observações consecutivas, com as quais é calculada a amplitude móvel através da equação (3.15).

$$MR_j = |x_j - x_{j-1}| \quad (3.15)$$

O valor dos limites e da linha central da carta das observações individuais e da carta das amplitudes móveis são calculados através das equações (3.16) e (3.17), respectivamente. Os valores de  $d_2$ ,  $D_3$  e  $D_4$  dependem do número de observações utilizadas para calcular a amplitude móvel. Nesta dissertação utilizam-se duas observações para o efeito, logo recorre-se aos valores de  $d_2$ ,  $D_3$  e  $D_4$ , para  $n=2$ , na Tabela Apêndice III do Apêndice.

$$LSC_X = \bar{X} + \frac{3\overline{MR}}{d_2}$$
$$LC_X = \bar{X} = \frac{\sum_{j=1}^m x_j}{m} \quad (3.16)$$

$$LIC_X = \bar{X} - \frac{3\overline{MR}}{d_2}$$
$$LSC_{MR} = D_4 \overline{MR}$$
$$LC_{MR} = \overline{MR} = \frac{\sum_{j=1}^{m-1} MR_j}{m-1} \quad (3.17)$$
$$LIC_{MR} = D_3 \overline{MR}$$

### 3.5.1.7 Fase 1 – Parâmetros do processo: conhecidos e não conhecidos

Na Fase I do processo determinam-se os limites de controlo, elaboram-se as cartas e estimam-se os parâmetros. Nesta fase, os limites de controlo são estimados com base nos dados recolhidos.

#### 3.5.1.7.1 Estimação dos parâmetros do processo

Concluída a Fase 1 do controlo estatístico, onde se verificou a estabilidade do processo, procede-se à estimação dos parâmetros, a média ( $\mu$ ) e o desvio padrão ( $\sigma$ ). O Quadro 3.2

apresenta os estimadores para a média e desvio padrão de cada uma das cartas descritas anteriormente.

**Quadro 3.2** – Estimadores dos parâmetros do processo.

Carta	Médio ( $\mu$ )	Desvio Padrão ( $\sigma$ )
<b>Média e Amplitude</b> Carta $\bar{X}$ e $R$	$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}}$	$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$
<b>Média e Desvio Padrão</b> Carta $\bar{X}$ e Carta $S$	$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}}$	$\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4}$
<b>Média e Variância</b> Carta $\bar{X}$ e Carta $S^2$	$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}}$	$\hat{\sigma} = \bar{S}^2$
<b>Mediana e Amplitude</b> Carta $\tilde{X}$ e Carta $R$	$\hat{\mu} = \bar{\tilde{X}}$	$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$
<b>Observações Individuais e Amplitudes Móveis</b> Carta $X$ e Carta $MR$	$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}}$	$\hat{\sigma} = \frac{\overline{MR}}{d_2}$

### 3.5.1.8 Cartas de Shewhart para os resíduos

Numa situação de dados autocorrelacionados há que identificar qual o modelo que melhor se ajusta ao processo e passar à modelação deste. Após a modelação deste é possível determinar os resíduos e verificar a independência destes. Com os resíduos independentes, dá-se início à Fase 1 do controlo estatístico.

Todas as considerações feitas para as cartas de Shewhart são válidas para as cartas de controlo dos resíduos, à excepção da medida correctiva. Quando se verifica uma causa especial de variação nas cartas construídas com resíduos, esta não deve ser eliminada, mas sim substituída pelo valor esperado nesse instante, em seguida o modelo deve ser ajustado novamente e determinados os novos resíduos, com estes constrói-se a carta de controlo dos resíduos revista.

Quando os resíduos provêm de amostras, constroem-se as cartas da média, da amplitude ( $R$ ) ou do desvio padrão ( $S$ ). As estatísticas para estas cartas são definidas, respectivamente, pelas equações (3.18), (3.19) e (3.20), para o instante  $t$ , onde  $n$  representa a dimensão da amostra (Pereira e Requeijo, 2008).

$$\bar{e}_t = \frac{\sum_{i=1}^n e_{ti}}{n} \quad (3.18)$$

$$R_t = \max(e_{t1}, e_{t2}, \dots, e_{tm}) - \min(e_{t1}, e_{t2}, \dots, e_{tm}) \quad (3.19)$$

$$S_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (e_{ti} - \bar{e}_t)^2}{n-1}} \quad (3.20)$$

Se os resíduos forem observações individuais, as cartas a utilizar são a carta dos próprios resíduos ( $e$ ) e a carta das amplitudes móveis ( $MR$ ). Para a construção da carta  $MR$  utiliza-se a equação (3.21).

$$MR_t = |e_t - e_{t-1}| \quad (3.21)$$

Os valores médios  $R$ ,  $S$  e  $MR$ , são determinados a partir das equações anteriores, considerando  $m$  amostras com dimensão  $n$  ou  $N$  observações individuais.

$$\bar{R} = \frac{\sum_{t=1}^m R_t}{m} \quad (3.22)$$

$$\bar{S} = \frac{\sum_{t=1}^m S_t}{m} \quad (3.23)$$

$$\overline{MR} = \frac{\sum_{t=1}^m MR_t}{N-1} \quad (3.24)$$

Os limites para as cartas da média, amplitude, desvio padrão, resíduos e amplitude móvel, para a Fase 1, são apresentadas no quadro 3.3.

Quadro 3.3 - Limites de controlo das cartas dos Erros de Previsão (Fase 1).

Carta		LIC	LC	LSC
<b>Média e Amplitude</b>	$\bar{e}$	$-A_2\bar{R}$	0	$A_2\bar{R}$
	$R$	$-D_3\bar{R}$	$\bar{R}$	$D_4\bar{R}$
<b>Média e Desvio Padrão</b>	$\bar{e}$	$-A_3\bar{S}$	0	$A_3\bar{S}$
	$S$	$B_3\bar{S}$	$\bar{S}$	$B_4\bar{S}$
<b>Resíduos e Amplitude</b>	$e$	$-3\overline{MR}/d_2$	0	$3\overline{MR}/d_2$
	$MR$	$D_3\overline{MR}$	$\overline{MR}$	$D_4\overline{MR}$

Com o processo sob controlo, é possível estimar a média e da dispersão. A estimação dos parâmetros do processo depende do modelo ARIMA ajustado. Se o modelo for um  $AR(p)$  utiliza-se as equações (3.71) e (3.72), para um  $MA(q)$  as equações (3.75) e (3.76) e para um modelo  $ARMA(p,q)$  as equações (3.77) e (3.78). O desvio padrão dos resíduos ( $\sigma_\varepsilon$ ) é estimado com  $\sigma_e$  e calculado tendo em conta a carta utilizada pelas equações (3.25), (3.26) e (3.27) (Pereira e Requeijo, 2008).

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \sigma_e = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (3.25)$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \sigma_e = \frac{\bar{S}}{c_4} \quad (3.26)$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \sigma_e = \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (3.27)$$

### 3.5.1.9 Cartas de Shewhart para os erros de previsão

Na Fase 2, quando os dados são autocorrelacionados, aplicam-se as cartas de Shewhart aos erros de previsão. Os erros de previsão são calculados a partir da equação (3.28) para o instante  $T + \tau$  e a sua variância com a equação (3.29), onde  $\sigma_\varepsilon^2$  é estimado com base nas cartas dos resíduos (Fase I) (Pereira e Requeijo, 2008).

$$e_\tau(T) = X_{T+\tau} - \hat{X}_{T+\tau}(T) \quad (3.28)$$

$$Var(e_\tau(T)) = \sigma_\varepsilon^2 \left( 1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \psi_j^2 \right) \quad (3.29)$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{SS(\hat{\phi}, \hat{\theta})}{r - m} \quad (3.30)$$

Nas equações anteriores considera-se,

$e_\tau(T)$  - erro de previsão no instante  $T + \tau$

$X_{T+\tau}$  - valor de  $X$  no instante  $T + \tau$

$\hat{X}_{T+\tau}(T)$  - previsão realizada no instante  $T$  para o instante  $T + \tau$

$\psi_j$  - coeficiente determinado a partir de  $X_t = \psi(B)_a$

$SS(\hat{\phi}, \hat{\theta})$  - soma dos quadrados dos resíduos

$e_i$  - número dos resíduos

$m$  - número de parâmetros estimados

O cálculo dos coeficientes  $\psi_j$  varia consoante o modelo ajustado. Para um modelo  $AR(p)$ ,  $\psi_j$  calcula-se recorrendo à equação (3.31), para um  $MA(q)$  calcula-se com a equação (3.32) e quando o modelo é um  $ARMA(p,q)$  calcula-se a partir da equação (3.33).

$$\psi_j = \phi_1 \psi_{j-1} + \phi_2 \psi_{j-2} + \dots + \phi_p \psi_{j-p} \quad (3.31)$$

$$\psi_j = \theta_1 \psi_{j-1} + \theta_2 \psi_{j-2} + \dots + \theta_q \psi_{j-q} \quad (3.32)$$

$$\psi_j = \phi_1 \psi_{j-1} + \phi_2 \psi_{j-2} + \dots + \phi_p \psi_{j-p} - \theta_j \quad (3.33)$$

As cartas utilizadas para a monitorização dos erros padrão para amostras são a cartas da média dos erros ( $\bar{e}$ ), da amplitude dos erros ( $R$ ) e do desvio padrão dos erros ( $S$ ). Quando se trata de observações individuais utilizam-se as cartas dos erros de previsão ( $e$ ) e das amplitudes móveis ( $MR$ ).

Para a construção das cartas referidas recorre-se às estatísticas determinadas pelas equações (3.18), (3.19), (3.20) e (3.21).

Os limites para as cartas anunciadas são apresentados no Quadro 3.4, onde  $\sigma_{ep}$  representa o desvio padrão dos erros de previsão e determina-se através da equação (3.34).

$$\sigma_{ep} = \sqrt{\text{Var}(e_\tau(T))} = \sigma_\varepsilon \sqrt{\left(1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \psi_j^2\right)} \quad (3.34)$$

**Quadro 3.4** - Limites de controlo das cartas dos Erros de Previsão (Fase 2).

Carta		LIC	LC	LSC
<b>Média e Amplitude</b>	$\bar{e}$	$-A\sigma_{ep}$	0	$A\sigma_{ep}$
	$R$	$D_1\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$
<b>Média e Desvio Padrão</b>	$\bar{e}$	$-A\sigma_{ep}$	0	$A\sigma_{ep}$
	$S$	$B_5\sigma_{ep}$	$c_4\sigma_{ep}$	$B_6\sigma_{ep}$
<b>Resíduos e Amplitude</b>	$e$	$-3\sigma_{ep}$	0	$3\sigma_{ep}$
	$MR$	$D_1\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$

### 3.5.2 Cartas de controlo especiais

#### 3.5.2.1 Introdução

As cartas de Somas Acumuladas (CUSUM) foram propostas primeiramente por Page, em 1954, já o da Média Móvel Exponencialmente Ponderada (EWMA) foi desenvolvido pela primeira vez no ano de 1959 por Roberts. Actualmente as duas estão a ser difundidas e estudadas por muitos outros pesquisadores; em particular, veja Ewan (1963), Page (1961), Gan (1961), Lucas (1976), Hawkins (1981)(1993a), Woodall, Adams (1993), e Montgomery (2012). Estas cartas são um aprimoramento da carta de Shewhart, e são usados para detectarem mais rapidamente as alterações nos processos e errar menos quando os processo são realmente estáveis (Samohyl, 2009).

Em complemento ou substituição das cartas tradicionais de Shewhart, são desenvolvidas cartas, chamadas cartas de controlo especiais, com uma característica muito particular: são cartas capazes de detectar pequenas alterações na média de um processo, e detectar de forma mais rápida essa mesma alteração, sem grande impacto nos custos (Pereira & Requeijo, 2012, p), que são as cartas da Soma Acumulada (CUSUM) e da Média Móvel Exponencialmente Ponderada (EWMA).

Morais e Pacheco (2006) argumentam que a carta de Shewhart utiliza uma única informação, essa dada pelo último valor observado. Enfatizam também, que ignorar qualquer outra informação que possa estar contida anteriormente é uma séria limitação

encontrada nesse tipo de carta tornando-os não eficazes na detenção de pequenas e médias mudanças no processo.

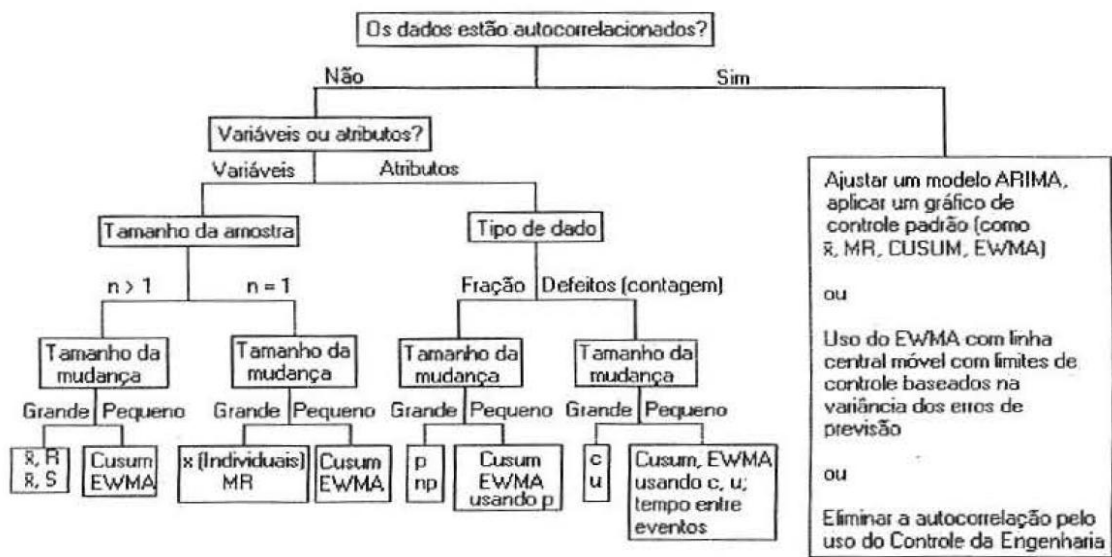
Montgomery (2012) salienta que a carta de Shewhart para médias é muito eficaz se o tamanho da mudança é de  $1,5\sigma$  a  $2\sigma$  ou mais, para pequenas alterações, ele não é eficaz, ou seja, as cartas CUSUM e EWMA são uma alternativa quando seu processo está estável, com pequenas mudanças. Esses dois tipos de cartas auxiliam na tomada de decisão, pois baseiam-se nos resultados apresentados por um certo número de amostras, e não em observações isoladas de amostras, ou seja, a análise destas cartas é em função do resultado actual e dos resultados anteriores. (Alves, 2003)

Alves (2003), afirma também que esses tipos de cartas de controlo são muito eficazes para amostras sequenciais de tamanho  $n=1$ , ou seja, são indicadas para onde a monitorização dos processos são feitas mediante a observações individuais.

Os procedimentos destas cartas proporcionam um controlo mais rigoroso, o que permite ao analista dar mais ênfase em mantê-lo mais centrado no seu valor nominal, e analogamente a outras cartas de controlo, ao alerta de que um processo esteja fora de controlo, uma acção deverá ser tomada para não serem produzidos itens não idênticos. (Lucas, 1986; Alves, 2003).

Para a construção das diferentes cartas de controlo existentes, seleccionam-se amostras aleatórias de tamanho  $n$  de um processo ao longo do tempo (usando intervalos fixos ou variáveis), e marca-se na carta valores sucessivos de uma dada estatística amostral associada ao processo como por exemplo, a amplitude, a média, etc. Estes valores marcados na carta de controlo devem ser comparados com as duas linhas de acção (LSC e LIC) ou eventualmente com apenas uma dessas duas linhas.

A teoria estatística desenvolvida por W.A. Shewhart, para o cálculo dos limites de controlo baseia-se na ideia de que, sendo um processo estável, então uma estatística qualquer calculada a partir dos dados fornecidos pelas amostras terá probabilidade aproximadamente igual a 1(um) de estar no intervalo  $(-3\sigma, 3\sigma)$ , a partir da média da população. Na prática, como não se conhece o valor da média e nem o do desvio padrão dessa população, torna-se necessário substituí-los por estatísticas fornecidas pelas amostras. A figura 3.7, ilustra algumas directrizes para a selecção de cartas de controlo univariados:



**Figura 3.4-** Regras para a selecção das cartas de controlo (Montgomery, 2012).

Montgomery (2012) justifica a especificação de  $(3\sigma)$  para os limites de controlo de um gráfico, por entender que processos analisados com essa especificação de limites geram bons resultados na prática. Para demonstrar isso, ele apresenta os riscos para o Erro Tipo I e o Erro Tipo II e leva em consideração também a questão que a distribuição das características de qualidade se aproximam razoavelmente bem de uma distribuição normal.

### 3.5.2.2 Amplitude

Medida da variabilidade expressa pela diferença entre o máximo e o mínimo dum conjunto de dados:

$$R = X_{max} - X_{min} \quad (3.35)$$

### 3.5.2.3 Variância ( $\sigma^2$ )

Medida da variabilidade expressa pela média dos quadrados das diferenças dos valores individuais em relação à média dum conjunto de dados.

$$\sigma^2 = \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n} \quad (3.36)$$

### 3.5.2.4 Cartas de controlo da soma acumulada (CUSUM)

A carta CUSUM incorpora directamente toda a informação na sequencia dos valores da amostra, calculando a carta da somas cumulativa dos desvios dos valores da

amostra de um valor alvo, que é formado, calculando-se a quantidade  $C_i$ : (Montgomery, 2012)

$$C_i = \sum_{j=1}^i (\bar{x}_j - \mu_0) = (x_j - \mu_0) + C_{i-1}, \quad i \geq 1 \quad (3.37)$$

*Nota 1: Quando  $n=1$ , deve-se substituir  $\bar{x}_j$  por  $x_j$  na equação (3.37)*

onde  $c_0 = 0$ ,  $\bar{x}_j$  é a média da  $j$ -ésima amostra de tamanho  $n \geq 1$  e  $\mu_0$  é o alvo para a média do processo. No caso deste trabalho o valor alvo, deve estar de acordo com as normas estabelecidas pelo país ou por alguma outra norma específica, de acordo com o controlo de parâmetros analíticos para a aferição da qualidade da água na rede de distribuição em conformidade com o Decreto-Lei n.º 306/2007 de 27 de Agosto, o valor máximo permitido na saída da Estação de Tratamento de Água para a Turbidez é de 1 NTU e para rede de distribuição é de 5 NTU e Cloro Residual Livre na rede de distribuição deve ser de no mínimo 0,2 mg/L e o valor máximo de 2,0 mg/L.

A média permanecerá ajustada no alvo enquanto os desvios positivos ( $\bar{x} > \mu_0$ ) forem compensados pelos negativos ( $\bar{x} < \mu_0$ ) oscilando de forma aleatória em torno do zero, mas se houver uma alteração desta média, aumentando ou diminuindo, o  $C_i$  crescerá ou diminuirá indefinidamente. (Costa, 2004)

Segundo Montgomery (2012) existe duas formas de representar os CUSUMs, o CUSUM tabular ou algorítmico, e a forma máscara V do CUSUM. Dessas duas representações, a tabular é preferível, e será explanada a seguir.

O CUSUM tabular funciona acumulando desvios de  $\mu_0$  que estão acima e abaixo do alvo, com uma estatística  $c_i^+$  e  $c_i^-$  que são chamadas de CUSUMs unilaterais superior e inferior e são calculadas da seguinte forma:

$$c_i^+ = \text{máx} [0, x_i - (\mu_0 + k) + C_{i-1}^+] \quad (3.38)$$

$$c_i^- = \text{máx} [0, (\mu_0 - k) - x_i + C_{i-1}^-] \quad (3.39)$$

Onde  $C_0^+ = C_0^- = 0$  e  $K$  é chamado de valor referência (ou valor de tolerância ou de folga), e é escolhido a meio caminho entre o valor alvo  $\mu_0$  e o valor da média fora do controlo  $\mu_1$  que estamos interessados em detectar rapidamente. Assim, se a mudança é

expressa em unidades de desvio padrão como  $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$ ,  $\left( \text{ou } \delta = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{\sigma} \right)$  então  $K$

é a metade da magnitude da mudança ou:

$$K = \frac{\delta}{2} \sigma = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{2} \quad (3.40)$$

onde  $\delta$  é o tamanho da mudança que se deseja detectar em unidades de desvios padrão;  $\sigma$  o desvio padrão;  $\mu_0$  o valor pretendido e  $\mu_1$  o valor da média fora do controlo. O factor de sensibilidade  $K$  está directamente relacionado com a magnitude da variação que desejamos detectar com a carta de CUSUM. Quanto menor este factor, menor será a faixa de variação que o gráfico será capaz de detectar e maior será a sensibilidade do gráfico.

Se tanto  $C_i^+$  ou  $C_i^-$  excederem o intervalo de decisão  $H$ , o processo é considerado fora do controlo. (Montgomery, 2012)

Para um melhor desempenho da carta da soma acumulada o autor recomenda que seja utilizado um valor de  $K$  igual a 0,5 vezes o valor do desvio padrão ( $\sigma$ ) e o  $H$  como quatro ou cinco vezes o valor do desvio padrão ( $\sigma$ ). Isto se justifica, pois se utilizarmos esses respectivos valores, o CUSUM apresentará boas propriedades do ARL (*Average Run Length*) contra uma mudança de cerca de  $1\sigma$  na média do processo.

Na carta de CUSUM Tabular a utilização de algoritmo de soma acumulada tem a propriedade de armazenar os valores das somas unilaterais acumuladas do processo analisado.

Este valor é utilizado para determinar a estimativa do valor médio do processo ( $\hat{\mu}$ ) após a emissão do sinal fora do controlo (Montgomery, 2012):

$$\hat{\mu} = \begin{cases} \mu_0 + K + \frac{C_i^+}{N^+}, & \text{se } C_i^+ > H \\ \mu_0 + K + \frac{C_i^-}{N^-}, & \text{se } C_i^- > H \end{cases} \quad (3.41)$$

### 3.5.2.5 CUSUM para monitorização da variabilidade do processo

O processo de variabilidade é tão importante quanto a média de um processo e, por isso, deve também ser monitorizado. É possível construir a carta de controlo CUSUM para

monitorizar também o processo de variabilidade desde que as cartas de CUSUM sejam empregados com observações individuais. Será necessário construir as cartas de controlo CUSUM para monitorizar a variabilidade do processo. Sabendo que os CUSUM são usualmente empregues com observações individuais, o procedimento devido a Hawkins (1981) é muito útil. Sendo  $\bar{x}$  a medida do processo normalmente distribuída com média ou valor-alvo  $\mu_0$  e desvio padrão  $\sigma$ . O valor padronizado de  $x_i$  é  $y_i = \frac{(x_i - \mu_0)}{\sigma}$ . Hawkins (1981) (1993a) sugere a criação de uma nova quantidade padronizada.

$$v_i = \frac{\sqrt{|y_i|} - 0,822}{0,349} \quad (3.42)$$

Ele sugere também que os  $v_i$  são sensíveis a mudança na variância em vez de mudança na média. De facto, a estatística  $v_i$  é sensível tanto a mudança na média quanto na variância. Como a distribuição sob controlo de  $v_i$  é aproximadamente  $N \sim (0,1)$ , dois CUSUMS unilaterais com escalas padronizadas (i.é, desvio padrão) podem ser estabelecidos como segue:

$$S_i^+ = \text{máx}[0, v_i - k + S_{i-1}^+] \quad (3.43)$$

$$S_i^- = \text{máx}[0, -k - v_i + S_{i-1}^-] \quad (3.44)$$

Onde  $S_0^+ = S_0^- = 0$  (a menos que seja usada uma característica RIR (resposta inicial rápida)) e os valores de  $k$  e  $h$  são seleccionados como no CUSUM para controlo da média do processo.

A interpretação do CUSUM para escala é semelhante à interpretação do CUSUM para a média. Se o desvio padrão do processo cresce, os valores de  $S_i^+$  crescerão e, eventualmente, ultrapassarão  $h$ , enquanto que se o desvio padrão decresce, os valores de  $S_i^-$  crescerão e, eventualmente ultrapassarão  $h$ .

Hawkins (1993a) propõe a construção das cartas de controlo CUSUM onde numa única carta são controladas as estatísticas  $C_i$  e  $S_i$  para monitorizar a média e o desvio padrão, respectivamente. Esta carta é importante para verificar o comportamento de  $C_i$  dentro dos limites de controlo, ou seja, a troca dentro da média ou verificarmos o  $S_i$  para diagnosticar se o problema é variabilidade e não troca de médias.

### 3.5.2.6 Cartas de controlo da média móvel exponencialmente ponderada (EWMA)

A Média Móvel Exponencialmente Ponderada (EWMA) é uma média ponderada de todas as observações, porém com a característica de atribuir menor peso aos dados mais antigos. Assim, em decorrência do teorema do limite central, esta estatística é robusta a desvios da normalidade, portanto uma boa opção para avaliação da estabilidade estatística de processos não normais (Calzada; Scariano, 2003). Esta estatística pode ser facilmente implementada e é muito eficaz em situações em que as observações são correlacionadas ou quando o processo é muito afectado por pontos fora dos limites de controlo.

A carta de controlo da média móvel exponencialmente ponderada (EWMA) é também uma boa alternativa á carta de controlo de Shewhart, quando estamos interessados em detectar pequenas mudanças. O desempenho da carta da Média Móvel Exponencialmente Ponderada (EWMA) é aproximadamente equivalente á carta de controlo de somas cumulativas (CUSUM) e é, de certa forma, mais fácil de estabelecer e operar. Assim como no caso do CUSUM, o EWMA é tipicamente usado com observações individuais. (Montgomery, 2012).

#### 3.5.2.6.1 Carta de controlo da média móvel exponencialmente ponderada (EWMA) para monitorização da média do processo.

A carta de controlo da média móvel exponencialmente ponderada (EWMA) foi introduzida por Roberts (1959), Crowder (1987a)(1989) e Lucas e Saccucci (1990). A carta da média móvel exponencialmente ponderada é definida por:

$$z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda) z_{i-1}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.45)$$

onde  $x_i$  é o valor observado mais recentemente,  $\lambda$  é o parâmetro que pondera a combinação e encontra-se entre  $0 < \lambda \leq 1$  e o valor inicial é o alvo do processo, de modo que:

$$z_0 = \mu_0 \quad (3.46)$$

Por ser uma carta que utiliza uma média ponderada de todas as amostras passadas e correntes, o mesmo é insensível à hipótese de normalidade, tornando-se uma carta ideal para ser usada com observações individuais. Supondo que as observações  $x_i$  são variáveis aleatórias independentes com variância  $\sigma^2$ , então a variância de  $z_i$  é:

$$\sigma_{z_i}^2 = \sigma^2 \left( \frac{\lambda}{2-\lambda} \right) \left[ 1 - (1-\lambda)^{2i} \right] \quad (3.47)$$

Podemos concluir então que o carta de controlo EWMA pode ser construída através do controlo de  $z_i$  versus o número de amostras  $i$  (ou tempo).

Da mesma forma, como no CUSUM, para aumentarmos a eficiência da carta EWMA é possível escolher os parâmetros  $L$  e  $\lambda$ , onde  $L$  é a largura dos limites de controle, dessa forma podemos aproximar o desempenho do ARL do EWMA, com o ARL do CUSUM.

Para o cálculo do limites de controlo são usadas as seguintes equações:

$$LSC = \mu_0 + L\sigma \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} \left[ 1 - (1-\lambda)^{2i} \right]} \quad (3.48)$$

$$LIC = \mu_0 - L\sigma \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} \left[ 1 - (1-\lambda)^{2i} \right]} \quad (3.49)$$

$$\text{Linha central} = \mu_0$$

À medida que  $i$  cresce, ou seja, o número das amostras aumenta, o termo  $\left[ 1 - (1-\lambda)^{2i} \right]$  se aproxima-se de 1 e os limites de controlo das equações (3.48) e (3.49) podem ser aproximados de acordo com as equações (3.50) e (3.51):

$$LSC = \mu_0 + L\sigma \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \quad (3.50)$$

$$LIC = \mu_0 - L\sigma \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \quad (3.51)$$

Em geral, valores de  $\lambda$  no intervalo  $0,05 \leq \lambda \leq 0,25$  funcionam muito bem na prática, quanto menor for o  $\lambda$  mais fácil será para detectar pequenas mudanças no processo, usualmente é utilizado  $\lambda=0,05$ ,  $\lambda=0,1$  ou  $\lambda=0,20$ . Para o parâmetro  $L$  é frequente ser usado igual a três (os limites três - sigmas usuais). (Montgomery, 2012).

### 3.5.2.6.2 Ajuste de realimentação usando EWMA

A carta de controlo é uma ferramenta estatística apropriada para avaliar se um processo está ou não sob controlo estatístico e em função disso agir em relação a sua conformidade. Por exemplo, se um ponto fora dos limites de controlo é sinalizado na carta, o processo pode ser finalizado, ou então as variáveis de entrada devem ser alteradas para mantê-lo sob controlo. Este método de controlo é sem dúvida, bom e aceitável quando tal acção é

possível ou quando não há indicação de muitos pontos fora dos limites de controlo. No entanto, muitos processos requerem um método flexível usando informações de dados passados, com o intuito de ajustar o processo. Segundo Triantafvllokjulos (2007), esse método é conhecido como ajuste de realimentação (*feedback adjustment*).

Seja um processo onde se considera uma variável de entrada, uma variável de saída e uma variável de compensação. Esta última utilizada para ajustar a variável de entrada permanece entre os limites de controlo. Na verdade, o objectivo é manter como possível esta variável de saída próximo do valor alvo. O valor alvo é denotado por  $T$  e corresponde a linha central em cartas de controlo. Assim, no tempo  $t$  a variável de entrada é indicada por  $x_t$ , a variável de saída por  $y_t$ , e a variável de compensação por  $X_t$ . Além disso, um factor para medir a mudança na saída produzida por uma unidade de mudança na variável de compensação é chamado de ganho de processo e indicado por  $g$ . Isso significa que um aumento de 1 (uma) unidade na variável de compensação leva a um aumento de  $g$  unidades na variável de saída.

O erro após o ajuste é definido como o desvio do alvo após o ajuste no tempo  $t$  é definido por  $e_t = y_t^a - T$  onde  $y_t^a$  é a variável de saída ajustada. O ajuste é sempre uma função da variável de compensação. O caso mais prático é considerado quando o ajuste tem a forma  $x_t = X_t - X_{t-1}$ . Conforme as definições de  $g$  e ajustes anteriormente mencionadas é possível estabelecer a seguinte equação:

$$g x_t = -e_t, \quad (3.52)$$

onde o sinal (negativo) na equação se justifica, pois  $e_t$  precisa eliminar o erro. Isto é conhecido como o ajuste completo. No entanto, na prática um ajuste de amortecimento é normalmente usado. Isto implica que um factor de amortecimento  $G$  afectará o ajuste de acordo com

$$g x_t = -e_t \Leftrightarrow x_t = -\frac{G}{g} e_t \quad (3.53)$$

Esta expressão é denominada equação de ajuste, sendo o análogo discreto para o Controlo Integral utilizado no Controlo de Engenharia de Processos. Este Controlo Integral é definido como

$$g X_t = k_0 + k_1 \int e_t dt \quad (3.54)$$

onde  $k_0$  e  $k_1$  são constantes. Da equação (3.53) e da definição de ajuste  $x_t = X_t - X_{t-1}$ , a equação (3.55) pode ser reescrita como

$$g X_t = k_0 + k_1 \sum_{i=1}^t e_i \quad (3.55)$$

onde  $k_0 = gX_0$  e  $k_1 = -G$ .

### 3.5.2.7 Fase 2 – Parâmetros do processo conhecidos

Conhecidos os parâmetros do processo, pode dar-se início à Fase 2 do controlo estatístico do processo, cujo o objectivo é monitorizar o comportamento dos mesmos. Para isso constroem-se novas cartas de controlo, onde os limites de controlo e a linha central são determinados a partir dos parâmetros do processo estimados na Fase 1. No entanto, se a dimensão da amostra se mantiver os limites de controlo e a linha central utilizados na Fase 1 podem utilizar-se na Fase 2. O Quadro 3.5 apresenta os limites de controlo e a linha central, para cada uma das cartas, estimados através dos parâmetros do processo.

**Quadro 3.5** - Limites de controlo e a linha central.

Carta	LIC	LC	LSC
<b>Média Amplitude</b>	$\bar{X}$	$\mu - A\sigma$	$\mu + A\sigma$
	$R$	$D_1\sigma$	$D_2\sigma$
<b>Média e Desvio Padrão</b>	$\bar{X}$	$\mu - A\sigma$	$\mu + A\sigma$
	$S$	$B_5\sigma$	$B_6\sigma$
<b>Média e Variância</b>	$\bar{X}$	$\mu - A\sigma$	$\mu + A\sigma$
	$S^2$	$\frac{\sigma^2}{n-1} \chi_{(1-\alpha/2);n-1}^2$	$\frac{\sigma^2}{n-1} \chi_{(\alpha/2);n-1}^2$
<b>Mediana e Amplitude</b>	$\tilde{X}$	$\mu - A\sigma$	$\mu + A\sigma$
	$R$	$D_1\sigma$	$D_2\sigma$
<b>Observações Individuais e Amplitudes Móveis e Carta</b>	$X$	$\mu - 3\sigma$	$\mu + 3\sigma$
	$MR$	$D_1\sigma$	$D_2\sigma$

Os valores de  $A$ ,  $B_4$ ,  $B_5$ ,  $D_1$  e  $D_2$  só dependem na dimensão da amostra (Tabela Apêndice III em Apêndice).

### **3.5.3 Condições para a aplicação das cartas de controlo**

Para a aplicação das cartas anteriormente descritas, é necessário que a característica da qualidade em estudo siga alguns pressupostos. Ou seja, para que se possa retirar conclusões correctas do estudo, os dados da característica devem ser aleatórios, independentes e devem seguir uma distribuição Normal com média  $\mu$  e o desvio padrão  $\sigma$ .

#### **3.5.3.1 Aleatoriedade dos dados**

A aleatoriedade dos dados acontece quando estes não descrevem um comportamento previsível. A não aleatoriedade dos dados pode acontecer devido a vários factores, como a mistura de populações, a existência de correlação, entre outros. Para a verificação da aleatoriedade dos dados (Pereira e Requeijo, 2008) apresentam vários métodos, o Teste de Sequências, o Teste de Sequências Ascendentes e Descendentes e o Teste Modificado do Quadrado Médio das Diferenças Significativas.

#### **3.5.3.2 Independência dos dados**

A independência dos dados é um pressuposto fundamental para a aplicação do controlo estatístico. Quando se afirma que os dados não são independentes é equivalente a dizer que estes são autocorrelacionados, e pode dever-se a factores como a não aleatoriedade dos dados ou até mesmo à própria dinâmica dos processos. A não independência dos dados significa que existe autocorrelação entre os mesmos, ou seja, o valor que uma variável toma num instante depende do seu valor no instante anterior ou de outros instantes desfasados de forma constante.

Ao existir autocorrelação e se o estudo considerar que as observações são independentes, os limites das cartas de controlo e os parâmetros do processo serão estimados de forma incorrecta. Ao não considerar a autocorrelação, haverá uma diminuição do  $ARL_{Em\ Controlo}$ , ou seja, um aumento do número de falsos alarmes (Pereira e Requeijo, 2008).

Quando se depara com uma situação de autocorrelação é necessário uma análise cuidadosa do processo. Existe duas situações distintas, que requerem análises diferentes, quando se

verifica que os dados do processo são autocorrelacionados. Quando a autocorrelação dos dados é natural e imutável ao processo, as cartas tradicionais de controlo estatístico não são úteis, sendo necessária a adopção de novas metodologias. Mas a autocorrelação num processo pode ser um sintoma de causas especiais de variação, e neste caso as cartas de controlo devem ser aplicadas para detectarem essa situação (Gilbert *et al.*, 1997).

Para verificar a existência de autocorrelação, significativa aplica-se a *Função de Autocorrelação (FAC)* e a *Função de autocorrelação Parcial (FACP)*. Verificada a autocorrelação, serão aplicadas cartas de controlo para dados autocorrelacionados.

### 3.5.3.3 Função de auto-correlação

A existência de dados auto-correlacionados manifesta-se através da correlação entre observações e pode ser entre observações sucessivas ou então desfasadas de  $k$  instantes, a esta última chama-se auto-correlação de desfasamento  $k$  (“lag  $k$ ”). Ao conjunto dos coeficientes de auto-correlação  $\rho_k$ , chama-se Função de auto-correlação. Este coeficiente de auto-correlação é obtido através da equação (3.56), e é o coeficiente entre a co-variância das observações desfasadas de  $k$  instantes ( $Cov(X_t, X_{t+k})$ ) e a variância de  $X$  (Pereira e Requeijo, 2008).

$$\rho_k = \frac{Cov(X_t, X_{t+k})}{Var(X)} \quad (3.56)$$

Como não se conhece a função de auto-correlação, esta tem de ser estimada tendo em conta os valores que a variável  $X$  apresenta ( $X_1, X_2, \dots, X_k, \dots, X_N$ ). O estimador da função de auto-correlação é dado por  $r_k$  e determina-se com a equação (3.57). Ao conjunto de estimadores  $r_k$  dá-se o nome de *Função de Auto-Correlação Estimada (FACE)*.

$$r_k = \hat{\rho}_k = \frac{\hat{y}_k}{\hat{y}_0} = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^N (X_t - \bar{X})^2} \quad (3.57)$$

Para verificar se existe auto-correlação dos dados de determinada variável, constrói-se um gráfico da *FACE*, este gráfico é usualmente designado de Correlograma. Os valores da função de auto-correlação podem variar entre -1 e 1, quanto maior for o valor absoluto, maior é a correlação entre os dados, quando o coeficiente de correlação toma o valor zero, verificar-se a independência das variáveis.

No entanto o critério de decisão, se existe auto-correlação significativa ou não, consiste em verificar se os valores do gráfico da *FACE* pertencem a um determinado intervalo de confiança, determinado com a equação (3.58).

$$+ Z_{\alpha/2} \sqrt{\hat{V}} \leq r_k \leq - Z_{\alpha/2} \sqrt{\hat{V}} \quad (3.58)$$

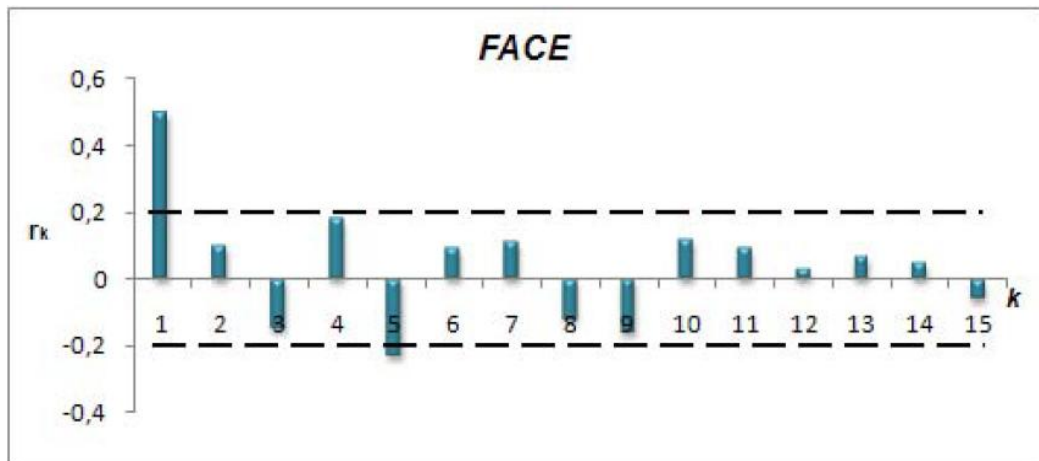
Este intervalo de confiança determina-se a partir do valor esperado e da variância de  $r_k$ , onde  $E(r_k) \approx 0$  e  $Var(r_k)$  calcula-se recorrendo à equação (3.60) (Box *et al.*, 2008).

$$Var(r_k) \approx \frac{1}{N} \sum_{V=-\infty}^{+\infty} (\rho_V^2 + \rho_{V+k} - 4\rho_k \rho_V \rho_{V-k} + 2\rho_V^2 \rho_k^2) \quad (3.59)$$

Para estimar a  $Var(r_k)$  recorre-se à equação (3.60).

$$\hat{V} = Var(\hat{r}_k) \approx \frac{1}{N} \left( 1 + 2 \sum_{V=1}^{k-1} r_V^2 \right) \quad (3.60)$$

A Figura 3.5 apresenta um gráfico exemplificativo de uma *FACE*, onde os dados são auto-correlacionados pois existem valores de  $r_k$  fora do intervalo de confiança.



**Figura 3.5** – Função de Auto-Correlação Estimada (*FACE*).

### 3.5.3.4 Função de auto-correlação parcial

A auto-correlação parcial é definida como a correlação entre  $X_t$  e  $X_{t+k}$ , mas sem os efeitos das observações  $X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k-1}$ . O coeficiente de correlação parcial será definido por  $\phi_{kk}$ , e ao conjunto de  $\phi_{kk}$  dá-se o nome de *Função de Autocorrelação Parcial (FACP)*. A *FACP* permite a escolha do modelo ARIMA que melhor se ajusta aos dados do processo (Box *et al.*, 2008).

Considerando o modelo  $AR(p)$  (auto-regressivo de ordem  $p$ ), determina-se a auto-correlação recorrendo às equações de Yule-Walker:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \dots \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \dots \\ \rho_k \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

ou,

$$\phi_k = P_k^{-1} \rho_k \quad (3.62)$$

A auto-correlação parcial é estimada, visto que os coeficientes  $\phi_{kk}$  não são conhecidos. Substituindo na equação (3.62) os valores de  $\rho_k$  pelos valores estimados  $r_k$  obtém-se as estimativas  $\hat{\phi}_{11}, \hat{\phi}_{22}, \hat{\phi}_{33}, \dots, \hat{\phi}_{kk}$ , que em conjunto formam a *Função de Auto-correlação Parcial Estimada (FACPE)*. Segundo Murteira *et al.* (1993), este cálculo pode tornar-se exaustivo e sugere uma outra alternativa utilizando a equação (3.63):

$$\hat{\phi}_{kk} = \frac{\hat{\rho}_k - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \cdot \hat{\rho}_j}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \cdot \hat{\rho}_j} \quad (3.63)$$

Em processos  $AR(p)$ , os coeficientes de auto-correlação parcial distribuem-se, aproximadamente, segundo uma distribuição normal com média igual a zero e variância  $Var(\phi_{kk})$  (Quenouil, 1949). A verificação da existência de auto-correlação parcial é análoga à de auto-correlação. Para verificar a auto-correlação parcial é necessário testar se todos os valores de  $\phi_{kk}$  são significativamente diferentes de zero através do intervalo de confiança, determinado com a equação (3.64):

$$+ Z_{\alpha/2} \sqrt{Var(\hat{\phi}_{kk})} \leq \hat{\phi}_{kk} \leq - Z_{\alpha/2} \sqrt{Var(\hat{\phi}_{kk})} \quad (3.64)$$

onde o valor da variância, para  $N$  número de observações, é dado por:

$$Var(\hat{\phi}_{kk}) \approx \frac{1}{N}, \quad k > p \quad (3.65)$$

A Figura 3.6 apresenta um gráfico da FACPE, onde se verifica a existência de auto-correlação parcial significativa, pois existem valores de  $\phi_{kk}$  fora do intervalo de confiança.

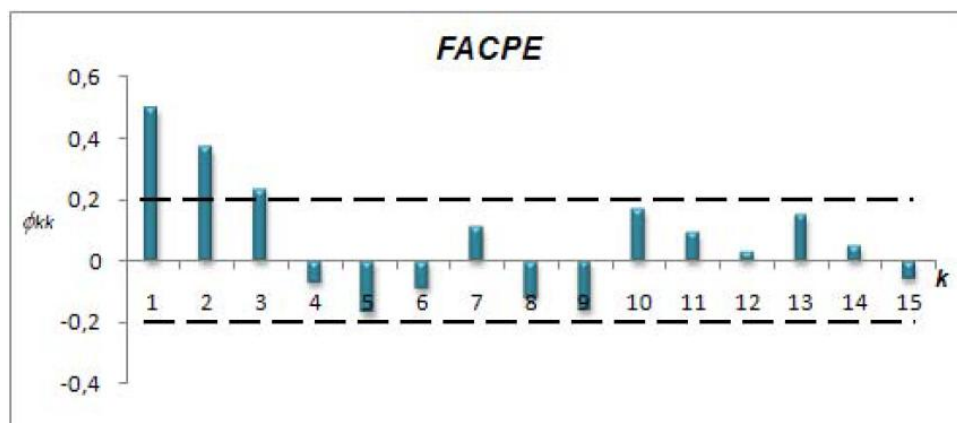


Figura 3.6 – Função de Auto-Correlação Parcial Estimada (FACPE).

### 3.5.3.5 Modelos ARIMA

Os modelos ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*) surgem da necessidade de modelar um processo, cujos dados se verificam auto-correlacionados. Desenvolvidos por Box *et al.* (2008), os modelos ARIMA, permitem a modelação e análise de sucessões cronológicas. Autores como, Murteira *et al.* (1993), Shumway e Stoffer (2000), Wei (2005), Morettin e Toloí (2006) e Pereira e Requeijo (2008), têm desenvolvido estudos no sentido de compreender e divulgar este tema.

Os modelos tradicionais, ou determinísticos, não permitem o estudo das sucessões cronológicas, estes estudam variáveis mensuráveis mas sem recorrer à parte probabilística. Analisando o mundo real, constata-se que grande parte dos fenómenos são dinâmicos e necessitam de um estudo sob forma de uma série temporal, surge assim os modelos estocásticos.

Os modelos estocásticos definidos por uma série temporal podem ser estacionários ou não estacionários. Um processo é estacionário quando ao efectuar um deslocamento no tempo das suas variáveis, estas apresentam a mesma distribuição. Um processo não estacionário, não verifica esta condição, um desfasamento das variáveis no tempo implica uma alteração nos parâmetros do processo (média e/ou variância).

Os modelos ARIMA possuem 3 componentes, a componente auto-regressiva de ordem  $p$ , componente de diferenciação  $d$  e componente de médias móveis de ordem  $q$ . Os modelos ARIMA podem definir-se através da equação (3.66), sendo que,  $B$  representa o operador de desfasamentos,  $\nabla$  o operador de diferenças,  $X_t$  a observação no instante  $t$ ,  $\varepsilon_t$  representa

o ruído branco no instante  $t$  ( $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ ),  $\Phi_\rho(B)$  o polinómio auto-regressivo de ordem  $p$  e  $\Theta_q(B)$  o polinómio de média móveis de ordem  $q$ .

$$\Phi_\rho(B)\nabla^d X_t = \Theta_q(B)\varepsilon_t \quad (3.66)$$

onde,

$$\Phi_\rho(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) \quad (3.67)$$

$$\Theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \quad (3.68)$$

$$B = \frac{X_{t-1}}{X_t} \quad (3.69)$$

$$\nabla = \frac{X_t - X_{t-1}}{X_t} = 1 - B \quad (3.70)$$

Se um modelo é estacionário, realiza-se o ajustamento da série temporal com um modelo  $ARMA(p,q)$ . Quando se verifica que o processo não é estacionário, aplica-se o operador de diferenças para transformar a variável  $X$  numa variável estacionária  $Y$ , definida por  $Y_t = \nabla^d X_t$  no instante  $t$ .

Para se determinar o melhor modelo  $ARIMA$  para o processo em estudo utiliza-se um método iterativo, baseado nos desenvolvimentos de Box *et al.* (2008). Esta metodologia foi alvo de estudo de Requeijo (2004), e divide-se em quatro etapas, a Identificação, Estimação, Validação e Previsão. A Figura 3.7 apresenta a metodologia assim como as suas etapas para a construção de um modelo  $ARIMA$ .

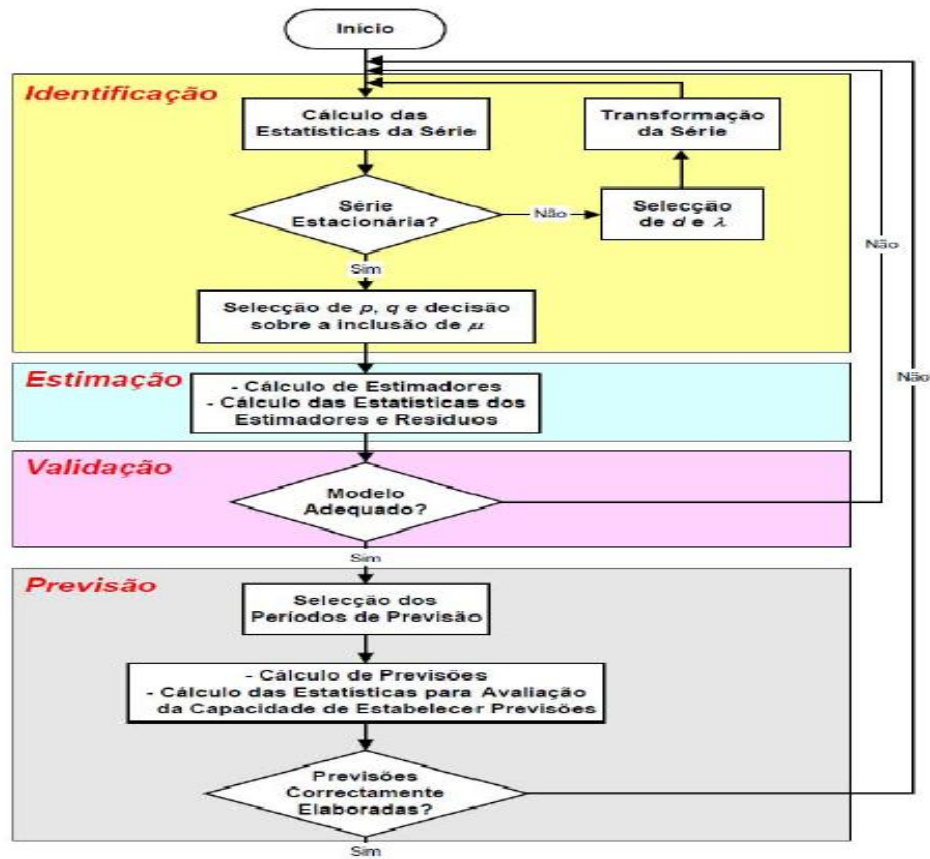


Figura 3.7 – Etapas da construção de um modelo *ARIMA* (Requeijo, 2004).

### 3.5.3.5.1 Modelo $AR(p)$ (Auto-Regressivo de ordem $p$ )

O modelo auto-regressivo pode ser definido pela equação (3.71), a sua média calcula-se recorrendo à equação (3.72) e a variância com a equação (3.73). O modelo pode ser identificado através das *FAC*, quando esta apresenta um decréscimo exponencial sem nunca atingir o zero. A ordem do modelo determina-se recorrendo à *FACP*, que apresenta picos significativos através de desfasamentos  $p$ .

$$X_t = \xi + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t \quad (3.71)$$

$$E(X) = \mu = \frac{\xi}{1 - \sum_{j=1}^p \phi_j} \quad (3.72)$$

$$Var(X) = \gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \sum_{j=1}^p \rho_j \phi_j} \quad (3.73)$$

onde

$\xi$  - parâmetro para determinação da média do processo

$\phi_j$  - parâmetro de ordem  $j$  da componente auto-regressiva

$\rho_j$  - coeficiente de correlação de defasamento  $j$

$X_{t-p}$  - variável no instante  $t - p$

$\mu$  - média do processo

$\varepsilon_t$  - resíduo ou erro de previsão no instante  $t$

$\sigma_\varepsilon^2$  - variância de erro  $\varepsilon$ .

### 3.5.3.5.2 Modelo MA(q) (médias móveis de ordem q)

O modelo de médias móveis pode ser descrito pela equação (3.74), para determinar a média recorre-se à equação (3.75), a variância determina-se com a equação (3.76). Para este modelo, o gráfico da *FAC* deve apresentar um decréscimo muito significativo a partir de  $lag(q)$ , identificando a ordem do modelo. A *FACP* deverá apresentar um decréscimo exponencial sem nunca atingir o zero.

$$x_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3.74)$$

$$E(X) = \mu \quad (3.75)$$

$$y_0 = Var(X) = \sigma_\varepsilon^2 \sum_{j=1}^q \theta_j^2 \quad (3.76)$$

onde

$\theta_j$  - parâmetro de ordem  $j$  da componente das médias móveis.

$\varepsilon_{t-q}$  - resíduo ou erro padrão no instante  $t-q$ .

### 3.5.3.5.3 Modelo ARMA(p,q) (modelo misto auto-regressivo e de média móveis)

O modelo *ARMA(p,q)* surge da junção dos dois modelos vistos anteriormente, o modelo Auto-Regressivo *AR(p)* e o modelo de Médias Móveis *MA(q)*. O modelo *ARMA(p,q)* é definido pela equação (3.77), a sua média é dada pela equação (3.72) e a variância pela

equação (3.79). Os gráficos da *FAC* e *FACP* de um modelo *ARMA(p,q)*, apresentam ambos, um decréscimo exponencial sem nunca atingir o zero, este decréscimo pode ser positivo, negativo ou alternado.

$$X_t = \xi + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \Lambda - \theta_p \varepsilon_{t-p} \quad (3.77)$$

$$y_0 = Var(X) = \sum_{j=1}^q \phi_j y_j - \phi_1 y_{X\varepsilon}(-1) - \Lambda - \phi_p y_{X\varepsilon}(-q) + \sigma_\varepsilon^2 \quad (3.78)$$

#### 3.5.3.5.4 Características teóricas dos gráficos das *FAC* e *FACP* dos modelos

O Quadro 3.6 apresenta um resumo das características teóricas que os gráficos da *FAC* e da *FACP* apresentam para cada modelo.

**Quadro 3.6** – Características das *FAC* e *FACP* dos vários modelos.

Processo	<i>FAC</i>	<i>FACP</i>
<i>AR(p)</i>	Decréscimo exponencial sem nunca atingir o zero	Picos significativos através de defasamentos lag(p)
<i>MA(q)</i>	Picos significativos através de defasamentos lag(q)	Decréscimo exponencial sem nunca atingir o zero
<i>ARMA(p,q)</i>	Decréscimo exponencial, positivo ou negativo ou ainda alternado, sem nunca atingir o zero	

#### 3.5.3.6 Normalidade dos dados

Um importante pressuposto na aplicação do controlo estatístico do processo baseado nas cartas tradicionais de Shewhart é a Normalidade. Ou seja, as características em estudo às quais se aplicarão as cartas de controlo devem seguir uma distribuição Normal. A falha deste pressuposto pode levar a conclusões erradas sobre o desempenho do processo.

A não Normalidade dos dados pode representar a existência de erros quando da análise das cartas de controlo. Um dos erros possíveis será a possibilidade de se verificar causas especiais de variação, quando estas não existem, representando um falso alarme. O outro erro será a situação contrária, não detectar a ocorrência de causas especiais de variação. A

aplicação do controlo estatístico tradicional a dados não Normais pode ainda levar a conclusões incorrectas sobre a capacidade do processo. Vários autores têm desenvolvido diversos estudos na área do controlo estatístico para dados não Normais, entre os quais Burr (1967), Chan *et al.* (1988), Schoonhoven e Does (2009) e Amhemad (2010).

Para a verificação da Normalidade existem muitos testes que podem ser aplicados, no entanto, o *teste de Shapiro-Wilk*, o teste de *Qui-Quadrado*, e o teste de *Kolmogorov-Smirnov* são os mais utilizados no estudo do SPC. Relativamente a estes dois últimos testes, o teste de *Kolmogorov-Smirnov* apresenta algumas vantagens: para uma distribuição de população contínua com parâmetros e forma conhecidos, a distribuição da estatística de teste é definida de forma rigorosa, o *Qui-Quadrado* apresenta apenas uma distribuição aproximada; o teste de *Kolmogorov-Smirnov* é mais potente na maioria das situações, no entanto este teste impõe distribuições contínuas e completamente especificadas, apresentando uma desvantagem (Pereira e Requeijo, 2008).

Para o nosso trabalho utilizaremos o teste de *teste de Kolmogorov-Smirnov*.

### **3.5.3.7 Teste de Kolmogorov-Smirnov**

Um dos pressupostos de testes estatísticos paramétricos diz respeito à distribuição normal dos dados nas variáveis das populações. Quando se retira uma amostra para esses modelos de testes, deve-se supor que as unidades do universo em questão apresentem distribuição normal. Será apresentado o teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov para uma amostra, (Siegel e Castellan jr, 2006). Este teste é um teste de aderência. Verifica o grau de concordância entre distribuição de um conjunto de valores (escores observados) e alguma distribuição teórica, ou seja, verifica se os dados seguem a distribuição normal. O teste Kolmogorov-Smirnov admite que a distribuição da variável que está a ser testada seja contínua. O teste utiliza a distribuição de frequência acumulada, que ocorreria dada a distribuição teórica, e a compara com a distribuição de frequência acumulada observada. A distribuição teórica representa o que seria esperado sob  $H_0$ . Então, verifica-se se as distribuições teórica e observada mostram divergência.

Seja  $F_0(X)$  uma função especificada de distribuição de frequências relativas acumuladas, a distribuição teórica sob  $H_0$ . Para qualquer valor de  $X$ , o valor de  $F_0(X)$  é a proporção de casos esperados com escores menores ou iguais a  $X$ .

Seja  $S_N$  a distribuição de frequências relativas acumuladas observada de uma amostra aleatória de  $N$  observações. Se  $X_i$  é um escore qualquer possível, então  $S_N(X_i) = \frac{F_i}{N}$ , onde  $F_i$  é o número de observações menores ou iguais a  $X_i$ .  $F_0(X_i)$  é a proporção esperada de observações menores ou iguais a  $X_i$ . As hipóteses do teste são descritas como:

$H_0$ : A amostra provém de uma distribuição teórica específica (neste caso: distribuição normal);

$H_1$ : A amostra não provém de uma distribuição teórica específica (neste caso: distribuição não normal).

A estatística do teste espera que quando  $H_0$  é verdadeira, as diferenças entre  $S_N(X_i)$  e  $F_0(X_i)$  sejam pequenas e estejam dentro do limite dos erros aleatórios.

O teste focaliza o maior dos desvios chamado de desvio máximo:

$$D = \max |F_0(X_i) - S_N(X_i)|, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.79)$$

Mas, deve-se verificar a hipótese através do poder do teste  $p$  - *valor*. Então verifica-se a normalidade da amostra:

Se  $D = \max |F_0(X_i) - S_N(X_i)| < D_{(N,\alpha)}$  é não rejeitada  $H_0$ ; isto é, a amostra provém da distribuição normal.

Se  $D = \max |F_0(X_i) - S_N(X_i)| > D_{(N,\alpha)}$  é rejeitada  $H_0$ ; isto é, a amostra não provém da distribuição normal.

### 3.6 Controlo estatístico dos dados autocorrelacionados

O Controlo Estatístico de Processo (CEP) tem sido amplamente utilizado na monitorização de variáveis características de processos. Para a implantação do CEP é exigido as observações sejam independentes e normalmente distribuídas. Entretanto na prática, muitas vezes, a suposição de independência é violada pelo facto de que as observações apresentam autocorrelação. Dessa forma, o CEP não funciona correctamente, pois poderia

possivelmente resultar em “falsos alarmes”, isto é, conclusões erradas quanto á estabilidade do processo, como, por exemplo, assinalar uma observação como causa especial, sendo que ela é uma causa comum do processo, e não assinalar as causas especiais, que estariam confundidas com as causas comuns. No caso de dados autocorrelacionados, é necessário tratar os dados e depois controlá-los estatisticamente.

### **3.7 Procedimento de construção**

Pode ser definido, como um método preventivo de se comparar continuamente os resultados de um processo com um padrão, identificando, a partir de dados estatísticos, as tendências para variações significativas, eliminando ou controlando estas variações com o objectivo de reduzi-las cada vez mais.

Foram recolhidos cinco amostras de água por semana durante um mês, nos seis pontos de monitoramento de distribuição da água, visando obter um maior conjunto de dados, a partir da complementação do conjunto de amostras da água obtido durante o tratamento nas diferentes Empresas de Tratamento de Água (ETA). As mesmas amostras foram analisadas no Laboratório Provincial de Controlo de Qualidade da Água da Huila - Angola. Para o tratamento dos dados estatístico será utilizado o *software* R versão 3.1.0 (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2014) com o auxílio do pacote *qcc* (SCRUCCA, 2004) específico para o controle estatístico de processo, e o pacote *forecast* (HYNDMANN; KHANDAKAR, 2008) para ajuste do modelo ARIMA.

Na Figura 2.8 apresentamos um fluxograma com os passos que serão utilizados para a aplicação do controlo estatístico nos dados de Turbidez e cloro residual, adaptado de (Henning et al. 2011).

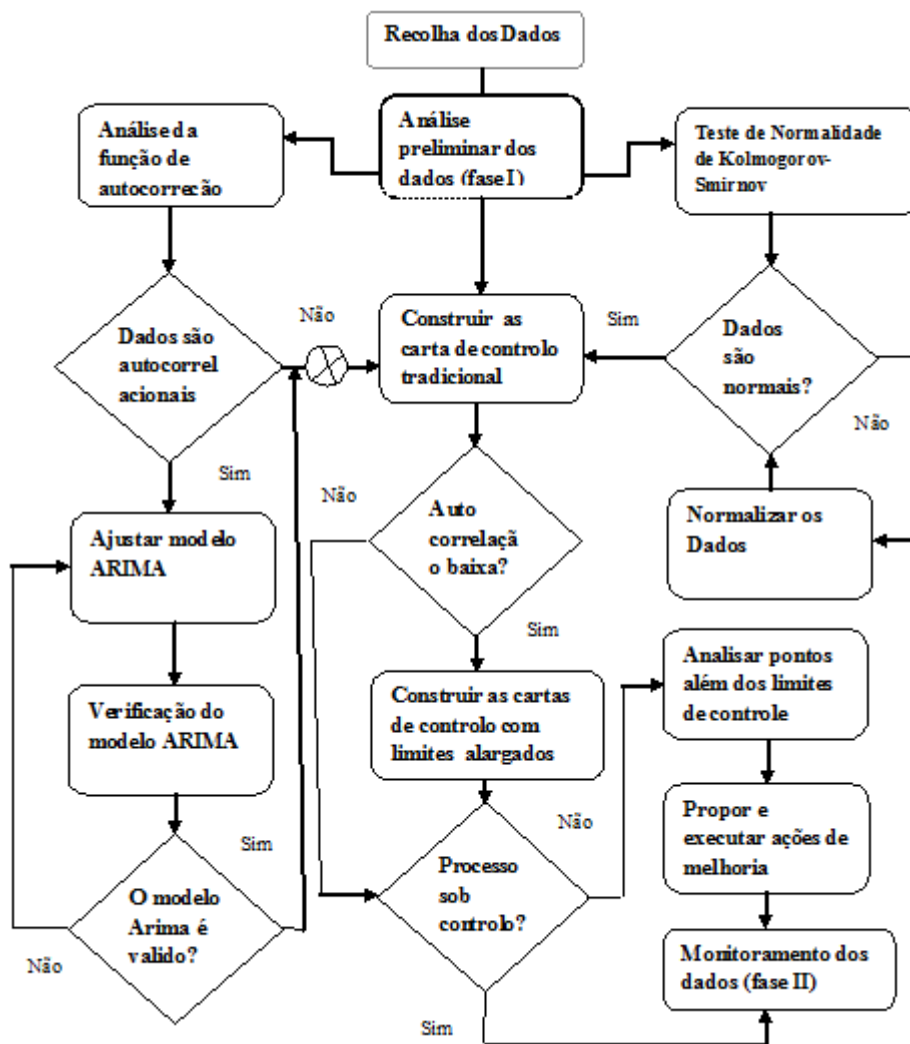


Figura 3.8 - Fluxograma da Condução da Pesquisa (Henning et al. 2011)

Com esta metodologia esperamos apresentar uma proposta de monitorização do processo da turbidez e o cloro residual livre da água, para a eliminação da variabilidade ou seja reduzir sistematicamente a variabilidade nas características da qualidade da água, que chega nas torneiras do consumidor, para que estejam dentro dos parâmetros mundialmente recomendados.

### 3.8 Capacidade do processo

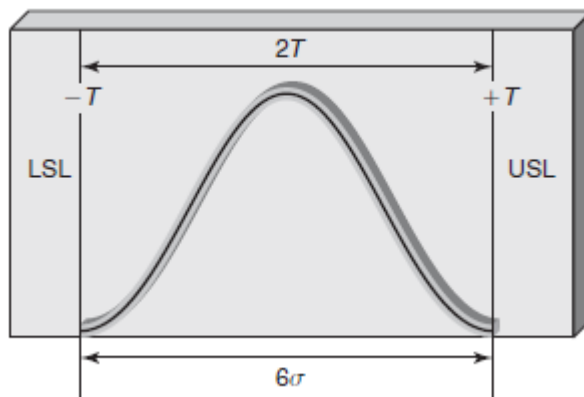
O nível de qualidade de um processo é estudado através da técnica denominada análise de capacidade/performance. Existe distinção entre um processo sob controlo estatístico e um processo capaz de produzir dentro de determinadas especificações para o produto/serviço.

Caso se determine que um dado processo se encontra sob controle estatístico, mas o mesmo é incapaz de produzir segundo especificações, é necessária intervenção da gestão de topo de modo a que essa situação se inverta, pois a capacidade do processo é função da variação causada pelas causas comuns (Pereira & Requeijo, 2012, p.409).

Uma qualquer especificação é geralmente definida pelo valor máximo e mínimo da tolerância,  $+T$  e  $-T$ , respectivamente (no caso das especificações bilaterais). A relação entre a variabilidade do processo (sendo a mesma descrita pelo desvio padrão, ou  $\sigma$ ) e a tolerância é a seguinte (Oakland, 2007, p.258):

- Alta precisão relativa:  $2T \gg 6\sigma$ ;
- Média precisão relativa:  $2T > 6\sigma$ ;
- Baixa precisão relativa:  $2T < 6\sigma$ .

Quer isto dizer que se considera que o processo será mais preciso quanto mais afastados estejam os  $6\sigma$  de variabilidade do processo dos limites de especificação. Esta situação é ilustrada na Figura 3.9.



**Figura 3.9** - Limites de especificação. Fonte: Oakland, 2007.

De modo a determinar a capacidade de um processo de produzir segundo as suas especificações, definem-se índices de capacidade que determinam o potencial de capacidade do processo. São eles o índice de capacidade potencial ( $C_p$ ) e o índice de capacidade ( $C_{pk}$ ).

O índice de capacidade potencial (para especificações bilaterais) compara a variação total do processo com as tolerâncias, e é dado pela equação (3.80).

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad (3.80)$$

Em casos práticos, o desvio padrão do processo é muitas vezes desconhecido, de modo que deve ser substituído por uma estimativa de  $\sigma$ .

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\hat{\sigma}} \quad (3.81)$$

em que  $\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$  onde:

LSE – Limite Superior de Especificação;

LIE – Limite Inferior de Especificação;

$\sigma$  – Desvio padrão do processo.

É habitual considerar que o processo é potencialmente capaz se o valor de  $C_p$  for igual ou superior a 1,33 (Pereira & Requeijo, 2012, p.410).

Caso isso se verifique, não se deve concluir imediatamente que o processo é capaz, pois o mesmo pode ainda assim produzir material fora de especificação, pois este índice não avalia se o processo se encontra centrado relativamente à especificação técnica, ou seja, se a média do processo é coincidente com o valor nominal de especificação.

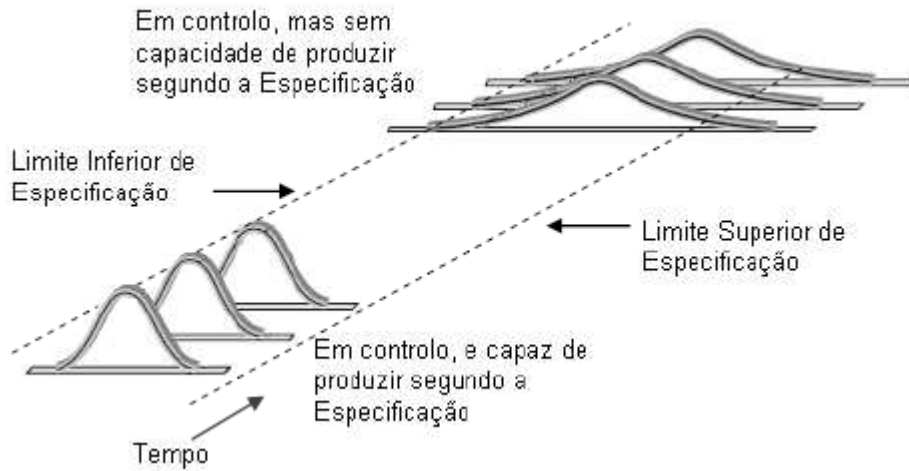
Daí surge o segundo índice, o chamado índice de capacidade, ou  $C_{pk}$ . O  $C_{pk}$  é o mínimo de dois outros índices, que são o  $C_{pki}$  e o  $C_{pks}$ . As suas expressões podem-se encontrar nas equações (3.82) e (3.83).

$$C_{pki} = \frac{\mu - LIE}{3\sigma} \quad (3.82)$$

$$C_{pks} = \frac{LSE - \mu}{3\sigma} \quad (3.83)$$

Considera-se que o processo é capaz quando  $C_{pk} \geq 1,33$ , ou seja, o menor dos valores  $C_{pki}$  e  $C_{pks}$ , é superior a 1,33, e considera-se ainda que o processo tem a sua média centrada no valor nominal quando  $C_{pki}$  é igual a  $C_{pks}$ .

Um dos aspectos do estudo da capacidade do processo é comparar a sua variabilidade com a amplitude da especificação. A Figura 3.10 esquematiza como a variabilidade influencia a capacidade do processo



**Figura 3.10** - Capacidade do Processo (Adaptado de Oakland(2008)).

A capacidade de um processo é obtida por meio da análise da relação existente entre os níveis de variabilidade do processo e as exigências de especificação, revelando a uniformidade do processo. A capacidade diz respeito ao que o processo é capaz de realizar. Caso se verifique que um processo está livre de causas especiais de variação, ou seja, sob controlo estatístico, e que o mesmo apresenta os índices de capacidade potencial e de capacidade superiores a 1,33, pode-se daí retirar conclusões sobre os parâmetros do mesmo e prosseguir com a aplicação do SPC, nomeadamente com a Fase 2.



## **Capítulo 4 - Aplicação**

## **4. Estudo de Caso**

### **4.1 Introdução**

Neste capítulo será desenvolvida a aplicação prática tendo por base os dados recolhidos, e os conceitos e metodologias apresentadas nos capítulos 2 e 3.

O estudo foi realizado em dois momentos diferentes, numa fase inicial fez-se a análise da água recolhida na ETA e posteriormente nas torneiras dos consumidores, tendo em vista a análise específica das características: Turbidez e Cloro Residual. Neste estudo foi também possível, analisar eventuais causas especiais e comuns verificadas durante o transporte da água através dos tubos de distribuição da ETA até às torneiras dos consumidores.

O principal objectivo deste estudo consistiu em definir e implementar uma metodologia adequada, para a diminuição da variabilidade e melhoria da qualidade da água consumida na cidade do Lubango - Angola.

### **4.2 Recolha dos dados**

As cartas de controlo baseiam-se numa recolha de dados de acordo com os subgrupos (amostras), denominação dada por Shewhart. Ou seja, as amostras são seleccionadas com o objectivo de maximizar a probabilidade de detectar as diferenças entre subgrupos, e minimizar a probabilidade de detectar diferenças dentro do próprio subgrupo. Os dados apresentados nas tabelas em **anexo I** foram recolhidos a partir das fontes de captação, tratamento e distribuição, durante os meses de Dezembro de 2015 a Janeiro de 2016 num intervalo de tempo de 24 horas durante trinta dias.

Para a recolha dos dados vamos centrar-nos no reservatório de tratamento com o cloro residual e nas diferentes torneiras dos consumidores.

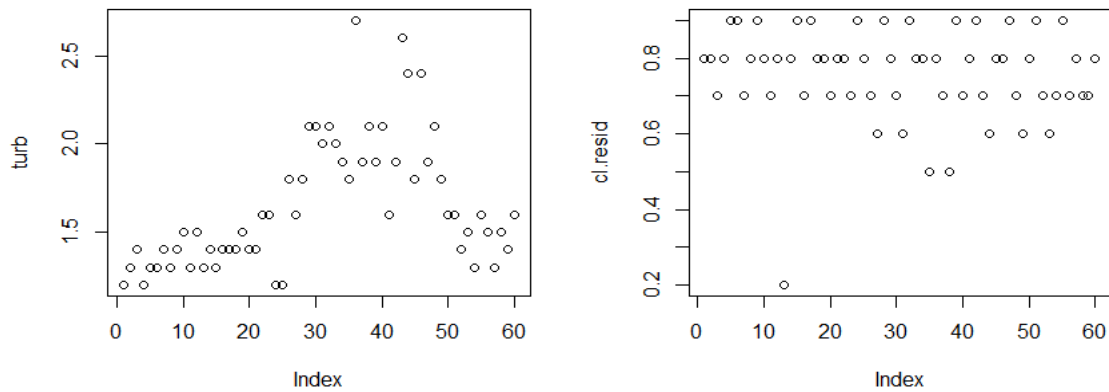
A dimensão da amostra deve ser a maior possível, pois torna mais fácil a deteção da ocorrência de pequenas alterações no processo. No presente estudo foram recolhidas 60 amostras a partir dos reservatórios e 60 amostras a partir das torneiras do consumidor.

### **4.3 Análise e tratamento dos dados**

Para a realização da análise univariadas dos dados monitorizados da qualidade de água, foram adoptadas duas estratégias de avaliação. Na primeira estratégia de avaliação, fez-se a análise da água a partir dos reservatórios nos quais são realizados os tratamentos, e na segunda, a análise a partir das torneiras dos consumidores.

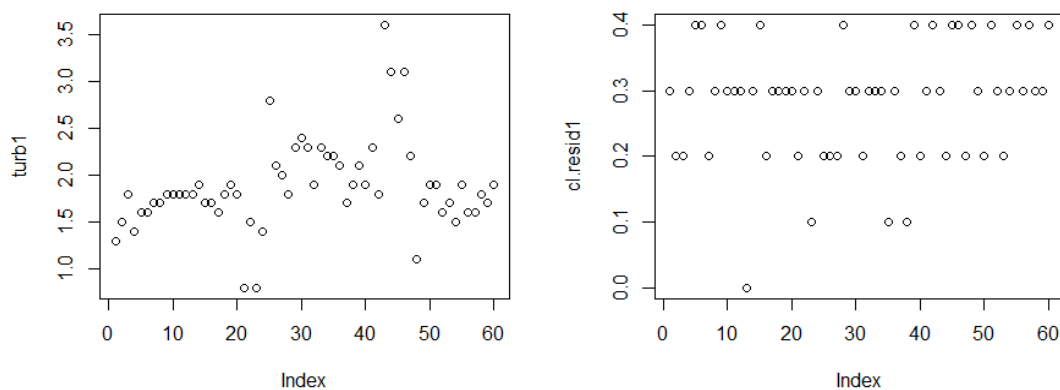
### 4.3.1 Normalidade e função de autocorrelação

Para utilizar as cartas de controlo é necessário que as observações de interesse sejam independentes e normalmente distribuídas. (Costa, 2004; Montgomery, 2012; Samohyl, 2009). Nesta secção verificaremos os pressupostos em duas etapas, na primeira será feita uma análise gráfica da normalidade dos dados através gráficos Q-QPlot, tal como apresentados nas figuras 4.1 e 4.2, e em seguida será verificado se há autocorrelação entre as amostras através dos gráficos ACF e PACF. Para finalizar três gráficos serão apresentados para demonstrar a importância das verificações antes da utilização de uma carta de controlo.



**Figura 4.1 - Q - QPlot Dados dos Reservatórios**

Para complementar a verificação da normalidade através do gráfico Q-QPlot usou-se também o teste de teste Kolmogorov-Smirnov para os dados do reservatório (cloro residual e turbidez) tendo-se verificado os valores  $p$  0,00649 e 0,03105 respectivamente. Ao nível de significância de 5% conclui-se que os dados não apresentam uma distribuição normal.



**Figura 4.2 - Q-QPlot Dados das Torneiras**

Analogamente após a análise do gráfico Q-Q Plot não foi possível concluir com exactidão, se os dados são normalmente distribuídos, pelo que aplicou-se também neste caso, o teste de teste Kolmogorov-Smirnov para os dados das torneiras, tendo-se obtido os valores  $p$  do cloro residual e da turbidez: 0,00075 e 0,01339, respectivamente. De igual modo concluiu-se que os dados das torneiras não apresentam uma distribuição normal ao nível de significância de 5%.

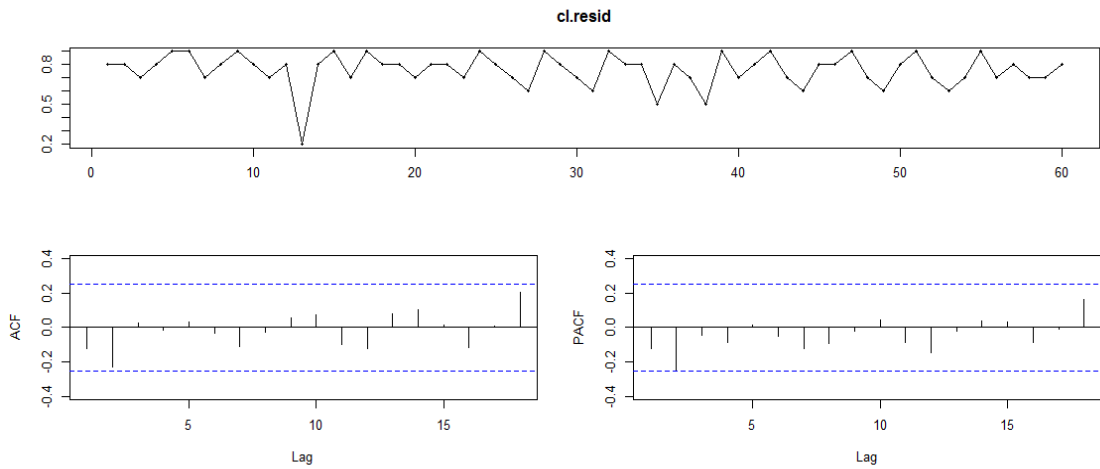
Com esta análise concluiu-se que, todos os testes de Kolmogorov-Smirnov apresentaram um valor  $p$  inferior a 0,05, indicando que os dados não apresentam uma distribuição normal. A seguir, é apresentado uma tabela com o resumo das características de cada dados recolhidos tanto dos centros de tratamentos e nas torneiras.

**Tabela 4.1 - Teste da Normalidade de Kolmogorov-Smirnov**

Teste da Normalidade de Kolmogorov-Smirnov					
	Dados	Média	Desvio Padrão	P-Value	KS
<b>Reservatórios</b>	Cloro Residual	0,7567	0,1254	0,0065	0,2185
	Turbidez	1,6483	0,3629	0,0311	0,1863
<b>Torneiras</b>	Cloro Residual	0,2833	0,0905	0,0008	0,2564
	Turbidez	1,8850	0,4822	0,0134	0,2043

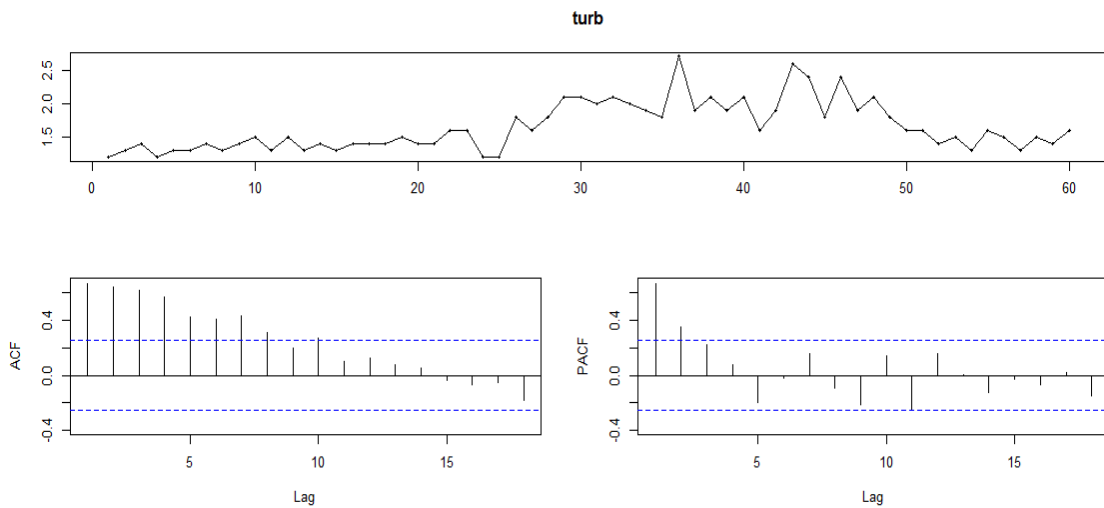
A função de autocorrelação, ou comumente chamada de *ACF* do inglês, ajuda-nos a caracterizar o desenvolvimento de  $Y_t$  ao longo do tempo. A *ACF* mostra-nos o quão forte o valor observado num dado instante está correlacionado com os valores observados no

passado. Além de ajudar-nos a descrever os dados, a *ACF* também nos ajuda a achar raízes unitárias, escolher modelos e fazer diagnósticos sobre regressões.



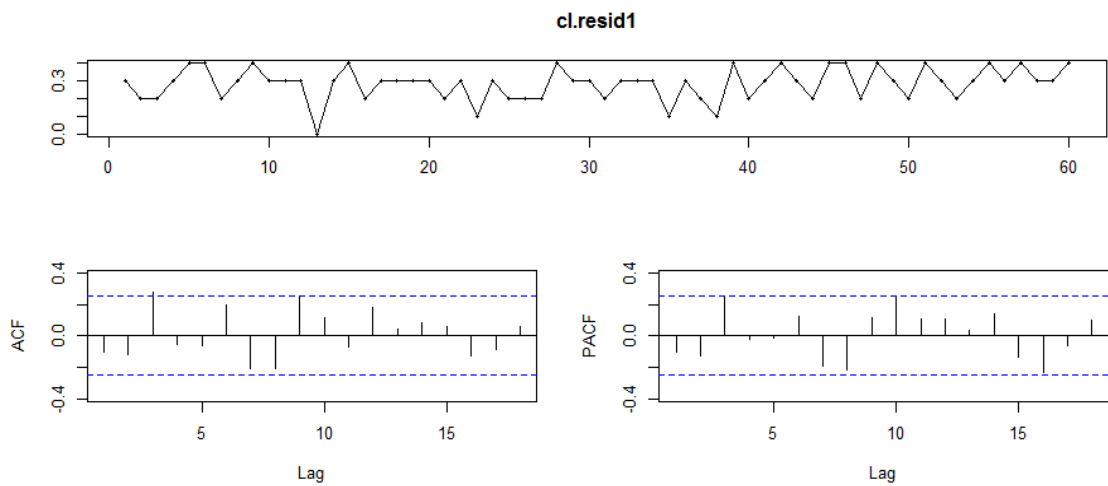
**Figura 4.3** - Gráfico ACF e PACF Dados do cloro (Reservatórios).

A figura 4.3, mostra-nos o gráfico temporal e a existência da autocorrelação dos dados do cloro residual dos reservatórios, apesar de moderada próxima de 0,3 (lag 0,4).



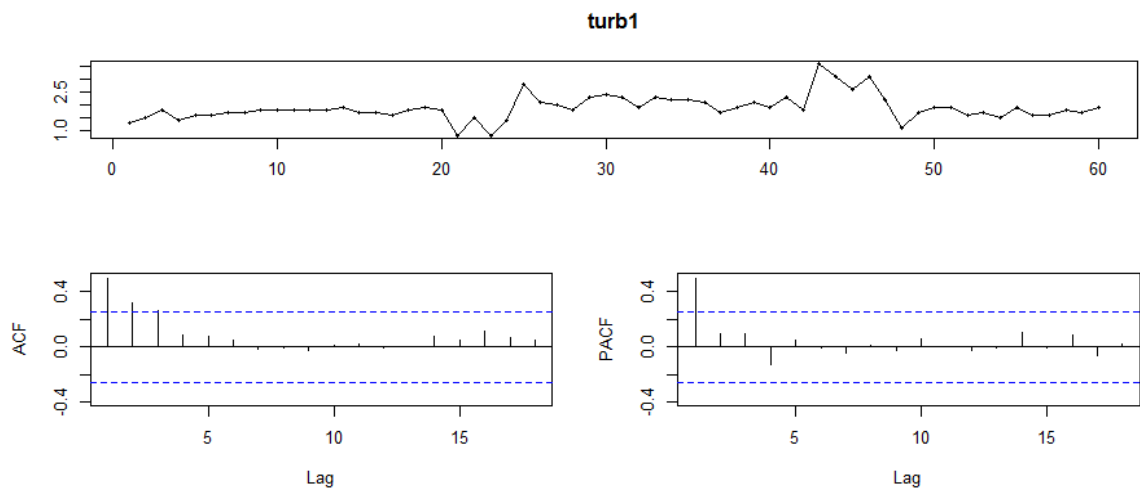
**Figura 4.4** - Gráfico ACF e PACF Dados da turbidez (Reservatórios).

A figura 4.4, mostra-nos o gráfico temporal e a existência da autocorrelação dos dados da turbidez dos reservatórios, próxima de 0,5 (lag 0,6).



**Figura 4.5** - Gráfico ACF e PACF Dados do cloro (Torneiras).

De modo análogo, fez-se análise dos dados das torneiras conforme a figura 4.5, mostra-nos o gráfico temporal e a existência da autocorrelação do cloro residual dos, apesar de moderada próxima de 0,3 (lag 0,4).

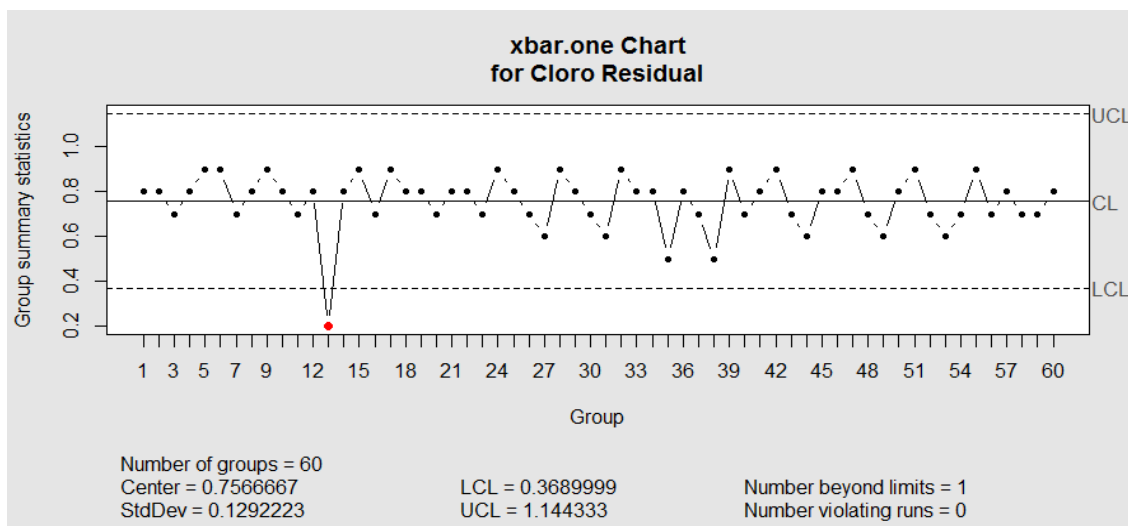


**Figura 4.6** - Gráfico ACF e PACF Dados da turbidez (Torneiras).

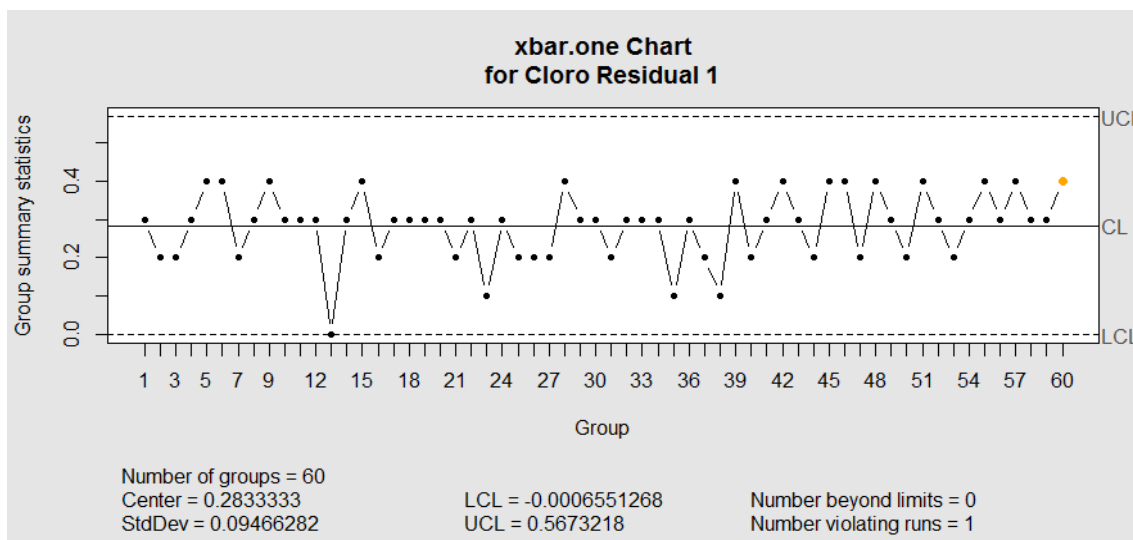
Finalmente figura 4.6 também mostra-nos que há autocorrelação entre os dados das torneiras quanto a turbidez de aproximadamente de 0,45 (lag 0,5).

Ao analisar as figuras acima referidas pode-se concluir que há a necessidade de um tratamento desses dados antes da utilização das cartas de controlo. Para comprovar a

importância da verificação das suposições, serão apresentadas as cartas de controlo sem um tratamento prévio dessas amostras, para que seja demonstrado a quantidade significativa de alarmes que são gerados figuras 4.7, 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12, 4.13, 4.14, 4.15, 4.16, 4.17 e 4.18:



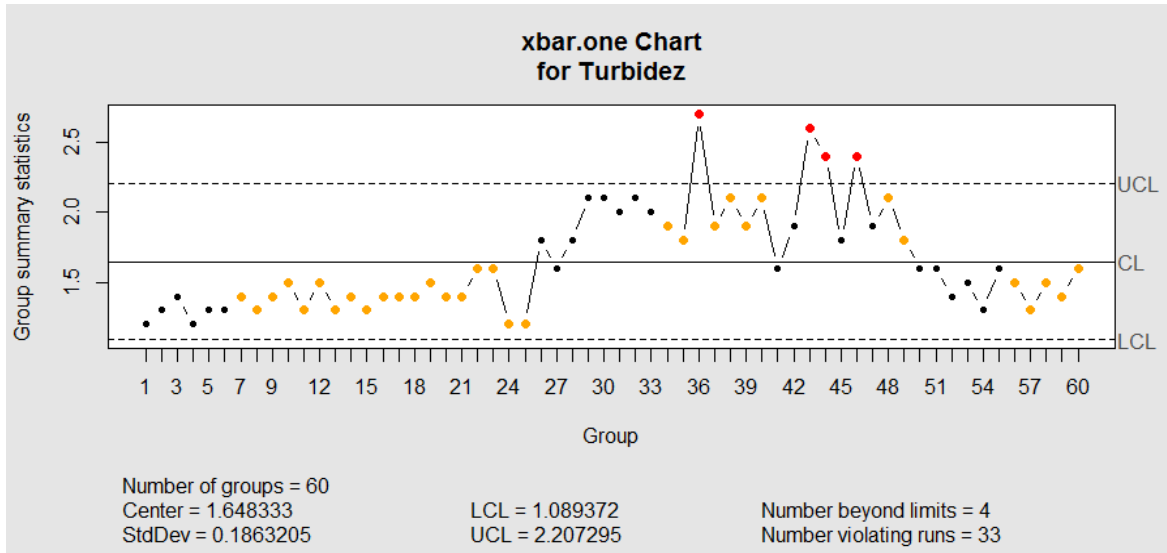
**Figura 4.7** - Cartas de Shewhart para Observações Individuas do cloro (Reservatórios).



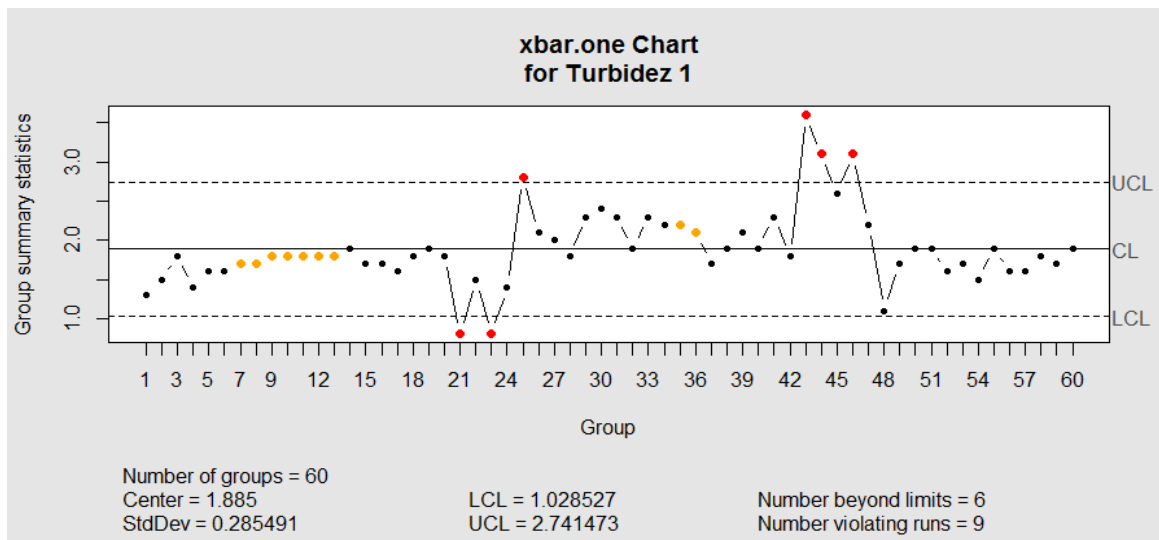
**Figura 4.8** - Cartas de controlo de Shewhart para Observações Individuas do cloro (Torneiras).

Analisando as figuras 4.7 e 4.8, verifica-se que há presença de um ponto fora dos limites de controlo nos dados do cloro residual dos reservatórios e quanto aos dados das torneiras apresentam muitas variação nos seus pontos. Conforme Montgomery (2012) um ponto fora

de controlo ou a sequência de quatro pontos em cinco possíveis consecutivos na zona B ou A ou do mesmo lado da linha central conforme as nossas figuras, indica que o processo está fora de controlo e é recomendada a imediata investigação.



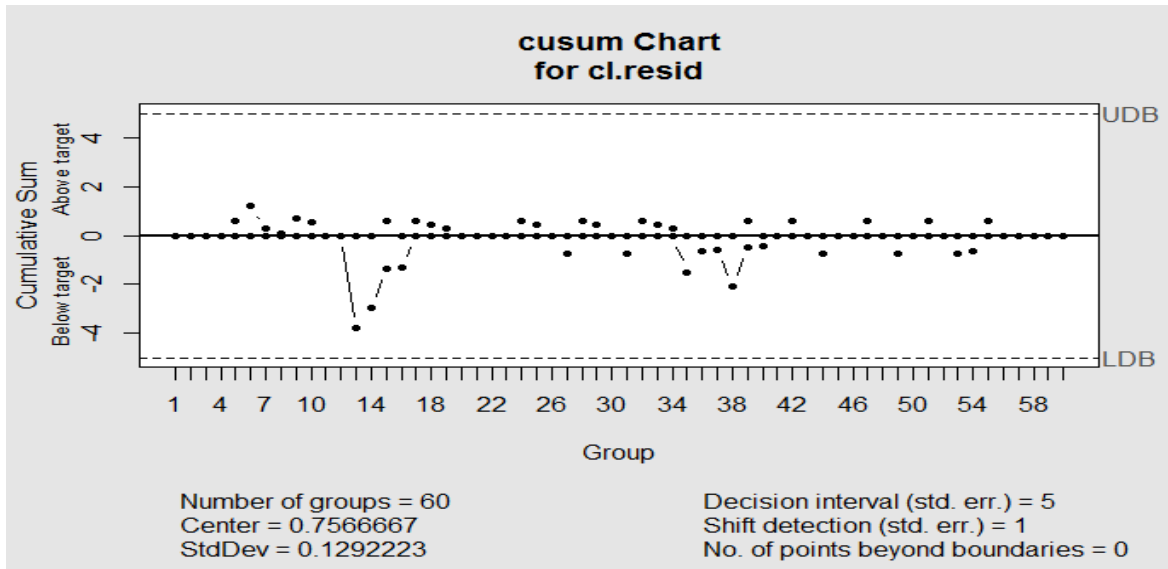
**Figura 4.9** - Cartas de controlo de Shewhart para Observações Individuais da turbidez (Reservatórios).



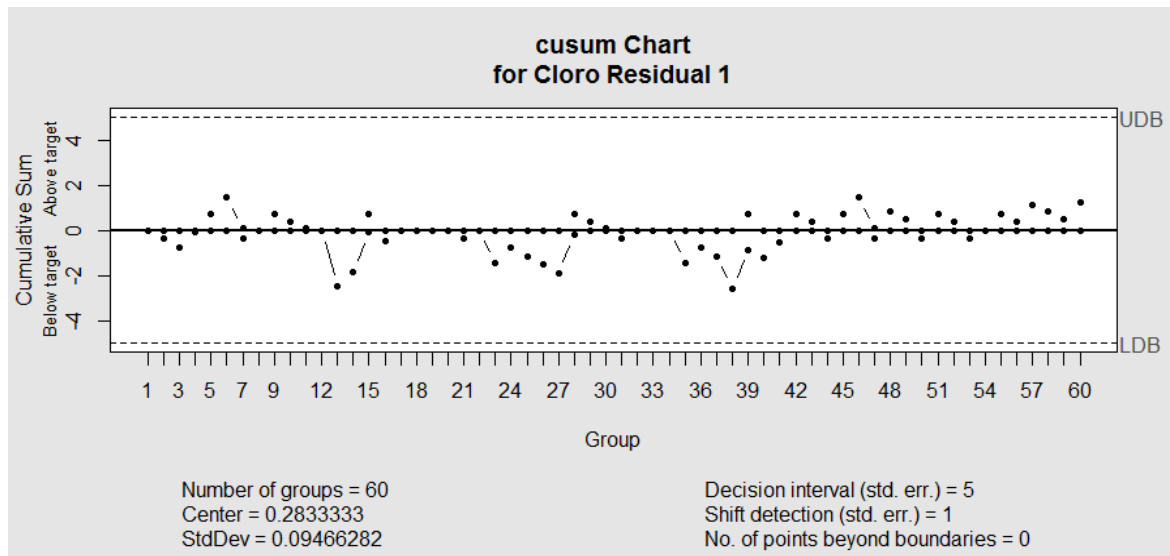
**Figura 4.10** - Cartas de controlo de Shewhart para Observações Individuas da turbidez (Torreiras).

De modo análogo, nas figuras 4.9 e 4.10, verifica-se que há presença de quatro pontos fora dos limites de controlo, para os dados da turbidez dos reservatórios e seis pontos fora dos limites de controlo dos dados da turbidez das torneiras, sendo quatro acima do limite superior e dois abaixo dos limites inferiores.

Aplicando as cartas de controlo para os dados do cloro residual e a turbidez na CUSUM e a EWMA, teremos:



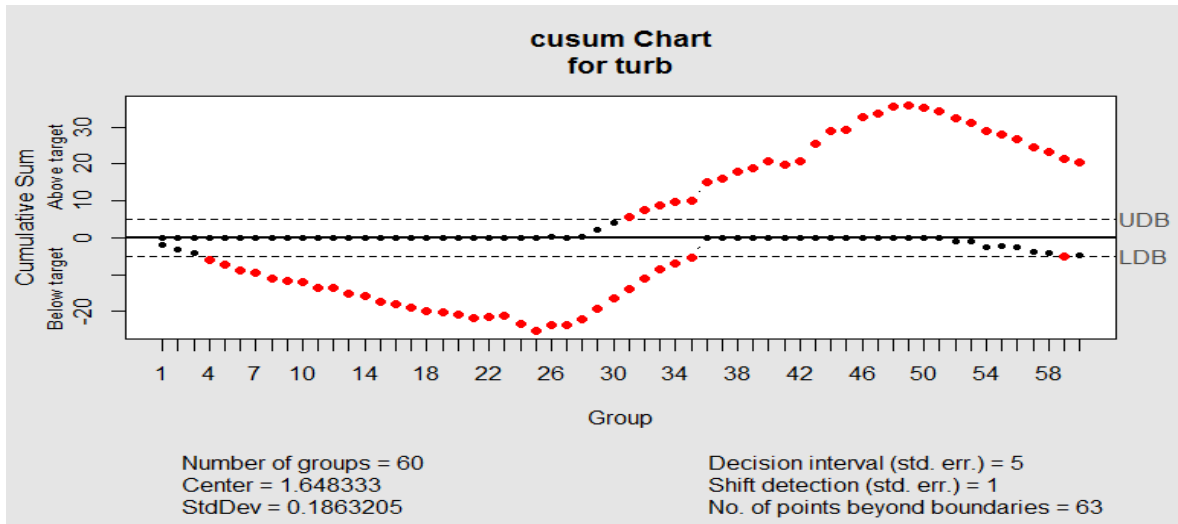
**Figura 4.11** - Cartas de controlo de CUSUM do cloro (Reservatórios).



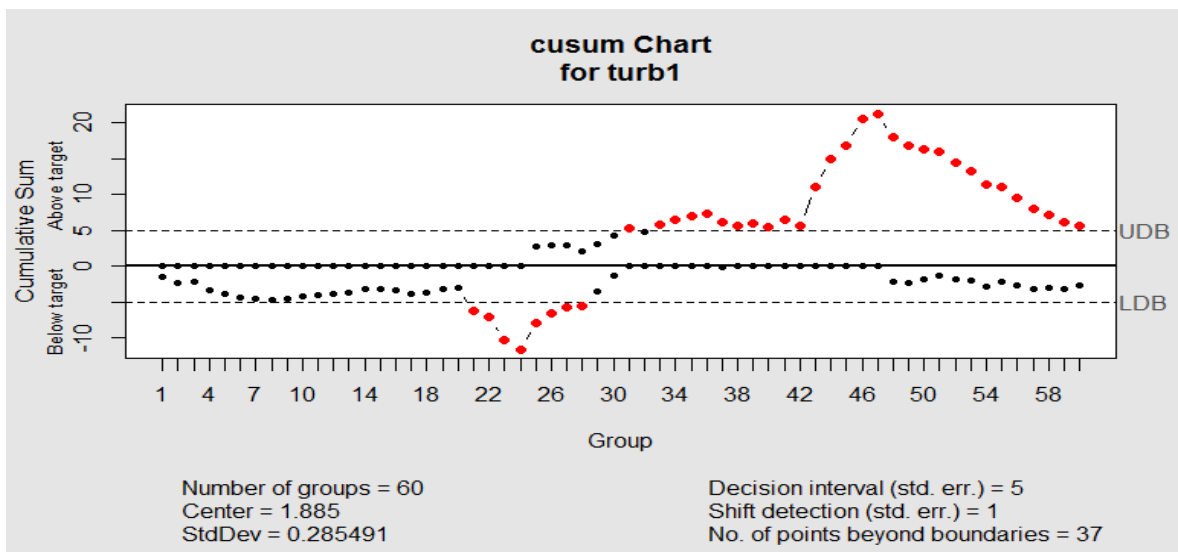
**Figura 4.12** - Cartas de controlo de CUSUM do cloro (Torneiras).

Nas figuras 4.11 e 4.12 verifica-se facilmente a sequência de pontos abaixo da linha média. Conforme Montgomery (2012) a sequência de seis pontos (regra 3) para os dados do reservatórios e a sequência de cinco pontos (regra 6) para os dados das torneiras, e algumas

variações ao longo do processo que indica que o mesmo está fora de controlo e é recomendada a imediata investigação.

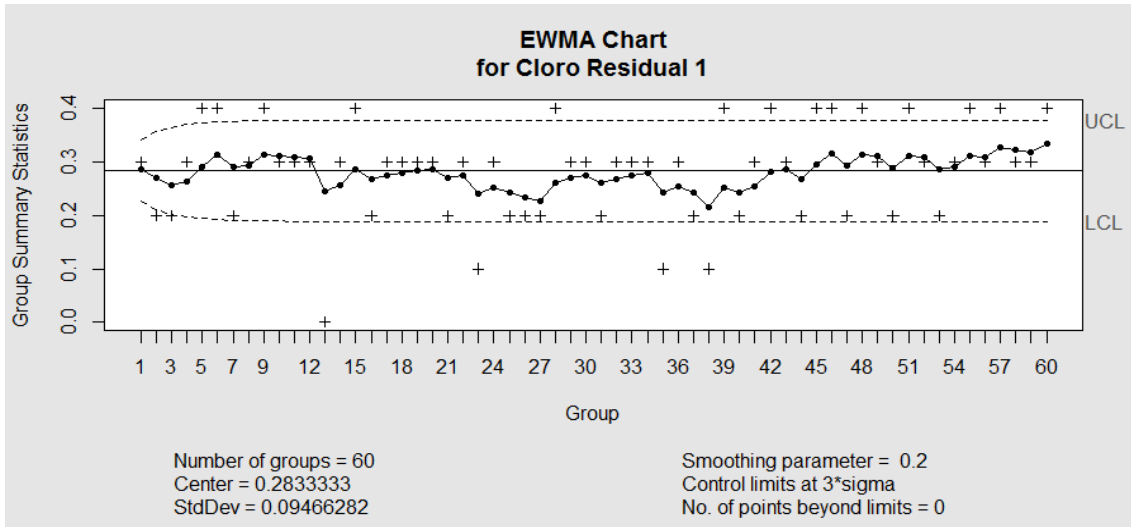


**Figura 4.13** - Cartas de controlo de CUSUM da turbidez (Reservatórios).

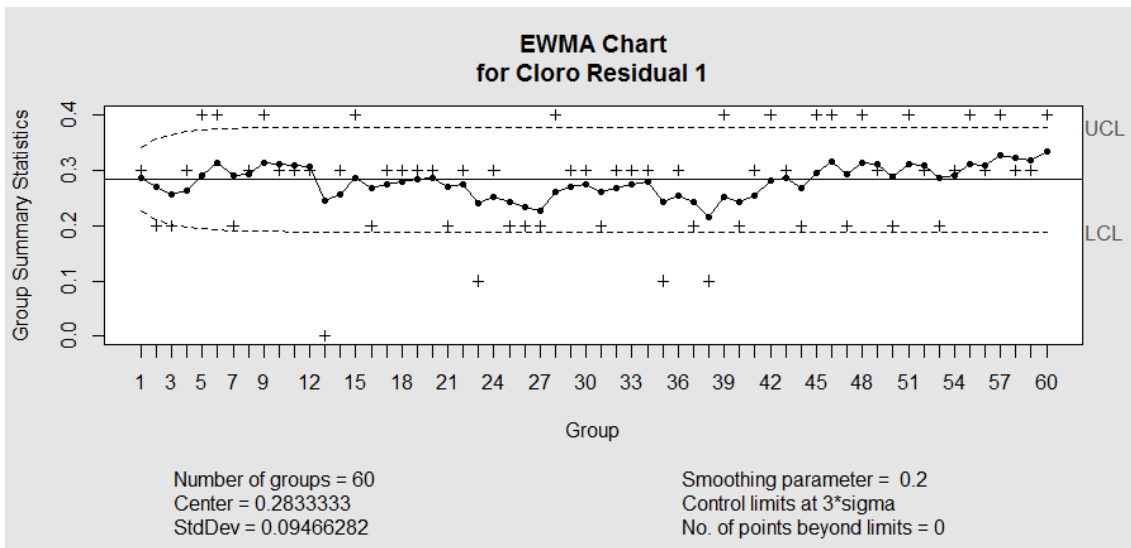


**Figura 4.14** - Cartas de controlo de CUSUM da turbidez (Torneiras).

Na Figura 4.13 e 4.14, verifica-se que quanto aos dados do reservatórios e das torneiras a turbidez apresenta vários pontos fora de controlo. Segundo Montgomery (2012) cumpre-se com a condição de qualquer ponto fora dos limites de controlo (regra 1), indica que o processo está fora de controlo e é recomendada a imediata investigação.

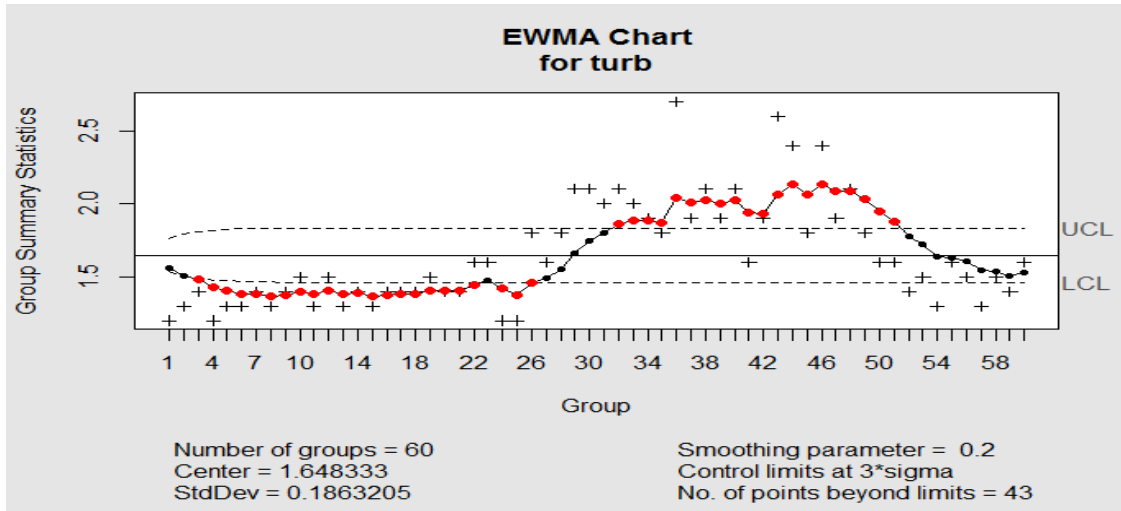


**Figura 4.15** - Cartas de controlo do cloro (Reservatórios).

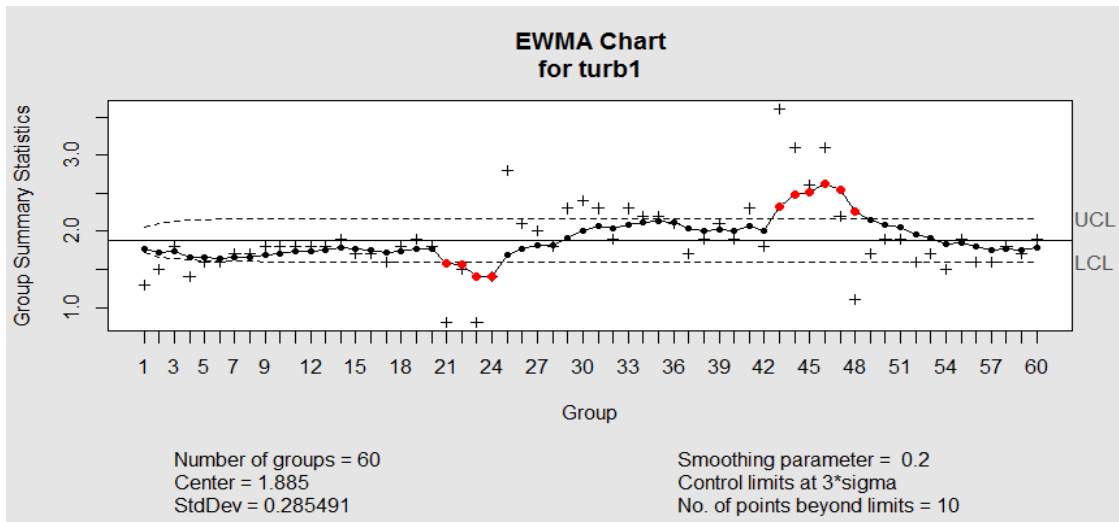


**Figura 4.16** - Cartas de controlo do cloro (Torreiras).

Nas figuras 4.15 e 4.16 verifica-se facilmente a sequência de pontos abaixo da linha média. Conforme Montgomery (2012) a sequência de catorze pontos (regra 7) para os dados do reservatórios e a sequência de nove pontos (regra 2) para os dados das torneiras, indica que o processo está fora de controlo e é recomendada a imediata investigação.



**Figura 4.17** - Cartas de controlo da turbidez (Reservatórios).



**Figura 4.18** - Cartas de controlo da turbidez (Torneiras).

Na Figura 4.17 e 4.18, verifica-se que quanto aos dados do reservatórios e das torneiras a turbidez apresenta vários pontos fora de controlo. Segundo Montgomery (2012) cumpre-se com a condição de qualquer ponto fora dos limites de controlo (regra 1), indica que o processo está fora de controlo e é recomendada a imediata investigação. Podemos ver que nenhuma das observações do cloro residual em comparação com a turbidez ficaram fora dos limites de controle, mas temos uma indicação de o processo não está em controlo, visto que apresenta variações nas sequencias seus pontos apresentados.

### 4.3.2 ARIMA

Como pode ser visualizado no subtema 3.8.2.1, os dados são autocorrelacionados. Neste subtema, os dados originais receberão um tratamento para que a autocorrelação seja removida, através de um modelo ARIMA, que gerará um resíduo, e em seguida serão verificadas as suposições de normalidade e autocorrelação para poder então aplicar as cartas de controlo e propor uma solução para o monitorização do Cloro Residual e da Turbidez da Água consumida na cidade do Lubango/Huila.

Para a definição do modelo de ARIMA utilizaremos o software R com auxílio do pacote *Forecast* (Hyndmann, 2008), no qual o próprio programa escolhe o melhor modelo para os dados apresentados de acordo com o menor AIC (*Akaike Information Criteria*) encontrados, para os menores valores de AIC é considerado o melhor modelo de ARIMA. Para os erros padrões estimados de 0,01529 com um *log likelihood* de 40,27 para o ajuste do modelo residual do Cloro Residual e da Turbidez para os dados dos Reservatórios. E quanto aos dados do ajuste residual das torneiras temos, para os menores valores de AIC é considerado o melhor modelo de ARIMA. Para os erros padrões estimados de 0,008045 com um *log likelihood* de 59,55 para o Cloro Residual e da Turbidez.

O AIC é um critério de selecção de modelos que permite que a decisão seja feita baseando-se entre a redução na soma do quadrado dos resíduos estimados e um modelo mais económico. Segundo Hyndmann et al., (2002), quanto menor o AIC, melhor o ajustamento do modelo.

Com a escolha do modelo feita, são geradas as medidas de erro e os resíduos do processo para os dados dos reservatórios e das torneiras, conforme podemos observar nas tabelas 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5.

**Tabela 4.2 - Erros Médios**

MEDIDAS DE ERROS	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
	3.873086e-18	0.1236694	0.09213332	100	100	0.6315589

**Tabela 4.3 - Erros Médios**

MEDIDAS DE ERROS	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
	2.317482e-19	0.08969164	0.06946407	100	100	0,6474049

Onde ME é o erro médio, RMSE é o erro médio quadrado, MAE é o erro médio absoluto, MPE é o erro percentual médio, MAPE é o erro percentual médio absoluto e MASE é o erro médio de escala absoluta.

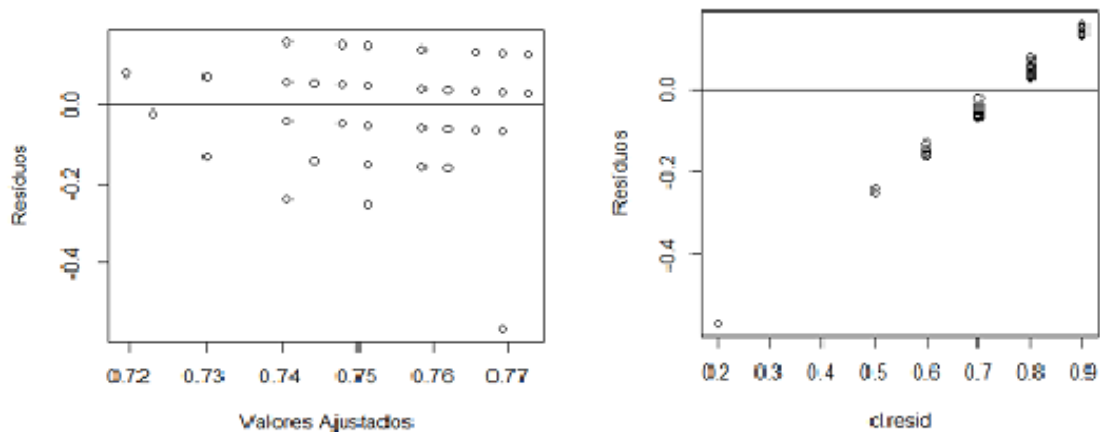
**Tabela 4.4 - Resíduos (Reservatórios)**

<b>Tabela de Resíduos</b>						
<b>Resíduo</b>	1	2	3	4	5	6
<b>Valor</b>	0.02750381	0.03103456	-0.06543469	0.02750381	0.13103456	0.13103456
<b>Resíduo</b>	7	8	9	10	11	12
<b>Valor</b>	-0.06543469	0.03103456	0.13456531	0.03809606	-0.06896544	0.03809606
<b>Resíduo</b>	13	14	15	16	17	18
<b>Valor</b>	-0.56896544	0.03456531	0.13103456	-0.06543469	0.13456531	0.03456531
<b>Resíduo</b>	19	20	21	22	23	24
<b>Valor</b>	0.03809606	-0.06543469	0.03456531	0.04162680	-0.05837320	0.12750381
<b>Resíduo</b>	25	26	27	28	29	30
<b>Valor</b>	0.02750381	-0.05131170	-0.15837320	0.14868830	0.05928055	-0.04071945
<b>Resíduo</b>	31	32	33	34	35	36
<b>Valor</b>	-0.14425020	0.15928055	0.05574980	0.05221905	-0.25131170	0.08046505
<b>Resíduo</b>	37	38	39	40	41	42
<b>Valor</b>	-0.04778095	-0.24071945	0.15221905	-0.04071945	0.04162680	0.15221905
<b>Resíduo</b>	43	44	45	46	47	48
<b>Valor</b>	-0.02306570	-0.13012720	0.04868830	0.06987280	0.15221905	-0.04071945
<b>Resíduo</b>	49	50	51	52	53	54
<b>Valor</b>	-0.15131170	0.04162680	0.14162680	-0.06543469	-0.16190394	-0.06896544
<b>Resíduo</b>	55	56	57	58	59	60
<b>Valor</b>	0.14162680	-0.06190394	0.03103456	-0.06190394	-0.06543469	0.04162680

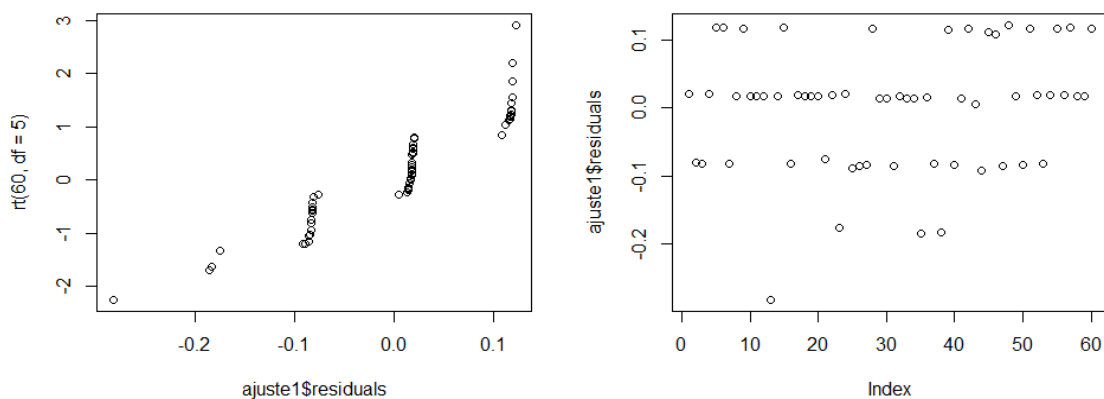
**Tabela 4.5 - Resíduos (Torneiras)**

<b>Tabela de Resíduos</b>						
<b>Resíduo</b>	1	2	3	4	5	6
<b>Valor</b>	0.020718356	-0.080666837	-0.082744626	0.020025760	0.118640567	0.118640567
<b>Resíduo</b>	7	8	9	10	11	12
<b>Valor</b>	-0.082052030	0.017947970	0.117255374	0.017255374	0.017255374	0.017255374
<b>Resíduo</b>	13	14	15	16	17	18
<b>Valor</b>	-0.282744626	0.016562777	0.117947970	-0.082052030	0.018640567	0.017255374
<b>Resíduo</b>	19	20	21	22	23	24
<b>Valor</b>	0.016562777	0.017255374	-0.075818661	0.019333163	-0.175818661	0.020025760
<b>Resíduo</b>	25	26	27	28	29	30
<b>Valor</b>	-0.089670591	-0.084822416	-0.084129819	0.117255374	0.013792391	0.013099795
<b>Resíduo</b>	31	32	33	34	35	36
<b>Valor</b>	-0.086207609	0.016562777	0.013792391	0.014484988	-0.185515012	0.015177584
<b>Resíduo</b>	37	38	39	40	41	42
<b>Valor</b>	-0.082052030	-0.183437223	0.115177584	-0.083437223	0.013792391	0.117255374
<b>Resíduo</b>	43	44	45	46	47	48
<b>Valor</b>	0.004788637	-0.091748381	0.111714602	0.108251619	-0.085515012	0.122103549
<b>Resíduo</b>	49	50	51	52	53	54
<b>Valor</b>	0.017947970	-0.083437223	0.116562777	0.018640567	-0.082052030	0.019333163
<b>Resíduo</b>	55	56	57	58	59	60
<b>Valor</b>	0.116562777	0.018640567	0.118640567	0.017255374	0.017947970	0.116562777

Na tabela 4.2 e 4.3 é importante destacar o erro percentual médio absoluto, esta medida é a média calculada pelo somatório da razão do erro (diferença do valor previsto e do observado) e o valor observado, tudo em termos absolutos.

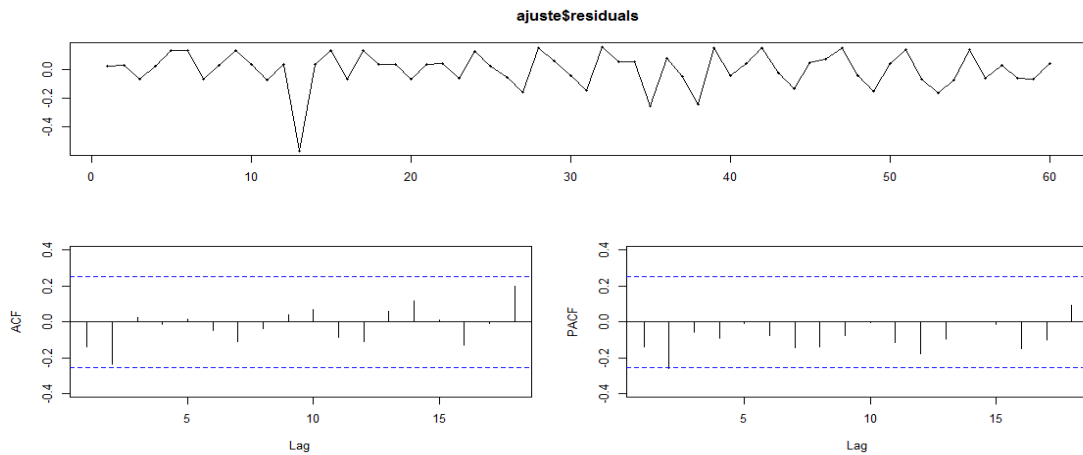


**Figura 4.19** - Gráficos para Análise dos Resíduos nos Reservatórios

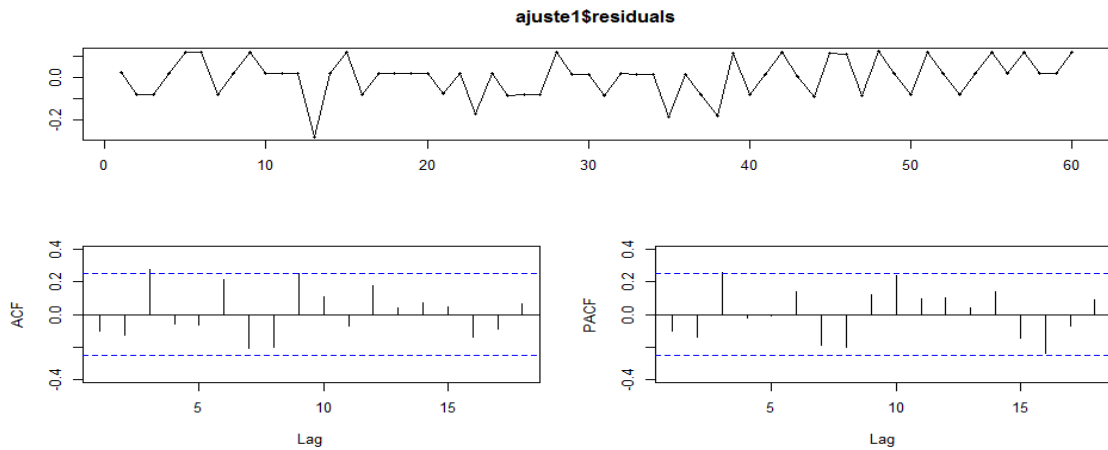


**Figura 4.20** - Gráficos para Análise dos Resíduos nas Torneiras

A análise dos resíduos nas Figuras 4.19 e 4.20 ajuda-nos a avaliar se as condições de homocedasticidade, normalidade e ausência de correlação entre erros foram satisfeitas. A normalidade é confirmada pelo Teste de Kolmogorov-Smirnov para os valores ajustados dos resíduos, cujo *valor p* é 0,0610 para os reservatórios e 0,0725 para as torneiras respectivamente, ou seja os *valor p* são em ambos os casos superiores a 0,05 logo, podemos concluir que os resíduos estão normalmente distribuídos.



**Figura 4.21** - Funções ACF e PACF Resíduos nos Reservatórios.

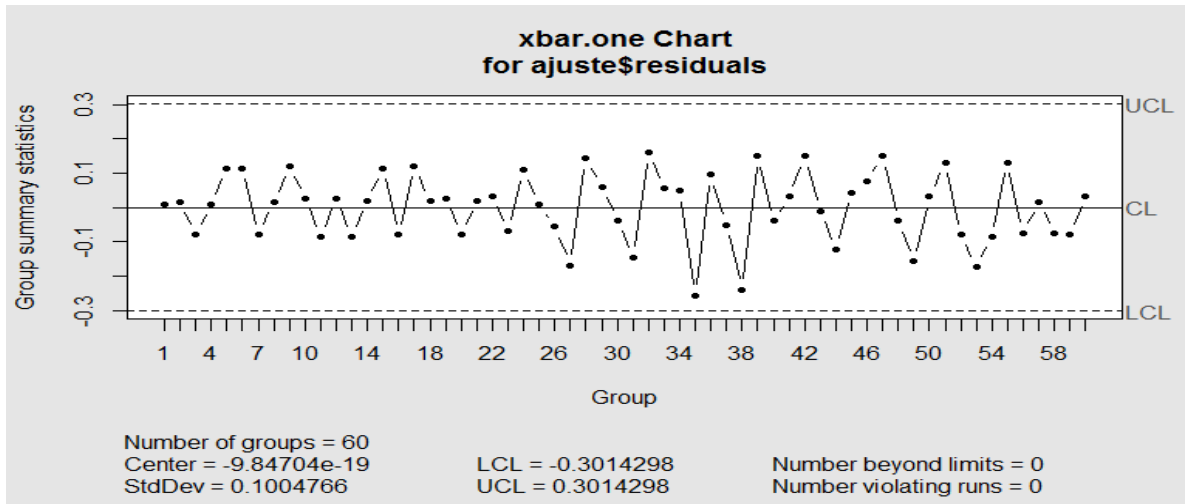


**Figura 4.22** - Funções ACF e PACF Resíduos nas Torneiras.

Analisando as figuras 4.21 e 4.22, verifica-se que a autocorrelação foi removida dos dados originais garantindo a independência deles. Com isso pode-se continuar o desenvolvimento do controlo estatístico de processo sem que os resultados sejam alterados pela quebra das suposições iniciais, isso será verificado nas secções a seguir.

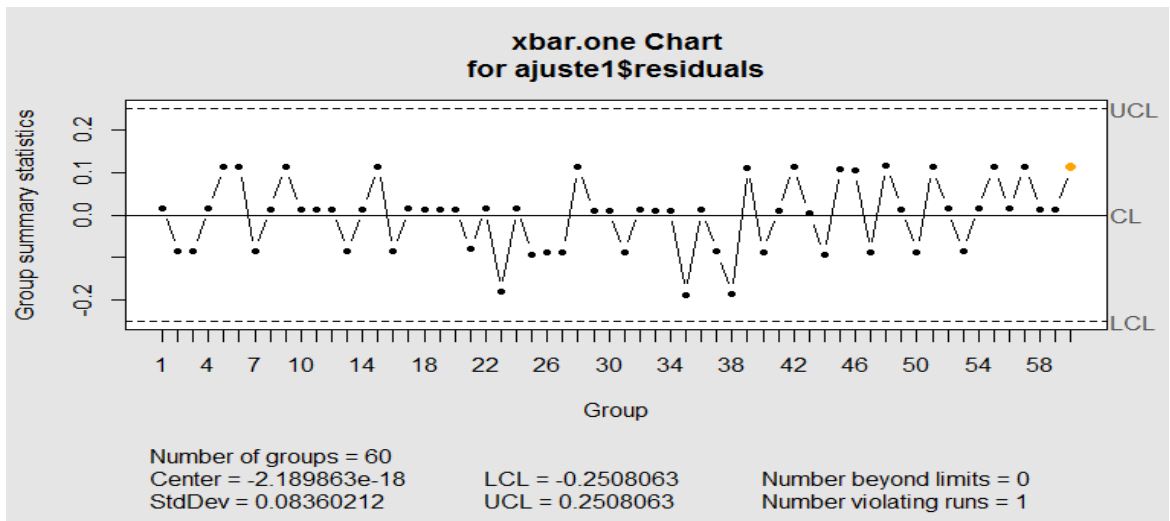
### 4.3.3 Cartas de Shewhart aplicado nos resíduos

Assim sendo com os dados sem autocorrelação podemos dar continuidade ao trabalho de monitorização da variável. Nesta secção o gráfico de Shewhart pode ser visto de acordo com as figuras 4.23 e 4.24, isto é, para os dados residuais dos reservatórios e das torneiras respectivamente.



**Figura 4.23** - Cartas de controlo de Shewhart para Observações Individuais Resíduos nos Reservatórios.

A figura 4.23 mostra que os resíduos tem média em  $-9.84704e-19$ , o desvio padrão é de  $0,1004766$  e os limites de controlo inferior e superior são  $-0,3014298$  e  $0,3014298$  respectivamente.



**Figura 4.24** - Cartas de controlo de Shewhart para Observações Individuais Resíduos nas Torneiras.

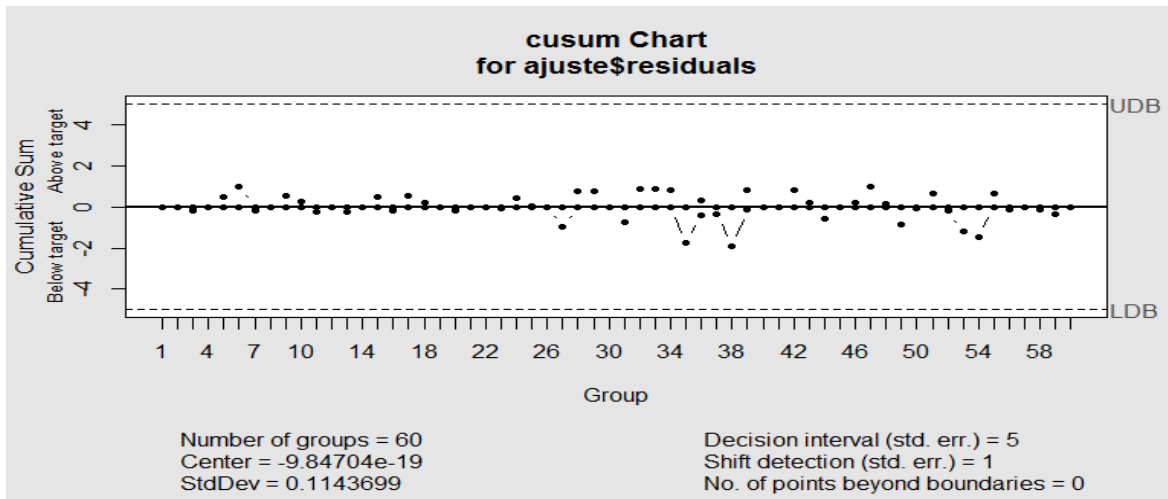
A figura 4.24 mostra que os resíduos tem média em  $-2,189863e-18$ , o desvio padrão é de  $0,08360212$  e os limites de controlo inferior e superior são  $-0,2508063$  e  $0,2508063$  respectivamente.

Podemos observar, que processo está completamente sobre controlo estatístico contrariamente ao primeiro caso quando foram obtidas as cartas sem levar em consideração a normalidade dos dados e a autocorrelação entre eles. Assim, com o processo controlado

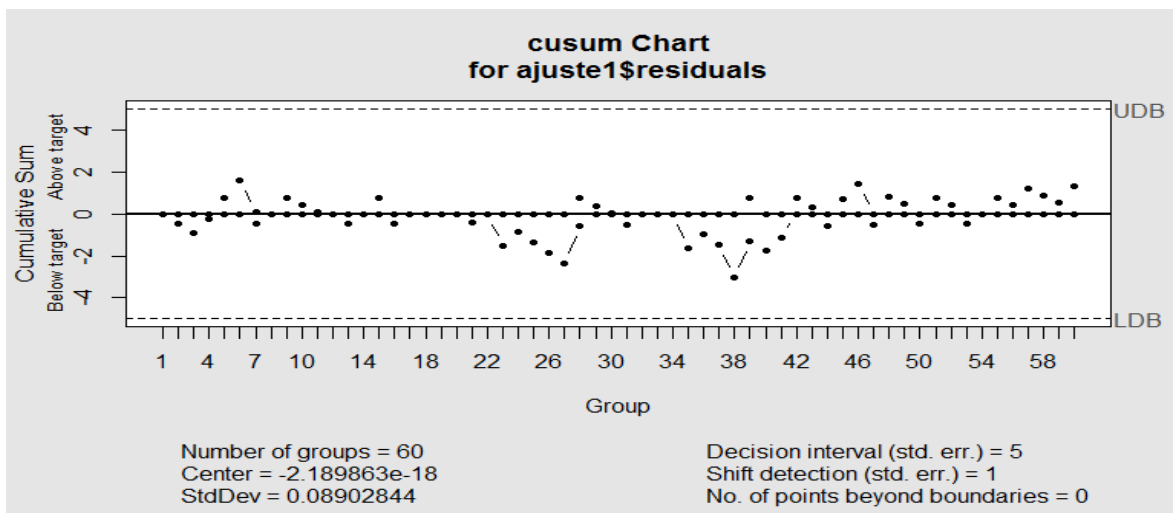
os limites de controlo gerado pelo processo serão fixados, para fazer o monitoramento dos dados seguintes.

#### 4.3.4 Cartas do CUSUM aplicado aos resíduos

Da mesma forma tal como foi feito com a carta de Shewhart, utilizaremos os resíduos gerados pelo modelo ARIMA para depois compararmos o desempenho entre as cartas e para poder indicar a melhor modelo para monitorizarmos a variável estudada.



**Figura 4.25** - Cartas de controlo de CUSUM Resíduos nos Reservatórios.



**Figura 4.26** - Cartas de controlo de CUSUM Resíduos nas Torneiras.

As figuras 4.25 e 4.26 representam CUSUM bilateral onde a linha superior monitorizada os aumentos do nível do cloro residual e a turbidez quanto a linha inferior mostra os decréscimos do mesmo.

### 4.3.5 Cartas EWMA aplicadas aos resíduos

Continuando a demonstração das cartas de controlo estatístico, nesta secção será mostrado como a carta de média móvel exponencialmente ponderada se comportará com a utilização dos resíduos, é importante salientar que tanto para a carta de Shewhart apresentaram pontos fora de controlo tanto para os reservatórios como para as torneiras, enquanto que as cartas da Soma Acumulada os resíduos se comportam-se muito bem não apresentando nenhum ponto fora de controlo, com isso podemos esperar que a carta da EWMA tenha um desempenho muito parecido ao da CUSUM. Isso pode ser verificado nas figuras 4.27 e 4.28.

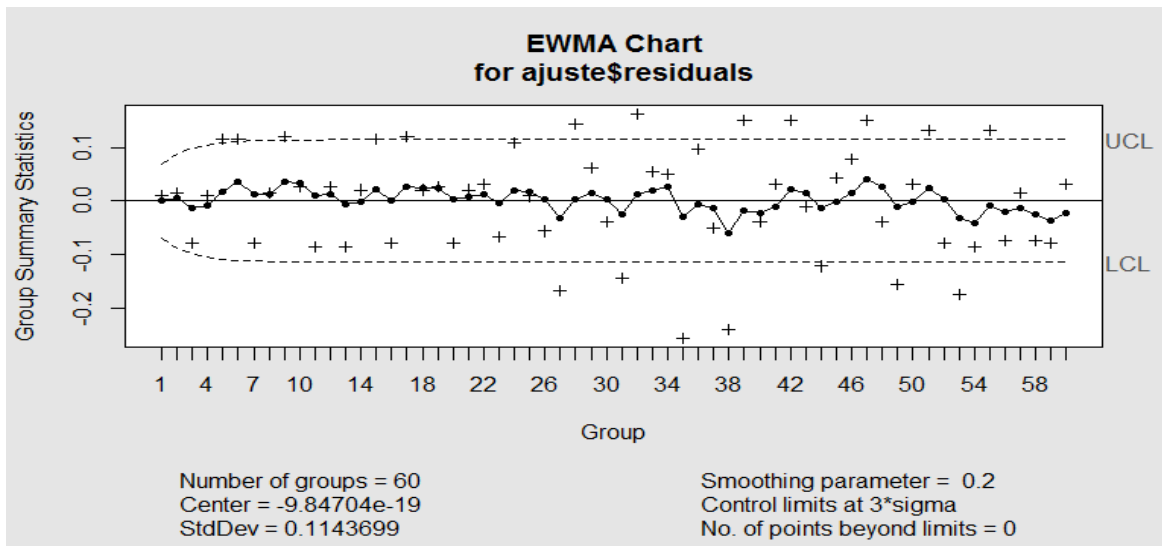
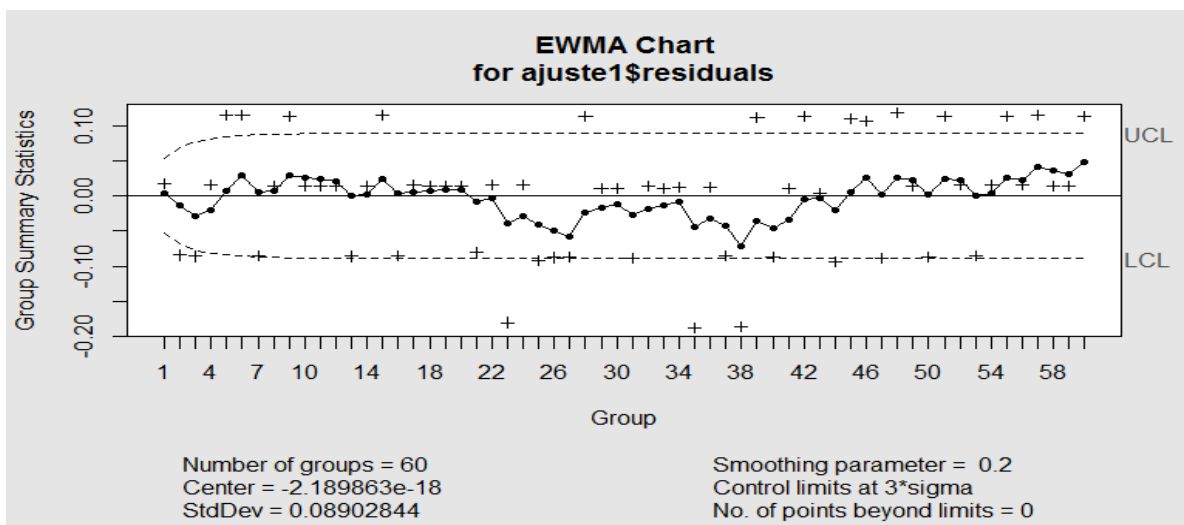


Figura 4.27 - Cartas de controlo de EWMA Resíduos nos Reservatórios.



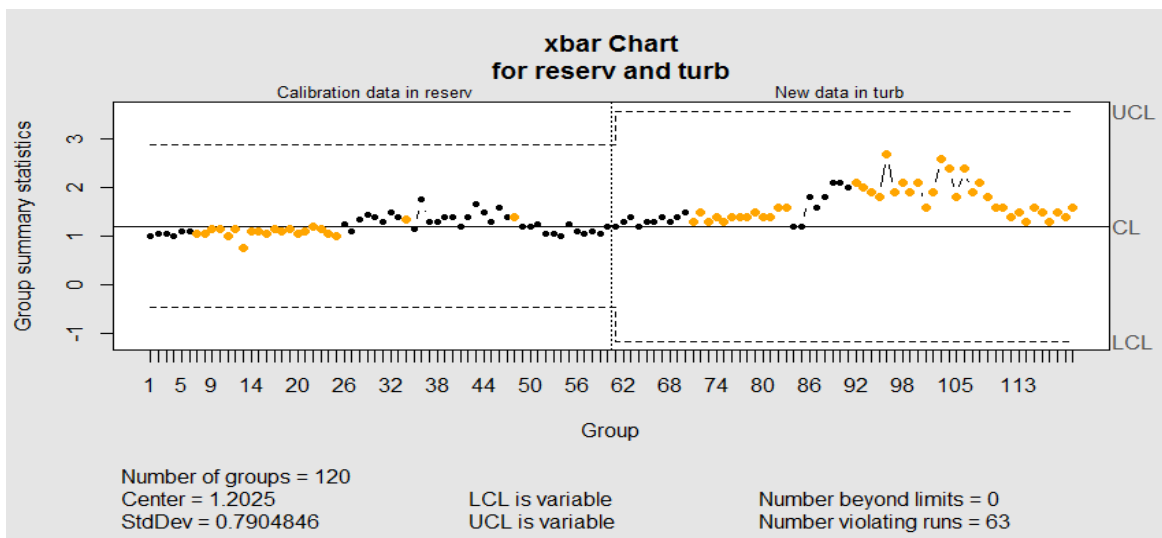
**Figura 4.28** - Cartas de controlo de EWMA Resíduos nas Torneiras.

Como esperado a carta da média móvel exponencialmente ponderada comportou-se da mesma forma como as cartas CUSUM e da mesma forma serão fixados os limites de controlo para que os próximos resíduos sejam monitorizados com a mesma carta.

#### 4.4 Resultados

##### 4.4.1 Monitorização estatística do processo

Com a definição dos limites de controlo nos subtemas anteriores, utilizaremos os mesmos, para realizar monitorização estatística do processo e analisar os resultados. Neste subtema será monitorizada a carta de controlo para dados subsequentes, mais especificamente dos reservatórios. Nas figuras 4.29, 4.30, 4.31, 4.32, 4.33 e 4.34 é possível verificar as cartas de Shewhart, CUSUM e EWMA divididas em duas partes, sendo a primeira parte com os dados sob controlo (fase 2) e a segunda parte com os dados fora de controlo, para a monitorização, lembrando que para todos os dados será utilizado o modelo de *ARIMA* (0,0,0) e serão aplicados as cartas aos resíduos do modelo.



**Figura 4.29** - Cartas de controlo de Shewhart para Observações Individuais Monitorização.

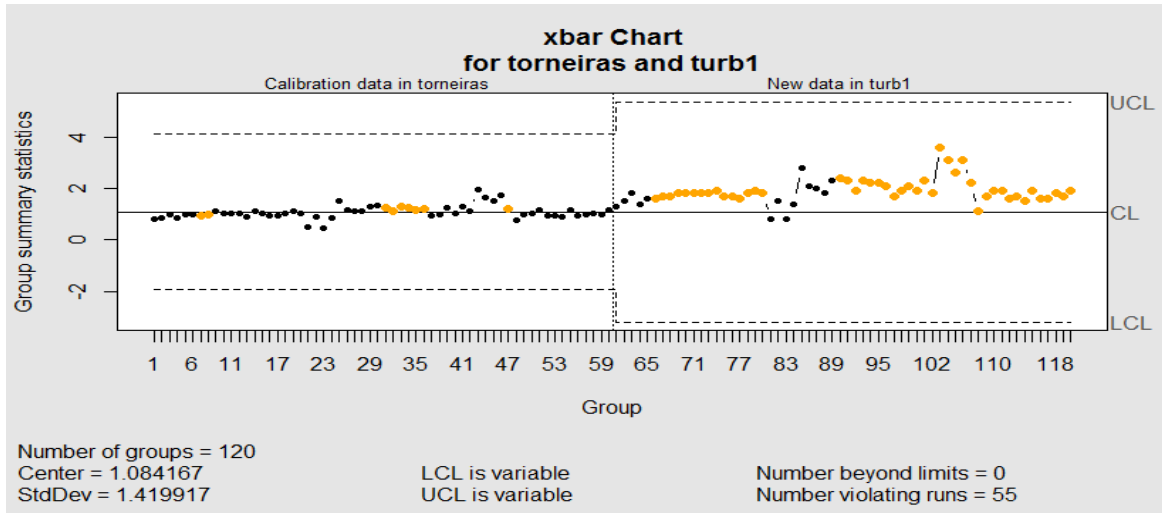


Figura 4.30 - Cartas de controlo de Shewhart para Observações Individuais Monitorização.

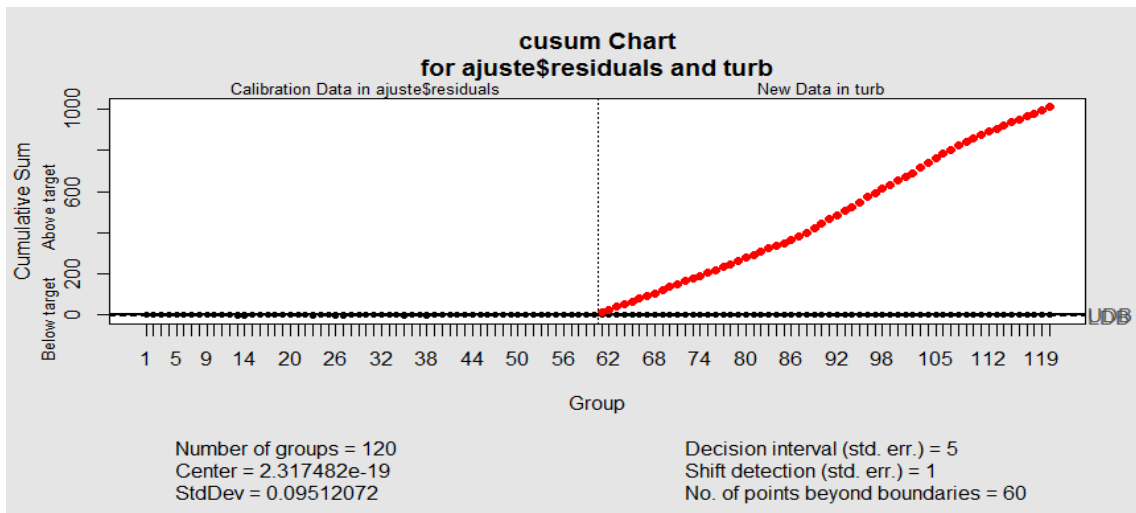


Figura 4.31 - Cartas de controlo de CUSUM Monitorização.

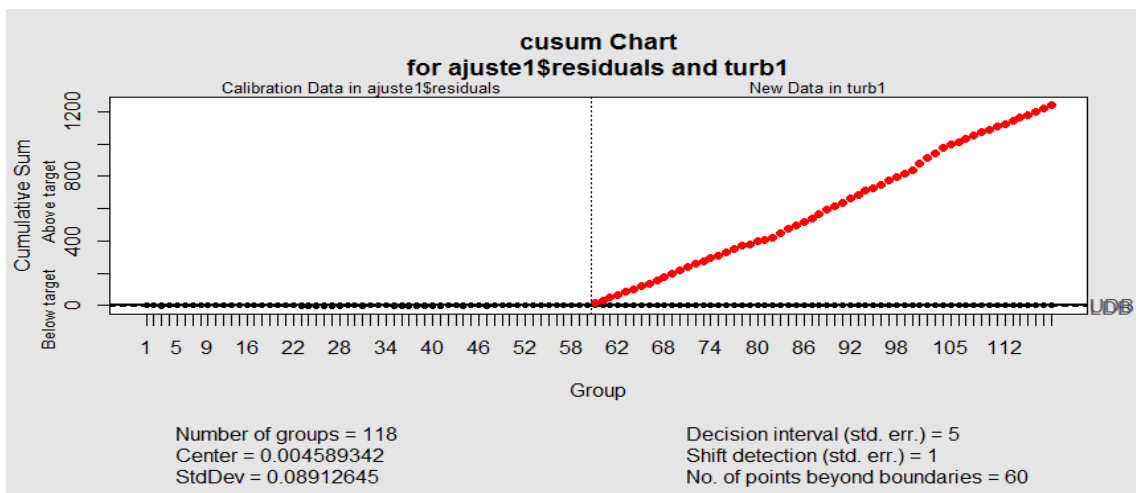
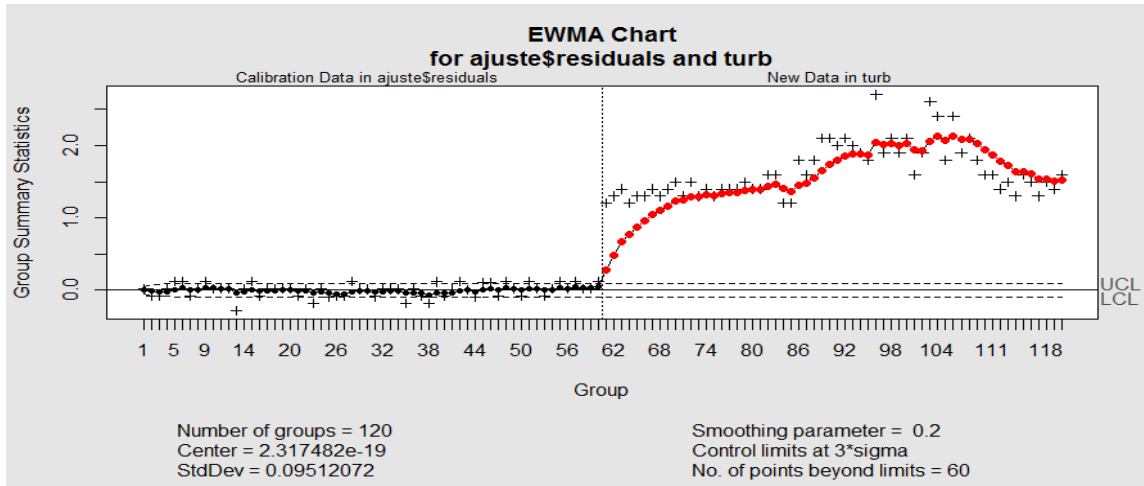
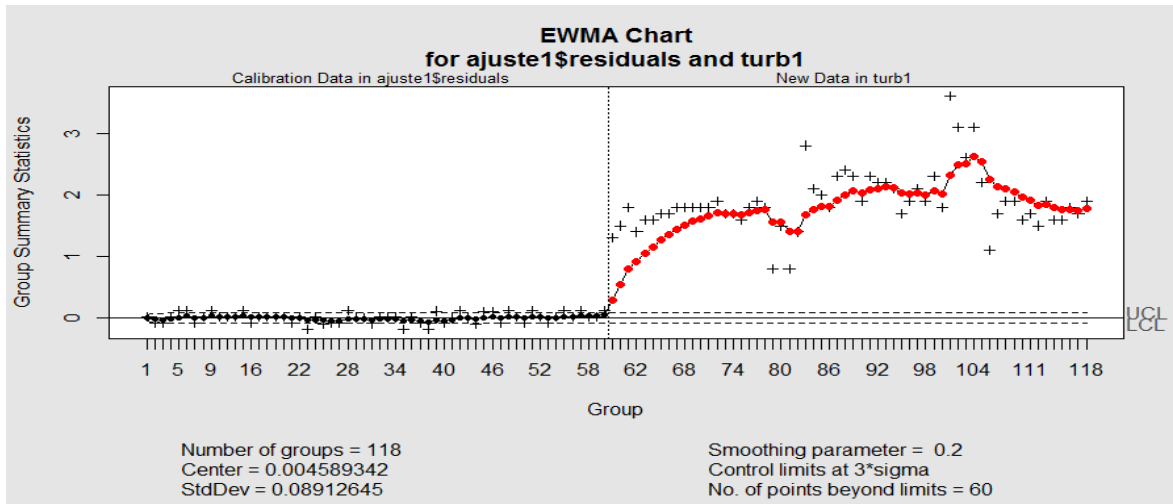


Figura 4.32 - Cartas de controlo de CUSUM Monitorização .



**Figura 4.33** - Cartas de controlo de EWMA Monitorização.



**Figura 4.34** - Cartas de controlo de EWMA Monitorização.

De acordo com as figuras 4.29, 4.30, 4.31, 4.32, 4.33 e 4.34 é possível diagnosticar que os dados subsequentes apontam que os dados não estão sob controlo estatístico.

As cartas mostram que as amostras dos reservatórios, estão acima do esperado, sendo que neste caso justifica-se uma investigação mais profunda, pois é possível visualizar que os dados caminham acima de zero e que esta amostra é discrepante em relação às outras.

Neste trabalho é importante salientar que a utilização de métodos de previsão, como, ARIMA, aplicação da carta de controlo estatístico aos resíduos, são muito avançados e eficazes, mas por outro lado para a aplicação do mesmo em algumas empresas que não necessitam um controlo estatístico rígido, dificilmente esses métodos são aplicados, pela

sua dificuldade de interpretação e a necessidade de pessoas especializadas para a aplicação e o estudo das cartas. Para as empresas, que não necessitam de um controlo estatístico rígido, é recomendável que utilizem métodos como limites de controlo alargados ou diminua a frequência de retirada de amostras, e isso fará com que a autocorrelação desapareça e a aplicação do CEP não será prejudicada. Além disso, a interpretação dos dados fica mais acessível e o cálculo das cartas também.

## **Capítulo 5 - Conclusões Finais e Recomendações**

## **5. Considerações finais e recomendações**

### **5.1 Considerações finais**

Neste trabalho foram apresentadas as ferramentas de controlo estatístico da qualidade que podem ser utilizadas de forma rotineira nas empresas de tratamento e distribuição de água. De referir que através do controlo directo com a empresa contactada, notou-se que não existe o hábito de aplicação de técnicas estatísticas para controlar a qualidade, apostando-se apenas em alguns controlos rotineiros.

O desenvolvimento e o uso adequado de técnicas estatísticas são fundamentais para uma empresa melhorar e manter a qualidade e produtividade. Montgomery (2012), apresentou o vínculo entre qualidade e produtividade afirmando não ser fácil atingir qualidade nos negócios em ambientes industriais modernos. Um aspecto significativo do problema é a constante evolução tecnológica. Quando surgem tais avanços, rapidamente, os novos estudos ou aplicações dos processos e métodos utilizados nos diversos ramos da indústria são usados com o objectivo de explorar vantagens competitivas.

As cartas de controlo de Shewhart, mostram-nos que quando os dados estão autocorrelacionados, não apresentam um bom desempenho por violarem um dos pressupostos fundamentais, podendo muitas vezes assinalar uma causa especial quando na verdade ela não existe.

Os resultados obtidos mostraram que a carta CUSUM consegue detectar rapidamente mudanças na média da característica de qualidade do processo estudado. Do ponto de vista económico a aplicação da carta de CUSUM é mais vantajosa, visto que será necessário um menor número de amostras para a detenção de mudança na média do processo.

Aplicou-se a autocorrelação porque geralmente as cartas de controlo costumam gerar alarmes falsos como já foi dito atrás, gerando viés na interpretação dos seus resultados e, conseqüentemente ocasionando um grande número de intervenções desnecessárias no processo.

Foi possível, a partir de dados reais da experimentação prática dos dois processos Reservatórios e Torneiras analisados, realizar um estudo comparativo do desempenho das cartas de Shewhart, CUSUM e EWMA para verificar a diferença significativa entre a utilização dessas cartas para detectar pequenas mudanças na média dos processos analisados.

A monitorização estatística da turbidez e do cloro residual da água potável proposto neste trabalho justifica-se pela preocupação actual com saneamento básico. Neste investimento de melhoria da qualidade da água estima-se que para cada kwanza investido possam ser economizados valores elevados na área da medicina para tratamento dos humanos, ou seja, ao detectarmos qualquer tipo de problema na água estaremos a prevenir doenças como a Cólera, a Disenteria amebiana, a Disenteria bacilar, a Febre tifoide e paratifoide, Gastroenterite, a Hepatite infecciosa e a Paralisia infantil. A Cólera, a febre tifoide e a paratifoide são as doenças mais frequentemente ocasionadas por águas contaminadas e penetram no organismo via cutâneo–mucosa como é o caso da via oral.

Foram comparadas diversas cartas, como o da média de Shewhart, da soma acumulada (CUSUM) e o da média móvel exponencialmente ponderada (EWMA). Assim mediante a comparação dos mesmos, pode-se recomendar o melhor método para monitorizar as variáveis do cloro residual e a turbidez numa estação de tratamento. Neste trabalho é enfatizado também, a importância da verificação dos pressupostos de normalidade e independência das amostras antes da utilização das cartas de controlo, e foi demonstrado como tratar os dados autocorrelacionados, com a utilização do modelo ARIMA.

Analisando os resultados obtidos a partir das cartas de Shewhart e CUSUM conclui-se que: A carta de Shewhart apesar de ter detectado alguns sinais fora de controlo depois de alguns pontos monitorizados na carta (momento em que a regra de decisão foi violada) não foi suficientemente sensível para sinalizar com maior precisão o momento da mudança no valor médio deste processo num tempo menor que a carta CUSUM.

A estatística EWMA é um modelo simples que produz bons resultados e sua utilização pode ser tão eficaz na previsão da monitorização dos processos.

Foi possível, comparar a sensibilidade existente entre as cartas de controlo de Shewhart, CUSUM e EWMA na detenção de pequenas mudanças no cloro residual e turbidez na água.

Entretanto, o seu uso requer que o pesquisador tenha um bom conhecimento teórico dos conceitos envolvidos.

Apesar das variações verificadas no processo de distribuição da água devido as causas comuns e especiais nas cartas de controlo (dados fora dos limites de controlo), a turbidez e o cloro residual mostraram que todas as observações em estudo encontram-se dentro dos

limites dos padrões de controlo de qualidade exigidos pela Organização Mundial da Saúde (OMS), ficando distante dos padrões mínimos e máximos tolerável.

A carta de controlo não identifica quais as causas especiais atuando no processo.

O *software* R versão 3.1.0 (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2014) com o auxílio do pacote *qcc* (Scrucca, 2004) específico para o controlo estatístico do processo, e o pacote *forecast* (Hyndmann e Khandakar, 2008) para ajuste do modelo ARIMA, mostraram-se muito eficazes na análise estatística do processo, e na detenção da variabilidade do processo.

A partir do *software* R, foi possível proceder à leitura dos dados, geração de gráficos e tabelas, realizar a análise dos resultados, otimizar o tempo gasto na realização das análises fora do programa, facilitando os cálculos e permitindo obter resultados precisos e confiáveis.

Neste estudo, controlámos os dados e percebemos que o processo dos dados da Boca da Humpata e Proteica, não está sob controlo estatístico, concluindo-se na carta que a variável monitorizada não verifica os requisitos necessários para a qualidade do processo.

De acordo com o que foi visto no capítulo 3, na verificação dos pressupostos, podemos concluir que os testes de normalidade e de independência das amostras são de grande importância para realizar o monitorização e o controlo estatístico do processo. No mesmo capítulo demonstrámos, através das cartas, que ao usarmos dados autocorrelacionados, o número de amostras que ficaram fora dos limites de controlo foram significativas ratificando a suposição de que as cartas de controlo não funcionam bem com esse tipo de problema.

A partir dos resultados obtidos das cartas de controlo foi possível verificar as seguintes causas especiais na distribuição da água:

Segundo os resultados obtidos nas torneiras, conclui-se que, os dois parâmetros estudados variam ao longo das redes de distribuição;

Em alguns casos as estruturas dos reservatórios, usados para o tratamento da água encontram-se em maus estados de higiene;

A falta de manutenção dos reservatórios, em tempos periódicos bem calendarizados;

A falta de formação continua e fiscalização constante nos trabalhadores da ETA durante a colocação do cloro residual nos diferentes reservatórios de distribuição;

Alguns tubos de distribuição encontram-se em estado obsoletos, devido ao longo tempo de uso, sendo necessário a sua substituição.

A metodologia utilizada permitiu definir dimensões da qualidade no processo de produção de água tratada referente à variável cloro residual e turbidez. Estes métodos foram utilizados para alcançar o objetivo principal, monitorizar o cloro residual e a turbidez da água tratada pela Empresa de Tratamento de Água Provincial da Huila atendendo aos limites de especificações estabelecido pela Organização Mundial da Saúde (OMS) e seus países membros na qual Angola faz parte.

## **5.2 Recomendações**

As recomendações para trabalhos de rotina e futuros para melhorar a qualidade da água consumida no município do Lubango/Huila estão alistadas de acordo com os itens abaixo:

- Melhorar a qualidade da água para a redução de varias doenças causadas pela má qualidade da água consumida principalmente dos chafarizes, onde aconselhamos fazer furos um pouco distante das residências, visto que, contribuem para má qualidade da água apresentadas nas tabelas em anexo;
- Realizar um acompanhamento estatístico durante um período completo de um ou mais anos, com auxilio dos dados anteriores para facilitar a identificação das causas especiais e comuns dos pontos fora de controlo;
- Demonstrar a importância da verificação dos pressupostos de autocorrelação e independência das amostras, nos estudos sobre a qualidade da água para o consumo humano;
- A empresa em estudo não faz análise semanal ou trimestral dos dados recolhidos de forma continua, pelo que, achamos ser necessário ter ou fazer parceria para estudos específico para o controlo estatístico do processo onde propormos o uso do *software R*;
- Incentivar os pesquisadores na escolha e utilização de forma adequada de programas de computador existentes para reduzir o esforço do usuário na implementação de estudos;
- Dar formação continua e fazer um acompanhamento constante aos trabalhadores da ETA, visto que, muitas das variações surgem nestes sectores;
- Notou-se também que as pequenas variações na qualidade da água são causadas pela falta de uma medida única e uniforme para o tratamento da água assim como, há falta de

manutenção em alguns equipamentos de distribuição que se encontram num estado obsoleto de uso;

- Como continuidade deste estudo, seria interessante divulgar cada vez mais essas técnicas de controlo de qualidade em Angola, o que possivelmente levaria aos investigadores um novo pensar dos seus estudos sobre o controlo dos processos, e algumas melhorias nos resultados de estudos há apresentar;
- Porém o CEP é uma ferramenta que auxilia os investigadores a melhorarem os processos de produção, ou seja, não tem participação ativa dentro do processo, para que ela tenha um desempenho satisfatório, os investigadores envolvidos devem agir ao receberem os alertas das cartas quando o processo está fora do controlo estatístico.
- Propormos a empresa da ETA, concernente a:
  - Uso de uma medida adequada e uniforme para o cloro residual;
  - Notou-se também que é necessário a mudanças de alguns tubos de distribuição por se encontrar num estado obsoleto para o uso;
  - Os reservatórios em estudo, necessitam de limpezas periódicas, visto que, algumas alterações na qualidade é devido a faltas destas limpezas.
- Dentro dos resultados encontrados, nos chafarizes periféricos da cidade propormos a empresa de Energia e Águas a eliminação dos mesmos visto que tem sido a causa de muitas doenças e mortes infantis e não só.
- Propor ao governo angolano, para aprovação de um diploma que regulamenta a qualidade da água para o consumo humano.

## **Bibliografia:**

- AGOSTINHO, I. A. L. (2011). Aplicação do Controlo Estatístico do Processo numa Indústria de Derivados de Tomate. Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia e Gestão Industrial - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa;
- ALVES, C. C. GRÁFICOS de CONTROLO CUSUM: um enfoque dinâmico para a análise estatística de processos. 2003. 119 f. Dissertação ( Mestrado em Engenharia de Produção);
- ARAUJO, N. G. A: Aplicação de gráficos de controle para monitoramento estatístico da turbidez da água potável. 2003. 119 f. Dissertação ( Mestrado em Engenharia de Produção e Sistema) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville-SC, 2010;
- AZEVEDO NETO, J. M.; RICHTER, C. A. Tratamento de água. Tecnologia actualizada;
- BOX, G. E., JENKINS, G. M., e REINSEL, G. C. (2008). Time Series Analysis - Forecasting and Control, 4ª Edição. New Jersey: John Wiley & Sons;
- CARVALHO, Paulo de Barros. Curso de direito tributário. 13a. ed., São Paulo : Saraiva, 2005;
- CRUZ, A. M. D. C. A.(2013). Utilização de cartas de controlo para monitorização em tempo real da qualidade da água numa rede de distribuição. Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia e Gestão Industrial - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa;
- D’AGUILA, PAULO; ROQUE, ODAIR; MIRANDA, CARLOS; FERREIRA, ALDO: Avaliação da qualidade de água e abastecimento público do Município de Nova Iguaçu. Rio de Janeiro,16 jul./set. 2000.Caderno de Saúde Pública .p. 791-798;

- DEMING, W. EDWARDS. *Qualidade: A Revolução da Administração*. 1ª Edição. Rio de Janeiro - RJ: Editora Marques Saraiva, 1990;
- DIXON, W. & CHISWELL, B. Review of aquatic monitoring program design. *Water Resources* , nº 30, p. 1935-1948, 1996;
- EDITORA EDGARD BLUCHER LTDA. SÃO PAULO, 1991: Organización Mundial De La Salud – OMS (1995), *Guías para la calidad del água potable*. Genebra: OMS, 195 p;
- FOLLADOR, F. A., BOAS, M. A., SCHOENHALS, M., HERMES, E., & RECH, C. (2012). Tabular CUSUM control charts of chemical variables applied to the control of surface water quality. *Engenharia Agrícola*, 32(5), 951–960;
- GILBERT, K. C.; KIRBY, K.; HILD, C. R. Charting Autocorrelated Data: Guidelines for Practitioners. *Quality Engineering*, 9(3), p. 367-382, 1997;
- HENNING, E.; WALTER, O.M.C.F.; SOUZA, N.S.S.; SAMOHYL, r.w. Um estudo para a aplicação de gráficos de controle estatístico de processo em indicadores de qualidade da água;
- HYNDMAN, R., & KOEHLER, A. (2006): Another look at measures of forecast accuracy. *International Journal of Forecasting*, 22(4), 679–688;
- HYNDMANN, R. J. FORECAST: forecasting functions for time series. R package version 2.16, 2011. URL: <http://CRAN.R-project.org/package=forecast>;
- JURAN JM. *A qualidade desde o projeto*. São Paulo: Pioneira, 1992. p.285;
- MINISTÉRIO da SAÚDE (2000). *Normas de Qualidade de Água Para o Consumo Humano*, Portaria 1469 de 20/12/2000, Brasil;
- MITAG, H.-J. E RINNE, H. (Chapman & Hall) *Statistical Methods of Quality Assurance*;
- MONTGOMERY, D. C: *Introdução ao controle estatístico da qualidade*. 4. ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2012;

- NONATO, E.A.; VIOLA, Z.G.G.; ALMEIDA, K.C.B.; SCHOR, H.H.R. Tratamento estatístico dos parâmetros da qualidade das águas da bacia do Alto Curso do Riodas Velhas. *Química Nova*, Vol. 30, Nº 4, p. 797-804, 2007;
- OAKLAND, J. S. (2007). *Statistical Process Control* (6th ed.). Butterworth-Heinemann;
- OAKLAND, J. S. (2007): *Statistical Process Control* (6th ed.). Butterworth-Heinemann;
- PARK, Su-Young; CHOI, Jung Hyun; WANG, Sookyun; PARK, Seok Soon. Design of a water quality monitoring network in a large river system using the genetic algorithm. *Ecological Modelling*, v. 199, n. , p. 289-297, Jul. 2006;
- PEREIRA, Z. L., & REQUEIJO, J. G. (2012): *Qualidade: Planeamento e Controlo Estatístico de Processos* (2.<sup>a</sup> edição). Fundação da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa;
- RODRIGUES, M. V. C.. *Ações para a qualidade: gestão estratégica e integrada para a melhoria dos processos na busca da qualidade e competitividade*. 3<sup>a</sup> Ed. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2010;
- SAMOHYL, R. W. . *Controle Estatístico de Qualidade*. 1. ed. São Paulo: Elsevier Campus, 2009. v. 1. 275 p;
- SINGH, Kunwar P.; MALIK, Amrita; MOHAN, Dinesh; SINHA, Sarita. Multivariate statistical techniques for the evaluation of spatial and temporal variations in water quality of Gomti River (India) – a case study. *Water Research*, n. 38, p. 3980-3992, 2004;
- TRINDADE, A. L. C: *Aplicação de técnicas estatísticas para avaliação de dados de monitoramento de qualidade das águas superficiais da porção mineira da bacia do rio São Francisco*, 2013. 119 f. Dissertação (Pós-graduação em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2013;
- WESTERNELECTRIC. (1956): *Statistical Quality Control Handbook*. Indianapolis: Western Electric Corporation.



## **Anexos**

**Tabela A1 - Reservatório Mapunda (A).**

<b>Dados Recolhidos da Reservatório Mapunda</b>						
<b>Data/Hora da colheita</b>		1	2	3	4	5
<b>1ª Semana 9/12/15 a 15/12/15</b>	Cloro Residual Livre	0.8	0.8	0.7	0.8	0.9
	Turvação	1.2	1.3	1.4	1.2	1.3
<b>2ª Semana 17/12/15 a 23/12/15</b>	Cloro Residual Livre	0.9	0.7	0.8	0.9	0.8
	Turvação	1.3	1.4	1.3	1.4	1.5
<b>3ª Semana 28/12/15 a 6/01/16</b>	Cloro Residual Livre	0.7	0.8	0.2	0.8	0.9
	Turvação	1.3	1.5	1.3	1.4	1.3
<b>4ª Semana 11/01/16 a 15/01/16</b>	Cloro Residual Livre	0.7	0.9	0.8	0.8	0.7
	Turvação	1.4	1.4	1.4	1.5	1.4

**Tabela A2 - Reservatório Boca da Humpata (B).**

<b>Dados Recolhidos da Reservatório Boca da Humpata</b>						
<b>Data/Hora da colheita</b>		1	2	3	4	5
<b>1ª Semana 10/12/15 a 16/12/15</b>	Cloro Residual Livre	0.8	0.8	0.7	0.9	0.8
	Turvação	1.4	1.6	1.6	1.2	1.2
<b>2ª Semana 17/12/15 a 23/12/15</b>	Cloro Residual Livre	0,7	0.6	0.9	0.8	0.7
	Turvação	1,8	1.6	1.8	2.1	2.1
<b>3ª Semana 28/12/15 a 6/01/16</b>	Cloro Residual Livre	0.6	0.9	0.8	0.8	0.5
	Turvação	2.0	2.1	2.0	1.9	1.8
<b>4ª Semana 11/01/16 a 15/01/16</b>	Cloro Residual Livre	0.8	0.7	0.5	0.9	0.7
	Turvação	2.7	1.9	2.1	1.9	2.1

**Tabela A3 - Reservatório da Proteica (C).**

<b>Dados Recolhidos da Reservatório da Proteica</b>						
<b>Data/Hora da colheita</b>		1	2	3	4	5
<b>1ª Semana 10/12/15 a 16/12/15</b>	Cloro Residual Livre	0.8	0.9	0.7	0.6	0.8
	Turvação	1.6	1.9	2.6	2.4	1.8
<b>2ª Semana 17/12/15 a 23/12/15</b>	Cloro Residual Livre	1.6	1.9	2.6	2.4	1.8
	Turvação	2.4	1.9	2.1	1.8	1.6
<b>3ª Semana 28/12/15 a 6/01/16</b>	Cloro Residual Livre	0.9	0.7	0.6	0.7	0.9
	Turvação	1.6	1.4	1.5	1.3	1.6
<b>4ª Semana 11/01/16 a 15/01/16</b>	Cloro Residual Livre	0.7	0.8	0.7	0.7	0.8
	Turvação	1.5	1.3	1.5	1.4	1.6

**Tabela A4 - Torneira do Bairro Hélder Neto (C).**

<b>Dados Recolhidos da Torneira Bairro Hélder Neto (Pediatria)</b>						
<b>Data/Hora da colheita</b>		1	2	3	4	5
<b>1ª Semana 10/12/15 a 16/12/15</b>	Cloro Residual Livre	0.3	0.2	0.2	0.3	0.4
	Turvação	1.3	1.5	1.8	1.4	1.6
<b>2ª Semana 17/12/15 a 23/12/15</b>	Cloro Residual Livre	0.4	0.2	0.3	0.4	0.3
	Turvação	1.6	1.7	1.7	1.8	1.8
<b>3ª Semana 28/12/15 a 6/01/16</b>	Cloro Residual Livre	0.3	0.3	0.0	0.3	0.4
	Turvação	1.8	1.8	1.8	1.9	1.7
<b>4ª Semana 11/01/16 a 15/01/16</b>	Cloro Residual Livre	0.2	0.3	0.3	0.3	0.3
	Turvação	1.7	1.6	1.8	1.9	1.8

**Tabela A5 - Torneira do Bairro Só Frio (B).**

<b>Dados Recolhidos da Torneira do Bairro Só Frio</b>						
<b>Data/Hora da colheita</b>		1	2	3	4	5
<b>1ª Semana 10/12/15 a 16/12/15</b>	Cloro Residual Livre	0.2	0.3	0.1	0.3	0.2
	Turvação	0.8	1.5	0.8	1.4	2.8
<b>2ª Semana 17/12/15 a 23/12/15</b>	Cloro Residual Livre	0.2	0.2	0.4	0.3	0.3
	Turvação	2.1	2.0	1.8	2.3	2.4
<b>3ª Semana 28/12/15 a 6/01/16</b>	Cloro Residual Livre	0.2	0.3	0.3	0.3	0.1
	Turvação	2.3	1.9	2.3	2.2	2.2
<b>4ª Semana 11/01/16 a 15/01/16</b>	Cloro Residual Livre	0.3	0.2	0.1	0.4	0.2
	Turvação	2.1	1.7	1.9	2.1	1.9

**Tabela A6 - Torneira do Bairro Comercial (A).**

<b>Dados Recolhidos da Torneira do Bairro Comercial (Governo Provincial )</b>						
<b>Data/Hora da colheita</b>		1	2	3	4	5
<b>1ª Semana 9/12/15 a 15/12/15</b>	Cloro Residual Livre	0.3	0.4	0.3	0.2	0.4
	Turvação	0.8	1.8	3.6	3.1	2.6
<b>2ª Semana 17/12/15 a 15/12/15</b>	Cloro Residual Livre	0.4	0.2	0.4	0.3	0.2
	Turvação	3.1	2.2	1.1	1.7	1.9
<b>3ª Semana 28/12/15 a 6/01/16</b>	Cloro Residual Livre	0.4	0.3	0.2	0.3	0.4
	Turvação	1.9	1.6	1.7	1.5	1.9
<b>4ª Semana 11/01/16 a 15/01/16</b>	Cloro Residual Livre	0.3	0.4	0.3	0.3	0.4
	Turvação	1.6	1.6	1.8	1.7	1.9

**Tabela A7 - Chafariz (AA).**

<b>Dados Recolhidos do Chafariz (AA)</b>						
<b>Data/Hora da colheita</b>		1	2	3	4	5
<b>1ª Semana 9/12/15 a 15/12/15</b>	Cloro Residual Livre					
	Turvação	5.9	5.9	4.8	6.2	6.1
<b>2ª Semana 17/12/15 a 15/12/15</b>	Cloro Residual Livre					
	Turvação	5.7	6.0	5.6	5.6	5.6
<b>3ª Semana 28/12/15 a 6/01/16</b>	Cloro Residual Livre					
	Turvação	5.5	5.7	5.2	6.1	5.2
<b>4ª Semana 11/01/16</b>	Cloro Residual Livre					
	Turvação	5.1	5.1	4.6	3.7	5.4

**Tabela A8 - Chafariz (BB).**

<b>Dados Recolhidos do Chafariz (BB)</b>						
<b>Data/Hora da colheita</b>		1	2	3	4	5
<b>1ª Semana 9/12/15 a 15/12/15</b>	Cloro Residual Livre					
	Turvação	73.3	98.3	88.1	90.3	89.9
<b>2ª Semana 17/12/15 a 15/12/15</b>	Cloro Residual Livre					
	Turvação	75.4	75.3	78.5	77.7	77.9
<b>3ª Semana 28/12/15 a 6/01/16</b>	Cloro Residual Livre					
	Turvação	78.6	79.1	78.9	80.0	75.7
<b>4ª Semana 11/01/16</b>	Cloro Residual Livre					
	Turvação	78.3	76.6	72.3	75.8	79.1

**Tabela A9 - Chafariz (CC).**

<b>Dados Recolhidos do Chafariz (CC)</b>						
<b>Data/Hora da colheita</b>		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>1ª Semana 9/12/15 a 15/12/15</b>	Cloro Residual Livre					
	Turvação	7.9	6.9	7.8	6.9	7.1
<b>2ª Semana 17/12/15 a 15/12/15</b>	Cloro Residual Livre					
	Turvação	6.9	6.9	7.3	7.6	7.5
<b>3ª Semana 28/12/15 a 6/01/16</b>	Cloro Residual Livre					
	Turvação	7.1	7.5	7.5	7.8	7.9
<b>4ª Semana 11/01/16</b>	Cloro Residual Livre					
	Turvação	6.8	6.6	6.8	6.5	6.9

## **Apêndices**

**Apêndice I - fotos dos pontos monitorados e tratamento da água.**











**Apêndice II - Modelo de Boletim Registo Laboratorial.**

**LABORATÓRIO PROVINCIAL DE CONTROLO DE QUALIDADE DE ÁGUA DA HUILA**

BOLETIM REGISTO LABORATORIAL N.º III / 15

TIPO DE AMOSTRA	AGUA DO RESERVATORIO	DATA DE EMISSÃO	11-12-2015
ENTIDADE GESTORA/ CLIENTE	DPEA		
Data e hora da colheita	9-12-15 11:00	Zona de Abastecimento	LUBANGO
Responsável colheita	JOSECANGUNDO	Localização	RESERVATORIO
Data de recepção da amostra	9-12-15 11:05	Ponto de Amostragem	PROTEICA
Data início das análises	9-12-15 11:10	Ponto de Colheita	ÁGUA DO RESERVATORIO
Data conclusão das análises	9-12-15 12:15		
Tipo de Controlo	I		

**PARÂMETROS E RESULTADOS**

PARÂMETRO	RESULTADO	UNIDADE	VALOR LIM.	NORMA ENSAIO / TÉCNICA
Alcalinidade	20	mg/l CaCO <sub>3</sub>	25	Titulação
Cloro Residual Livre	0.3	mg/l Cl <sub>2</sub>	0,2 a 0,6	Colorimetria
Condutividade	14.2	µS/cm	2500	Electrometria
Dureza Total	20	mg/l CaCO <sub>3</sub>	500	Titulação
Ferro	0.02	mg/l Fe	0,3	Fotometria
Nitratos	0.0	mg/l NO <sub>3</sub>	50	Fotometria
pH	4.5	Escala Sorenson	6,5 a 9,0	Electrometria
Sólidos Dissolvidos Totais	7.1	mg/l	1000	Electrometria
Sulfatos	0.0	mg/l SO <sub>4</sub>	400	Electrometria
Temperatura	24.3	° C	-	Termometria
Turvação	1.8	NTU	5	Nefelometria

Avaliação: TRATA-SE DE UMA ÁGUA COM INDICADORES NORMAIS PARA O CONSUMO

LUBANGO, AOS 11 DE DEZEMBRO DE 2015

Responsável do Laboratório José Cangundo R. Bumba  
Eng. Químico



LABORATÓRIO PROVINCIAL DE CONTROLO DE QUALIDADE DE ÁGUA DA HUILA

BOLETIM REGISTO LABORATORIAL N.º 4 / 15

TIPO DE AMOSTRA: AMAOSTRA DA TUNDAVALA  
ENTIDADE GESTORA/ CLIENTE: DPEA  
DATA DE EMISSÃO: 19/01/2015

Data e hora da colheita	14/1/15 12:50	Zona de Abastecimento	LUBANGO
Responsável colheita	J. SEBASTIAO	Localização	NASCENTE
Data de recepção da amostra	14/01/2015	Ponto de Amostragem	TUNDAVALA
Data início das análises	14/01/2015	Ponto de Colheita	CAIXA COLETORA
Data conclusão das análises			
Tipo de Controlo	R		

PARÂMETROS E RESULTADOS

PARÂMETRO	RESULTADO	UNIDADE	VALOR LIM.	NORMA ENSAIO / TÉCNICA
Alcalinidade	10	mg/l CaCO <sub>3</sub>	25	Titulação
Alumínio		mg/l Al	0,2	Fotometria
Amónio		mg/l NH <sub>4</sub>	0,50	Fotometria
Cloretos		mg/l Cl	250	Fotometria
Cloro Residual Livre		mg/l Cl <sub>2</sub>	0,2 a 0,6	Colorimetria
Condutividade	18,9	µS/cm	2500	Electrometria
Dureza Total	20	mg/l CaCO <sub>3</sub>	500	Titulação
Ferro		mg/l Fe	0,3	Fotometria
Nitratos		mg/l NO <sub>3</sub>	50	Fotometria
pH	4,9	Escala Sorenson	6,5 a 9,0	Electrometria
Sólidos Dissolvidos Totais	9,5	mg/l	1000	Electrometria
Sulfatos		mg/l SO <sub>4</sub>	400	Electrometria
Temperatura	21,9	°C	-	Termometria
Turvação	2,1	NTU	5	Nefelometria

**Avaliação:** Trata-se de uma água com indicadores normais, para o consumo, apesar do reduzido valor do F

LUBANGO, AOS 19 DE JANEIRO DE 2015

Responsável do Laborat: José Cangundo R. Bumba  
Eng. Químico

**Apêndice III - Fatores de construção das cartas para controlo de variáveis (constantes).**

Factores para construção das cartas de controlo de variáveis														
Amostragem	Carta da Média					Carta do Desvios Padrão				Carta da Amplitude				
	Factores Limites Controlo			Factores Linha Central		Factores para Limites de Controlo				Factores para Limites de Controlo				
	A	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	d <sub>1</sub>	c <sub>4</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>5</sub>	B <sub>6</sub>	d <sub>1</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>
2	2,121	1,881	2,659	1,128	0,7979	0	3,207	0	2,006	0,853	0	3,686	0	3,267
3	1,732	1,023	1,954	1,693	0,8862	0	2,568	0	2,276	0,888	0	4,358	0	2,574
4	1,500	0,729	1,628	2,059	0,9213	0	2,266	0	2,088	0,880	0	4,698	0	2,282
5	1,342	0,577	1,427	2,326	0,9400	0	2,089	0	1,964	0,864	0	4,918	0	2,114
6	1,225	0,483	1,287	2,534	0,9515	0,030	1,970	0,029	1,874	0,848	0	5,078	0	2,004
7	1,134	0,419	1,182	2,704	0,9594	0,118	1,882	0,113	1,806	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924
8	1,061	0,373	1,099	2,847	0,9650	0,185	1,815	0,179	1,751	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864
9	1,000	0,337	1,032	2,970	0,9693	0,239	1,761	0,232	1,707	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816
10	0,949	0,308	0,975	3,078	0,9727	0,284	1,716	0,276	1,669	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777
11	0,905	0,285	0,927	3,173	0,9754	0,321	1,679	0,313	1,637	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744
12	0,866	0,266	0,886	3,258	0,9776	0,354	1,646	0,346	1,610	0,778	0,922	5,594	0,283	1,717
13	0,832	0,249	0,850	3,336	0,9794	0,382	1,618	0,374	1,585	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693
14	0,802	0,235	0,817	3,407	0,9810	0,406	1,594	0,399	1,563	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672
15	0,775	0,223	0,789	3,472	0,9823	0,428	1,572	0,421	1,544	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653
16	0,750	0,212	0,763	3,532	0,9835	0,448	1,552	0,440	1,526	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637
17	0,728	0,203	0,739	3,588	0,9845	0,466	1,534	0,458	1,511	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622
18	0,707	0,194	0,718	3,640	0,9854	0,482	1,518	0,475	1,496	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608
19	0,688	0,187	0,698	3,689	0,9862	0,497	1,503	0,490	1,483	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597
20	0,671	0,180	0,680	3,735	0,9869	0,510	1,490	0,504	1,470	0,729	1,549	5,921	0,415	1,585
21	0,655	0,173	0,663	3,778	0,9876	0,522	1,477	0,516	1,459	0,724	1,605	5,951	0,425	1,575
22	0,640	0,167	0,647	3,819	0,9882	0,534	1,466	0,528	1,448	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566
23	0,626	0,162	0,633	3,858	0,9887	0,545	1,455	0,539	1,438	0,716	1,710	6,006	0,443	1,557
24	0,612	0,157	0,619	3,895	0,9892	0,555	1,445	0,549	1,429	0,712	1,759	6,031	0,451	1,548
25	0,600	0,153	0,606	3,931	0,9896	0,565	1,435	0,559	1,420	0,708	1,806	6,056	0,459	1,541

$$n > 25$$

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}} \quad A_2 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}} \quad c_4 = \frac{4(n-1)}{4n-3} \quad B_3 = 1 - \frac{3\sqrt{1-c_4^2}}{c_4} \quad B_4 = 1 + \frac{3\sqrt{1-c_4^2}}{c_4} \quad B_5 = c_4 - 3\sqrt{1-c_4^2} \quad B_6 = c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2}$$