

**Universidade Aberta**



**Técnicas de análise de textura para processamento de imagem**

Relação entre a textura de imagens e a textura da sua combinação linear

Mestrado em Estatística, Matemática e Computação

Manuel Cardoso Amaral

2021



**Universidade Aberta**



**Técnicas de análise de textura para processamento de imagem**

Relação entre a textura de imagens e a textura da sua combinação linear

Mestrado em Estatística, Matemática e Computação

Manuel Cardoso Amaral

Dissertação de Mestrado orientada pelo  
Professor Doutor Pedro Miguel Picado de Carvalho Serranho  
Universidade Aberta

Co-orientada pelo  
Professor Doutor Rui Manuel Dias Cortesão dos Santos Bernardes  
Faculdade de Medicina da Universidade de Coimbra

2021



## Resumo

No presente trabalho é realizada a revisão de literatura sobre a evolução da análise de textura para processamento de imagem, incidindo em particular no método das Matrizes de Co-ocorrência (GLCM). Sendo o objetivo deste trabalho estudar a proximidade (num espaço e métrica adequados) entre as texturas de um conjunto de imagens e a textura de uma combinação linear destas, procede-se à comparação entre a textura de imagens base monocromáticas registadas no espaço RGB de uma imagem (canais de cores) com duas combinações lineares com diferentes ponderações dessas imagens base. Adicionalmente a combinações lineares de textura registadas no espaço RGB de uma mesma imagem, analisa-se também a proximidade da textura de 4 imagens em formato RGB diferentes à textura da imagem ponderada obtida pela sua combinação linear. Neste trabalho, a análise de textura de imagens é realizada com recurso a 20 características de textura retiradas das Matrizes de Co-ocorrência (GLCM) às quais se aplica a Análise de Componentes Principais (ACP) para eliminar a correlação entre as características e proceder à redução da dimensão dos dados. Os resultados comparam a textura definida pelas componentes principais utilizando as distâncias de Mahalanobis, representação gráfica e agrupamentos pelo método *k-means*. Na maior parte dos exemplos analisados, a textura das combinações lineares das imagens base registadas a uma mesma imagem em formato RGB mostrou-se próxima da textura do conjunto de imagens base. Em 5 cenários criados, a textura das combinações lineares de um conjunto de 4 imagens em formato RGB diferentes afasta-se claramente da textura das 4 imagens combinadas.

**Palavras-chave:** Análise de Textura, GLCM, ACP, *k-means*, Distância de Mahalanobis.



## **Abstract**

*In the present work, a literature review on the evolution of texture analysis for image processing is performed, focusing in particular on the GLCM. The aim of this work is to study the proximity (in an adequate space and metric) between the textures of a set of images and the texture of a linear combination of those images. A comparison is made between the texture of monochrome base images registered in the RGB space of an image (colour channels) with two linear combinations with different weightings of those base images. In addition to linear combinations of texture registered in the RGB space of the same image, it is also analyzed the proximity of the texture of 4 different RGB images, to the texture of the weighted image obtained by their linear combination. In this work, the image texture analysis is performed using 20 texture features taken from the GLCM to which Principal Component Analysis (PCA) is applied to eliminate the correlation between the features and proceed to reduce the dimensionality of the data. The results compare the texture defined by the principal components, using Mahalanobis distances, graphical representation and k-means clustering. In most of the analyzed examples, the texture of the linear combinations of the base images registered to the same image in RGB format was shown to be close to the texture of the base image set. In 5 scenarios created the texture of the linear combinations of a set of 4 different RGB format images clearly departs from the texture of the 4 combined images.*

**Key words:** *Texture analysis, GLCM, PCA, k-means, Mahalanobis distance.*



## **Agradecimentos**

Agradeço a disponibilidade do Prof. Pedro Serranho para aceitar a orientação da dissertação. Durante este longo período de relacionamento e acompanhamento, muito agradeço o seu conhecimento com o qual pude aprender, mas também, a simpatia e a paciência das suas mensagens, notas e sugestões que foram fundamentais para o progresso e para a consolidação deste trabalho.

Agradeço a disponibilidade do Prof. Rui Bernardes para co-orientar esta dissertação. Considero um privilégio ter podido aprender com toda a sua experiência, muito agradeço a partilha das suas importantes observações e sugestões durante o acompanhamento deste trabalho.

Agradeço à Universidade Aberta (UAb), que através do seu pioneirismo nas mais avançadas metodologias e tecnologias de ensino à distância foi nesta fase, fundamental para a prossecução do meu propósito de aprendizagem científica ao longo da vida. Este agradecimento é extensivo a todos os professores e colegas das unidades curriculares do mestrado, com quem durante os temas/tópicos, fóruns e trabalhos, foram aprofundadas as bases dos conhecimentos teóricos. Agradeço ainda aos serviços administrativos e técnicos da UAb, todo o seu trabalho de bastidores e as suas prontas respostas às muito poucas dúvidas e questões que surgiram durante o percurso deste mestrado.

Agradeço o carinho e a paciência da minha família, o seu acompanhamento e a sua compreensão pelo tempo de ausência. Por fim, agradeço e dedico este percurso aos meus pais.



## Índice

<b>Resumo</b> .....	<b>i</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>iii</b>
<b>Agradecimentos</b> .....	<b>v</b>
<b>Índice</b> .....	<b>vii</b>
<b>Índice de Figuras</b> .....	<b>ix</b>
<b>Índice de Tabelas</b> .....	<b>xi</b>
<b>Lista de Abreviaturas e Acrónimos</b> .....	<b>xiii</b>
<b>1 Introdução</b> .....	<b>1</b>
<b>2 Revisão de Literatura</b> .....	<b>3</b>
2.1 Definição do Conceito de Textura .....	3
2.2 Interesses de Aplicação de Análise de Textura .....	5
2.3 Metodologias para Análise de Textura .....	7
2.4 Vantagens e desvantagens do método da Matriz de Co-ocorrência (GLCM) .....	12
2.5 Aplicações do método da Matriz de Co-ocorrência (GLCM).....	13
<b>3 Metodologia</b> .....	<b>15</b>
3.1 Método da Matriz de Co-ocorrência (GLCM).....	15
3.1.1 Extração de Características – os indicadores de textura .....	20
3.2 Análise de Componentes Principais .....	26
3.3 Métricas de distâncias ou medidas de dissemelhança .....	33
3.4 Agrupamentos pelo método <i>k-means</i> utilizando a distância de Mahalanobis .....	36
<b>4 Especificações da metodologia aplicada</b> .....	<b>43</b>
<b>5 Resultados</b> .....	<b>47</b>
5.1 Análise de ponderações de texturas de uma mesma imagem .....	48
5.1.1 Análise de cada imagem total de textura regular .....	48
5.1.2 Análise por blocos das imagens com uma textura regular .....	58
5.1.3 Análise por blocos do conjunto das 4 imagens com uma textura regular .....	72
5.1.4 Análise por blocos de imagem com textura regular por quadrante .....	76
5.1.5 Análise por blocos aplicada a imagem de teste - <i>Lenna</i> .....	80

5.2 Análise de textura de ponderações de imagens diferentes .....	86
5.2.1 Análise da ponderação de imagens com textura distinta.....	86
5.2.2 Análise da ponderação de imagens de rotações de textura .....	89
5.2.3 Análise da ponderação de imagens de translações de textura.....	92
5.2.4 Análise da ponderação de imagens de textura em diferentes escalas. ....	95
5.2.5 Análise da ponderação de imagens com textura semelhante.....	97
<b>6 Conclusão .....</b>	<b>101</b>
<b>Referências .....</b>	<b>105</b>

## Índice de Figuras

Figura 2.1 - Imagens de Diferentes Texturas.....	3
Figura 2.2 - Principais Marcos na Representação de Textura .....	10
Figura 3.1 - Relações Espaciais entre 2 Pixéis.....	18
Figura 3.2 - GLCM.....	18
Figura 5.1 - Imagens teste com textura regular - formato RGB e imagens monocromáticas .....	48
Figura 5.2 - Representação no espaço das CP - imagem Areia .....	50
Figura 5.3 - Representação no espaço das CP - imagem Fibra .....	51
Figura 5.4 - Representação no espaço das CP - imagem Mar .....	53
Figura 5.5 - Representação no espaço das CP - imagem Piscina .....	55
Figura 5.6 - Representação das imagens por blocos.....	58
Figura 5.7 - Representação no espaço das CP da imagem Areia em blocos .....	59
Figura 5.8 - Representação no espaço das CP da imagem Fibra em blocos.....	62
Figura 5.9 - Representação no espaço das CP da imagem Mar em blocos .....	65
Figura 5.11 - Representação do conjunto das 4 imagens teste em blocos .....	72
Figura 5.12 - Representação no espaço das CP dos blocos das 4 imagens .....	73
Figura 5.13 - Representação da imagem em quadrantes e sua divisão por blocos .....	76
Figura 5.14 - Representação no espaço das CP da imagem em quadrantes .....	77
Figura 5.15 - Representação da imagem Lenna, divisão por blocos e imagens monocromáticas.....	80
Figura 5.16 - Representação no espaço das CP da imagem em teste Lenna .....	81
Figura 5.17 - Classificação mais frequente dos blocos da imagem Lenna.....	85
Figura 5.18 - Ponderação de imagens em formato RGB com textura distinta - conjunto a .....	86
Figura 5.20 - Ponderação de imagens de rotações de textura - conjunto b .....	89
Figura 5.21 - Representação no espaço das CP das imagens do conjunto b .....	90
Figura 5.22 - Ponderação de imagens de translações de textura - conjunto c.....	92
Figura 5.23 - Representação no espaço das CP das imagens do conjunto c .....	93
Figura 5.24 - Ponderação de imagens de textura em diferentes escalas - conjunto d .....	95
Figura 5.25 - Representação no espaço das CP do conjunto d.....	96
Figura 5.26 - Ponderação de imagens com textura semelhante - conjunto e .....	97
Figura 5.27 - Representação no espaço das CP do conjunto e.....	98



## Índice de Tabelas

Tabela 2.1 - Classes e Métodos de Análise de Textura.....	8
Tabela 5.1 - Resumo da Análise de Componentes Principais - imagem Areia .....	49
Tabela 5.2 - Distâncias entre os vetores das 3 CP - imagem Areia .....	50
Tabela 5.3 - Resumo da Análise de Componentes Principais - imagem Fibra.....	51
Tabela 5.4 - Distâncias entre os vetores das 3 CP - imagem Fibra .....	52
Tabela 5.5 - Resumo da Análise de Componentes Principais - imagem Mar .....	53
Tabela 5.6 - Distâncias entre os vetores de 4 CP - imagem Mar.....	54
Tabela 5.7 - Resumo da Análise de Componentes Principais - imagem Piscina .....	55
Tabela 5.8 - Distâncias entre os vetores de 2 CP - imagem Piscina.....	56
Tabela 5.9 - Resumo da Análise de CP - imagem Areia em blocos.....	59
Tabela 5.10 - Distâncias de Mahalanobis por bloco - imagem Areia - Máximo .....	60
Tabela 5.11 - Distâncias de Mahalanobis - imagem Areia - Mediana .....	61
Tabela 5.12 - Resumo da Análise de CP - imagem Fibra em blocos .....	62
Tabela 5.13 - Distâncias de Mahalanobis - imagem Fibra - Máximo.....	63
Tabela 5.14 - Distâncias de Mahalanobis - imagem Fibra - Mediana .....	64
Tabela 5.15 - Resumo da Análise de CP - imagem Mar em blocos.....	65
Tabela 5.16 - Distâncias de Mahalanobis - imagem Mar - Máximo.....	66
Tabela 5.17 - Distâncias de Mahalanobis - imagem Mar - Mediana .....	67
Tabela 5.18 - Resumo da Análise de CP - imagem Piscina em blocos.....	68
Tabela 5.19 - Distâncias de Mahalanobis - imagem Piscina - Máximo .....	69
Tabela 5.20 - Distâncias de Mahalanobis - imagem Piscina - Mediana .....	70
Tabela 5.21 - Resumo da análise das imagens teste por blocos.....	71
Tabela 5.22 - Resumo da Análise de CP do conjunto das 4 imagens em blocos .....	73
Tabela 5.23 - Classificação dos blocos das 4 imagens .....	75
Tabela 5.24 - Resumo da Análise de CP de imagem em quadrantes por blocos .....	77
Tabela 5.25 - Classificação da imagem em quadrantes - Máximo.....	78
Tabela 5.26 - Classificação da imagem em quadrantes - Mediana.....	79
Tabela 5.27 - Resumo da Análise de CP da imagem teste Lenna por blocos.....	81
Tabela 5.28 - Distâncias de Mahalanobis - imagem teste Lenna - Máximo .....	82
Tabela 5.29 - Distâncias de Mahalanobis - imagem teste Lenna - Mediana .....	82
Tabela 5.30 - Classificação da imagem Lenna - Máximo .....	83
Tabela 5.31 - Classificação da imagem Lenna - Mediana .....	84
Tabela 5.32 - Resumo da ACP - imagens com textura distinta - conjunto a .....	86

Tabela 5.33 - Classificação das imagens do conjunto a.....	88
Tabela 5.34 - Resumo da ACP - imagens de rotações de textura - conjunto b .....	89
Tabela 5.35 - Classificação das imagens do conjunto b.....	91
Tabela 5.36 - Resumo da ACP - imagens de translações de textura - conjunto c .....	92
Tabela 5.37 - Classificação das imagens do conjunto c.....	94
Tabela 5.38 - Resumo da ACP - imagens de textura em diferentes escalas - conjunto d	95
Tabela 5.39 - Classificação das imagens do conjunto d.....	96
Tabela 5.40 - Resumo da ACP - imagens com textura semelhante - conjunto e.....	98
Tabela 5.41 - Classificação das imagens do conjunto e.....	99

## Lista de Abreviaturas e Acrónimos

ACP	Análise de Componentes Principais
ASM	<i>Angular Second Moment</i>
azu	Canal Azul
CNN	<i>Convolutional Neural Network</i>
CP	Componentes Principais
GLCM	<i>Gray-Level Co-occurrence Matrix</i>
IDM	<i>Inverse Difference Moment</i>
IFV	<i>Improved Fisher Vector</i>
KMO	Estatística <i>Kaiser - Mever - Olkin</i>
LBP	<i>Local Binary Pattern</i>
MRELBP	<i>Median Robust Extended Local Binary Pattern</i>
OCT	<i>Optical Coherence Tomography</i> (Tomografia de Coerência Ótica)
PAVE	Porcentagem Acumulada de Variância Explicada
pd1	ponderação 1 - imagem ponderada 1
pd2	ponderação 2 - imagem ponderada 2
PNG	<i>Portable Network Graphics</i>
PVE	Porcentagem de Variância Explicada
RGB	<i>Red - Green - Blue</i>
SAR	<i>Synthetic Aperture Radar</i>
ScatNet	<i>Scattering Network</i>
SGLDM	<i>Spatial Grey Level Dependence Matrix</i>
SQD	Soma dos Quadrados dos Desvios
SQT	Soma dos Quadrados dos Desvios Totais
3xTg-AD	<i>Triple-Transgenic Mouse Model of Alzheimer's Disease</i>
vml	Canal Vermelho
vrđ	Canal Verde
UAb	Universidade Aberta
UIUC	<i>University of Illinois Urbana-Champaign</i>
UMD	<i>University of Maryland</i>



## 1 Introdução

A análise de textura em imagens tem sido utilizada com grande preponderância em diversas áreas como sejam a ciência biomédica, a automação industrial, a análise de áreas geográficas por satélite, a análise de documentos, o reconhecimento sensorial remoto ou o reconhecimento facial, tendo diversas aplicações, nomeadamente na sua caracterização e posterior classificação.

Na análise de textura acontece em algumas situações ser considerada para o estudo a textura de combinações lineares de imagens. Como exemplo, no processamento de imagem de Tomografia de Coerência Ótica (OCT), ([Serranho, Morgado & Bernardes, 2012](#)), ([Fujimoto \*et al.\*, 1999](#)), é frequente considerar as diferentes camadas e calcular uma imagem de fundo para cada uma delas, como uma média em profundidade da intensidade da camada, sendo a análise de textura aplicada a estas imagens em alguns casos ([Guimarães \*et al.\*, 2014](#)), ([Ferreira \*et al.\*, 2020](#)). No entanto, não é claro se e como a média da camada apresenta diferenças quanto à análise de textura quando comparada com cada imagem seccionada dentro da camada de onde se obtém a imagem de fundo. Neste sentido, a motivação deste trabalho prende-se com estudar como se podem relacionar a textura de imagens com a textura de uma combinação linear dessas mesmas imagens.

Para este estudo foram considerados diferentes contextos. Numa primeira fase foram consideradas várias imagens, das quais foram obtidas as matrizes de intensidades (vermelho, verde e azul) com as quais foram calculadas duas ponderações distintas: a ponderação 1 que é feita com base a facilitar a visão humana e que será descrita em mais detalhe no Capítulo 4; e a ponderação 2 como sendo a média simples da intensidade dos 3 canais de cor. A análise procura estudar as diferenças entre a caracterização da textura de cada canal de cor e a textura das imagens resultantes das duas ponderações distintas aplicadas. Numa segunda fase é analisada a textura de 5 combinações lineares de 4 imagens com textura em escalas e direções distintas para observar como esta se comportam em relação à textura dessas 4 imagens. A textura das imagens é caracterizada utilizando as propriedades ou características de textura retiradas da Matriz

de Co-ocorrência - *Gray-Level Co-occurrence Matrix* (GLCM) e para as comparações entre as texturas são utilizadas metodologias assentes nas métricas de distância ou medidas de dissemelhança depois de definido o seu espaço de componentes principais adequado.

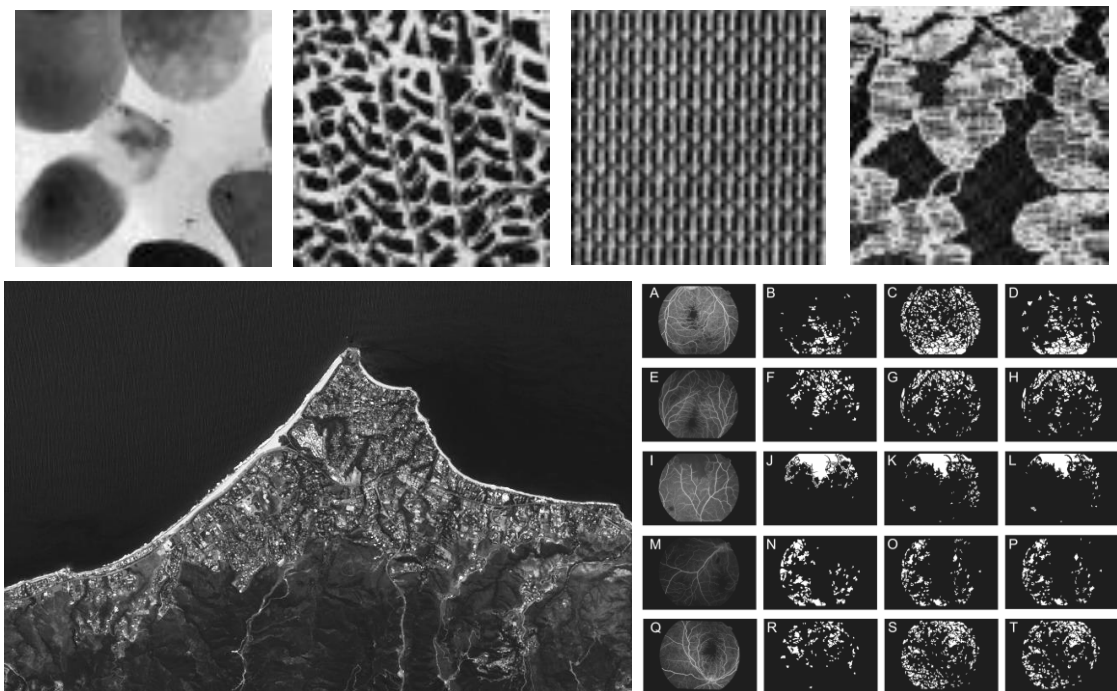
O presente trabalho está organizado com a seguinte estrutura. No capítulo 2 é realizada a revisão de literatura e a apresentação da evolução recente da análise de textura para processamento de imagem. De seguida, no capítulo 3 são expostas as metodologias, onde se apresenta o desenvolvimento do algoritmo para análise de textura baseado na GLCM, a Análise de Componentes Principais (ACP), as medidas de dissemelhança ou métricas de distâncias e o método de agrupamentos *k-means* com a métrica da distância de Mahalanobis. No capítulo 4 são detalhadas as especificações da metodologia aplicada e os procedimentos técnicos utilizados, sendo no capítulo 5 apresentados os resultados dos diferentes testes realizados. Por fim, no capítulo 6 são redigidas as principais conclusões.

## 2 Revisão de Literatura

### 2.1 Definição do Conceito de Textura

A textura é definida como a qualidade associada à superfície dos materiais que é detectada pelo toque, avaliando o grau, extensão e regularidade da suavidade, rugosidade ou porosidade das superfícies. Além de um conceito aplicado ao toque nas superfícies é também um conceito visual pois a visão humana pode igualmente com grande facilidade distinguir a textura da superfície através da observação de imagens. A textura pode apresentar-se como fina, grossa, lisa, rugosa, ondulada, mosqueada, granulada, aleatória, irregular ou linear ([Haralick, Shanmugam & Dinstein, 1973](#)).

Figura 2.1 - Imagens de Diferentes Texturas



Fontes: Brodtaz, Landsat; <https://journals.plos.org/>;

A constatação visual da textura em imagens depende da interpretação da disposição espacial dos diferentes níveis de intensidade ou de cor numa imagem. As imagens digitais são uma matriz de pixéis, pequenas áreas retangulares que

incorporam diferentes composições de cores ou níveis de cinzento e que variando de píxel para píxel ao longo da imagem, condicionam a disposição da sua textura. Os níveis de intensidade correspondem aos diferentes níveis tipicamente mostrados numa escala de cinzento entre o preto e o branco, embora uma imagem monocromática possa ser mostrada em níveis de intensidade de qualquer cor. A textura está associada aos diferentes desenhos ou disposições espaciais de níveis de intensidade, que levam a ver as imagens, ou as suas regiões parciais, de forma distinta: lisas ou granuladas, regulares ou irregulares, aleatórias, estruturadas ou periódicas.

A textura representa, entre outras, a variação de intensidade refletida pelas superfícies quando iluminadas por uma fonte ou em imagens paramétricas ou as intensidades resultado de transformações matemáticas de informação diferencial sobre as estruturas, recolhida por exemplo, por conversões das propriedades das ondas de som ou dos comprimentos de onda do espectro não visível como radiação electromagnética. Pode ainda representar a variação de intensidade presente em imagens digitais, por exemplo as geradas em monitores de computador. A textura pode ser definida como uma repetição regular de elementos ou padrões numa superfície ([Prabha & Bharathi, 2019](#)). É uma característica fundamental de muitos tipos de imagens. A textura pode variar de puramente estocástica até perfeitamente regular ([Liu et al., 2018](#)). Para a textura da imagem é importante considerar para os vários pares possíveis de píxeis, a diferença de intensidade destes consoante a sua relação espacial definida pela distância e direção entre estes ([Hall-Beyer, 2017](#)).

No entanto, em função das diversas utilizações da textura, a sua definição não está completamente uniformizada ([Humeau-Heurtier, 2019](#)) variando as suas diferentes conotações ou definições consoante os propósitos de cada estudo ([Liu et al., 2018](#)).

A análise de textura pode ser definida como um conjunto de procedimentos matemáticos usados para extrair informações características da textura de uma imagem ([Prabha & Bharathi, 2019](#)). A representação da textura consiste na extração das características presentes na textura de dada imagem ([Liu et al., 2018](#)). O objetivo da representação ou extração de características de textura é transformar a imagem inicial num vetor de características que descreve as propriedades de

textura ([O'Byrne et al., 2012](#)). Sendo considerado um dos problemas essenciais e mais desafiadores da computação de imagem e do reconhecimento de padrões tem atraído bastante atenção da investigação ao longo de várias décadas. Tem sido objeto de intensa pesquisa devido à sua importância tanto na compreensão do funcionamento da percepção da textura pela visão humana, como na importância que adquiriu numa ampla variedade de aplicações ([Liu et al., 2018](#)).

Segundo os autores ([Liu et al., 2018](#)), o estudo da análise de textura inicia com o trabalho de Julesz em 1962, com o estudo da percepção visual humana da textura. Sugeriu que a textura poderia ser modelada usando estatísticas de múltipla ordem, nomeadamente as estatísticas de co-ocorrência de intensidades de múltiplos pixels. Os primeiros trabalhos sobre características de textura, na década de 1970, como o método GLCM de ([Haralick, Shanmugam & Dinstein, 1973](#)) e ([Haralick, 1979](#)) foram impulsionados por essa perspectiva.

## 2.2 Interesses de Aplicação de Análise de Textura

Em função do objetivo de estudo, a análise de textura é a base para vários propósitos, como a classificação de imagens, a segmentação, a síntese de imagem ou o reconhecimento de padrões ([Humeau-Heurtier, 2019](#)). Nestas quatro áreas principais, a classificação de imagens assenta no desenvolvimento de algoritmos para determinar através da textura se certa imagem (imagem parcial ou total) pode ser classificada em determinados grupos de imagens pré-definidos. Retiradas as características de textura são utilizados algoritmos para classificar as imagens, como a análise de *clusters* ou recorrendo a problemas de minimização associados a algoritmos de aprendizagem automática supervisionada (como as redes neuronais, entre outros), para determinar se uma textura corresponde a determinada classe de textura. A segmentação baseada em textura consiste em determinar áreas de interesse da imagem através da sua textura. A síntese de textura de imagem pretende obter novas imagens com textura que são perceptivamente equivalentes à de uma dada amostra. A textura de algumas imagens de objetos transmitindo determinada perspectiva e distorção é utilizada por certas abordagens para obter formas a partir da análise de textura. Partindo das

imagens a duas dimensões procedem à computação da informação sobre a profundidade e as dimensões dos objetos permitindo defini-los em 3 dimensões. Sendo áreas relacionadas, a classificação, a segmentação e a síntese de textura estão já bastante estudadas. A criação de formas da textura é a área que tem menor número de estudos realizados ([Liu et al., 2018](#)).

A análise de textura pode ser aplicada em diversas áreas e ter muitas aplicações. Nos artigos de revisão consultados, ([Humeau-Heurtier, 2019](#)) e ([Liu et al., 2018](#)), são citados um assinalável número de estudos. O primeiro artigo salienta estudos no campo biomédico, na automação industrial, na análise de imagem de documentos, no reconhecimento sensorial remoto e no reconhecimento facial ([Humeau-Heurtier, 2019](#)). A revisão realizada por ([Liu et al., 2018](#)) sugere igualmente vários artigos exemplificativos da utilização da análise de textura num conjunto muito diversificado de áreas, como sejam: a análise de imagens médicas, a inspeção de qualidade, a recuperação de imagens, a análise de aéreas por imagens de satélite, a biometria, o reconhecimento de objetos, a síntese de textura para computação gráfica e compactação de imagens, a visão robótica e a navegação autónoma para veículos aéreos não tripulados. O aumento da capacidade de armazenamento de informação permite reter maior quantidade de imagem e vídeo (provenientes de vigilância, de equipamentos portáteis, de imagens médicas, da robótica, etc.) oferecendo novas possibilidades de aplicação da análise de textura ([Liu et al., 2018](#)).

No campo das imagens médicas, as imagens OCT permitem aceder de forma não invasiva aos tecidos humanos, sendo posteriormente, a análise de textura aplicada a estas imagens para diversos estudos de interesse médico. No caso da retina de onde retirar uma biópsia implica avaliar custos e riscos que em muitos casos não superam os benefícios, a análise de textura das imagens OCT é uma possibilidade relevante para obter com imagem a estrutura da informação clínica da retina e suas camadas ([Serranho, Morgado & Bernardes, 2012](#)). A análise de imagens de OCT foi, através de vários estudos, considerada de utilização generalizada no estudo da aterosclerose nas artérias ([Fujimoto et al., 1999](#)). A retina é a única zona do sistema nervoso central diretamente acessível através de meios óticos não invasivos ([Ferreira et al., 2020](#)).

As imagens obtidas a partir de dados OCT da retina permitem que a análise de textura adquira relevância no auxílio à deteção e prevenção clínica. Alguns autores ([Ferreira et al., 2020](#)) ilustram o potencial da análise de textura das imagens da retina para diagnosticar e monitorizar a progressão da doença de Alzheimer. Com recurso a imagens de fundo construídas a partir de dados de OCT da retina de humanos ([Nunes et al., 2019](#)), analisaram a estrutura do tecido da retina usando métricas de textura. Assim, determinaram modelos de classificação que permitiram distinguir imagens de olhos de sujeitos saudáveis de imagens de olhos de sujeitos diagnosticados com a doença de Alzheimer ou com doença de Parkinson, concluindo que a técnica tem potencial para auxiliar o diagnóstico e rastreio de ambas as doenças.

Nas áreas de planeamento urbano e florestal utilizando imagens aéreas por satélite, a análise de textura tem também grande utilização para diversos estudos remotos de identificação e classificação, nomeadamente nos para identificação de áreas urbanas, espécies florestais, culturas agrícolas e áreas de mares gelados ([Regniers et al., 2016](#)). A análise da classificação espacial de áreas de pomares e de vinha através de análise de imagens foi realizada por ([Warner & Steinmaus, 2005](#)), tendo concluído que a classificação baseada em auto-correlação espacial foi mais precisa que a obtida por análise de textura GLCM com 32 níveis de intensidade. No seu estudo ([Champion et al., 2014](#)) pretendem investigar a relação entre a idade de áreas florestais (correlacionada com variáveis como a biomassa e a densidade florestal) e as diferentes características de textura das respetivas imagens *Synthetic Aperture Radar* (SAR), concluindo que a análise de textura das imagens permite obter boas aproximações para a idade das florestas analisadas.

### 2.3 Metodologias para Análise de Textura

Um dos primeiros métodos de extração de características de textura foi apresentado pelo artigo ([Haralick, Shanmugam & Dinstein, 1973](#)) onde os autores apresentam o método da GLCM e propõem o cálculo de 14 características de textura. No fim década de 70, artigo revisão ([Haralick, 1979](#)), procede à revisão dos

## 2.3 Metodologias para Análise de Textura

Tabela 2.1 - Classes e Métodos de Análise de Textura

Classes	Métodos
Abordagens Estatísticas <i>Statistical Approaches</i>	Matriz de Co-ocorrência de Níveis de Cinzento <i>Grey Level Co-Occurrence Matrix - GLCM</i>
	Matriz do Comprimento de Primitivas dos Níveis de Cinzento <i>Grey Level Run-Length Matrix - GLRLM</i>
	Abordagens Baseadas em Autocorrelação <i>Autocorrelation-Based Approaches</i>
	Histograma de Magnitudes de Gradiente <i>Histogram Of Gradient Magnitudes</i>
	Abordagens Baseadas no Mapeamento de Padrões Locais <i>Local Mapped Patterns-Based Approaches</i>
	Padrões de Energia Local <i>Local Energy Pattern</i>
	Variograma <i>Variogram</i>
	Características de Tamura <i>Tamura Features</i>
	Padrão Binário Local e Variantes <i>Local Binary Pattern And Variants</i>
	Histogramas de Índice de Forma <i>Shape Index Histograms</i>
	Descritor Local de Weber <i>Weber Local Descriptor</i>
	Caminhada Determinística <i>Deterministic Walk</i>
Abordagens Baseadas em Transformações <i>Transform-Based Approaches</i>	Bancos de Filtros: Características de Textura de Law <i>Filter Banks: Law's Texture Features</i>
	Abordagens Baseadas na Transformação de Fourier <i>Fourier Transform-Based Approaches</i>
	Abordagens Baseadas em Decomposições de Gabor <i>Gabor Decomposition-Based Approaches</i>
	Abordagens Baseadas em Onduletas <i>Wavelet-Based Approaches</i>
	Abordagens Baseadas em Estrutura Multiescala <i>Shearlet-Based Approaches</i>
	Abordagens Baseadas em Contornos <i>Contourlet-Based Approaches</i>
	Característica de Transformação Codificada Localmente <i>Locally Encoded Transform Feature</i>
Abordagens Baseadas em Modelos <i>Model-Based Approaches</i>	Abordagem Complexa Baseada em Rede <i>Complex Network-Based Approach</i>
	Modelos de Mosaico <i>Mosaic Models</i>
	Modelos de Domínio Aleatório <i>Random Field Models</i>
	Medidas de Textura Baseadas em Fractal <i>Fractal-Based Measures Of Texture</i>
	Modelo Gravitacional <i>Gravitational Models</i>
	Decomposição de Wold <i>Wold Decomposition</i>
Abordagens Baseadas em Gráficos <i>Graph-Based Approaches</i>	Estruturas Gráficas Locais <i>Local Graph Structures</i>
	Gráfico da Abordagem da Caminhada Turística <i>Graph Of Tourist Walk Approach</i>
	Gráficos do Problema do Caminho Mínimo <i>Shortest Paths In Graphs</i>
Abordagens Baseadas em Aprendizagem <i>Learning-Based Approaches</i>	Métodos de Aprendizagem de Vocabulário <i>Vocabulary Learning Methods</i>
	Métodos Baseados em Máquina de Aprendizagem Extrema <i>Extreme Learning Machine-Based Methods</i>
	Métodos de Aprendizagem Profunda <i>Deep Learning Methods</i>
Abordagens Baseadas em Entropia <i>Entropy-Based Approaches</i>	Entropia de Amostra Bidimensional <i>Two-Dimensional Sample Entropy</i>
	Entropia de Distribuição Bidimensional <i>Two-Dimensional Distribution Entropy</i>
	Entropia de Multi-Escala Bidimensional <i>Two-Dimensional Multiscale Entropy</i>

Adaptação baseada em ([Humeau-Heurtier, 2019](#)) – tradução livre para português

principais trabalhos de computação de imagem até essa data que utilizam análise de textura, repartindo-os pelas abordagens estatística e estrutural.

Considerando trabalhos recentes de investigação e de revisão deste tema, ([Humeau-Heurtier, 2019](#)) apresenta os métodos de extração de características de textura divididos em classes ou abordagens: estatísticas, baseadas em transformações, baseadas em modelos, baseadas em gráficos, baseadas na aprendizagem e baseadas em entropia, como descrito na [Tabela 2.1](#). A estas 6 classes o artigo de ([Humeau-Heurtier, 2019](#)) acrescenta ainda abordagens estruturais que consideram a textura como a disposição espacial, com maior ou menor regularidade, de determinados elementos básicos de textura. As principais diferenças nos estudos das abordagens estruturais estão essencialmente nos processos de identificação dos elementos básicos de textura.

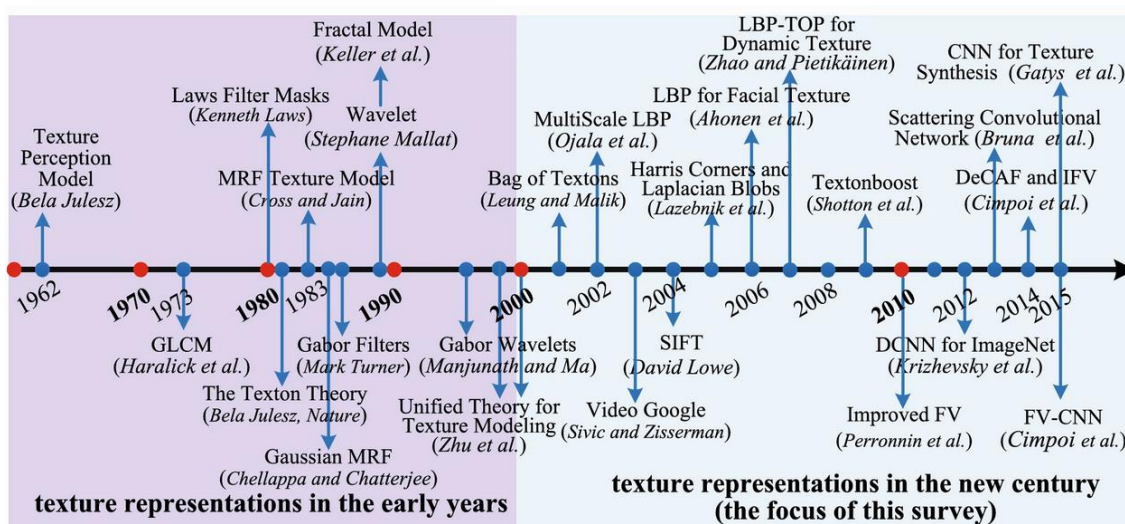
Para uma descrição resumida de cada método e das suas vantagens e desvantagens, remete-se para ([Humeau-Heurtier, 2019](#)). O estudo apresenta ainda quatro categorias de bases de dados que podem ser utilizados na análise de textura: imagens médicas, imagens naturais, imagens de materiais e sobre texturas dinâmicas (onde a textura vai alterando com o passar do tempo).

As abordagens estatísticas, baseada em transformações, baseada em modelos e a estrutural estão bem conhecidas, sendo referido que os métodos GLCM e *Local Binary Pattern* (LBP) e suas variantes (*Local Binary Pattern and Variants*) estão entre os mais utilizados ([Humeau-Heurtier, 2019](#)). No entanto, considera que alguns métodos nestas quatro classes foram ficando obsoletos com o surgimento de algoritmos mais eficazes. Sendo difícil sugerir métodos tipificados em função dos casos particulares a estudar, a autora sugere que alguns métodos são adequados especificamente a alguns objetivos de estudo, referindo como exemplo, que a abordagem estrutural é mais adequada a análises de texturas com padrões regulares. Quando as aplicações requerem a análise de características invariáveis à rotação, translação ou diferença de escala, o número de métodos possíveis diminui. As classes mais recentes são as abordagens baseadas na aprendizagem, que estão a começar a ter grande incremento de estudo devido à alta qualidade dos seus resultados, esperando ainda um maior desenvolvimento futuro; e as baseadas em entropia que se apresentam promissoras com bons

resultados, mas necessitam ainda de um estudo teórico mais aprofundado. Ambas as abordagens beneficiarão com o aumento da velocidade de computação que permitirá a sua utilização em outras aplicações ([Humeau-Heurtier, 2019](#)).

O artigo de ([Liu et al., 2018](#)) tem como objetivo apresentar uma pesquisa abrangente sobre os avanços nas metodologias de representação de textura nas últimas duas décadas. Mais de 250 publicações são citadas, cobrindo diferentes aspetos, incluindo conjuntos de dados de referência e resultados mais recentes. Pondo em retrospectiva o que foi alcançado, discutem os desafios e orientações em aberto para pesquisas futuras. A [Figura 2.2](#) retirada do estudo de ([Liu et al., 2018](#)) salienta de uma forma cronológica, os principais trabalhos que se revelaram marcos importantes na representação da textura ao longo das últimas décadas para estes autores.

Figura 2.2 - Principais Marcos na Representação de Textura



Fonte: ([Liu et al., 2018](#))

Os autores ([Liu et al., 2018](#)) percorrem os avanços na análise de textura, apresentando as principais revisões de trabalhos que foram sendo realizadas, bem como, expõem extensamente os diferentes métodos e os artigos mais relevantes que os preconizam.

Depois dos contributos de Julesz e Haralick, no fim da década de 1980 e durante a década de 1990, um os principais marcos da representação de textura para estes autores são as abordagens de filtragem (*Filtering approaches*).

Dentro desta área destacam o trabalho de bancos de filtros realizado por Laws ([Laws, 1980](#)) a que foram aplicados métodos como os filtros de Gabor ([Turner, 1986](#)), as onduletas de Gabor ([Manjunath & Ma, 1996](#)), as pirâmides de onduletas ([Mallat, 1989](#)) ou os filtros lineares simples ([Malik & Perona, 1990](#)). Contemporaneamente, no campo da modelação estatística é realçada a análise das imagens de textura como resultantes de distribuições de probabilidade de campos aleatórios com o Campo Aleatório Markov (*Markov Random Field*) ([Cross & Jain, 1983](#)); ou resultantes de modelos fractais ([Keller, Chen & Crownover, 1989](#)). Mais tarde, algumas abordagens retomam a teoria de *textons* introduzida por Julesz e Bergen em 1983. O conceito de *texton* foi definido como um conjunto de características formado por microestruturas nas imagens consideradas fundamentais na percepção humana da textura. Desta noção surgiram no início do século XX as abordagens de coleção de *textons* (*Bag of Textons*) ([Leung & Malik, 2001](#)) e de coleção de palavras (*Bag of Words*) ([Sivic & Zisserman, 2003](#)) onde a textura é caracterizada recorrendo a dicionários de *textons* representados estatisticamente por histogramas. Através de vários estudos, foi sendo reconhecida a necessidade de obter a análise de textura através de características que fossem invariantes de forma a reduzir a sensibilidade a determinadas variações, como por exemplo, à iluminação, à escala ou à rotação. Para colmatar esta necessidade surge um conjunto de métodos, dos quais o LBP ([Ojala, Pietikäinen & Maenpää, 2002](#)) será o mais estudado.

Além da variante MRELBP (*Median Robust Extended Local Binary Pattern*) ([Liu et al., 2016](#)) do modelo LBP, este artigo de revisão ([Liu et al., 2018](#)) refere ainda como maiores desenvolvimentos recentes no campo da descrição local de textura, os métodos de aprendizagem ScatNet (*Scattering Network*) ([Bruna & Mallat, 2013](#)) e CNN (*Convolutional Neural Network*) ([Cimpoi et al., 2016](#)), e no campo da codificação de características o modelo IFV (*Improved Fisher Vector*) ([Perronnin, Sanchez & Mensink, 2010](#)).

As bases de dados são referidas como um fator importante no desenvolvimento da análise de textura, na medida em que permitem a avaliação do desempenho de algoritmos concorrentes e lançam novos desafios a estudar e analisar. Estes autores ([Liu et al., 2018](#)), caracterizam o aparecimento das

## 2.4 Vantagens e desvantagens do método da Matriz de Co-ocorrência (GLCM)

principais bases de dados de imagens geralmente utilizadas, apresentando a principal literatura e enfatizando as inovações e as novas potencialidade. São apresentadas e caracterizadas 21 bases de dados, sendo a Brodatz considerada a mais antiga e a mais utilizada. Apenas as bases de dados Brodatz, UIUC (*University of Illinois Urbana-Champaign*) e UMD (*University of Maryland*) são de imagens exclusivamente em níveis de intensidade, todas as restantes de imagens a cores. Os autores esquematizam os principais estudos que foram sendo realizados sobre o desempenho e a eficiência dos métodos mais representativos, que utilizaram para efeitos comparativos as bases de dados de referência.

Como principais conclusões, referem que a aplicação prática da análise de textura é um compromisso entre conceitos em conflito, como a precisão de classificação, a degradação da imagem, a compacidade e a eficiência, número de dados de treino disponíveis e os consumos de energia e recursos das implementações. Como oportunidades e desafios apontam alguns temas que a análise de textura concertada com a evolução da computação e do processamento de imagens podem vir a desenvolver.

### **2.4 Vantagens e desvantagens do método da Matriz de Co-ocorrência (GLCM)**

O método GLCM é de fácil implementação e tem obtido bons resultados em vários campos de aplicação ([Humeau-Heurtier, 2019](#)). Como observado por ([Wang et al., 2016](#)) é provavelmente o método de extração de textura mais utilizado para imagens sendo que as principais melhorias desde a década de 1970 residiram mais no aumento da velocidade de cálculo dos algoritmos, do que em alterações nas próprias estatísticas. As principais desvantagens atribuídas ao método GLCM são o tempo de computação ser sensível à quantidade de dados, nomeadamente ao número de pixels das imagens iniciais e ao número de imagens analisadas, e a existência de correlação entre as características de textura que são extraídas ([Humeau-Heurtier, 2019](#)). O método GLCM insere-se nas abordagens estatísticas, foi um dos primeiros métodos a ser utilizado tendo ainda hoje frequente utilização. A análise realizada neste trabalho seguirá este método, adoptando as principais

configurações definidas pelo artigo de ([Haralick, Shanmugam & Dinstein, 1973](#)). Seguidamente, serão exemplificadas ainda que não de forma exaustiva, algumas aplicações em diferentes áreas do método GLCM presentes na literatura.

## 2.5 Aplicações do método da Matriz de Co-ocorrência (GLCM)

Tendo sido precursores na definição do método GLCM, os autores ([Haralick, Shanmugam & Dinstein, 1973](#)) aplicaram as características de textura para classificar e identificar imagens de microfotografias de tipos de rochas presentes em explorações de crude, fotografias aéreas de oito tipos de áreas e imagens espaciais da costa da Califórnia, tendo com os algoritmos utilizados, obtido bons valores de exatidão (89%, 82% e 83%).

Os autores ([O'Byrne et al., 2012](#)) utilizam a análise de textura para detetar danos em infra-estruturas, nomeadamente pontes. Para retirar 4 características de textura usam a GLCM, procedendo a uma redução das imagens a 12 níveis de cinzento e considerando janelas deslizantes para obter a textura localizada nas imagens, concluindo que o método foi efetivo na descrição da textura perceptível na imagem e que o método poderá ser de grande utilidade quando generalizado à monitorização remota de infra-estruturas.

Ao considerar 8 características de textura de 3 imagens diferentes obtidas por satélite, retiradas com a GLCM usando três tamanhos de janela deslizante, ([Hall-Beyer, 2017](#)) utilizou a Análise de Componente Principal para estabelecer regras e hierarquização na escolha entre as características de textura.

Apresentando um algoritmo para a computação não supervisionada de características de textura, ([Prabha & Bharathi, 2019](#)) avaliam o desempenho do método GLCM e a sua exatidão de classificação.

Por fim, os autores ([Ferreira et al., 2020](#)) aplicaram a GLCM na análise de textura a imagens de OCT do fundo da retina para identificar diferenças na retina de ratos, com um e dois meses de idade, entre um grupo triplo-transgénico da doença de Alzheimer (3 × Tg-AD) e um grupo de controlo de ratos saudáveis. A GLCM foi aplicada a 480 blocos de cada imagem,

## 2.5 Aplicações do método da Matriz de Co-ocorrência (GLCM)

nas direções 0°, 45°, 90° e 135° graus, para identificar 20 características de textura, tendo para cada característica considerado o valor máximo dos 4 obtidos para cada direção, para identificar diferenças entre as retinas dos dois grupos em ambas as idades. Da significância estatística para as diferenças entre as características da textura das imagens, concluíram haver consistência para considerar que a textura das retinas de ambos os grupos são diferentes logo no primeiro mês e que as diferenças aumentam quando analisadas ao segundo mês de vida. As conclusões demonstram a importância da análise de textura das imagens da retina para monitorizar e diagnosticar a doença de Alzheimer.

### 3 Metodologia

Na realização deste trabalho foram aplicadas várias metodologias de análise que serão introduzidas neste capítulo. Começando pela caracterização de textura será detalhado o método GLCM. De seguida serão apresentadas a Análise de Componentes Principais (ACP), as métricas de distância, e por fim, discussão do método de agrupamentos *k-means* utilizando a distância de Mahalanobis.

#### 3.1 Método da Matriz de Co-ocorrência (GLCM)

Numa imagem digital em níveis de intensidade cada píxel representa uma determinada intensidade, a que corresponde um único valor variando na formulação mais corrente, do preto (com ausência de intensidade) ao branco (com o valor máximo de intensidade). Os intervalos habituais para as escalas de intensidade são de 256 níveis de 0 a 255, geralmente considerando a intensidade como variável discreta, ou de 0 a 1 num modelo em que se considera a intensidade uma variável contínua. O preto é 0 em ambas as escalas, enquanto o branco é 255 e 1, respetivamente. As imagens a cores na composição aditiva definida no espaço RGB podem ser convertidas em imagens em níveis de intensidade por ponderação das intensidades de cada uma das suas cores primárias (vermelho, verde e azul – RGB: *red, green, blue*). Apesar de se poderem escolher muitos outros sistemas de cor, neste trabalho é utilizado o sistema RGB por ser o exemplo mais comum em imagem digital, o que se prende com o seu reduzido consumo de espaço e com a facilidade de reprodução de cor em dispositivos electrónicos.

Uma imagem digital em níveis de intensidade, é uma matriz com  $N_x$  linhas de pixéis na horizontal,  $L_x = \{1, 2, \dots, N_x\}$  e  $N_y$  colunas de pixéis na vertical,  $L_y = \{1, 2, \dots, N_y\}$ . Cada píxel assumirá numa escala de intensidade com  $N_g$  níveis, um determinado nível do conjunto  $G = \{0, 1, 2, \dots, N_g-1\}$ . A imagem poderá ser representada por uma matriz  $I$  que atribui a cada par ordenado  $(x, y) \in L_x \times L_y$  um determinado nível de intensidade  $G$ .

### 3.1 Método da Matriz de Co-ocorrência (GLCM)

Dependendo do objetivo da análise ou da informação que se pretende obter da imagem, pode ser adequado um procedimento de normalização prévio à análise das imagens digitais em níveis de intensidade, de forma que os valores mínimo e máximo de intensidade em cada imagem correspondam respectivamente aos valores mínimo e máximo dos níveis de intensidade  $G$  considerados.

**Definição 3.1** (Normalização uniforme de imagens em níveis de intensidade).

A normalização linear uniforme de imagens digitais em níveis de intensidade consiste numa transformação linear definida por

$$I_{N(x,y)} = \lfloor (I_{(x,y)} - I_{min}) (Gmax-Gmin)/(I_{max}-I_{min}) + Gmin \rfloor \quad (1)$$

sendo  $I_{min}$  o valor mínimo e  $I_{max}$  o valor máximo dos níveis de intensidade dos pixels da imagem inicial  $I_{(x,y)}$  e  $Gmax$  e  $Gmin$  os valores máximo e mínimo da escala de níveis  $G$ .

O método GLCM pode também ser referido na literatura como matriz de dependência espacial de níveis de cinzento (SGLDM - *Spatial Grey Level Dependence Matrix*). A sua finalidade é extrair as características de textura e baseia-se na estimação de estatísticas retiradas de funções de densidade de probabilidade condicional conjunta de segunda ordem ([Prabha & Bharathi, 2019](#)). Neste contexto, segunda ordem significa que se analisa a co-ocorrência de pares de pixels na imagem ([Hall-Beyer, 2017](#)). Este método foi primeiramente apresentado por ([Haralick, Shanmugam & Dinstein, 1973](#)), assumindo como hipótese que a informação de textura de uma determinada imagem em níveis de intensidade  $I$  está contida nas relações espaciais e de diferenças de intensidade entre pares de pixels. Mais especificamente, assumem que a informação de textura é adequadamente especificada por um conjunto de matrizes que expressam a dependência espacial dos níveis de intensidade e podem ser obtidas para diferentes distâncias e direções entre dois pixels próximos na imagem.

O primeiro passo para obter uma GLCM de uma imagem, passa por definir através de uma direção e de uma distância uma relação espacial entre dois píxéis, um píxel de referência e um píxel vizinho. Esta relação espacial depende da distância e da direção consideradas.

**Definição 3.2** (Relação espacial com distância  $d$  e direção  $\theta$ ).

Diz-se que o píxel  $(x_v, y_v)$  está à distância  $d$  numa direção  $\theta$  do píxel  $(x_r, y_r)$  se existir um  $M > 0$  tal que

$$x_v = x_r + M \cos(\theta);$$

$$y_v = y_r + M \sin(\theta);$$

e

$$d = \max(|x_r - x_v|, |y_r - y_v|)$$

onde os pares ordenados  $(x_r, y_r), (x_v, y_v) \in L_x \times L_y$ , correspondem às posições dos píxéis considerados.

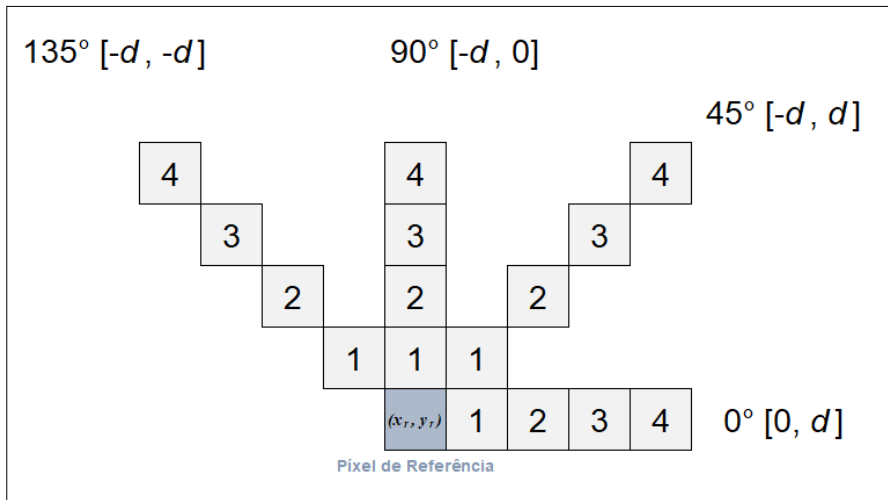
A direção e a distância consideradas ditam qual o píxel considerado, que daqui para a frente será denominado por píxel vizinho. Cada píxel de referência tem 8 píxéis vizinhos que o circundam à distância  $d = 1$ , dependendo o píxel vizinho da direção definida entre as 8 possíveis. Para todas as distâncias  $d$  o número de vizinhos possíveis é dado por  $(1+2d)^2 - 1$ , aumentando com a distância o número de direções possíveis. No entanto, o mais comum é o método utilizar apenas as direções  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  e  $135^\circ$  graus para qualquer valor de distância  $d$ . Na [Figura 3.1](#) estão representadas 16 possibilidades de pares de píxéis ou relações espaciais diferentes em relação a um dado píxel de referência  $(x_r, y_r)$ , em função das distâncias 1, 2, 3 e 4 e das direções consideradas. A relação espacial pode ainda ser referida na literatura utilizando  $d$  não como uma distância, mas como o número de deslocamentos positivos ou negativos ao longo das linhas ou das colunas da imagem [*deslocamentos de linhas, deslocamentos de colunas*] desde a posição  $(x_r, y_r)$  do píxel de referência até à posição do píxel vizinho  $(x_v, y_v)$ .

### 3.1 Método da Matriz de Co-ocorrência (GLCM)

Tendo por referência a [Figura 3.1](#), os deslocamentos  $[-2, 2]$  correspondem a assumir a relação espacial da [Definição 3.2](#) com  $d=2$  e com direção  $\theta = 45^\circ$ .

Figura 3.1 - Relações Espaciais entre 2 Pixéis

$(x_r, y_r)$  é a posição do píxel de referência, os píxéis vizinhos a cinzento estão às distâncias inscritas  $d = \{1, 2, 3, 4\}$  para cada direção  $\theta = \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ\}$



Estabelecida uma relação espacial entre dois píxéis, fixando uma distância  $d$  e uma direção  $\theta$ , a GLCM irá apresentar para uma determinada imagem, a frequência com que os píxéis assumem as diferentes combinações de níveis  $(i, j)$  em que  $i, j \in G = \{0, 1, 2, \dots, N_g-1\}$ . Esquemáticamente a matriz pode ser apresentada conforme a [Figura 3.2](#).

Figura 3.2 - GLCM

GLCM		Níveis de Intensidade				
		0	1	2	...	$N_g-1$
Níveis de Intensidade	0	$\#(0,0)$	$\#(0,1)$	$\#(0,2)$	...	$\#(0, N_g-1)$
	1	$\#(1,0)$	$\#(1,1)$	$\#(1,2)$	...	$\#(1, N_g-1)$
	2	$\#(2,0)$	$\#(2,1)$	$\#(2,2)$	...	$\#(2, N_g-1)$
	...	...	...	...	...	...
	$N_g-1$	$\#(N_g-1,0)$	$\#(N_g-1,1)$	$\#(N_g-1,2)$	...	$\#(N_g-1, N_g-1)$

A posição #(0,1) na figura corresponde ao número de vezes que na imagem o píxel de referência tem nível 0 e o píxel vizinho numa dada relação espacial estabelecida  $(d, \theta)$  tem nível 1. Cada posição  $(i, j)$  da GLCM é dada por  $P(i, j | d, \theta)$  que representa a frequência absoluta de dois pixéis que estão a uma distância  $d$  na direção  $\theta$  terem os níveis de intensidade  $i$  e  $j$ , respetivamente.

A GLCM é uma matriz quadrada  $N_g \times N_g$  pois o píxel de referência e o píxel vizinho podem assumir as mesmas  $N_g$  possibilidades de níveis de intensidade. A dimensão da imagem ou o número de níveis de intensidade escolhido influenciará o número de operações necessária para o cálculo da matriz. Existem duas formulações ([Humeau-Heurtier, 2019](#)): uma formulação da matriz não simétrica que apresenta as frequências apenas no sentido do píxel de referência para o píxel vizinho; e a formulação simétrica, em conformidade com a formulada por ([Haralick, Shanmugam & Dinstein, 1973](#)), que considera a contagem da frequência dos níveis dos pixéis em ambos os sentidos obtendo uma matriz simétrica. Na formulação simétrica, por exemplo, os pares de níveis (1,2) e (2,1), sendo considerados em ambos os sentidos têm na GLCM a mesma frequência. Quando se procede calculando apenas num sentido a GLCM não é simétrica, porém somando-lhe a sua matriz transposta obtém-se a matriz na formulação simétrica ([Prabha, 2019](#)). Por este motivo não se calculam as GLCM nas direcções em sentido oposto  $\theta = \{180^\circ, 225^\circ, 270^\circ, 315^\circ\}$ , pois correspondem respetivamente, à matriz transposta das GLCM não simétricas nas direcções  $\theta = \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ\}$ .

**Definição 3.3** (GLCM normalizada).

Fixada uma relação espacial  $(d, \theta)$ , a GLCM normalizada é uma matriz quadrada  $N_g \times N_g$  que tem em cada uma das suas componentes, as proporções de co-ocorrência de cada par de níveis de intensidade  $(i, j)$  dadas pela expressão

$$p(i, j | d, \theta) = \frac{P(i, j | d, \theta)}{\sum_{i,j=0}^{N_g-1} P(i, j | d, \theta)} \quad (2)$$

que divide o valor de cada posição da GLCM das frequências absolutas pelo valor da soma de todos os valores da matriz das frequências. Em termos de notação

### 3.1 Método da Matriz de Co-ocorrência (GLCM)

salienta-se que  $P$  maiúsculo representa a frequência absoluta dos pares de pixels  $P(i, j | d, \theta)$ , enquanto que  $p$  minúsculo traduz a proporção de co-ocorrência de cada par de níveis de intensidade  $(i, j | d, \theta)$ , sendo que  $\sum_{i,j=0}^{Ng-1} p(i, j | d, \theta) = 1$ .

Quanto mais elevados os valores em torno da diagonal principal da matriz, mais próximas as tonalidades dos pixels em relação aos pixels vizinhos na relação espacial definida. Quanto mais afastados da diagonal principal estão os valores mais elevados das posições da GLCM, mais dispares são as tonalidades dos pixels em relação à vizinhança na relação espacial considerada. As somas das diagonais permitem obter a proporção dos níveis de intensidade dos pares de pixels serem iguais (na diagonal principal) ou terem 1, 2, 3 ..., níveis de diferença entre si, conforme se considerem as diagonais que se vão afastando da diagonal principal.

#### 3.1.1 Extração de Características – os indicadores de textura

A partir da GLCM pode ser calculado um conjunto de características de textura. Muitas destas medidas são obtidas através de médias ponderadas dos valores da matriz ([Hall-Beyer, 2007](#)). No seu artigo, ([Haralick, Shanmugam & Dinstein, 1973](#)) definiram um conjunto de catorze indicadores, tendo utilizado na sua análise de classificação de imagens apenas três: o Segundo Momento Angular - ASM (*Angular Second Moment*), a Correlação e o Contraste. As medidas de Entropia e a Homogeneidade são também frequentemente utilizadas na literatura. Apresentam-se em seguida os cinco principais indicadores de textura ([Humeau-Heurtier, 2019](#)).

O Contraste é definido por

$$Con = \sum_{i,j=0}^{Ng-1} (i - j)^2 p(i, j | d, \theta) \quad (3)$$

e é também por vezes denominado de inércia ou soma dos quadrados das variações. Este quantifica a frequência espacial de uma imagem

([Prabha & Bharathi, 2019](#)) sendo uma medida das variações locais presentes na imagem que varia entre 0 e  $N_g-1$  ([O'Byrne et al., 2012](#)). Quanto maior a variação maior o contraste. Atendendo à equação (3), quando  $i$  e  $j$  são iguais, o valor está na diagonal principal e os pixéis não têm contraste. Se a diferença entre  $i$  e  $j$  for 1 há um pequeno contraste. Se for 2 o contraste aumenta e o fator  $(i-j)^2$  passa a 4. O contraste cresce quadraticamente com o aumento da diferença de níveis de intensidade  $(i-j)^2$  ([Hall-Beyer, 2007](#)).

A Homogeneidade (ou *Inverse Difference Moment* (IDM)) definida por

$$Hom = \sum_{i,j=0}^{N_g-1} \frac{p(i,j | d, \theta)}{1 + (i - j)^2} \quad (4)$$

mede a variação na intensidade da imagem ([Prabha & Bharathi, 2019](#)). É elevada quando se encontram os mesmos pares de níveis de intensidade ([Humeau-Heurtier, 2019](#)) e varia entre 0 e  $N_g-1$  ([O'Byrne et al., 2012](#)). A equação de Homogeneidade utiliza uma ponderação inversa do contraste, com os pesos a diminuir inversamente conforme vai aumentando a diferença entre os níveis de intensidade considerados ([Hall-Beyer, 2007](#)).

O indicador Segundo Momento Angular – (*Angular Second Moment* (ASM)) é dado pela expressão

$$ASM = \sum_{i,j=0}^{N_g-1} (p(i,j | d, \theta))^2 \quad (5)$$

e representa a uniformidade da distribuição das diferenças entre os níveis de intensidade na imagem e varia entre  $1/(N_g-1)^2$  e 1 (imagem constante) ([O'Byrne et al., 2012](#)). Tem valores baixos quando as proporções dos pares de níveis de intensidade são valores bastante semelhantes. A Energia é calculada obtendo  $\sqrt{ASM}$  ([Hall-Beyer, 2017](#)).

A Entropia é definida por

$$e = \sum_{i,j=0}^{Ng-1} p(i,j | d, \theta) (-\log_2 p(i,j | d, \theta)) \quad (6)$$

e avalia a desordem ou complexidade da imagem ([Prabha & Bharathi, 2019](#)). Quanto menor o valor da probabilidade na posição da matriz, maior a sua ponderação dada pelo simétrico da função logarítmica neste indicador ([Hall-Beyer, 2017](#)). A Entropia é “uma medida estatística de aleatoriedade e varia entre 0 e infinito” ([O’Byrne et al., 2012](#)). Num caso limite, em que a imagem tem nível constante, onde todos os pixels assumem o mesmo nível  $i$ , a matriz de co-ocorrência normalizada apresenta apenas uma posição preenchida na diagonal principal correspondente a  $p(i, i) = 1$ , situação em que o valor do indicador de entropia será nulo. Quanto menos posições  $(i, j)$  da matriz concentrarem em si valores não nulos de probabilidade, menor o valor de entropia. O valor da entropia aumenta quanto mais posições da matriz assumem valores de probabilidade próximos do valor médio que será  $1/(Ng-1)^2$  (ou seja, quanto menor a variância dos valores das proporções de todas as posições da matriz).

O último dos 5 indicadores principais é a Correlação que é expressa por

$$Cor = \sum_{i,j=0}^{Ng-1} p(i,j | d, \theta) \frac{(i - \mu_i)(j - \mu_j)}{\sigma_i \sigma_j} \quad (7)$$

em que as médias  $\mu_i$  e  $\mu_j$  e as variâncias ( $\sigma_i^2$  e  $\sigma_j^2$ ) são dadas por

$$\mu_i = \sum_{i,j=0}^{Ng-1} i(p(i,j|d, \theta)) ; \quad \mu_j = \sum_{i,j=0}^{Ng-1} j(p(i,j|d, \theta)) \quad (8)$$

$$\sigma_i^2 = \sum_{i,j=0}^{Ng-1} (i - \mu_i)^2(p(i,j|d, \theta)) ; \quad \sigma_j^2 = \sum_{i,j=0}^{Ng-1} (j - \mu_j)^2(p(i,j|d, \theta)). \quad (9)$$

A Correlação mede a dependência linear entre os níveis de intensidade dos pixels, assumindo valores elevados quando os valores estão distribuídos uniformemente na GLCM ([Humeau-Heurtier, 2019](#)). Os valores das duas médias e das duas variâncias só são diferentes entre si quando na presença de GLCM não simétrica. Quando obtida a GLCM simétrica as médias e as variâncias assumem respectivamente o mesmo valor.

Além das características de textura já enunciadas são ainda calculadas para a análise neste trabalho as seguintes características de textura:

- Dissimilaridade:

$$Dis = \sum_{i,j=0}^{N_g-1} |i - j| p(i, j | d, \theta) \quad (10)$$

- Homogeneidade 2 (*Inverse difference*):

$$Hom2 = \sum_{i,j=0}^{N_g-1} \frac{p(i, j | d, \theta)}{1 + |i - j|} \quad (11)$$

- Autocorrelação:

$$Autcor = \sum_{i,j=0}^{N_g-1} i \times j (p(i, j | d, \theta)) \quad (12)$$

- Proeminência de *Cluster* (*Cluster Prominence*):

$$Prom = \sum_{i,j=0}^{N_g-1} (i + j - \mu_i - \mu_j)^4 p(i, j | d, \theta) \quad (13)$$

### 3.1 Método da Matriz de Co-ocorrência (GLCM)

- Sombra de *Cluster* (*Cluster Shade*):

$$Shade = \sum_{i,j=0}^{N_g-1} (i + j - \mu_i - \mu_j)^3 p(i, j | d, \theta) \quad (14)$$

- Tendência de *Cluster* (*Cluster Tendency*):

$$Tend = \sum_{i,j=0}^{N_g-1} (i + j - \mu_i - \mu_j)^2 p(i, j | d, \theta) \quad (15)$$

- Diferença de entropia (*Difference Entropy*):

$$Dent = \sum_{i=0}^{N_g-1} p_{x-y}(i) (-\log_2(p_{x-y}(i))) \quad (16)$$

onde

$$p_{x-y}(k) = \sum_{i,j=0}^{N_g-1} p(i, j | d, \theta), \quad |i - j| = k, k = 0, 1, \dots, N_g - 1. \quad (17)$$

- Soma Média (*Sum Average*):

$$Smed = \sum_{i=0}^{2(N_g-1)} i(p_{x+y}(i)) \quad (18)$$

onde

$$p_{x+y}(k) = \sum_{i,j=0}^{N_g-1} p(i, j | d, \theta), \quad i + j = k, k = 0, 1, \dots, 2(N_g - 1) \quad (19)$$

- Soma Entropia (*Sum Entropy*):

$$Sent = \sum_{i=0}^{2(N_g-1)} p_{x+y}(i) (-\log_2(p_{x+y}(i))) \quad (20)$$

- Soma Variância (*Sum Variance*):

$$Svar = \sum_{i=0}^{2(N_g-1)} (i - Sent)^2 (p_{x+y}(i)) \quad (21)$$

- Momento de diferença inverso normalizado (*Inverse Difference Moment Normalized - IDMN*):

$$IDMN = \sum_{i,j=0}^{N_g-1} \frac{p(i,j | d, \theta)}{1 + \frac{|i-j|^2}{N_g^2}} \quad (22)$$

- Diferença inversa normalizada (*Inverse Difference Normalized - IDN*):

$$IDN = \sum_{i,j=0}^{N_g-1} \frac{p(i,j | d, \theta)}{1 + \frac{|i-j|}{N_g}} \quad (23)$$

- Variância inversa (*Inverse variance*)

$$Vinv = \sum_{i,j=0}^{N_g-1} \frac{p(i,j | d, \theta)}{|i-j|^2}, \quad i \neq j. \quad (24)$$

baseadas na formulação de ([Parmar et al., 2014](#)) (*Supplement S1 Mathematical definitions of imaging features* - referência utilizada na definição da função `cal_features` no pacote `radiomics` da linguagem de programação `R Project`).

### 3.2 Análise de Componentes Principais

As características de textura podem ser calculadas para uma imagem utilizando apenas uma determinada relação espacial  $(d, \theta)$  (retirando apenas uma matriz) ou utilizando a média, o máximo ou a mediana das características retiradas pelas quatro matrizes obtidas das direções  $\theta = \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ\}$ , obtendo valores invariantes com a direção e dependendo apenas da distância  $d$ .

Em muitas situações é mais interessante ou importante, conhecer como as características de textura se comportam em diferentes zonas da imagem. Para avaliar as características de textura na vizinhança de cada um dos pixels, as GLCM podem ser sucessivamente calculadas ao longo da imagem total para pequenas imagens enquadradas por janelas deslizantes centradas em cada pixel. No final do processo cada pixel terá associado uma característica ou um vetor de características de textura, conforme as relações espaciais consideradas  $(d, \theta)$  e a dimensão  $N'_x \times N'_y$  da janela deslizante.

As características de textura podem então ser alocadas a cada pixel permitindo trabalhar os dados de forma quantitativa ou visualizando imagens construídas com a relação entre os valores das características alocados a cada pixel. Este processo permite em particular, visualizar se uma imagem tem variações de características de textura e identificar a localização de áreas com diferentes texturas, enquanto a GLCM da totalidade da imagem não permite obter esta informação. Dependendo da dimensão da janela deslizante,  $(N-1) / 2$  linhas e colunas de pixels que se encontram nas extremidades da imagem total não poderão ser considerados pixel central das janelas deslizantes. Geralmente os pixels exteriores da imagem alocam o valor do cálculo da característica de textura mais próximo, ficando no exterior uma “moldura” uniforme ([Hall-Beyer, 2017](#)).

### 3.2 Análise de Componentes Principais

Uma vez que as características de textura provêm da GLCM de uma mesma imagem é expectável que estas variáveis estejam correlacionadas e um método de fazer face a esta questão será obter componentes principais (CP) com um grau considerável de explicação dos dados que possibilitem a análise e a representação

gráfica. Este facto é ainda mais evidente considerando que algumas das 20 características de textura são muito idênticas, como é o caso, por exemplo, da Homogeneidade e Homogeneidade 2. Nesta abordagem pretende-se obter um número menor de ( $q$ ) variáveis que preservem a maioria da informação fornecida pelas variâncias e correlações ou covariâncias.

A análise de componentes principais (ACP) é um método estatístico multivariado que permite transformar um conjunto de variáveis iniciais correlacionadas entre si, num outro conjunto de variáveis chamadas componentes principais, não correlacionadas (ortogonais), que resultam de combinações lineares do conjunto variáveis iniciais ([Reis, 2001](#)). Está relacionada com a explicação da estrutura de variância e covariâncias entre um determinado conjunto de variáveis, através de um reduzido número de combinações lineares obtidas com os dados dessas variáveis ([Johnson & Wichern, 2007](#)). Os seus objectivos gerais são i) redução da dimensão dos dados a analisar ([Johnson & Wichern, 2007](#)) e ii) análise dos processos através da identificação e explicação dos fatores implícitos ([Reis, 2001](#)). O propósito da análise é encontrar combinações lineares das  $q$  variáveis iniciais  $X_1, X_2, \dots, X_q$ , de modo a produzir componentes  $CP_1, CP_2, \dots, CP_q$  que descrevam a variação nos dados ([Manly, 2005](#)). A ACP obtém melhores resultados se as variáveis iniciais  $X_q$  tiverem elevados valores de correlação ([Manly, 2005](#)). As componentes principais são ordenadas de acordo com a sua importância explicativa dos dados ([Reis, 2001](#)), por ordem decrescente do nível máximo de variância que cada componente explica das variáveis iniciais  $X$ . A última componente principal é a que menos contribui para a explicação da variância total dos dados originais. “Como cada combinação linear explica o máximo possível de variância não explicada e terá de ser ortogonal a qualquer outra combinação já definida, o conjunto de todas as combinações encontradas constitui uma solução única” ([Reis, 2001](#)). O seu propósito não é atribuir uma explicação às correlações entre as variáveis, mas apenas definir as transformações lineares entre as variáveis iniciais que expliquem o máximo da variação existente nos dados e os permitam reduzir em dimensão e descrever ([Reis, 2001](#)).

As componentes principais são expressas através de combinações lineares das variáveis originais

$$\begin{aligned}
 CP_1 &= \alpha_{11}X_1 + \alpha_{12}X_2 + \dots + \alpha_{1q}X_q \\
 CP_2 &= \alpha_{21}X_1 + \alpha_{22}X_2 + \dots + \alpha_{2q}X_q \\
 &\dots \\
 CP_m &= \alpha_{m1}X_1 + \alpha_{m2}X_2 + \dots + \alpha_{mq}X_q
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

para  $m$  componentes e  $q$  variáveis ( $m \leq q$ ) ([Manly, 2005](#)), onde as  $CP$  são variáveis não correlacionadas e com variâncias decrescentes, ou seja,

$$\text{var}[CP_1] \geq \text{var}[CP_2] \geq \dots \geq \text{var}[CP_q]
 \tag{26}$$

O processo de derivação dos componentes principais passa por definir os coeficientes  $\alpha_{ij}$  que definem as combinações lineares a cada uma das variáveis iniciais  $X$ . A explicação desta derivação tem versões mais ou menos extensas e ligeiramente diferentes consoante os autores, a qual se pode encontrar em ([Reis, 2001](#)), ([Jolliffe, 2002](#)), ([Manly, 2005](#)) ou ([Johnson & Wichern, 2007](#)).

Seguindo uma exposição próxima à apresentada por ([Jolliffe, 2002](#)), começa-se por encontrar uma função linear  $\alpha'_1 X$  de elementos de  $X$  que têm variância máxima,

$$\alpha'_1 X = \alpha_{11}X_1 + \alpha_{12}X_2 + \dots + \alpha_{1q}X_q = \sum_{j=1}^q \alpha_{1j}X_j
 \tag{27}$$

onde  $a_1$  é um vetor de  $q$  coeficientes  $\alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1q}$  e  $X$  é a matriz das variáveis iniciais  $X_1, X_2, \dots, X_q$ . Pretende-se encontrar  $\alpha_1$  que maximize a  $\text{var}[\alpha'_1 X] = \alpha_1' \Sigma \alpha_1$ , onde  $\Sigma$  é a matriz de variâncias e covariâncias da população das variáveis (onde o elemento  $(i, j)$  é a covariância entre os elementos  $i$  e  $j$  de  $X$  quando  $i \neq j$ , e é a variância do  $j$ -ésimo elemento de  $X$  quando  $i = j$ ), que na maioria dos casos não sendo conhecida, é substituída pela matriz  $S$  de variâncias e covariância dos dados

da amostra. Para se atingir um máximo finito é necessário impor uma restrição de normalização,  $\alpha_1' \alpha_1 = 1$ . Para maximizar  $\alpha_1' \Sigma \alpha_1$  sujeito à restrição  $\alpha_1' \alpha_1 = 1$ , utiliza-se o método dos multiplicadores de Lagrange, que corresponde a maximizar

$$L(\alpha_1) = \alpha_1' \Sigma \alpha_1 - \lambda (\alpha_1' \alpha_1 - 1) \quad (28)$$

onde  $\lambda$  é o multiplicador de Lagrange. Da diferenciação em relação a  $\alpha_1$  vem que

$$\frac{\delta L(\alpha_1)}{\delta \alpha_1} = [\Sigma - \lambda I_p] \alpha_1 = 0 \quad (29)$$

onde  $I_q$  é a matriz identidade ( $q \times q$ ). Se a matriz para  $[\Sigma - \lambda I_q]$  for uma matriz não singular apenas o vetor nulo será solução da equação. Para que a equação tenha uma solução para  $\alpha_1$  não nula é necessário que a matriz para  $[\Sigma - \lambda I_q]$  seja uma matriz singular ou seja, tenha determinante igual a zero, caso em que existirá uma solução não nula para  $\alpha_1$  se e só se,  $\lambda$  for um valor próprio de  $\Sigma$ . Pela equação (28)  $\alpha_1$  será o correspondente vetor próprio de  $\lambda$ . Sendo  $\Sigma$  semidefinida positiva poderá ter  $q$  valores próprios,  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_q \geq 0$ , todos não negativos. Para escolher qual dos valores próprios, atendendo a que  $\alpha_1$  será um vetor próprio de  $\Sigma$  e se pretende maximizar a igualdade

$$\text{var}[\alpha_1' X] = \alpha_1' \Sigma \alpha_1 = \alpha_1' \lambda I_q \alpha_1 = \lambda \alpha_1' \alpha_1 = \lambda \quad (30)$$

o valor próprio a escolher será o maior de todos os valores próprios  $\lambda_1$ . A primeira componente principal terá como coeficientes  $\alpha_1$  o vetor próprio associado a  $\lambda_1$  (o máximo dos valores próprios). A dedução das CP seguintes percorre um processo iterativo semelhante, tomando uma restrição adicional de ortogonalidade entre as CP (dada por exemplo para a  $CP_2$  por  $\alpha_1' \alpha_2 = 0$  ou por  $\text{Cov}(\alpha_1' X, \alpha_2' X) = 0$ ).

Em geral, a componente principal  $CP_k$  é definida por  $\alpha_k' X$ , com  $\text{var}[\alpha_k' X] = \lambda_k$ , onde  $\lambda_k$  é o  $k$ -ésimo maior dos valores próprios de  $\Sigma$  e  $\alpha_k$  é o vetor próprio correspondente (Jolliffe, 2002).

**Definição 3.4** (PVE - percentagem da variação explicada por cada CP).

A percentagem da variação total original explicada por cada  $CP_k$  é dada por

$$PVE_{CP_k} = \lambda_k / \sum_{k=1}^q \lambda_k \quad (31)$$

onde  $\lambda_k$  é o valor próprio associado à  $CP_k$ .

**Definição 3.5** (PAVE - percentagem acumulada da variação explicada).

A expressão da percentagem da variação explicada acumulada

$$PAVE_{CP_m} = \sum_{k=1}^m \lambda_k / \sum_{k=1}^q \lambda_k \quad (32)$$

onde os diferentes  $\lambda_k$  são os valores próprios associados às  $CP_k$ , traduz a percentagem acumulada da variação total explicada pelas primeiras  $m$  componentes.

O principal pressuposto para a aplicação da ACP passa por confirmar a correlação entre as variáveis. O teste de esfericidade de Barlett e a estatística de Kaiser – Mever - Olkin (KMO) são testes utilizados para avaliar a correlação entre as variáveis. O teste de esfericidade de Bartlett “testa a hipótese de a matriz de correlação ser uma matriz identidade e o seu determinante ser igual a 1, logo de as variáveis não estarem correlacionadas entre si” (Reis, 2001). A aplicação da análise de componentes principais pressupõe que se rejeite a hipótese nula de a matriz de correlações  $P_c$  ser a matriz identidade:  $H_0: P_c = I$  ou  $H_0: \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_p$  (Reis, 2001).

A estatística de teste, tem distribuição assintótica de  $\chi^2$  com  $[q(q-1)/2]$  graus de liberdade para  $n$  observações e  $q$  variáveis, e é dada por

$$\chi_a^2 = - \left[ n - 1 - \frac{1}{6}(2q + 5) \right] \ln |R| \sim \chi^2_{[q(q-1)/2]}$$

em que  $|R|$  é o determinante da matriz de correlações amostrais, ou por

$$\chi_b^2 = - \left[ n - 1 - \frac{1}{6}(2q + 5) \right] \sum_{k=1}^q \ln(\lambda_k) \sim \chi^2_{[q(q-1)/2]}$$

onde  $\lambda_k$  são os valores próprios da matriz de covariância dos dados. Considerando para o ensaio de hipóteses um nível de significância de 5%, rejeita-se a hipótese nula, considerando que há correlação entre as variáveis, se o valor das estatísticas de teste observadas forem tal que  $\chi_{a,b}^2 > \chi^2_{([q(q-1)/2], 0,95)}$  ou se os seus *valor-p* (a probabilidade de obter um valor igual ou superior ao das estatísticas de teste observadas) forem inferiores a 0,05.

A estatística de KMO compara as correlações das variáveis e é definida por

$$KMO = \frac{\sum_i \sum_{i \neq j} r_{ij}^2}{\left( \sum_i \sum_{i \neq j} r_{ij}^2 + \sum_i \sum_{i \neq j} a_{ij}^2 \right)}$$

em que  $r_{ij}$  é coeficiente de correlação observado entre as variáveis  $i$  e  $j$ , e  $a_{ij}$  o coeficiente de correlação parcial entre as variáveis  $i$  e  $j$ . Os coeficientes de correlação parcial podem ser obtidos pela expressão

$$a_{ij}^2 = - \frac{v_{ij}}{\sqrt{v_{ii} \times v_{jj}}}$$

onde  $v_{ij}$  são os elementos da inversa da matriz de correlação ( $R^{-1}$ ) entre as variáveis  $i$  e  $j$ . Um valor superior a 0,8 é considerado um bom indicador de correlação entre as variáveis, ([Reis, 2001](#)).

Para determinar o número de CP a reter existem vários critérios possíveis dos quais os seguintes são os mais comumente usados:

1. Reter as CP que permitam explicar mais de 70% da variância total, o que corresponde a  $PAVE > 70\%$  ([Definição 3.5](#)). Um valor entre os 70% a 90% é sugerido por ([Jolliffe, 2002](#)) referindo que este intervalo poderá ser maior ou menor dependendo dos detalhes práticos da base de dados.

2. Reter as CP em que valores próprios são superiores à média dos valores próprios. Caso a análise seja feita partindo da matriz de correlações (ou com dados estandardizados), os valores próprios que são superiores à média dos valores próprios são superiores a 1 – Critério de Kaiser ([Kaiser, 1958](#)).

3. Utilizar a representação gráfica da variância explicada por cada componente principal em função das CP, o *scree-plot* proposto por Cattell (1966), citado por ([Jolliffe, 2002](#)). Unindo a linha de pontos, o ponto onde se dá uma mudança clara de declive corresponde ao número de CP a reter (método *elbow*).

4. Por fim um quarto critério, consiste em reter as CP cuja variância é significativamente diferente de zero, o qual apenas se pode aplicar quando estas são derivadas a partir da matriz de covariâncias amostral ( $S$ ). O teste de esfericidade de Bartlett é utilizado para testar a hipótese de serem iguais os  $p - k$  valores próprios de  $\Sigma$ . Não rejeitar a hipótese nula corresponde a reter as  $k$  primeiras CP ([Reis, 2001](#)).

**Critério 3.6** (Critério para determinar o número de CP a considerar).

Neste trabalho o critério considerado para determinar o número de CP a reter foi o número  $m$  de CP tal que a sua  $PAVE$  ([Definição 3.5](#)) seja superior a 95% da variância total.

### 3.3 Métricas de distâncias ou medidas de dissimilaridade

Para avaliar a dissimilaridade ou medir a distância entre os pontos de um determinado conjunto de dados podem-se definir várias distâncias. A análise das relações de similaridade tem sido inspirada em modelos geométricos, onde os elementos são representados por pontos no espaço (Reis, 2001). Deste modo as dissimilaridades observadas são visualizadas como a distância entre os respectivos pontos. Os índices de similaridade atribuídos por distâncias exigem que se respeitem as propriedades métricas. De seguida será definida a noção de norma para depois apresentar a definição de métrica e as suas propriedades.

#### Definição 3.7 (norma).

Seja  $X$  um espaço vetorial sobre  $\mathbb{R}$ . Uma norma em  $X$  é uma função  $\| \cdot \|: X \rightarrow \mathbb{R}$ , tal que para todo  $x, y, \in X$  e  $\alpha \in \mathbb{R}$ , se verificam as condições

- |   |                            |
|---|----------------------------|
| (i) $\  x \  \geq 0$ ;                      | (positividade);            |
| (ii) $\  x \  = 0$ se e só se, $x = 0$ ;    | (definitividade);          |
| (iii) $\  \alpha x \  =  \alpha  \  x \ $ ; | (homogeneidade);           |
| (iv) $\  x + y \  \leq \  x \  + \  y \ $   | (desigualdade triangular). |

#### Definição 3.8 (métrica).

Uma métrica num conjunto  $X$  é uma função  $d: X \times X \rightarrow \mathbb{R}$  com as propriedades

- $d(x, y) \geq 0$  (Não negatividade)
- $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$  (Identidade)
- $d(x, y) = d(y, x)$  (Simetria)
- $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$  (Desigualdade triangular)

para todo o  $x, y, z \in X$ .

Seguidamente são definidas as principais medidas que são mais usualmente utilizadas como distâncias ou medidas de dissimilaridade.

**Definição 3.9** (distância de Minkowski).

A distância de Minkowski está associada à métrica induzida pela norma  $\ell^p$  e é dada por

$$d_p(x, y) = \|x_i - y_i\|_p = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^p} \quad (33)$$

com  $p \in \mathbb{N}$ .

As distâncias seguintes são casos particulares da distância de Minkowski.

**Definição 3.10** (distância absoluta).

A distância absoluta está associada à métrica induzida pela norma  $\ell^1$  sendo dada por

$$d_1(x, y) = \|x_i - y_i\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i| \quad (34)$$

que corresponde à distância de Minkowski com  $p=1$ .

**Definição 3.11** (distância euclidiana).

A distância euclidiana está associada à métrica induzida pela norma  $\ell^2$  sendo dada por

$$d_2(x, y) = \|x_i - y_i\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2} \quad (35)$$

que corresponde à distância de Minkowski com  $p=2$ .

**Definição 3.12** (*distância de Chebishev*).

A distância de *Chebichev* está associada à métrica induzida pela norma do máximo ou norma  $\ell^\infty$  é dada por

$$d_\infty(x, y) = \|x_i - y_i\|_\infty = \lim_{p \rightarrow \infty} \sqrt[p]{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^p} = \max_i (|x_i - y_i|) \quad (36)$$

sendo o caso especial da distância de Minkowski onde  $p$  tende para infinito.

**Definição 3.13** (*distância de Mahalanobis*).

A distância de Mahalanobis (também chamada de distância generalizada) é dada por

$$d_M(x, y) = \sqrt{(x - y)^T \Sigma^{-1} (x - y)} \quad (37)$$

que considera a matriz de covariâncias  $\Sigma$  quando conhecida ou a sua estimativa  $S$  para o cálculo da distância.

O quadrado da distância de Mahalanobis entre as componentes principais, supondo que a matriz de covariâncias  $\Sigma$  seja estimada pelo seu estimador não enviesado matriz de covariâncias dos componentes principais  $S$ , é definida como

$$D_M(CP_i, CP_j)^2 = (CP_i - CP_j)' S^{-1} (CP_i - CP_j) \quad (38)$$

que tem a vantagem de ter em consideração as correlações quando  $S$  não é matriz identidade, sendo adequada quando o conjunto de dados assumem forma elíptica. A distância  $D_M(CP_i, CP_j)^2$  é equivalente ao quadrado distância euclidiana entre as  $CP$  ([Cerioli, 2005](#)), após a transformação ortonormal  $tCP_i = S^{-1} CP_i$  das  $CP_1, \dots, CP_q$ ,

$$D_M(CP_i, CP_j)^2 = (tCP_i - tCP_j)' (tCP_i - tCP_j). \quad (39)$$

A métrica de distância de Mahalanobis será primordialmente utilizada neste trabalho, uma vez que pelas razões apresentadas de seguida é a mais adequada depois da definição do espaço das componentes principais. Ao enunciar a primeira propriedade geométrica das populações dos componentes principais, ([Jolliffe, 2002](#)) demonstra que estes definem os eixos principais de um elipsóide de dimensão igual ao número de componentes  $q$  da família de elipsóides  $x'\Sigma^{-1}x = constante$ . Após a transformação em componentes principais, os dados ficam dispostos ao longo dos eixos ortogonais do elipsóide, eixos esses com direções definidas pelos vetores próprios ([Johnson & Wichern, 2007](#)), em que “metade do comprimento dos eixos principais são proporcionais à raiz quadrada dos valores próprios:  $\lambda_1^{1/2}, \lambda_2^{1/2}, \dots, \lambda_q^{1/2}$ ” ([Jolliffe, 2002](#)). Quando os dados assumem forma elíptica torna-se adequado utilizar a métrica da distância de Mahalanobis, uma vez que esta toma em consideração no cálculo da métrica, a ponderação dada por diferentes níveis de dispersão e variância dos dados nas várias dimensões.

### **3.4 Agrupamentos pelo método *k-means* utilizando a distância de Mahalanobis**

A análise de agrupamentos tem como objetivo agrupar pontos num espaço, de acordo com as distâncias entre estes. O algoritmo *k-means* ou algoritmo de Lloyd ([Lloyd, 1982](#)) é um algoritmo iterativo de agrupamento não hierárquico dos dados, em  $k$  grupos, com o número de grupos  $k$  definido à partida. De acordo com uma métrica de distância a  $k$  centroides, atribui cada uma das  $n$  observações a cada um dos  $k$  grupos através de um processo iterativo de minimização das distâncias entre os pontos e os centroides. O algoritmo *k-means* é sensível à escolha inicial dos centroides dos grupos. Por exemplo, apresenta problemas quando dos centroides iniciais escolhidos há mais que um englobados no mesmo grupo e algum grupo sem englobar nenhum centroide ([Melnykov & Melnykov, 2014](#)). Através de um processo heurístico, o algoritmo *k-means* ++ vai elegendo aleatoriamente e sucessivamente, os centroides iniciais

para o agrupamento. O processo de inicialização utilizado pelo método *k-means* ++ melhora a qualidade da solução final e o tempo de execução do algoritmo de Lloyd ([Arthur & Vassilvitskii, 2007](#)). Para a aplicação do método *k-means* é necessário: i) estabelecer uma métrica de distância; ii) eleger um processo de inicialização do algoritmo e iii) determinar qual o número de *k* grupos que melhor agrupa os dados.

Como referido, quando os dados assumem forma elíptica, como no caso dos dados após redução de dimensão por ACP torna-se adequado utilizar a métrica da distância de Mahalanobis. A utilização da métrica da distância Mahalanobis no método *k-means*, não está em geral, implementada como opção nas funções das principais linguagens de programação. Para além da inicialização utilizando esta métrica, acresce a dificuldade adicional de se obterem as estimativas iniciais para as matrizes de covariâncias. Uma possibilidade é considerar os dados depois da transformação ortonormal, como apresentada na equação (39), obtida pela multiplicação pela inversa da matriz de covariâncias, uma vez que a métrica de Mahalanobis seria equivalente à métrica euclidiana sobre os dados transformados, o que permitiria a aplicação de *k-means* com métrica euclidiana aos dados transformados ([Cerioli, 2005](#)). No entanto, a matriz de covariâncias é estimada do conjunto total dos dados, assumindo que todos os grupos têm a mesma distribuição. A utilização da distância de Mahalanobis em agrupamentos com base na matriz de covariâncias da globalidade dos dados é referida como sendo menos eficaz a identificar os agrupamentos, do que utilizando a distância euclidiana, onde a variância é constante ([Cerioli, 2005](#)). Uma possibilidade seria definir a matriz de covariância como uma matriz ponderada das matrizes de covariância dos grupos. Mas desta abordagem não resulta uma solução satisfatória, pois o facto dos grupos não serem conhecidos à partida torna complexo a obtenção da estimativa da matriz de covariância ([Cerioli, 2005](#)).

As abordagens para obter agrupamentos utilizando a distância de Mahalanobis, incidem sobre restrições da métrica a certas condições de emparelhamento dos dados ([Xiang et al., 2008](#)) e sobre a inicialização do algoritmo *k-means*, nomeadamente, a sua repercussão na obtenção das matrizes de covariâncias iniciais dos grupos ([Cerioli, 2005](#); [Melnykov & Melnykov, 2014](#); [Chokniwal & Singh, 2016](#)). O artigo de ([Chokniwal & Singh, 2016](#)) no seguimento

do trabalho de ([Melnykov & Melnykov, 2014](#)) explora o desempenho e propõe o método *k-means* ++ (com métrica euclidiana) para a inicialização, obtendo os centroides e as matrizes de covariâncias iniciais dos grupos (correspondendo a formas circulares ou esféricas) que depois são usados como inicialização, para determinar os agrupamentos utilizando a distância de Mahalanobis pelo método *k-means* (correspondendo a formas de elipsóides).

Recentemente, uma questão diferente foi abordada por ([Lapidot, 2018](#)). Através de um contra-exemplo o autor mostra que a convergência monótona do algoritmo de agrupamento *k-means* utilizando a métrica da distância de Mahalanobis não é assegurada. Os métodos de agrupamento *k-means* alcançam um mínimo local quando quase não há mudanças nas distâncias totais entre duas iterações consecutivas. A expressão das iterações para obter a minimização do algoritmo *k-means* com a métrica da distância de Mahalanobis é dada por

$$X_k^l = \left\{ x_n : (x_n - c_k^{l-1})^T \Lambda_k (x_n - c_k^{l-1}) = \min_{v \in \{1, \dots, K\}} (x_n - c_v^{l-1})^T \Lambda_v (x_n - c_v^{l-1}) \right\} \quad (40)$$

com

$$c_k^l = \frac{1}{\#X_k^l} \sum_{x_n \in X_k^l} x_n$$

$$\Lambda_k^l = \left( \frac{1}{\#X_k^l} \sum_{x_n \in X_k^l} (x_n - c_k^l) (x_n - c_k^l)^T \right)^{-1}$$

em que  $X_k$  é um conjunto de vetores  $x_n$  de cada grupo  $k$ ,  $c_k$  são os centroides de cada grupo  $k$ ,  $\#$  representa o número de elementos e onde  $\Lambda$  pode ser vista como a matriz de precisão.

No seu artigo, utilizando o contra-exemplo, Lapidot afirma que as condições de minimização deste algoritmo com a métrica da distância de Mahalanobis, não dependem dos dados, dos grupos nem dos centroides considerados. Sugere então dois exemplos de ligeiras mudanças ao algoritmo que ilustra apresentarem

convergência monótona, ainda que não apresente uma prova teórica de que matematicamente funcione em todos os casos.

Na primeira sugestão, altera a função a minimizar no algoritmo, considerando como função a iterar o mínimo do simétrico da função log-normal, mantendo como matriz de precisão a inversa da matriz de covariância. Na segunda alternativa, a matriz inversa da matriz de covariâncias é restringida a ter determinante igual a 1 o que significa manter o mesmo volume que no caso de utilização da distância euclidiana, sem a restrição de um volume necessariamente esférico. Este último exemplo, que será utilizado no método a definir neste trabalho, mantém a distância de Mahalanobis como função a minimizar no processo de iteração, utilizando como matriz de precisão  $\Lambda$ , a inversa da matriz de covariância restringida a um determinante constante, igual a um, conforme a expressão

$$\Lambda_k^l = \left( \frac{\frac{1}{\#X_k^l} \sum_{x_n \in X_k^l} (x_n - c_k^l) (x_n - c_k^l)^T}{\left| \frac{1}{\#X_k^l} \sum_{x_n \in X_k^l} (x_n - c_k^l) (x_n - c_k^l)^T \right|^{1/q}} \right)^{-1} \quad (41)$$

onde  $q$  é o número de componentes de cada vetor do espaço e em que o operador  $|A|$  é o determinante da matriz  $A$ .

O método de *k-means* precisa de ter definido *a priori* o número de grupos  $k$  a utilizar, sendo que muitas vezes não é conhecido qual o melhor número de grupos  $k$  para agrupar determinado conjunto de dados. Desta forma, foram desenvolvidos indicadores que permitam aferir qual o número de grupos  $k$  mais apropriado para aplicação do método *k-means* dado um conjunto de dados específico. Antes de definir o método *k-means* utilizado neste trabalho, serão definidos os indicadores para avaliar a comparação entre os agrupamentos com diferentes números de grupos  $k$ : o Índice de Dunn (Dunn, 1973), conforme as suas generalizações de (Bezdek & Pal, 1995) e o valor de  $R^2$  (Marôco, 2018).

O índice de Dunn

$$DI_k = \frac{\min_{1 \leq i < j \leq k} d(c_i, c_j)}{\max_{1 \leq i \leq k} \max_{x, y \in X_k^i} d(x, y)} \quad (42)$$

expressa para cada número de  $k$  grupos dos agrupamentos, o quociente entre a distância mínima entre os centroides  $(c_i, c_j)$  dos diferentes  $k$  grupos e o máximo das distâncias entre pontos pertencentes ao mesmo grupo  $X_k^l$  ( $i, j = 1, 2, \dots, k; i \neq j$ ).

O valor máximo indicará o melhor número de grupos  $k$ , garantindo com um numerador grande, centroides dos grupos afastados uns dos outros e com um denominador pequeno pontos de cada grupo próximos entre si. Neste trabalho, o índice de Dunn é utilizado para eleger o melhor número de grupos  $k$  quando comparados agrupamentos com diferentes  $k$ . Será ainda utilizado para definir o melhor agrupamento entre agrupamentos com inicializações diferentes para o mesmo número de grupos  $k$ , sendo retida a solução que obtiver o maior índice de Dunn.

O  $R^2$  complementa a avaliação dos agrupamentos escolhidos pelo maior índice de Dunn, atribuindo-lhes uma medida de qualidade, dada pela percentagem de explicação dos dados obtida por cada agrupamento. O critério do  $R^2$  para avaliação de agrupamentos é definido como a razão entre a soma dos quadrados dos desvios em relação às médias das variáveis entre os grupos (SQD - soma dos quadrados dos desvios entre as médias das variáveis de cada grupo e as médias das variáveis dos dados totais) e a soma dos quadrados totais (SQT - soma dos quadrados desvios entre cada valor dos dados e as médias das variáveis correspondentes), sendo dado por

$$R^2 = \frac{SQD}{SQT} = \frac{\sum_{j=1}^q \sum_{i=1}^k n_{ij} (\bar{x}_{ij} - \bar{x}_j)^2}{\sum_{j=1}^q \sum_{i=1}^k \sum_{h=1}^{n_i} (x_{ijh} - \bar{x}_j)^2} \quad (43)$$

em que  $n_i$  o número de observações em cada grupo,  $q$  é número de variáveis com  $j = 1, 2, \dots, q$  e  $k$  é número de grupos tal que  $i = 1, 2, \dots, k$  (Marôco, 2018).

O  $R^2$  é uma medida percentual da variação total dos dados que é retida por cada número de  $k$  grupos dos agrupamentos. A decisão passa por considerar um número mínimo de  $k$  grupos com a maior percentagem da variação dos dados (superior a 70% ou 80%). Na análise deste trabalho, a decisão será determinada pelo índice de Dunn ilustrando com o valor de  $R^2$  a qualidade de explicação dos agrupamentos.

Resultante deste enquadramento, define-se de seguida o algoritmo que será utilizado para analisar os agrupamentos dos vetores das componentes principais dos dados.

O método de agrupamento *k-means* com distância de Mahalanobis utilizado neste trabalho segue os seguintes passos:

- i) Obter através de simulação, várias soluções de inicialização com o método *k-means ++* ([Chokniwal & Singh, 2016](#)) para cada número considerado de  $k$  grupos escolhendo a solução que obtiver o maior índice de Dunn ([42](#)). Este critério é usado nesta fase para eleger o melhor agrupamento para o mesmo número de grupos  $k$ , que permitirá a escolha da melhor inicialização entre várias possibilidades de agrupamentos *k-means ++*;
- ii) Partindo do agrupamento e dos centroides retidos da inicialização pelo método *k-means ++* (i), utiliza-se o método *k-means* com a minimização da distância de Mahalanobis das observações aos centroides ([40](#)), calculada utilizando como matriz de precisão a inversa da matriz de covariâncias dos dados restringida a determinante igual a 1, condição expressa na equação ([41](#)), em linha com a segunda alternativa exemplificada ([Lapidot, 2018](#));
- iii) Por fim, proceder a algumas simulações do algoritmo de forma a reter para cada número  $k$  de grupos, as soluções com maior índice de Dunn ([42](#)) registando os  $R^2$  ([43](#)) das soluções retidas como referência complementar da qualidade explicativa de cada agrupamento.



## 4 Especificações da metodologia aplicada

O estudo realizado tem como propósito perceber como a textura de imagens ponderadas obtidas por combinações lineares de um conjunto de imagens base retém ou se pode relacionar com a textura das imagens base. Com o intuito de considerar imagens monocromáticas registadas, foram consideradas como 3 imagens base os 3 canais de cor do espaço RGB de uma imagem. Entende-se neste contexto como imagens registadas, imagens de uma mesma área num determinado instante, como acontece com os 3 canais de cor de uma mesma imagem. A textura de cada um destes canais pode ser muito diferente ou ser exatamente a mesma dependendo da imagem em formato RGB considerada. A primeira abordagem parte de imagens teste no espaço RGB para obter 3 imagens de base correspondentes às matrizes de intensidades dos 3 canais de cor. Com estas imagens base monocromáticas são realizadas duas combinações lineares com duas ponderações diferentes. A primeira ponderação considerada denominada por ponderação 1 (pd1) dada por

$$I_{pd1} = 0,298936 \times \text{vermelho} + 0,587043 \times \text{verde} + 0,114021 \times \text{azul}$$

que é frequentemente utilizada em imagem digital, pois é adequada à percepção visual humana, sendo a ponderação que corresponde ao canal de luminância quando o espaço RGB é convertido para o espaço de cor YIQ ([Tan & Jiang, 2019](#)). A segunda ponderação das imagens base foi denominada de ponderação 2 (pd2) e definida como sendo a média simples

$$I_{pd2} = 1/3 \times \text{vermelho} + 1/3 \times \text{verde} + 1/3 \times \text{azul}$$

entre as intensidades das 3 imagens base definidas por cada um dos canais de cor no espaço RGB da imagem teste inicial. O objetivo é verificar em diferentes cenários até que ponto a textura das imagens ponderadas monocromáticas se aproxima da textura das imagens de base monocromáticas dos 3 canais de cor (resultados que se apresentam na secção 5.1).

Numa segunda abordagem são utilizadas como imagens ponderadas a combinação linear de 4 imagens diferentes em formato RGB. A imagem ponderada gerada é uma imagem em formato RGB em que cada canal de cor é a média dos canais dessa cor das 4 imagens. Depois é igualmente utilizada a textura de cada canal de cor e das ponderações 1 e 2, pretendendo analisar em 5 contextos diferentes, a proximidade entre a textura da imagem ponderada e a textura de cada uma das 4 imagens base (resultados que se apresentam na secção 5.2).

De uma forma sistemática o procedimento utilizado para realizar a análise pode ser apresentado segundo a seguinte sequência de passos:

1. Escolha de imagens iniciais em formato RGB, adequadas ao estudo de textura;
2. Para cada imagem inicial, realizar duas combinações lineares das matrizes de intensidades dos 3 canais de cor: ponderação 1 e ponderação 2;
3. Normalização ([Definição 3.1](#)) das matrizes de intensidades dos 3 canais de cor e das duas ponderações;
4. Redução das matrizes de intensidades a 16 níveis de intensidade, de forma linear, isto é para cada pixel o valor de intensidade entre 0 e 255 da imagem é transformado na parte inteira da sua divisão por 16;
5. Cálculo das GLCM ([Definição 3.3](#)) para as direcções  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  e  $135^\circ$  graus, com  $d = 1$  ([Definição 3.2](#)), para as 3 imagens de base (canais de cor) e para as suas imagens ponderadas, considerando  $N=16$  níveis de intensidade;
6. Cálculo de 20 características de textura (listadas na secção [3.1.1](#)) de cada GLCM para cada direcção para as 3 imagens de base (canais de cor) e para as suas duas imagens ponderadas;
7. Conforme o cenário em análise são considerados para os dados os vetores de características das 4 direcções e os vetores da média, do máximo e da sua mediana dos vetores de características das 4 direcções;
8. Uma vez que as 20 características apresentam escalas bastante diferentes opta-se pela standardização para distribuição normal *standard* (*z-score*) das características dos vetores considerados;
9. Verificação da existência de correlação realizando o teste de esfericidade de Bartlett e o cálculo da estatística KMO.

10. Análise de Componentes Principais (apresentada na secção 3.2) dos vetores de características considerados para diminuição da dimensão do espaço, retendo o número  $m$  de CP tal que a sua PAVE ([Definição 3.5](#)) seja superior a 95% da variância total ([Critério 3.6](#)).
11. Cálculo de Distâncias ([Definição 3.10](#), [Definição 3.11](#), [Definição 3.12](#) e [Definição 3.13](#));
12. Representação gráfica das CP em 3D (3 dimensões) e em 2D (duas dimensões) para ilustrar visualmente a distribuição dos dados;
13. Agrupamentos pelo [método](#) *k-means* utilizando a distância de Mahalanobis.

As imagens de teste iniciais que serão utilizadas no ponto 1 são definidas no espaço RGB, com 8 bits e uma resolução de 512 x 512 píxeis definidas em formato PNG (*Portable Network Graphics*). Cada um dos planos, vermelho, verde e azul, constitui uma matriz de 512 x 512 píxeis onde cada píxel tem, em imagens de 8 bits, um determinado nível de intensidade na escala entre 0 e 255. As imagens teste RGB são imagens distintas, com diferentes cores e com uma textura perceptível ao sistema visual humano como sendo do tipo regular, pelo que se optou no ponto 5 por considerar a co-ocorrência local com distância  $d = 1$ . A redução de 256 níveis de intensidade para 16 no ponto 4 mantém a proximidade à textura original permitindo uma clara redução da dimensão das GLCM. A metodologia de caracterização de textura utiliza os vetores de características da imagem teste total e da imagem teste dividida em blocos. Dado o aumento considerável da dimensão dos dados, na análise das imagens por blocos e na análise de 4 imagens diferentes no ponto 7 optou-se por utilizar para caracterizar a textura de cada imagem, o valor do máximo e, como valor de tendência central entre as 4 direções, o valor da mediana dos vetores de características das 4 direções. Em termos de apresentação de resultados como já abordado, a métrica de distância de referência utilizada para avaliar a proximidade entre a textura das imagens foi a distância de Mahalanobis, nomeadamente no cálculo de distâncias (ponto 11) e no método de agrupamentos (ponto 13). Na análise da imagem total foram também utilizadas 3 outras métricas de distância definidas de forma a verificar possíveis diferenças de resultados (ponto 11). A segunda abordagem das combinações lineares

de imagens RGB diferentes utiliza essencialmente a representação gráfica (ponto 12) e os agrupamentos *k-means* (ponto 13) ilustrando de forma adequada os resultados. Os cálculos e gráficos foram obtidos recorrendo à versão 5.1.0 do GNU Octave (<https://www.gnu.org/software/octave/>).

## 5 Resultados

No presente capítulo serão apresentados os resultados da análise aplicada nos diferentes cenários. A primeira abordagem (apresentada na secção 5.1) inicia com a análise da proximidade de textura entre as imagens monocromáticas, as imagens base (canais de cor) e as imagens ponderadas, obtidas de cada uma das imagens teste em formato RGB, representando a textura os vetores de características da imagem total (na secção 5.1.1). No ponto seguinte (na secção 5.1.2), a proximidade da textura entre as imagens é analisada para cada uma das 4 imagens teste divididas em 25 blocos e comparando estes resultados com os da análise realizada para cada imagem total. Com as 4 imagens teste são depois analisadas as proximidades em duas disposições diferentes de dados. Os 25 blocos das 4 imagens teste são analisados conjuntamente no mesmo espaço, sendo relevante verificar como se agrupam os 100 pontos que representam a textura dos dados comparando com a textura de cada imagem teste (na secção 5.1.3) e será criada uma nova imagem teste composta pelas 4 imagens teste iniciais dispostas cada uma em cada quadrante. Esta nova imagem teste será analisada por blocos, a qual terá blocos com textura de uma mesma imagem e com partilha de textura de duas e 4 imagens distintas, sendo o propósito observar como estas se relacionam no mesmo espaço (na secção 5.1.4). Por fim, nesta abordagem a mesma análise por blocos será aplicada à imagem de teste *Lenna* (na secção 5.1.5) para constatar para uma imagem com maior diversidade de textura, o que se pode identificar quanto à proximidade das imagens ponderadas às imagens base (canais de cor).

Para a segunda abordagem (apresentada na secção 5.2) foram testados vários cenários. O primeiro cenário considera as 4 imagens iniciais de textura diferente (na secção 5.2.1). De seguida consideraram-se transformações de uma imagem teste quadriculada para gerar 4 imagens diferentes: por rotação (na secção 5.2.2), por translação (na secção 5.2.3) e com escalas diferentes (na secção 5.2.4). Por fim, são utilizadas 4 imagens bloco aleatórias das 4 imagens teste iniciais utilizando 4 blocos de cada imagem e as suas respetivas imagens ponderadas (na secção 5.2.5).

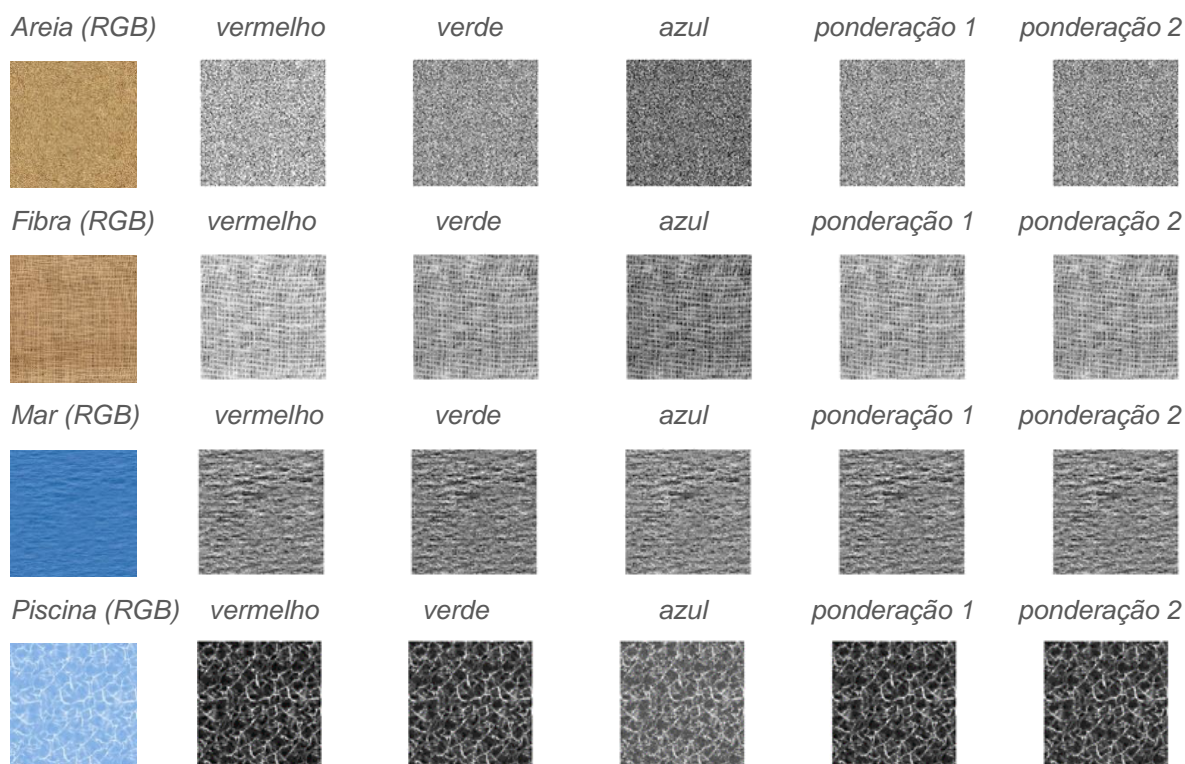
## 5.1 Análise de ponderações de texturas de uma mesma imagem

Partindo de uma imagem inicial, neste ponto serão analisadas as semelhanças de textura entre as imagens base dos canais de cor e as imagens ponderadas, com ponderação 1 e 2, utilizando as componentes principais dos vetores das características de textura calculados a partir das GLCM.

### 5.1.1 Análise de cada imagem total de textura regular

Para esta análise foram utilizadas quatro imagens distintas, no formato RGB, com textura regular ao longo da imagem, que se encontram representadas na [Figura 5.1](#), junto com as correspondentes imagens monocromáticas base, das intensidades de cada um dos canais de cor, vermelho, verde e azul, e das suas imagens ponderadas. Para feitos de aplicação do método GLCM ([Definição 3.3](#)), cada imagem foi normalizada em termos de intensidade ([Definição 3.1](#)) e reduzida a 16 níveis de intensidade.

Figura 5.1 - Imagens teste com textura regular - formato RGB e imagens monocromáticas



Fonte das imagens .png iniciais: <https://www.deviantart.com>

Após a normalização e redução a 16 níveis de intensidade, para cada canal de cor e imagens ponderadas, são obtidos os vetores das 20 características de textura (listadas na secção [3.1.1](#)), calculadas a partir das GLCM das 4 direções 0°, 45°, 90° e 135° graus. Cada imagem RGB inicial dá origem a um conjunto de 35 vetores de 20 características, um para cada combinação entre as 5 imagens monocromáticas (3 canais de cor e duas imagens ponderadas) e as 7 medidas (4 direções consideradas e o seu máximo, mediana e média). Os valores das características de textura das matrizes de dados são estandardizados. Prossegue-se com a Análise de Componentes Principais dos dados pois os testes de esfericidade de Bartlett (valores  $p < 0,001$ ) e as estatísticas KMO ( $KMO > 95\%$ ) confirmam para estes dados o pressuposto de existência de correlação entre as 20 características de textura, tal como esperado pelo facto das 20 características de textura serem obtidas a partir da mesma GLCM. Para definir o número adequado de componentes principais foi considerado o [Critério 3.6](#). As distâncias consideradas são depois calculadas neste espaço de componentes principais.

Para a imagem Areia na [Figura 5.1](#) foram retidas 3 componentes principais para o cálculo das distâncias, apresentando na [Tabela 5.1](#) o resumo da ACP.

*Tabela 5.1 - Resumo da Análise de Componentes Principais - imagem Areia*

*Resumo da ACP dos vetores de características de textura da imagem Areia com indicação da percentagem de variância explicada por cada CP (var. simples) segundo a [Definição 3.4](#) e percentagem de variância explicada acumulada (var. acumulada) segundo a [Definição 3.5](#).*

CP	Valores Próprios		
	Valor	var. simples	var. acumulada
1	10,7	53,41%	53,41%
2	4,9	24,32%	77,73%
3	3,6	17,84%	95,57%
4	0,8	4,12%	99,69%

## 5.1 Análise de ponderações de texturas de uma mesma imagem

Tabela 5.2 - Distâncias entre os vetores das 3 CP - imagem Areia

Distâncias entre os vetores das 3 CP das características de textura dos canais de cor e ponderações da imagem Areia. A amarelo estão por linha os menores valores das distâncias entre os vetores de textura de cada sub-tabela. A negrito o menor valor de cada linha. Distâncias segundo as [Definição 3.10](#), [Definição 3.11](#), [Definição 3.12](#) e [Definição 3.13](#).  
 vml: canal vermelho, vrd: canal verde, azu: canal azul, pd1: ponderação 1, pd2: ponderação 2.

$d_1$	pd1 aos canais de cor			pd1/pd2	entre canais de cor			pd2 aos canais de cor		
	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu		vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
0°	8,339	4,557	6,957	<b>2,945</b>	12,896	13,006	11,045	7,988	7,033	5,018
45°	7,682	4,251	6,993	<b>2,962</b>	11,933	12,554	11,195	7,685	7,164	4,870
90°	8,491	4,614	6,971	<b>2,938</b>	13,106	13,110	11,029	8,067	6,996	5,043
135°	7,799	4,279	6,967	<b>2,964</b>	12,078	12,656	11,130	7,742	7,127	4,914
Média	8,078	4,425	6,972	<b>2,952</b>	12,503	12,832	11,100	7,871	7,080	4,961
Máximo	8,286	4,622	7,027	<b>3,026</b>	12,908	12,557	11,229	7,698	7,227	4,859
Mediana	8,069	4,419	6,964	<b>2,954</b>	12,488	12,836	11,089	7,865	7,079	4,971

$d_2$	pd1 aos canais de cor			pd1/pd2	entre canais de cor			pd2 aos canais de cor		
	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu		vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
0°	6,325	3,424	4,454	<b>1,881</b>	9,567	7,587	6,678	5,240	5,195	3,256
45°	6,135	3,404	4,426	<b>1,849</b>	9,372	7,312	6,669	5,073	5,137	3,194
90°	6,364	3,427	4,466	<b>1,889</b>	9,603	7,651	6,687	5,278	5,207	3,270
135°	6,187	3,389	4,421	<b>1,862</b>	9,405	7,374	6,647	5,104	5,141	3,207
Média	6,248	3,409	4,441	<b>1,869</b>	9,479	7,479	6,667	5,170	5,167	3,232
Máximo	6,248	3,480	4,463	<b>1,927</b>	9,561	7,328	6,803	5,107	5,296	3,189
Mediana	6,253	3,405	4,439	<b>1,871</b>	9,482	7,482	6,661	5,169	5,166	3,234

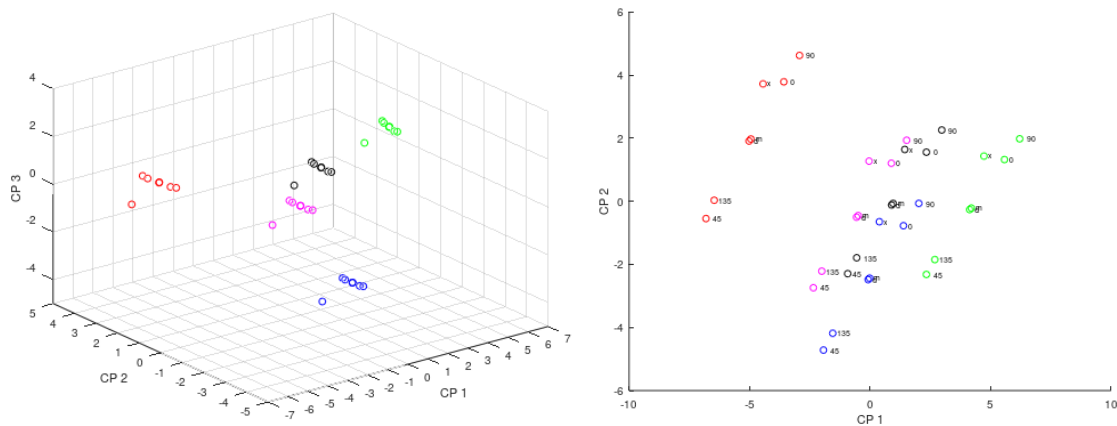
$d_\infty$	pd1 aos canais de cor			pd1/pd2	entre canais de cor			pd2 aos canais de cor		
	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu		vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
0°	5,916	3,240	3,674	<b>1,455</b>	9,156	4,964	4,757	4,461	4,695	2,535
45°	5,881	3,266	3,565	<b>1,425</b>	9,147	4,875	4,525	4,456	4,691	2,475
90°	5,904	3,233	3,692	<b>1,458</b>	9,136	4,950	4,796	4,445	4,691	2,536
135°	5,912	3,245	3,582	<b>1,447</b>	9,156	4,920	4,559	4,465	4,692	2,489
Média	5,903	3,246	3,628	<b>1,446</b>	9,149	4,927	4,659	4,457	4,692	2,509
Máximo	5,882	3,286	3,682	<b>1,483</b>	9,168	4,828	4,808	4,400	4,769	2,509
Mediana	5,914	3,243	3,629	<b>1,451</b>	9,156	4,944	4,658	4,463	4,694	2,513

$d_M$	pd1 aos canais de cor			pd1/pd2	entre canais de cor			pd2 aos canais de cor		
	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu		vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
0°	2,076	1,150	2,233	<b>0,766</b>	3,091	3,159	2,982	1,866	1,857	1,622
45°	1,966	1,121	2,205	<b>0,751</b>	2,961	3,042	2,937	1,774	1,810	1,592
90°	2,104	1,156	2,240	<b>0,771</b>	3,121	3,192	2,991	1,892	1,868	1,628
135°	1,989	1,120	2,206	<b>0,753</b>	2,980	3,065	2,937	1,789	1,813	1,598
Média	2,031	1,135	2,221	<b>0,760</b>	3,033	3,113	2,960	1,829	1,835	1,610
Máximo	2,039	1,173	2,232	<b>0,787</b>	3,088	3,045	3,022	1,802	1,901	1,594
Mediana	2,031	1,134	2,220	<b>0,760</b>	3,032	3,113	2,959	1,827	1,834	1,611

Figura 5.2 - Representação no espaço das CP - imagem Areia

Para cada imagem ■ canal vermelho, ■ canal verde, ■ canal azul, ■ ponderação 1, ■ ponderação 2, são apresentados os 7 pontos referentes às 4 direções 0°, 45°, 90°, 135° e à média (m), mediana (d) e máximo (x) das características de textura das 4 direções.



Na imagem Areia, vendo a [Tabela 5.2](#), os vetores da ponderação 1 estão mais próximos dos do canal verde, enquanto os vetores da ponderação 2 estão mais próximos dos do canal azul, sendo os do canal vermelho os que se encontram mais afastados dos restantes. As menores distâncias entre os vetores de componentes principais dos dados das características de textura estão na entre as duas ponderações pd1/pd2. A proximidade dos pontos das 4 direções nas duas imagens ponderadas e nas 3 imagens base parece sugerir pela [Figura 5.2](#) que a textura é praticamente independente da direção.

Para a imagem Fibra, foram também retidas 3 componentes principais para o cálculo das distâncias, apresentando na [Tabela 5.3](#) o resumo da ACP.

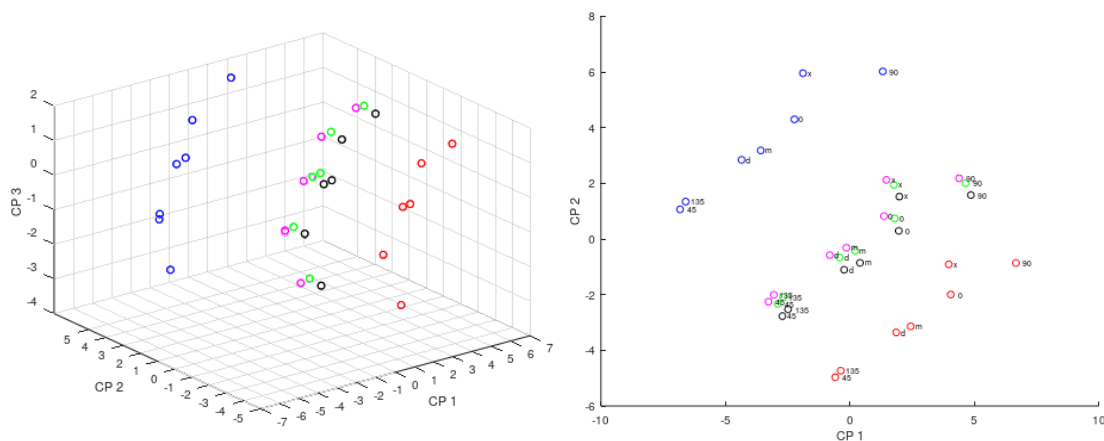
*Tabela 5.3 - Resumo da Análise de Componentes Principais - imagem Fibra*

*Resumo da ACP dos vetores de características de textura da imagem Fibra com indicação da percentagem de variância explicada por cada CP (var. simples) segundo a [Definição 3.4](#) e percentagem de variância explicada acumulada (var. acumulada) segundo a [Definição 3.5](#).*

CP	Valores Próprios		
	Valor	var. simples	var. acumulada
1	10,3	51,67%	51,67%
2	7,2	35,91%	87,59%
3	2,2	11,20%	98,79%
4	0,1	0,71%	99,50%

*Figura 5.3 - Representação no espaço das CP - imagem Fibra*

*Para cada imagem ■ canal vermelho, ■ canal verde, ■ canal azul, ■ ponderação 1, ■ ponderação 2, são apresentados os 7 pontos referentes às 4 direções 0°, 45°, 90°, 135° e à média (m), mediana (d) e máximo (x) das características de textura das 4 direções.*



## 5.1 Análise de ponderações de texturas de uma mesma imagem

Tabela 5.4 - Distâncias entre os vetores das 3 CP - imagem Fibra

Distâncias entre os vetores das 3 CP das características de textura dos canais de cor e ponderações da imagem Fibra. A amarelo estão por linha os menores valores das distâncias entre os vetores de textura de cada sub-tabela. A negrito o menor valor de cada linha. Distâncias segundo as [Definição 3.10](#), [Definição 3.11](#), [Definição 3.12](#) e [Definição 3.13](#).  
*vml*: canal vermelho, *vrd*: canal verde, *azu*: canal azul, *pd1*: ponderação 1, *pd2*: ponderação 2.

$d_1$	pd1 aos canais de cor				entre canais de cor			pd2 aos canais de cor		
	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu	pd1/pd2	vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
0°	4,852	0,753	8,470	1,171	5,605	13,322	7,717	6,023	<b>0,602</b>	7,299
45°	4,744	0,753	8,250	1,133	5,497	12,994	7,497	5,877	<b>0,515</b>	7,118
90°	4,828	0,808	8,537	1,179	5,636	13,366	7,730	6,008	<b>0,503</b>	7,358
135°	4,711	0,756	8,144	1,129	5,467	12,855	7,389	5,840	<b>0,541</b>	7,015
Média	4,784	0,767	8,351	1,153	5,551	13,134	7,583	5,937	<b>0,540</b>	7,198
Máximo	4,715	0,790	8,333	1,143	5,505	13,048	7,781	5,858	<b>0,610</b>	7,190
Mediana	4,799	0,755	8,364	1,158	5,554	13,162	7,608	5,957	<b>0,559</b>	7,205
$d_2$	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu	pd1/pd2	vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
0°	3,133	0,497	5,804	0,796	3,596	8,921	5,376	3,923	<b>0,447</b>	5,009
45°	3,082	0,495	5,628	0,763	3,547	8,700	5,189	3,843	<b>0,384</b>	4,865
90°	3,092	0,505	5,706	0,775	3,586	8,789	5,228	3,865	<b>0,321</b>	4,932
135°	3,081	0,492	5,649	0,772	3,548	8,718	5,208	3,851	<b>0,389</b>	4,877
Média	3,092	0,497	5,684	0,774	3,565	8,765	5,236	3,863	<b>0,381</b>	4,911
Máximo	3,153	0,499	5,886	0,797	3,634	9,029	5,425	3,948	<b>0,374</b>	5,089
Mediana	3,106	0,495	5,714	0,782	3,572	8,808	5,277	3,885	<b>0,412</b>	4,932
$d_\infty$	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu	pd1/pd2	vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
0°	2,288	0,448	4,191	0,594	2,736	6,294	4,027	2,815	<b>0,431</b>	3,597
45°	2,194	0,442	4,107	0,557	2,635	6,230	3,921	2,713	<b>0,370</b>	3,551
90°	2,439	0,426	4,442	0,604	2,865	6,881	4,016	3,043	<b>0,259</b>	3,838
135°	2,206	0,433	4,113	0,569	2,639	6,228	3,913	2,727	<b>0,370</b>	3,544
Média	2,282	0,437	4,038	0,548	2,719	6,320	3,796	2,824	<b>0,357</b>	3,495
Máximo	2,433	0,422	4,433	0,601	2,855	6,867	4,011	3,034	<b>0,302</b>	3,832
Mediana	2,251	0,441	4,118	0,577	2,692	6,210	3,938	2,777	<b>0,396</b>	3,542
$d_M$	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu	pd1/pd2	vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
0°	1,119	0,199	1,992	0,272	1,305	3,095	1,827	1,387	<b>0,150</b>	1,720
45°	1,090	0,194	1,929	0,263	1,273	3,010	1,762	1,351	<b>0,127</b>	1,667
90°	1,138	0,205	2,024	0,278	1,337	3,152	1,839	1,415	<b>0,113</b>	1,747
135°	1,086	0,192	1,932	0,264	1,267	3,005	1,768	1,347	<b>0,132</b>	1,668
Média	1,106	0,197	1,964	0,268	1,293	3,058	1,793	1,372	<b>0,129</b>	1,696
Máximo	1,116	0,198	2,046	0,277	1,301	3,151	1,880	1,391	<b>0,144</b>	1,769
Mediana	1,105	0,195	1,963	0,268	1,290	3,056	1,796	1,371	<b>0,138</b>	1,695

Pela [Tabela 5.4](#) os vetores de ambas as imagens ponderadas situam-se mais próximos dos do canal verde, sendo os do canal azul os que se encontram mais afastados dos restantes. As menores distâncias entre os vetores de componentes principais dos dados das características de textura, encontram-se entre a ponderação 2 e o canal verde (pd2/vrd). Ao contrário da imagem *Areia*, a imagem *Fibra* tem direções preferenciais, pelo que comparativamente conforme ilustrado na [Figura 5.3](#), existe uma maior dispersão das características de textura por direção.

Para a imagem Mar, foram retidas 4 CP conforme o [Critério 3.6](#) as quais foram utilizadas para o cálculo das distâncias ([Tabela 5.6](#)). O resumo da ACP é apresentado na [Tabela 5.5](#). A representação gráfica no espaço das CP dos dados da imagem Mar utiliza as 3 CP que explicam uma variância acumulada de 92,33%.

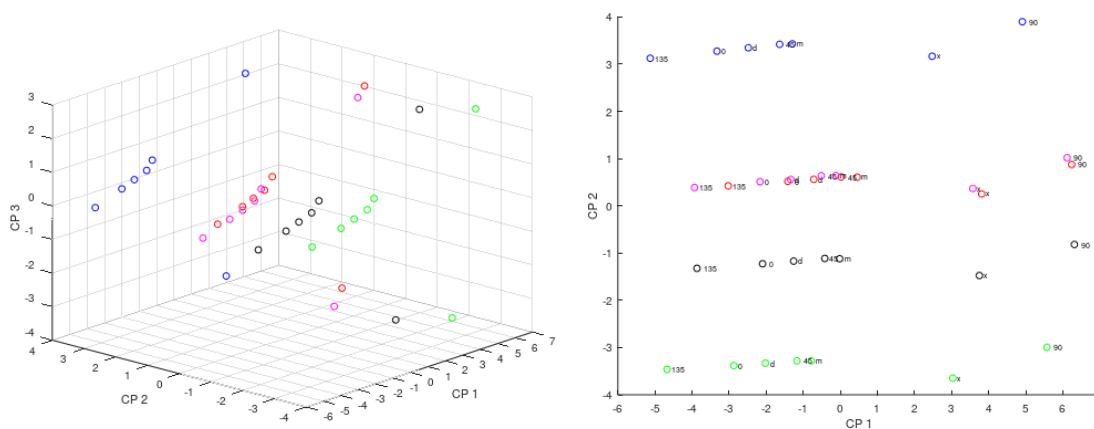
*Tabela 5.5 - Resumo da Análise de Componentes Principais - imagem Mar*

*Resumo da ACP dos vetores de características de textura da imagem Mar com indicação da porcentagem de variância explicada por cada CP (var. simples) segundo a [Definição 3.4](#) e porcentagem de variância explicada acumulada (var. acumulada) segundo a [Definição 3.5](#).*

CP	Valores Próprios		
	Valor	var. simples	var. acumulada
1	10,80	54,01%	54,01%
2	5,11	25,54%	79,55%
3	2,56	12,78%	92,33%
4	1,14	5,71%	98,05%
5	0,27	1,37%	99,42%

*Figura 5.4 - Representação no espaço das CP - imagem Mar*

*Para cada imagem ■ canal vermelho, ■ canal verde, ■ canal azul, ■ ponderação 1, ■ ponderação 2, são apresentados os 7 pontos referentes às 4 direções 0°, 45°, 90°, 135° e à média (m), mediana (d) e máximo (x) das características de textura das 4 direções.*



Dos dados retirados da imagem Mar, olhando a [Tabela 5.6](#), os vetores das ponderações estão ambos mais próximos dos do canal vermelho, estando os vetores de ambas as ponderações (pd1/pd2) também relativamente próximos. As menores distâncias encontram-se entre os vetores da ponderação 2 e do canal vermelho (pd2/vml). Nesta imagem, os vetores das imagens ponderadas estão mais afastados dos vetores do canal azul e do canal verde. Como se ilustra na [Figura 5.4](#), o maior afastamento dos vetores das CP da direção 90° em relação aos

## 5.1 Análise de ponderações de texturas de uma mesma imagem

pontos das restantes direções, parece ser coerente com a tendência mais horizontal da textura desta imagem.

Tabela 5.6 - Distâncias entre os vetores de 4 CP - imagem Mar

Distâncias entre os vetores das 3 CP das características de textura dos canais de cor e ponderações da imagem Mar. A amarelo estão por linha os menores valores das distâncias entre os vetores de textura de cada sub-tabela. A negrito o menor valor de cada linha. Distâncias segundo as [Definição 3.10](#), [Definição 3.11](#), [Definição 3.12](#) e [Definição 3.13](#).  
**vml**: canal vermelho, **vrd**: canal verde, **azu**: canal azul, **pd1**: ponderação 1, **pd2**: ponderação 2.

$d_1$	pd1 aos canais de cor				entre canais de cor			pd2 aos canais de cor		
	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu	pd1/pd2	vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
0°	3,105	5,969	8,259	1,907	7,715	6,516	7,623	1,469	7,672	6,486
45°	2,855	5,946	8,270	1,946	7,426	6,299	7,677	1,277	7,631	6,453
90°	2,560	5,900	8,506	2,186	6,728	6,250	8,156	1,051	7,532	6,464
135°	3,222	5,998	8,237	1,853	7,955	6,704	7,565	1,627	7,695	6,513
Média	2,899	5,954	8,318	1,973	7,456	6,366	7,755	1,335	7,633	6,479
Máximo	2,779	5,920	8,501	2,119	6,719	6,116	7,817	1,293	7,537	6,434
Mediana	2,951	5,957	8,263	1,903	7,550	6,396	7,649	1,336	7,643	6,492
$d_2$	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu	pd1/pd2	vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
0°	1,947	3,323	5,162	1,741	4,566	3,754	6,685	0,916	4,627	3,709
45°	1,863	3,315	5,186	1,755	4,470	3,663	6,730	0,759	4,631	3,709
90°	1,792	3,323	5,412	1,851	4,337	3,738	6,948	0,588	4,681	3,807
135°	1,998	3,328	5,117	1,713	4,644	3,835	6,615	1,038	4,611	3,705
Média	1,869	3,322	5,218	1,764	4,490	3,732	6,744	0,784	4,636	3,731
Máximo	1,866	3,327	5,311	1,852	4,380	3,645	6,848	0,722	4,685	3,712
Mediana	1,889	3,319	5,173	1,732	4,510	3,705	6,706	0,815	4,618	3,723
$d_\infty$	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu	pd1/pd2	vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
0°	1,745	2,288	4,501	1,738	3,900	2,757	6,657	0,749	3,893	2,763
45°	1,725	2,272	4,534	1,751	3,892	2,808	6,700	0,536	3,917	2,783
90°	1,694	2,299	4,716	1,837	3,872	3,023	6,895	0,423	4,015	2,879
135°	1,745	2,298	4,447	1,711	3,885	2,702	6,587	0,909	3,850	2,737
Média	1,727	2,289	4,550	1,759	3,887	2,822	6,709	0,579	3,919	2,791
Máximo	1,728	2,304	4,643	1,842	3,900	2,915	6,815	0,534	4,015	2,801
Mediana	1,730	2,280	4,516	1,728	3,891	2,786	6,677	0,620	3,889	2,788
$d_M$	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu	pd1/pd2	vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
0°	0,933	2,401	2,882	0,771	2,469	2,074	2,961	0,516	2,778	2,390
45°	0,921	2,390	2,891	0,777	2,432	2,053	2,980	0,502	2,771	2,389
90°	0,904	2,405	2,995	0,820	2,420	2,151	3,077	0,462	2,777	2,426
135°	0,922	2,408	2,858	0,758	2,516	2,105	2,930	0,515	2,790	2,391
Média	0,913	2,401	2,906	0,781	2,456	2,091	2,987	0,489	2,779	2,398
Máximo	0,943	2,413	2,951	0,820	2,441	2,111	3,029	0,514	2,784	2,389
Mediana	0,918	2,395	2,886	0,767	2,455	2,070	2,970	0,501	2,774	2,397

Por último, para a imagem Piscina, conforme o [Critério 3.6](#) foram retidas duas componentes principais para o cálculo das distâncias ([Tabela 5.8](#)). O resumo da ACP está detalhado na [Tabela 5.7](#).

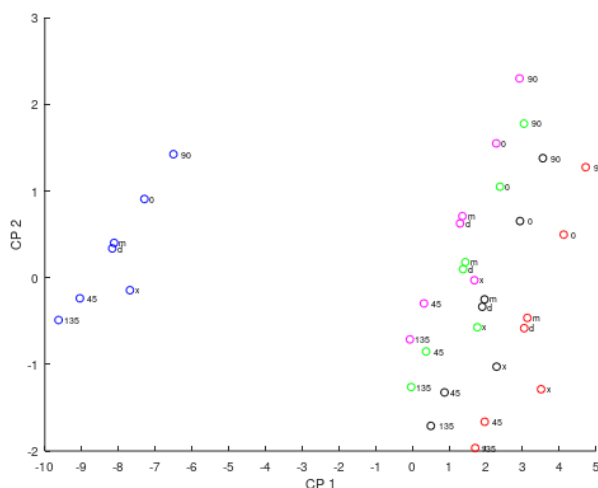
Tabela 5.7 - Resumo da Análise de Componentes Principais - imagem Piscina

Resumo da ACP dos vetores de características de textura da imagem Piscina com indicação da percentagem de variância explicada por cada CP (var. simples) segundo a [Definição 3.4](#) e percentagem de variância explicada acumulada (var. acumulada) segundo a [Definição 3.5](#).

CP	Valores Próprios		
	Valor	var. simples	var. acumulada
1	18,1	90,6%	90,6%
2	1,1	5,7%	96,3%
3	0,5	2,7%	99,0%
4	0,1	0,5%	99,5%

Figura 5.5 - Representação no espaço das CP - imagem Piscina

Para cada imagem ■ canal vermelho, ■ canal verde, ■ canal azul, ■ ponderação 1, ■ ponderação 2, são apresentados os 7 pontos referentes às 4 direções 0°, 45°, 90°, 135° e à média (m), mediana (d) e máximo (x) das características de textura das 4 direções.



A imagem *Piscina* caracteriza-se por um claro afastamento dos vetores do canal azul, quando comparando com a proximidade entre os vetores das duas ponderações aos outros 2 canais de cor como ilustrado na [Figura 5.5](#). Poderá ser também observável pela comparação das 3 imagens e das duas ponderações da imagem *Piscina* na [Figura 5.1](#) onde se nota que visualmente a imagem do canal azul é também a que mais se distingue das restantes 4. Na [Tabela 5.8](#) verifica-se que os vetores das imagens ponderadas estão mais próximos dos do canal verde. No caso da ponderação 1, os seu vetores estão também o suficiente próximo dos vetores do canal vermelho para se obterem resultados ligeiramente diferentes quando se considera a métrica de distância de Mahalanobis.

## 5.1 Análise de ponderações de texturas de uma mesma imagem

Tabela 5.8 - Distâncias entre os vetores de 2 CP - imagem Piscina

Distâncias entre os vetores das 3 CP das características de textura dos canais de cor e ponderações da imagem Mar. A amarelo estão por linha os menores valores das distâncias entre os vetores de textura de cada sub-tabela. A negrito o menor valor de cada linha. Distâncias segundo as [Definição 3.10](#), [Definição 3.11](#), [Definição 3.12](#) e [Definição 3.13](#).  
**vml**: canal vermelho, **vrd**: canal verde, **azu**: canal azul, **pd1**: ponderação 1, **pd2**: ponderação 2.

$d_1$	pd1 aos canais de cor				entre canais de cor			pd2 aos canais de cor		
	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu	pd1/pd2	vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
0°	1,345	0,942	10,475	1,544	2,287	11,821	9,816	2,889	0,602	10,215
45°	1,433	0,974	11,010	1,588	2,407	12,443	10,036	3,020	0,614	9,423
90°	1,270	0,913	10,097	1,555	2,183	11,367	9,890	2,825	0,642	10,292
135°	1,463	0,982	11,352	1,568	2,445	12,814	10,369	3,031	0,585	9,784
Média	1,378	0,953	10,734	1,564	2,331	12,111	9,781	2,941	0,611	9,787
Máximo	1,471	0,978	10,861	1,602	2,449	12,332	9,883	3,073	0,624	9,489
Mediana	1,389	0,958	10,742	1,566	2,347	12,131	9,784	2,955	0,608	9,754
$d_2$	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu	pd1/pd2	vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
0°	1,199	0,674	10,223	1,106	1,820	11,417	9,676	2,117	0,511	9,595
45°	1,145	0,689	9,983	1,170	1,790	11,109	9,442	2,145	0,558	9,364
90°	1,170	0,651	10,052	1,118	1,754	11,218	9,544	2,072	0,536	9,457
135°	1,234	0,697	10,203	1,149	1,878	11,432	9,627	2,174	0,551	9,563
Média	1,183	0,677	10,102	1,134	1,806	11,278	9,560	2,122	0,538	9,484
Máximo	1,238	0,693	10,017	1,167	1,875	11,247	9,465	2,208	0,549	9,375
Mediana	1,168	0,680	10,091	1,136	1,799	11,248	9,548	2,123	0,534	9,469
$d_\infty$	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu	pd1/pd2	vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
0°	1,189	0,545	10,220	0,897	1,735	11,409	9,675	1,836	0,501	9,573
45°	1,094	0,502	9,924	1,027	1,595	11,018	9,422	1,654	0,555	9,364
90°	1,166	0,515	10,052	0,921	1,680	11,217	9,537	1,800	0,522	9,417
135°	1,207	0,534	10,130	0,999	1,741	11,337	9,596	1,776	0,550	9,561
Média	1,164	0,524	10,081	0,961	1,688	11,245	9,558	1,767	0,532	9,479
Máximo	1,211	0,522	9,978	0,998	1,733	11,189	9,456	1,814	0,543	9,374
Mediana	1,141	0,524	10,068	0,962	1,665	11,210	9,545	1,745	0,528	9,465
$d_M$	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu	pd1/pd2	vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
0°	0,315	0,394	2,413	0,856	0,660	2,708	2,276	1,079	0,471	2,328
45°	0,409	0,459	2,544	0,973	0,849	2,913	2,287	1,340	0,521	2,200
90°	0,291	0,393	2,361	0,877	0,615	2,639	2,265	1,051	0,491	2,360
135°	0,372	0,439	2,642	0,947	0,778	3,003	2,368	1,250	0,517	2,256
Média	0,339	0,421	2,446	0,913	0,722	2,764	2,255	1,179	0,500	2,245
Máximo	0,375	0,445	2,486	0,948	0,786	2,839	2,257	1,256	0,510	2,205
Mediana	0,355	0,426	2,448	0,915	0,750	2,771	2,253	1,208	0,496	2,240

Em todas estas 4 imagens teste utilizadas, os pontos dos vetores das imagens ponderadas assumem uma posição intermédia no espaço em relação aos dos vetores dos canais de cor. Esta ideia não deverá ser generalizável a todos os casos, sendo verificável nestas imagens possivelmente porque as imagens monocromáticas base são registadas do mesmo espaço RGB, permitindo ter padrões bem definidos e semelhantes em praticamente todos os canais de cor, conforme perceptível visualmente na [Figura 5.1](#). As maiores semelhanças de textura ou menores distâncias entre os vetores das imagens ponderadas e dos canais de

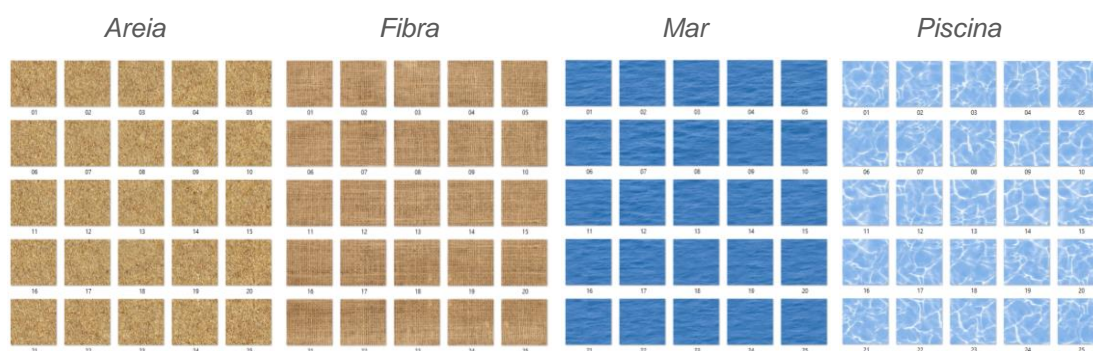
cor vão variando conforme a imagem que seja considerada. Pela representação gráfica pode-se verificar que em cada imagem teste, as imagens ponderadas e os canais de cor, mantêm uma mesma disposição relativa dos pontos das 4 direções e das 3 medidas consideradas. O máximo das características de textura das direções é a medida que, conforme esperado, se parece afastar de um certo alinhamento formado pelos pontos das 4 direções e das 3 medidas. A média e a mediana das características assumem graficamente valores centrais entre as 4 direções. Os pontos das características de textura das 4 direções surgem mais próximos entre si na imagem *Areia* que visualmente não aparenta ter um padrão de direção definido e relativamente mais dispersos nas imagens em que se visualiza textura de padrão mais horizontal e/ou vertical (como nas imagens *Fibra* ou *Mar*).

## 5.1 Análise de ponderações de texturas de uma mesma imagem

### 5.1.2 Análise por blocos das imagens com uma textura regular

Para analisar cada uma das imagens em maior detalhe, as 4 imagens foram divididas em blocos, como apresentado na [Figura 5.6](#). Cada imagem original (512x512 pixels) foi dividida em 25 imagens bloco, imagens bloco de 128x128 pixels com uma sobreposição de 32 pixels (25%).

Figura 5.6 - Representação das imagens por blocos



Seguindo o procedimento estabelecido para a análise de textura, para cada uma das 25 imagens bloco e para a imagem original, são calculados os vetores das 20 características de textura (listadas na secção [3.1.1](#)) obtidas das GLCM ([Definição 3.3](#)) simétricas das 4 direções ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  e  $135^\circ$ ), de cada um dos 3 canais de cor e das suas ponderações 1 e 2. Face ao aumento do número de dados com a divisão em blocos, opta-se por considerar apenas duas medidas dos vetores das 4 direções em vez das 7 (4 direções e a sua média, mediana e máximo) da secção anterior. São utilizados o valor do máximo e, como valor de tendência central entre as 4 direções, o valor da mediana dos seus vetores de características. Cada uma das medidas (máximo e mediana) é representada por um conjunto de dados de 130 vetores de 20 características, um para cada combinação entre as 5 imagens monocromáticas (3 canais de cor e duas imagens ponderadas) e as 26 imagens bloco. Os valores das características de textura das matrizes de dados de cada medida são standardizados. A existência de correlação entre as características de textura foi confirmada através dos testes esfericidade de Bartlett (valores  $p < 0,001$ ) e das estatísticas KMO ( $KMO > 95\%$ ).

Para a imagem Areia conforme o Critério 3.6 foram retidas 3 componentes principais para ambas as medidas, para o máximo e para a mediana das características de textura, com o resumo da Análise de CP conforme a Tabela 5.9.

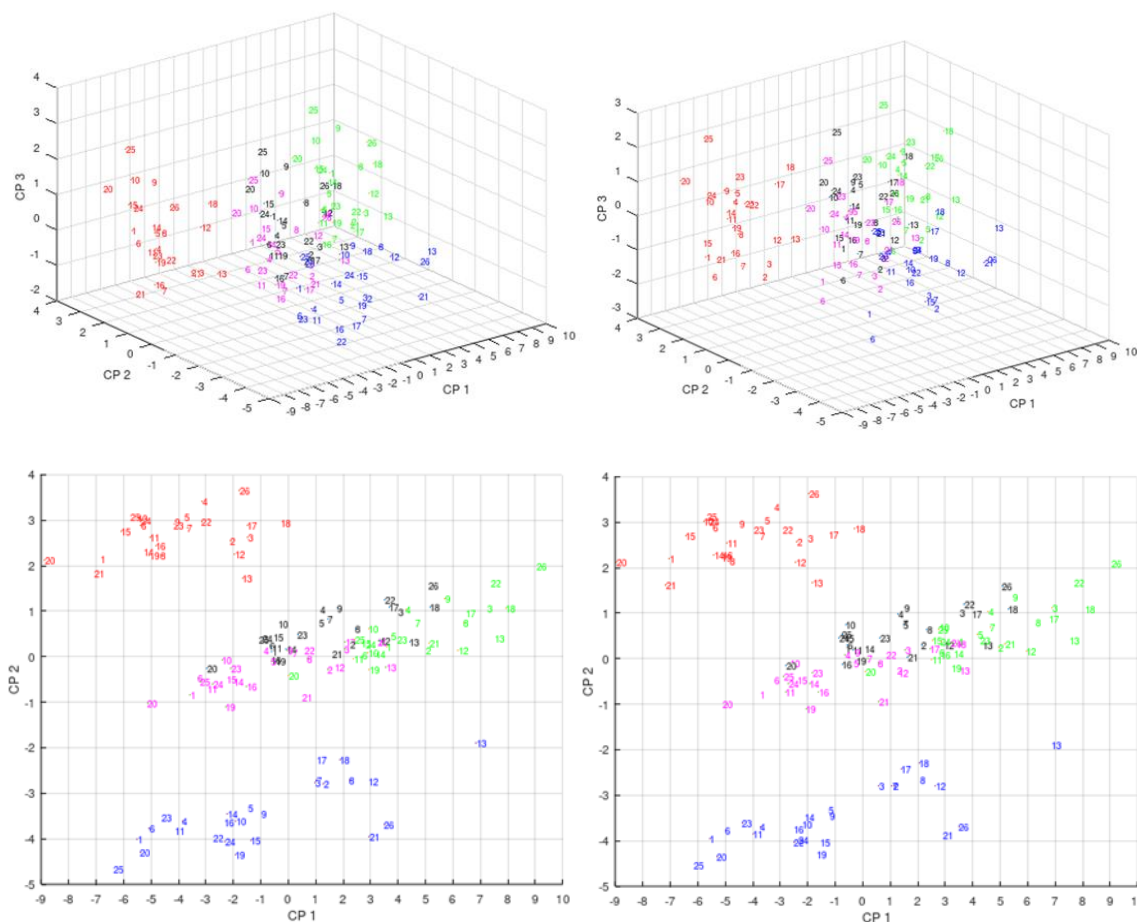
Tabela 5.9 - Resumo da Análise de CP - imagem Areia em blocos

Resumo da ACP dos vetores considerando o máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura dos blocos da imagem Areia, com indicação de percentagem de variância explicada por cada CP (var. simples) segundo a Definição 3.4 e percentagem de variância explicada acumulada (var. acumulada) segundo a Definição 3.5.

CP	Valores Próprios			CP	Valores Próprios		
	Valor	var. simples	var. acumulada		Valor	var. simples	var. acumulada
1	14,3	71,30%	71,30%	1	14,4	72,03%	72,03%
2	4,2	21,18%	92,48%	2	4,2	21,03%	93,05%
3	1,1	5,70%	98,18%	3	1,1	5,29%	98,35%
4	0,2	1,02%	99,20%	4	0,2	1,10%	99,45%

Figura 5.7 - Representação no espaço das CP da imagem Areia em blocos

Para cada imagem ■ canal vermelho, ■ canal verde, ■ canal azul, ■ ponderação 1, ■ ponderação 2, são representados 26 pontos no espaço das CP dos vetores do máximo (à esquerda) e da mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções dos 26 blocos da imagem Areia.



## 5.1 Análise de ponderações de texturas de uma mesma imagem

Tabela 5.10 - Distâncias de Mahalanobis por bloco - imagem Areia - Máximo

Distâncias de Mahalanobis por bloco segundo a [Definição 3.13](#) entre *vml*: canal vermelho, *vrd*: canal verde, *azu*: canal azul, *pd1*: ponderação 1 e *pd2*: ponderação 2 da imagem Areia, considerando o máximo das características de textura nas 4 direções. A amarelo estão por linha os menores valores das distâncias entre os vetores de textura de cada sub-tabela. A negrito o menor valor de cada linha.

Blocos	pd1 aos canais de cor			pd1/pd2	entre canais de cor			pd2 aos canais de cor		
	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu		vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
1	1,956	1,301	2,393	<b>0,920</b>	3,084	3,018	3,285	1,708	2,118	1,623
2	1,731	0,970	1,524	<b>0,460</b>	2,572	2,792	1,912	1,707	1,346	1,226
3	1,754	1,013	1,996	<b>0,653</b>	2,680	2,778	2,537	1,614	1,552	1,458
4	1,738	0,888	2,619	<b>0,713</b>	2,465	3,460	3,151	1,762	1,517	1,985
5	1,761	0,960	2,148	<b>0,668</b>	2,571	3,168	2,571	1,760	1,493	1,596
6	1,801	1,110	2,289	<b>0,798</b>	2,702	3,227	2,909	1,721	1,802	1,669
7	1,721	1,084	1,730	<b>0,499</b>	2,660	2,992	2,072	1,717	1,425	1,384
8	2,106	1,157	1,627	<b>0,666</b>	3,181	3,033	2,125	1,807	1,773	1,363
9	1,864	1,167	2,368	<b>0,708</b>	2,871	3,242	3,085	1,762	1,800	1,783
10	1,797	1,023	2,269	<b>0,835</b>	2,664	3,394	2,746	1,729	1,787	1,739
11	1,672	1,004	2,170	<b>0,808</b>	2,473	3,132	2,641	1,711	1,693	1,543
12	1,720	0,804	1,530	<b>0,592</b>	2,472	2,751	1,724	1,550	1,320	1,261
13	1,813	0,943	1,294	<b>0,370</b>	2,687	2,962	1,144	1,720	1,230	1,255
14	1,747	1,121	1,892	<b>0,653</b>	2,677	2,916	2,499	1,639	1,687	1,423
15	1,854	1,060	2,253	<b>0,671</b>	2,710	3,558	2,636	1,878	1,595	1,774
16	1,709	1,057	1,799	<b>0,456</b>	2,521	3,039	2,375	1,747	1,440	1,470
17	1,661	0,887	1,847	<b>0,694</b>	2,454	2,599	2,350	1,559	1,500	1,300
18	1,764	0,791	1,897	<b>0,694</b>	2,480	2,598	2,388	1,582	1,421	1,331
19	1,702	1,066	2,105	<b>0,749</b>	2,620	3,329	2,419	1,782	1,676	1,616
20	1,944	0,959	2,144	<b>0,706</b>	2,726	3,289	2,611	1,820	1,567	1,643
21	2,490	1,077	1,991	<b>0,587</b>	3,459	3,904	2,192	2,414	1,539	1,651
22	1,979	1,075	3,077	<b>0,985</b>	2,924	3,390	3,899	1,698	2,015	2,201
23	1,757	1,161	2,369	<b>0,776</b>	2,749	3,125	3,112	1,657	1,860	1,720
24	1,727	1,296	2,205	<b>0,704</b>	2,718	3,520	2,702	1,883	1,818	1,679
25	1,825	1,182	2,937	<b>0,770</b>	2,713	3,815	3,718	1,885	1,858	2,240
imagem	2,132	1,222	2,609	<b>0,822</b>	3,150	3,833	3,268	2,101	1,945	1,955
média	1,835	1,053	2,119	<b>0,691</b>	2,730	3,187	2,618	1,766	1,645	1,611

Com a representação gráfica no espaço dos vetores das CP na [Figura 5.7](#) e com as tabelas das distâncias de Mahalanobis entre os vetores das CP, [Tabela 5.10](#) e [Tabela 5.11](#), pode-se verificar que como acontecia na análise da imagem total, os vetores das CP da ponderação 1 mantêm-se mais próximos dos do canal verde em todos os blocos. As ponderações (pd1/pd2) são também os vetores mais próximos em todos os blocos. Porém, os vetores da ponderação 2 não se encontram em todos os blocos mais próximos dos do canal azul, havendo também blocos da imagem onde está mais próxima dos canais verde e vermelho, o que significa que a cor da imagem RGB vai alterando, embora tal possa não ser visualmente perceptível.

Tabela 5.11 - Distâncias de Mahalanobis - imagem Areia - Mediana

Distâncias de Mahalanobis por bloco segundo a [Definição 3.13](#) entre *vml*: canal vermelho, *vr*: canal verde, *azu*: canal azul, *pd1*: ponderação 1 e *pd2*: ponderação 2 da imagem Areia, considerando a mediana das características de textura nas 4 direções. A amarelo estão por linha os menores valores das distâncias entre os vetores de textura de cada sub-tabela. A negrito o menor valor de cada linha.

Blocos	pd1 aos canais de cor			pd1/pd2	entre canais de cor			pd2 aos canais de cor		
	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu		vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
1	1,948	1,149	2,416	<b>0,999</b>	2,956	3,024	3,218	1,699	2,095	1,632
2	1,677	0,920	1,535	<b>0,459</b>	2,433	2,796	1,901	1,678	1,308	1,261
3	1,656	0,993	2,057	<b>0,660</b>	2,498	2,775	2,525	1,519	1,551	1,544
4	1,747	0,895	2,641	<b>0,734</b>	2,471	3,515	3,176	1,744	1,545	2,072
5	1,782	0,829	2,139	<b>0,699</b>	2,511	3,166	2,481	1,759	1,420	1,591
6	1,810	1,018	2,302	<b>0,804</b>	2,632	3,253	2,849	1,745	1,715	1,671
7	1,700	0,906	1,748	<b>0,554</b>	2,514	2,958	2,018	1,674	1,351	1,378
8	2,025	1,078	1,620	<b>0,602</b>	3,016	2,973	2,056	1,793	1,618	1,317
9	1,830	1,106	2,349	<b>0,756</b>	2,779	3,242	3,001	1,780	1,776	1,762
10	1,773	1,072	2,250	<b>0,794</b>	2,662	3,390	2,747	1,733	1,793	1,737
11	1,681	0,899	2,198	<b>0,808</b>	2,421	3,150	2,563	1,699	1,581	1,578
12	1,681	0,899	1,515	<b>0,550</b>	2,438	2,746	1,732	1,553	1,371	1,276
13	1,766	0,892	1,287	<b>0,372</b>	2,577	2,900	1,133	1,698	1,180	1,238
14	1,766	1,023	1,910	<b>0,742</b>	2,636	2,936	2,404	1,666	1,692	1,430
15	1,871	0,975	2,244	<b>0,710</b>	2,692	3,539	2,569	1,885	1,574	1,757
16	1,763	1,028	1,828	<b>0,572</b>	2,567	3,100	2,366	1,743	1,493	1,572
17	1,618	0,861	1,791	<b>0,572</b>	2,345	2,608	2,205	1,576	1,328	1,310
18	1,726	0,832	1,875	<b>0,703</b>	2,459	2,590	2,375	1,579	1,473	1,326
19	1,712	1,001	2,155	<b>0,696</b>	2,576	3,378	2,385	1,827	1,499	1,621
20	1,970	0,850	2,237	<b>0,780</b>	2,685	3,359	2,629	1,850	1,549	1,675
21	2,458	1,059	1,947	<b>0,551</b>	3,398	3,803	2,153	2,403	1,461	1,580
22	1,912	1,119	3,030	<b>0,932</b>	2,871	3,349	3,874	1,673	2,003	2,201
23	1,684	1,154	2,385	<b>0,744</b>	2,614	3,164	3,039	1,630	1,788	1,765
24	1,800	1,155	2,215	<b>0,712</b>	2,749	3,535	2,652	1,918	1,712	1,678
25	1,860	1,003	2,943	<b>0,775</b>	2,655	3,760	3,620	1,875	1,707	2,241
imagem	2,107	1,144	2,612	<b>0,815</b>	3,046	3,841	3,220	2,101	1,866	1,972
média	1,820	0,995	2,124	<b>0,696</b>	2,662	3,186	2,573	1,762	1,594	1,623

## 5.1 Análise de ponderações de texturas de uma mesma imagem

Para a imagem Fibra foram igualmente retidas 3 componentes principais para ambas as medidas, para o máximo e para a mediana das características de textura, com o resumo da ACP conforme a [Tabela 5.12](#).

Tabela 5.12 - Resumo da Análise de CP - imagem Fibra em blocos

Resumo da ACP dos vetores considerando o máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções dos blocos da imagem Fibra, com indicação de percentagem de variância explicada por cada CP (var. simples) segundo a [Definição 3.4](#) e percentagem de variância explicada acumulada (var. acumulada) segundo a [Definição 3.5](#).

CP	Valores Próprios			CP	Valores Próprios		
	Valor	var. simples	var. acumulada		Valor	var. simples	var. acumulada
1	13,9	69,72%	69,72%	1	14,5	72,53%	72,53%
2	3,4	16,96%	86,67%	2	3,1	15,50%	88,03%
3	1,7	8,66%	95,33%	3	1,8	9,19%	97,22%
4	0,5	2,46%	97,80%	4	0,4	2,06%	99,28%

Figura 5.8 - Representação no espaço das CP da imagem Fibra em blocos

Para cada imagem ■ canal vermelho, ■ canal verde, ■ canal azul, ■ ponderação 1, ■ ponderação 2, são representados 26 pontos no espaço das CP dos vetores do máximo (à esquerda) e da mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções dos 26 blocos da imagem Fibra.

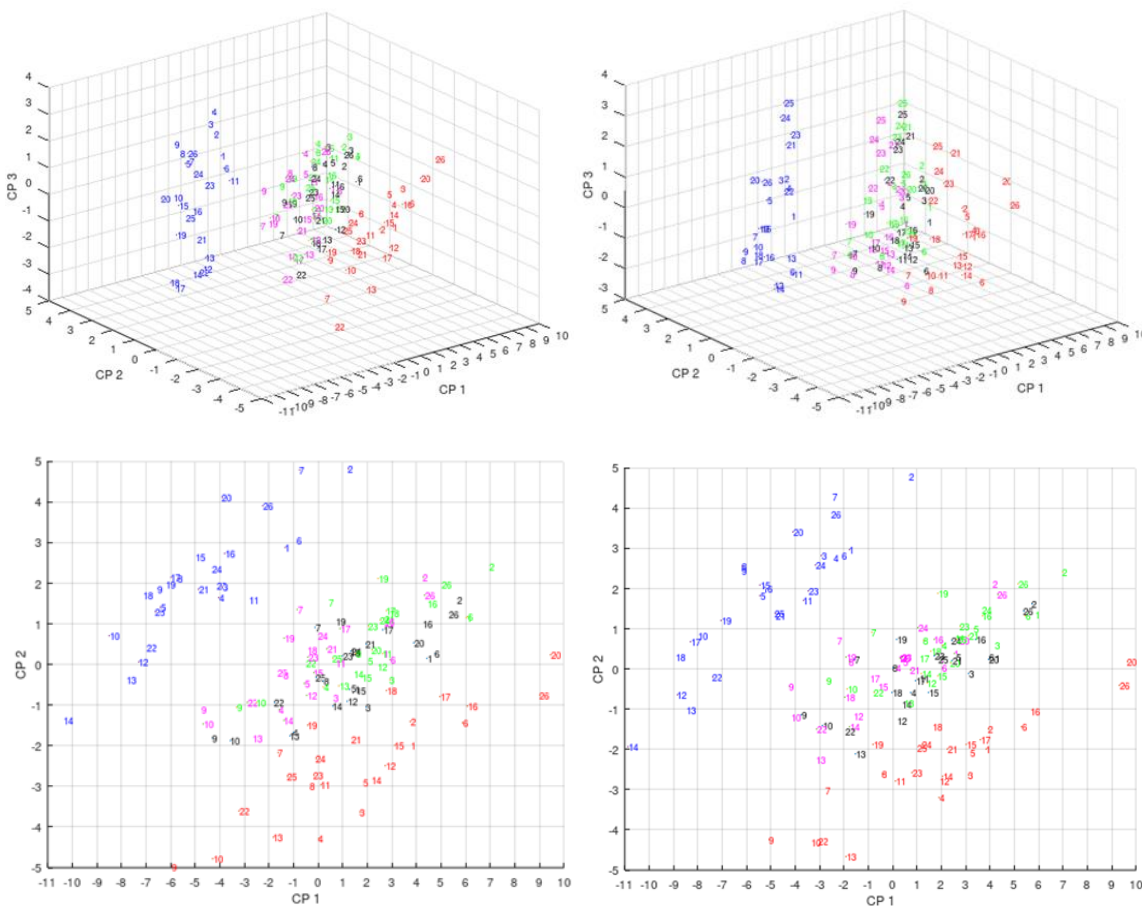


Tabela 5.13 - Distâncias de Mahalanobis - imagem Fibra - Máximo

Distâncias de Mahalanobis por bloco segundo a [Definição 3.13](#) entre *vml*: canal vermelho, *vrđ*: canal verde, *azu*: canal azul, *pd1*: ponderação 1 e *pd2*: ponderação 2 da imagem Fibra, considerando o máximo das características de textura nas 4 direções. A amarelo estão por linha os menores valores das distâncias entre os vetores de textura de cada sub-tabela. A negrito o menor valor de cada linha.

Blocos	pd1 aos canais de cor			pd1/pd2	entre canais de cor			pd2 aos canais de cor		
	pd1/vml	pd1/vrđ	pd1/azu		vml/vrđ	vml/azu	vrđ/azu	pd2/vml	pd2/vrđ	pd2/azu
1	1,337	<b>0,752</b>	2,222	<b>0,480</b>	<b>2,037</b>	3,220	2,206	1,402	<b>1,073</b>	1,881
2	1,871	<b>0,597</b>	2,171	<b>0,487</b>	2,441	3,660	<b>2,038</b>	2,102	<b>0,748</b>	1,714
3	1,456	<b>0,455</b>	2,295	<b>0,403</b>	<b>1,858</b>	3,472	2,241	1,644	<b>0,657</b>	1,940
4	1,535	<b>0,700</b>	2,155	<b>0,392</b>	2,125	3,668	<b>1,808</b>	1,913	<b>0,576</b>	1,766
5	1,302	<b>0,455</b>	2,354	0,531	<b>1,702</b>	3,269	2,374	1,485	<b>0,825</b>	1,909
6	1,046	<b>0,656</b>	2,139	<b>0,511</b>	<b>1,549</b>	3,076	2,132	2,180	<b>1,090</b>	1,909
7	1,891	<b>0,452</b>	2,373	0,375	2,332	4,220	<b>1,976</b>	2,168	<b>0,360</b>	2,057
8	1,519	<b>0,509</b>	2,113	<b>0,446</b>	<b>1,944</b>	3,228	2,194	1,588	<b>0,849</b>	1,762
9	1,877	<b>0,503</b>	2,244	0,425	2,360	3,987	<b>1,939</b>	2,253	<b>0,387</b>	1,819
10	1,681	<b>0,611</b>	1,962	<b>0,368</b>	2,260	3,318	<b>1,847</b>	1,893	<b>0,662</b>	1,602
11	1,481	<b>0,705</b>	1,620	<b>0,387</b>	2,154	2,658	<b>1,690</b>	1,753	<b>0,685</b>	1,263
12	0,975	<b>0,616</b>	2,396	<b>0,476</b>	<b>1,402</b>	3,038	2,710	1,270	<b>0,940</b>	1,924
13	1,513	<b>0,915</b>	1,945	<b>0,472</b>	<b>2,355</b>	2,675	2,383	1,392	<b>1,305</b>	1,589
14	1,085	<b>0,506</b>	3,119	0,631	<b>1,463</b>	3,541	3,429	1,240	<b>1,063</b>	2,518
15	0,861	<b>0,254</b>	2,501	0,561	<b>1,036</b>	3,322	2,437	1,315	<b>0,647</b>	2,010
16	1,211	<b>0,316</b>	2,375	0,448	<b>1,471</b>	3,339	2,355	1,446	<b>0,613</b>	1,969
17	1,084	<b>0,280</b>	2,490	0,481	<b>1,296</b>	3,385	2,487	1,416	<b>0,597</b>	2,028
18	<b>0,660</b>	0,726	2,467	<b>0,515</b>	<b>1,104</b>	2,987	2,851	<b>1,018</b>	1,136	1,983
19	1,515	<b>0,786</b>	1,976	<b>0,655</b>	<b>2,253</b>	2,441	2,426	<b>1,217</b>	1,399	1,501
20	1,549	<b>0,478</b>	2,864	0,419	<b>2,011</b>	4,165	2,625	1,897	<b>0,404</b>	2,445
21	1,311	<b>0,400</b>	1,977	0,441	<b>1,686</b>	2,610	2,076	1,256	<b>0,755</b>	1,612
22	1,617	<b>0,638</b>	1,585	<b>0,292</b>	2,220	2,542	<b>1,754</b>	1,563	<b>0,838</b>	1,343
23	1,676	<b>0,504</b>	1,676	<b>0,379</b>	2,147	2,820	<b>1,740</b>	1,651	<b>0,777</b>	1,391
24	1,536	<b>0,540</b>	1,870	<b>0,409</b>	2,045	2,821	<b>1,954</b>	1,685	<b>0,719</b>	1,465
25	1,369	<b>0,333</b>	1,983	0,424	<b>1,676</b>	2,633	2,078	1,388	<b>0,654</b>	1,588
imagem	1,474	<b>0,399</b>	2,488	0,363	<b>1,827</b>	3,940	2,213	1,833	<b>0,237</b>	2,131
média	1,401	<b>0,542</b>	2,206	<b>0,453</b>	<b>1,875</b>	3,232	2,229	1,576	<b>0,769</b>	1,812

Com a representação gráfica no espaço dos vetores das CP na [Figura 5.8](#) e com as tabelas das distâncias de Mahalanobis entre os vetores das CP, [Tabela 5.13](#) e [Tabela 5.14](#), constata-se que como acontecia na análise da imagem total, os vetores da ponderação 1 e da ponderação 2 mantêm-se mais próximos dos do canal verde em praticamente todos os blocos. A distância entre os vetores das ponderações 1 e 2 ( $pd1/pd2$ ) é na maior parte dos blocos, a menor distância entre as 10 distâncias entre canais de cor e ponderações.

## 5.1 Análise de ponderações de texturas de uma mesma imagem

Tabela 5.14 - Distâncias de Mahalanobis - imagem Fibra - Mediana

Distâncias de Mahalanobis por bloco segundo a [Definição 3.13](#) entre *vml*: canal vermelho, *vrd*: canal verde, *azu*: canal azul, *pd1*: ponderação 1 e *pd2*: ponderação 2 da imagem Fibra, considerando a mediana das características de textura nas 4 direções. A amarelo estão por linha os menores valores das distâncias entre os vetores de textura de cada sub-tabela. A negrito o menor valor de cada linha.

Blocos	pd1 aos canais de cor			pd1/pd2	entre canais de cor			pd2 aos canais de cor		
	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu		vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
1	1,315	0,744	2,186	<b>0,449</b>	1,984	3,184	2,205	1,408	1,032	1,846
2	1,834	0,565	2,263	<b>0,510</b>	2,367	3,705	2,165	2,057	0,781	1,793
3	1,441	0,506	2,325	<b>0,382</b>	1,873	3,515	2,275	1,675	0,640	1,960
4	1,523	0,753	2,075	<b>0,375</b>	2,162	3,576	1,709	1,889	0,604	1,700
5	1,359	<b>0,450</b>	2,291	0,577	1,746	3,173	2,354	1,478	0,900	1,811
6	1,050	0,709	2,146	<b>0,542</b>	1,576	3,109	2,166	1,208	1,179	1,921
7	1,911	0,437	2,364	<b>0,330</b>	2,304	4,236	2,049	2,162	0,424	2,079
8	1,513	0,503	2,170	<b>0,480</b>	1,939	3,304	2,225	1,635	0,856	1,783
9	1,801	0,564	2,147	<b>0,438</b>	2,335	3,827	1,824	2,192	0,447	1,714
10	1,651	0,586	1,853	<b>0,387</b>	2,200	3,169	1,783	1,799	0,743	1,527
11	1,505	0,679	1,707	<b>0,395</b>	2,124	2,818	1,776	1,797	0,697	1,326
12	0,956	0,632	2,400	<b>0,476</b>	1,389	3,077	2,697	1,298	0,926	1,924
13	1,468	0,889	1,934	<b>0,431</b>	2,267	2,700	2,358	1,408	1,243	1,580
14	1,110	<b>0,486</b>	3,046	0,650	1,478	3,472	3,347	1,229	1,081	2,445
15	0,847	<b>0,285</b>	2,394	0,547	1,037	3,198	2,318	1,258	0,667	1,952
16	1,187	<b>0,350</b>	2,414	0,453	1,451	3,385	2,416	1,472	0,628	1,984
17	1,084	<b>0,328</b>	2,492	0,507	1,318	3,420	2,487	1,481	0,632	2,000
18	<b>0,651</b>	0,715	2,398	<b>0,515</b>	1,063	2,940	2,765	1,030	1,135	1,929
19	1,508	0,789	1,914	<b>0,600</b>	2,249	2,396	2,377	1,267	1,342	1,447
20	1,520	0,455	2,783	0,421	1,961	4,076	2,517	1,856	<b>0,405</b>	2,369
21	1,263	<b>0,385</b>	2,002	0,468	1,616	2,637	2,100	1,200	0,787	1,641
22	1,596	0,628	1,618	<b>0,325</b>	2,199	2,596	1,751	1,611	0,810	1,339
23	1,673	0,496	1,693	<b>0,351</b>	2,131	2,846	1,756	1,649	0,755	1,426
24	1,501	0,548	1,909	<b>0,414</b>	2,007	2,850	1,974	1,659	0,730	1,504
25	1,283	<b>0,349</b>	1,977	0,413	1,603	2,561	2,056	1,286	0,666	1,610
imagem	1,504	0,441	2,494	0,365	1,874	3,972	2,238	1,857	<b>0,351</b>	2,138
média	1,387	0,549	2,192	<b>0,454</b>	1,856	3,221	2,219	1,571	0,787	1,798

Para os dados da imagem Mar foram também retidas 3 CP para os dados do máximo e da mediana dos vetores de características de textura, com o resumo da Análise de CP apresentado na [Tabela 5.15](#).

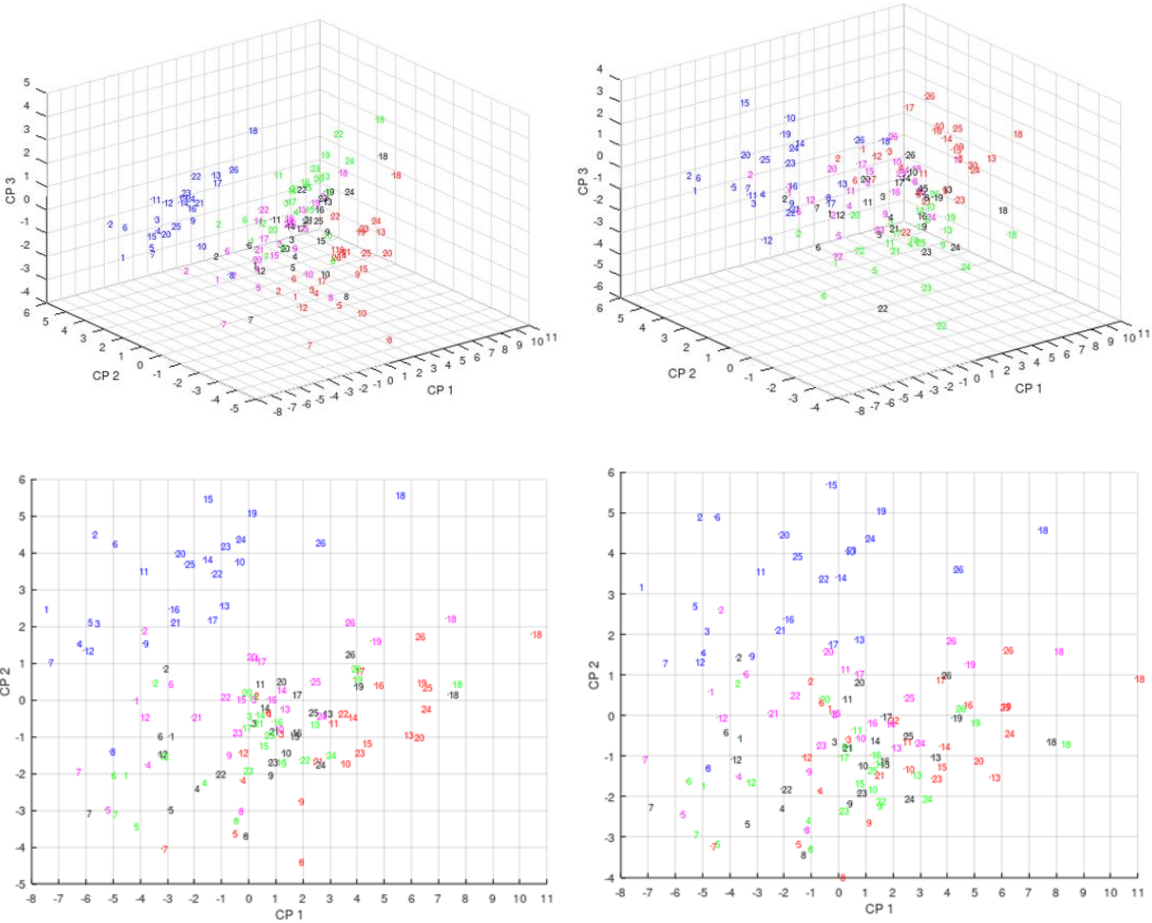
Tabela 5.15 - Resumo da Análise de CP - imagem Mar em blocos

Resumo da ACP dos vetores considerando o máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções dos blocos da imagem Mar, com indicação de percentagem de variância explicada por cada CP (var. simples) segundo a [Definição 3.4](#) e percentagem de variância explicada acumulada (var. acumulada) segundo a [Definição 3.5](#).

CP	Valores Próprios			CP	Valores Próprios		
	Valor	var. simples	var. acumulada		Valor	var. simples	var. acumulada
1	12,4	62,06%	62,06%	1	12,9	64,31%	64,31%
2	4,5	22,28%	84,34%	2	4,3	21,64%	85,95%
3	2,4	11,87%	96,21%	3	2,3	11,58%	97,54%
4	0,3	1,46%	97,67%	4	0,3	1,49%	99,03%

Figura 5.9 - Representação no espaço das CP da imagem Mar em blocos

Para cada imagem ■ canal vermelho, ■ canal verde, ■ canal azul, ■ ponderação 1, ■ ponderação 2, são representados 26 pontos no espaço das CP dos vetores do máximo (à esquerda) e da mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções dos 26 blocos da imagem Mar.



## 5.1 Análise de ponderações de texturas de uma mesma imagem

Tabela 5.16 - Distâncias de Mahalanobis - imagem Mar - Máximo

Distâncias de Mahalanobis por bloco segundo a [Definição 3.13](#) entre *vml*: canal vermelho, *vrd*: canal verde, *azu*: canal azul, *pd1*: ponderação 1 e *pd2*: ponderação 2 da imagem Mar, considerando o máximo das características de textura nas 4 direções. A amarelo estão por linha os menores valores das distâncias entre os vetores de textura de cada sub-tabela. A negrito o menor valor de cada linha.

Blocos	pd1 aos canais de cor			pd1/pd2	entre canais de cor			pd2 aos canais de cor		
	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu		vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
1	1,776	1,317	2,096	<b>0,768</b>	3,057	2,991	2,603	1,683	1,880	1,548
2	1,521	1,060	1,896	<b>0,778</b>	2,426	3,022	2,146	1,544	1,741	1,586
3	1,448	1,019	2,157	<b>0,416</b>	2,460	3,087	2,053	1,264	1,301	2,070
4	1,355	1,180	2,251	<b>0,671</b>	2,470	2,874	2,417	1,397	1,607	1,796
5	1,390	0,898	2,596	<b>0,735</b>	2,227	3,229	2,929	1,615	1,181	2,428
6	1,915	1,338	2,605	<b>0,878</b>	3,214	2,843	3,464	1,456	2,142	1,897
7	1,199	1,686	2,204	<b>0,660</b>	2,530	3,197	2,178	1,405	2,143	1,964
8	1,415	0,970	1,870	<b>0,361</b>	2,353	3,058	1,620	1,409	1,124	1,732
9	1,211	0,982	2,140	<b>0,669</b>	2,142	2,808	2,359	1,184	1,515	1,714
10	1,416	1,173	2,523	<b>0,355</b>	2,523	2,970	3,009	1,386	1,389	2,189
11	1,260	1,374	1,918	<b>0,401</b>	2,396	3,021	2,254	1,370	1,632	1,669
12	1,596	1,344	2,156	<b>0,579</b>	2,826	3,548	1,574	1,551	1,719	2,084
13	1,351	0,866	1,813	<b>0,454</b>	2,108	2,936	1,843	1,638	0,977	1,559
14	1,436	1,079	2,012	<b>0,306</b>	2,377	2,722	2,392	1,317	1,213	1,845
15	1,287	1,099	3,376	<b>0,859</b>	2,342	3,567	3,891	1,542	1,631	2,697
16	2,036	0,812	2,055	<b>0,606</b>	2,771	2,774	2,093	1,798	1,163	1,548
17	1,983	1,351	1,727	<b>0,663</b>	3,319	3,414	1,443	1,829	1,743	1,648
18	1,714	0,942	2,648	1,363	2,426	2,442	2,832	0,965	2,064	1,760
19	1,538	0,978	2,660	<b>0,905</b>	2,458	2,870	3,059	1,020	1,728	2,117
20	1,637	0,846	1,957	<b>0,559</b>	2,157	3,457	2,074	2,035	1,188	1,565
21	1,072	0,895	1,755	1,048	1,932	2,547	1,738	1,419	1,647	1,465
22	2,211	1,436	2,741	1,466	2,842	2,345	3,285	1,377	2,487	1,588
23	1,545	1,021	3,035	<b>0,951</b>	2,525	3,019	3,578	1,391	1,836	2,423
24	2,083	0,771	3,324	0,780	2,627	2,928	3,621	1,591	1,305	2,598
25	1,957	1,379	2,390	<b>0,590</b>	3,296	3,078	3,031	1,594	1,902	2,015
imagem	1,633	1,257	1,665	<b>0,509</b>	2,793	2,746	1,729	1,360	1,662	1,538
média	1,576	1,118	2,291	<b>0,705</b>	2,561	2,980	2,508	1,467	1,612	1,886

Ao contrário do que acontecia na análise da imagem total, onde os vetores da ponderação 1 se situam mais próximos dos vetores do canal vermelho, nas distâncias da análise por blocos na [Tabela 5.16](#) e na [Tabela 5.17](#), encontram-se mais próximos dos do canal verde na maioria dos blocos o que se poderá deprender também da [Figura 5.9](#). Os vetores da ponderação 2 estão mais próximos do canal vermelho em maior número blocos, mas também estão em alguns blocos mais próximos dos vetores do canal verde e do canal azul.

As menores distâncias entre as 10 distâncias por bloco da [Tabela 5.16](#) e da [Tabela 5.17](#), são na maioria dos blocos, entre as duas ponderações, quando na análise da imagem total estavam entre a ponderação 2 e o canal vermelho.

Tabela 5.17 - Distâncias de Mahalanobis - imagem Mar - Mediana

Distâncias de Mahalanobis por bloco segundo a [Definição 3.13](#) entre *vml*: canal vermelho, *vrd*: canal verde, *azu*: canal azul, *pd1*: ponderação 1 e *pd2*: ponderação 2 da imagem Mar, considerando a mediana das características de textura nas 4 direções. A amarelo estão por linha os menores valores das distâncias entre os vetores de textura de cada sub-tabela. A negrito o menor valor de cada linha.

Blocos	pd1 aos canais de cor			pd1/pd2	entre canais de cor			pd2 aos canais de cor		
	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu		vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
1	1,658	1,168	2,052	<b>0,755</b>	2,781	2,732	2,629	1,533	1,770	1,477
2	1,343	0,901	1,720	<b>0,760</b>	2,065	2,594	2,117	1,399	1,594	1,301
3	1,300	0,771	1,910	<b>0,387</b>	2,056	2,608	1,998	1,133	1,050	1,765
4	1,299	0,882	2,023	<b>0,671</b>	2,084	2,412	2,385	1,243	1,451	1,561
5	1,298	0,870	2,643	<b>0,704</b>	2,108	3,225	2,961	1,569	1,106	2,477
6	1,734	1,166	2,612	<b>0,904</b>	2,853	2,587	3,471	1,192	2,038	1,886
7	1,190	1,399	1,783	<b>0,641</b>	2,172	2,634	2,190	1,371	1,892	1,426
8	1,260	0,778	1,439	<b>0,413</b>	1,992	2,343	1,523	1,113	1,074	1,339
9	1,159	0,768	2,014	<b>0,644</b>	1,834	2,549	2,328	1,175	1,316	1,517
10	1,304	0,941	2,546	<b>0,353</b>	2,156	2,869	3,001	1,234	1,205	2,221
11	1,211	1,074	1,790	<b>0,390</b>	1,998	2,807	2,226	1,315	1,370	1,524
12	1,611	1,052	1,815	<b>0,559</b>	2,527	3,193	1,558	1,576	1,465	1,701
13	1,065	1,031	1,639	<b>0,424</b>	1,999	2,457	1,829	1,316	1,130	1,404
14	1,164	0,893	1,964	<b>0,272</b>	1,896	2,441	2,387	1,072	1,011	1,798
15	1,083	0,968	3,447	<b>0,861</b>	2,008	3,544	3,928	1,390	1,524	2,740
16	2,078	0,752	1,966	<b>0,684</b>	2,752	2,593	2,088	1,620	1,296	1,522
17	1,895	1,223	1,375	<b>0,679</b>	3,103	2,931	1,345	1,619	1,719	1,369
18	1,877	0,784	2,567	1,354	2,487	2,213	2,871	1,108	1,938	1,458
19	1,338	0,685	2,674	0,767	1,924	2,703	3,019	1,035	1,268	2,059
20	1,603	0,892	1,915	<b>0,537</b>	2,153	3,372	2,136	2,028	1,163	1,472
21	1,026	0,652	1,556	0,999	1,632	2,190	1,706	1,381	1,445	1,101
22	1,897	1,300	2,783	1,403	2,370	1,840	3,373	1,154	2,293	1,453
23	1,372	0,913	3,029	<b>0,850</b>	2,242	2,856	3,579	1,400	1,575	2,377
24	1,905	0,683	3,356	0,800	2,364	2,722	3,686	1,337	1,290	2,610
25	1,644	1,242	2,410	<b>0,524</b>	2,842	2,989	2,930	1,400	1,673	2,032
imagem	1,489	1,103	1,324	<b>0,495</b>	2,486	2,028	1,762	1,207	1,523	1,076
média	1,454	0,957	2,167	<b>0,686</b>	2,265	2,670	2,501	1,343	1,468	1,718

## 5.1 Análise de ponderações de texturas de uma mesma imagem

Para imagem Piscina foram igualmente retidas 3 CP os dados do máximo e da mediana dos vetores de características de textura, com o resumo da Análise de CP conforme a [Tabela 5.18](#).

Tabela 5.18 - Resumo da Análise de CP - imagem Piscina em blocos

Resumo da ACP dos vetores considerando o máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções dos blocos da imagem Piscina, com indicação de percentagem de variância explicada por cada CP (var. simples) segundo a [Definição 3.4](#) e percentagem de variância explicada acumulada (var. acumulada) pela [Definição 3.5](#).

CP	Valores Próprios			CP	Valores Próprios		
	Valor	var. simples	var. acumulada		Valor	var. simples	var. acumulada
1	15,5	77,70%	77,70%	1	15,7	78,69%	78,69%
2	2,9	14,47%	92,17%	2	2,9	14,56%	93,24%
3	0,7	3,39%	95,57%	3	0,6	3,13%	96,38%
4	0,6	2,94%	98,51%	4	0,5	2,74%	99,12%

Figura 5.10 - Representação no espaço das CP da imagem Piscina em blocos

Para cada imagem ■ canal vermelho, ■ canal verde, ■ canal azul, ■ ponderação 1, ■ ponderação 2, são representados 26 pontos no espaço das CP dos vetores do máximo (à esquerda) e da mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções dos 26 blocos da imagem Piscina.

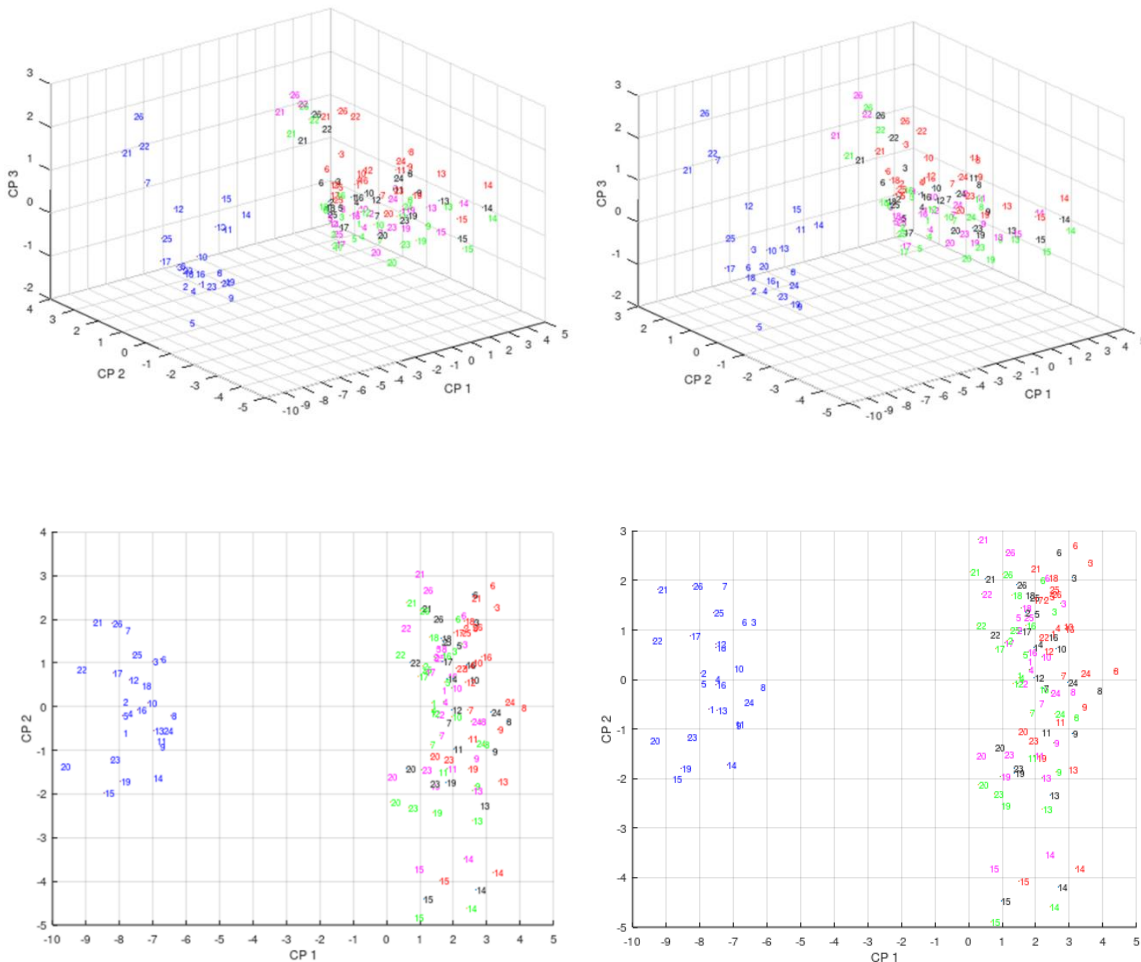


Tabela 5.19 - Distâncias de Mahalanobis - imagem Piscina - Máximo

Distâncias de Mahalanobis por bloco segundo a [Definição 3.13](#) entre *vml*: canal vermelho, *vrđ*: canal verde, *azu*: canal azul, *pd1*: ponderação 1 e *pd2*: ponderação 2 da imagem Piscina, considerando o máximo das características de textura nas 4 direções. A amarelo estão por linha os menores valores das distâncias entre os vetores de textura de cada sub-tabela. A negrito o menor valor de cada linha.

Blocos	pd1 aos canais de cor			pd1/pd2	entre canais de cor			pd2 aos canais de cor		
	pd1/vml	pd1/vrđ	pd1/azu		vml/vrđ	vml/azu	vrđ/azu	pd2/vml	pd2/vrđ	pd2/azu
1	0,287	0,620	2,655	0,378	0,899	2,877	2,383	0,651	<b>0,253</b>	2,510
2	0,396	0,724	2,629	0,518	1,114	2,913	2,332	0,905	<b>0,215</b>	2,441
3	0,644	0,825	2,617	0,644	1,462	3,025	2,279	1,283	<b>0,189</b>	2,372
4	0,521	0,790	2,657	0,591	1,304	2,995	2,320	1,104	<b>0,207</b>	2,431
5	0,468	0,747	3,022	<b>0,256</b>	1,206	3,379	2,608	0,702	<b>0,583</b>	2,789
6	0,293	0,642	2,587	0,606	0,925	2,811	2,304	0,886	<b>0,068</b>	2,359
7	0,450	0,567	3,180	0,415	1,012	3,075	3,483	0,857	<b>0,173</b>	3,419
8	0,489	0,594	2,921	0,370	1,079	3,251	2,589	0,833	<b>0,353</b>	2,601
9	0,628	0,782	2,977	<b>0,396</b>	1,402	3,343	2,633	1,008	0,449	2,686
10	0,486	0,765	2,475	<b>0,364</b>	1,243	2,616	2,335	0,836	0,459	2,321
11	0,452	0,631	2,262	0,523	1,079	2,395	2,268	0,968	<b>0,120</b>	2,300
12	0,678	0,304	2,638	0,331	0,948	2,580	2,594	0,986	<b>0,060</b>	2,647
13	0,634	<b>0,205</b>	2,679	0,356	0,791	2,744	2,711	0,834	0,474	2,578
14	0,516	<b>0,288</b>	2,903	0,420	0,769	2,884	3,002	0,550	0,667	2,637
15	0,443	<b>0,291</b>	3,299	0,410	0,713	3,125	3,429	<b>0,430</b>	0,668	3,089
16	0,369	<b>0,235</b>	2,612	0,426	0,393	2,826	2,483	0,794	0,531	2,396
17	0,757	0,454	2,563	0,372	1,198	2,649	2,481	1,120	<b>0,093</b>	2,519
18	0,500	<b>0,120</b>	2,380	0,375	0,477	2,689	2,308	0,866	0,453	2,296
19	0,462	0,606	2,523	<b>0,295</b>	1,052	2,792	2,409	0,752	0,394	2,367
20	0,472	0,659	2,660	0,386	1,107	2,809	2,708	0,857	<b>0,370</b>	2,603
21	0,565	<b>0,264</b>	2,748	0,751	0,525	2,988	2,563	0,572	0,536	2,593
22	0,406	<b>0,294</b>	2,713	0,688	0,502	2,987	2,540	0,755	0,434	2,575
23	0,703	0,535	2,540	<b>0,328</b>	1,231	2,843	2,372	0,894	0,541	2,403
24	0,396	0,659	2,878	0,464	1,042	3,172	2,551	0,859	<b>0,296</b>	2,546
25	0,335	0,712	2,461	0,460	1,038	2,551	2,574	0,783	<b>0,262</b>	2,562
imagem	0,316	<b>0,280</b>	2,783	0,562	0,518	3,051	2,590	0,743	0,319	2,579
média	0,487	0,523	2,706	0,449	0,963	2,899	2,571	0,839	<b>0,353</b>	2,562

Os vetores da ponderação 1 das imagens bloco repartem a sua maior proximidade entre os vetores dos canais verde e vermelho, como se conclui da [Tabela 5.19](#) e da [Tabela 5.20](#), quando na análise da imagem total utilizando a distância de Mahalanobis, a ponderação 1 está mais próxima do canal vermelho e mais próxima do canal verde utilizando as restantes métricas de distância.

Como na análise da imagem total, os vetores da ponderação 2 mantêm-se na grande maioria dos blocos, mais próximos dos do canal verde, estando poucos blocos com maior proximidade aos vetores do canal vermelho.

As menores distâncias entre as 10 distâncias vão variando de bloco para bloco, entre a distância entre as ponderações e as distâncias entre as duas ponderações e o canal verde. Claro em ambas as medidas na [Figura 5.10](#) surge o forte afastamento dos vetores do canal azul nos dados para esta imagem.

## 5.1 Análise de ponderações de texturas de uma mesma imagem

Tabela 5.20 - Distâncias de Mahalanobis - imagem Piscina - Mediana

Distâncias de Mahalanobis por bloco segundo a [Definição 3.13](#) entre *vml*: canal vermelho, *vrd*: canal verde, *azu*: canal azul, *pd1*: ponderação 1 e *pd2*: ponderação 2 da imagem *Piscina*, considerando a mediana das características de textura nas 4 direções. A amarelo estão por linha os menores valores das distâncias entre os vetores de textura de cada sub-tabela. A negrito o menor valor de cada linha.





Blocos	pd1 aos canais de cor			pd1/pd2	entre canais de cor			pd2 aos canais de cor		
	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu		vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
1	0,327	0,612	2,673	0,399	0,934	2,921	2,366	0,717	<b>0,236</b>	2,500
2	0,358	0,638	2,680	0,480	0,992	2,951	2,353	0,831	<b>0,173</b>	2,462
3	0,564	0,694	2,560	0,579	1,245	2,897	2,266	1,134	<b>0,129</b>	2,343
4	0,578	0,696	2,598	0,560	1,262	2,958	2,299	1,129	<b>0,149</b>	2,389
5	0,528	0,752	2,927	<b>0,144</b>	1,266	3,311	2,538	0,578	0,736	2,805
6	0,266	0,571	2,589	0,591	0,825	2,787	2,309	0,845	<b>0,070</b>	2,340
7	0,353	0,501	3,265	0,388	0,848	3,167	3,551	0,732	<b>0,144</b>	3,511
8	0,571	0,513	2,781	<b>0,252</b>	1,071	3,139	2,513	0,777	0,368	2,536
9	0,857	0,680	2,908	<b>0,298</b>	1,510	3,435	2,647	1,138	0,427	2,680
10	0,760	0,708	2,451	<b>0,213</b>	1,434	2,725	2,310	0,954	0,522	2,322
11	0,468	0,526	2,321	0,507	0,983	2,510	2,240	0,964	<b>0,052</b>	2,281
12	0,611	0,225	2,622	0,233	0,798	2,511	2,551	0,826	<b>0,054</b>	2,603
13	0,592	<b>0,218</b>	2,711	0,368	0,803	2,729	2,745	0,813	0,404	2,637
14	0,505	<b>0,288</b>	2,903	0,406	0,770	2,887	3,003	0,508	0,652	2,636
15	0,520	<b>0,320</b>	3,218	0,389	0,824	3,053	3,369	0,519	0,653	2,993
16	0,464	<b>0,316</b>	2,646	0,374	0,359	2,926	2,596	0,827	0,611	2,405
17	0,931	0,412	2,521	0,288	1,314	2,644	2,405	1,202	<b>0,125</b>	2,448
18	0,484	<b>0,106</b>	2,459	0,360	0,499	2,787	2,374	0,836	0,399	2,345
19	0,458	0,590	2,583	<b>0,172</b>	1,032	2,863	2,448	0,625	0,458	2,455
20	0,467	0,672	2,623	<b>0,291</b>	1,122	2,767	2,671	0,757	0,427	2,538
21	0,359	<b>0,205</b>	2,748	0,670	0,482	3,067	2,586	0,716	0,510	2,588
22	0,369	<b>0,257</b>	2,751	0,661	0,530	3,091	2,587	0,798	0,440	2,604
23	0,783	0,441	2,611	<b>0,300</b>	1,201	2,982	2,455	0,968	0,481	2,457
24	0,394	0,560	2,713	<b>0,269</b>	0,929	2,986	2,467	0,653	0,321	2,509
25	0,369	0,690	2,434	0,446	1,047	2,545	2,470	0,802	<b>0,254</b>	2,488
imagem	0,393	<b>0,254</b>	2,847	0,551	0,638	3,215	2,661	0,890	0,324	2,623
média	0,513	0,479	2,698	0,392	0,951	2,917	2,568	0,828	<b>0,351</b>	2,558

A análise das imagens por blocos regista diferentes disposições de proximidade das imagens ponderadas às imagens base (canais de cor). A [Tabela 5.21](#) apresenta a contagem de blocos onde se registaram as menores distâncias obtidas na análise por blocos de onde se retira não haver para a cada imagem a mesma disposição de proximidade em todos os blocos. Na análise por blocos estes podem diferir entre si e ter cores e textura distintas, ainda que tal possa não ser visualmente perceptível. A imagem ponderada 1 apresenta a maior proximidade ao canal de cor verde, excluindo na imagem *Piscina* onde a maior proximidade se reparte entre o canal verde e o canal vermelho. Tal poderá ser explicado pelo maior peso do canal verde nesta ponderação. De assinalar que na imagem *Mar*, da análise da imagem total resulta uma maior proximidade desta

ponderação 1 ao canal vermelho enquanto na análise por blocos quase em todos os blocos mais próxima do canal verde em ambas as medidas. A imagem ponderada 2 regista maiores alterações na proximidade aos canais de cor nas imagens *Areia* e *Mar*, quando se comparam as análises por blocos e a análise da imagem total.

Tabela 5.21 - Resumo da análise das imagens teste por blocos

Resumo das menores distâncias da análise por blocos contando o número de blocos em que determinado canal de cor é mais próximo de cada imagem ponderada e contando as menores distâncias registadas entre imagens ponderadas e canais de cor. *vml*: canal vermelho, *vrđ*: canal verde, *azu*: canal azul, *pd1*: ponderação 1 e *pd2*: ponderação 2.

Imagem/Medida	Canal de cor mais próximo de ponderação <i>pd1</i>		Canal de cor mais próximo de ponderação <i>pd2</i>		Menor distância de Mahalanobis	
	Máximo n.º de Blocos	Mediana n.º de Blocos	Máximo n.º de Blocos	Mediana n.º de Blocos	Máximo n.º de Blocos	Mediana n.º de Blocos
Areia 	<i>pd1/vml</i> 0 <i>pd1/vrđ</i> 25 <i>pd1/azu</i> 0	<i>pd1/vml</i> 0 <i>pd1/vrđ</i> 25 <i>pd1/azu</i> 0	<i>pd2/vml</i> 4 <i>pd2/vrđ</i> 8 <i>pd2/azu</i> 13	<i>pd2/vml</i> 4 <i>pd2/vrđ</i> 10 <i>pd2/azu</i> 11	<i>pd1/pd2</i> 25	<i>pd1/pd2</i> 25
Fibra 	<i>pd1/vml</i> 1 <i>pd1/vrđ</i> 24 <i>pd1/azu</i> 0	<i>pd1/vml</i> 1 <i>pd1/vrđ</i> 24 <i>pd1/azu</i> 0	<i>pd2/vml</i> 2 <i>pd2/vrđ</i> 23 <i>pd2/azu</i> 0	<i>pd2/vml</i> 2 <i>pd2/vrđ</i> 23 <i>pd2/azu</i> 0	<i>pd1/pd2</i> 15 <i>pd1/vrđ</i> 7 <i>pd2/vrđ</i> 3	<i>pd1/pd2</i> 17 <i>pd1/vrđ</i> 7 <i>pd2/vrđ</i> 1
Mar 	<i>pd1/vml</i> 2 <i>pd1/vrđ</i> 23 <i>pd1/azu</i> 0	<i>pd1/vml</i> 1 <i>pd1/vrđ</i> 24 <i>pd1/azu</i> 0	<i>pd2/vml</i> 16 <i>pd2/vrđ</i> 7 <i>pd2/azu</i> 2	<i>pd2/vml</i> 11 <i>pd2/vrđ</i> 10 <i>pd2/azu</i> 4	<i>pd1/pd2</i> 21 <i>pd1/vrđ</i> 3 <i>pd2/vml</i> 1	<i>pd1/pd2</i> 20 <i>pd1/vrđ</i> 4 <i>pd2/vml</i> 1
Piscina 	<i>pd1/vml</i> 15 <i>pd1/vrđ</i> 10 <i>pd1/azu</i> 0	<i>pd1/vml</i> 12 <i>pd1/vrđ</i> 13 <i>pd1/azu</i> 0	<i>pd2/vml</i> 2 <i>pd2/vrđ</i> 23 <i>pd2/azu</i> 0	<i>pd2/vml</i> 3 <i>pd2/vrđ</i> 22 <i>pd2/azu</i> 0	<i>pd1/pd2</i> 5 <i>pd1/vrđ</i> 7 <i>pd2/vml</i> 13	<i>pd1/pd2</i> 8 <i>pd1/vrđ</i> 7 <i>pd2/vml</i> 10

O canal azul é o que tem menor número de blocos onde seja o mais próximo das imagens ponderadas, excluindo na imagem *Areia* onde regista a maioria das menores distâncias à imagem ponderada 2. O maior afastamento do canal azul à ponderação 1 poderá ser explicado pelo seu menor peso nesta ponderação. Na imagem *Piscina* como já referido o afastamento do canal azul no espaço das CP é ainda mais notório.

Nos dados da análise por blocos ambas as imagens ponderadas continuam a assumir uma posição intermédia entre os canais de cor. Nas 10 distâncias entre médias e canais de cor, excluindo a imagem *Areia*, todas as restantes apresentam grandes alterações nos pares onde se obtiveram as menores distâncias quando se comparam a análise da imagem total com a análise da imagem por blocos.

Comparando entre medidas, o máximo e a mediana dos vetores de características das 4 direções, na análise das contagens de blocos apesar se obterem resultados ligeiramente diferentes, têm ainda assim padrões que são bastante semelhantes nos exemplos apresentados.

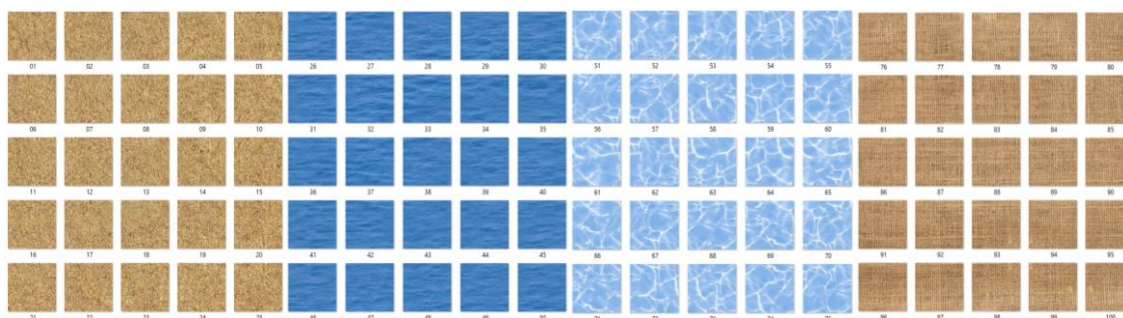
## 5.1 Análise de ponderações de texturas de uma mesma imagem

### 5.1.3 Análise por blocos do conjunto das 4 imagens com uma textura regular

Neste ponto, as quatro imagens a cores com textura regular e distinta são consideradas divididas em blocos num mesmo conjunto de dados, como representadas na [Figura 5.11](#). A principal referência da análise neste ponto é ver como se agrupam no mesmo espaço os blocos das 4 imagens.

Para cada uma das 100 imagens bloco, são calculados os vetores das 20 características de textura (listadas na secção [3.1.1](#)) obtidas das GLCM simétricas ([Definição 3.3](#)) das 4 direções, para cada um dos 3 canais de cor e das ponderações 1 e 2. Retêm-se os vetores com os valores máximo e mediano dos vetores de características de textura das 4 direções, para cada uma das 5 imagens monocromáticas (3 canais de cor e duas ponderações). Cada uma das medidas é agora representada por um conjunto de dados de 500 vetores de 20 características, um para cada combinação entre as 5 imagens monocromáticas e as 25 imagens bloco. Os valores das características de textura das matrizes de dados são estandardizados.

*Figura 5.11 - Representação do conjunto das 4 imagens teste em blocos*



A existência de correlação entre as características de textura foi confirmada pelos testes de esfericidade de Bartlett (valores  $p < 0,001$ ) e pelas estatísticas KMO ( $KMO > 95\%$ ). Apresenta-se a representação gráfica e procede-se aos agrupamentos dos vetores das CP de forma a verificar como são classificados os dados das imagens ponderadas e dos canais de cor de cada uma das imagens bloco.

Tabela 5.22 - Resumo da Análise de CP do conjunto das 4 imagens em blocos

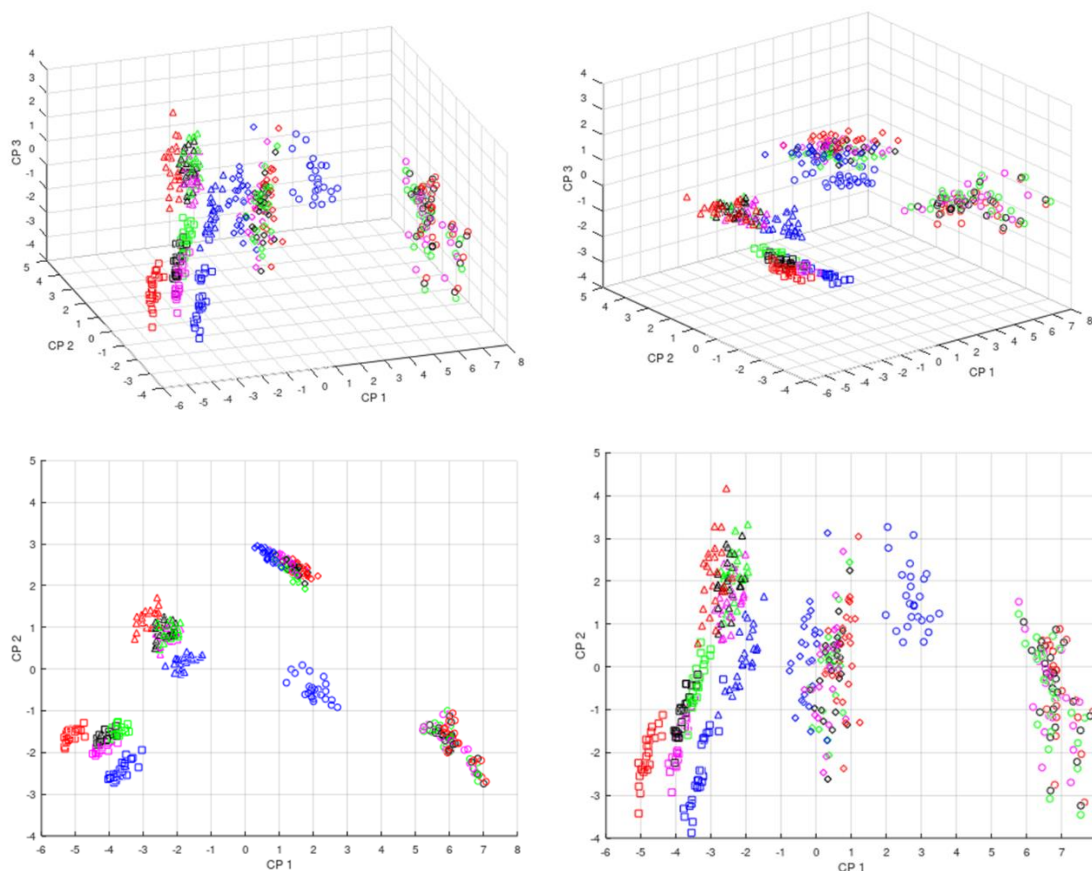
Resumo da ACP dos vetores considerando o máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções dos blocos das 4 imagens, com indicação de percentagem de variância explicada por cada CP (var. simples) segundo a [Definição 3.4](#) e percentagem de variância explicada acumulada (var. acumulada) segundo a [Definição 3.5](#).

CP	Valores Próprios			CP	Valores Próprios		
	Valor	var. simples	var. acumulada		Valor	var. simples	var. acumulada
1	13,9	69,26%	69,26%	1	15,0	75,08%	75,08%
2	3,2	16,22%	85,48%	2	2,5	12,37%	87,45%
3	2,2	11,01%	96,49%	3	1,8	8,97%	96,42%
4	0,5	2,66%	99,16%	4	0,6	2,85%	99,27%

Para cada medida das características de textura das 4 direções do conjunto dos blocos das 4 imagens, foram retidas 3 CP de acordo com o [Critério 3.6](#) em que o resumo da ACP se apresenta na [Tabela 5.22](#).

Figura 5.12 - Representação no espaço das CP dos blocos das 4 imagens

Para cada uma das 4 imagens □ - Areia, ◇ - Mar, o - Piscina e, Δ - Fibra, por cada uma das imagens ■ canal vermelho, ■ canal verde, ■ canal azul, ■ ponderação 1 e ■ ponderação 2, são representados 25 pontos no espaço das CP dos vetores do máximo (à esquerda) e da mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções das 4 imagens por blocos.



A representação dos dados da [Figura 5.12](#) mostra com alguma clareza a separação no espaço das imagens com textura regular e distinta. A proximidade entre as imagens ponderadas e o canal verde é mais evidente nas imagens *Areia* e *Fibra*, bem como o afastamento dos canais azul e vermelho. Para as imagens *Mar* e *Piscina* os gráficos não são tão claros quanto à proximidade entre imagens monocromáticas, excluído o canal azul da imagem *Piscina* onde o afastamento é bastante pronunciado como já esperado pela observação da [Figura 5.1](#).

Os agrupamentos são apresentados na [Tabela 5.23](#), onde o agrupamento em 4 grupos foi o que obteve o maior Índice de Dunn. Apenas o canal azul da imagem *Piscina*, dado o referido afastamento, apresenta alguns blocos que são “mal” classificados no grupo da imagem *Fibra* quando utilizado o máximo. Na medida mediana, já são menos os blocos “mal” classificados em relação à imagem de referência, com destaque para bloco 65 e 2 blocos no canal azul da imagem *Piscina* que surgem classificados no grupo da imagem *Mar*.

Apesar de obter Índice de Dunn menor, o agrupamento a 5 grupos separa claramente as 4 imagens e o canal azul da imagem *Piscina* em grupos diferentes em ambas as medidas. Nos agrupamentos em 3 grupos é interessante verificar que para o máximo e para a mediana se obtiveram associações de imagens diferentes em cada medida: *Piscina/Fibra* no máximo e *Piscina/Mar* na mediana. No entanto, todas as imagens têm os seus blocos com a mesma classificação. Quase a totalidade dos erros de classificação ocorrem no canal azul da imagem *Piscina*, que como visto anteriormente, é o canal que mais se afasta da textura dos canais de cor e das imagens ponderadas. Para todos os blocos, excluindo em algumas situações o canal azul da imagem *Piscina*, todos os canais de cor e as correspondentes imagens ponderadas, foram classificadas no mesmo grupo, o que mostra a proximidade da sua textura e a possibilidade de se distinguir a sua textura no contexto de um espaço originado nestas 4 imagens teste de textura diferente.

Sendo o propósito deste trabalho analisar como as imagens ponderadas retêm a textura das imagens base, no caso apresentado nesta secção, as imagens ponderadas das imagens base monocromáticas de cada uma das imagens teste parecem manter as propriedades de textura das imagens de base, sendo possível na maioria dos exemplos apresentados agrupá-las de forma coerente.

Tabela 5.23 - Classificação dos blocos das 4 imagens

Classificação em grupos das imagens vml: canal vermelho, vrd: canal verde, azu: canal azul, pd1: ponderação 1 e pd2: ponderação 2 de cada um dos 25 blocos de cada uma das 4 imagens, obtida pelo método k-means utilizando a distância de Mahalanobis com os vetores das CP considerando o máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções do conjunto das 4 imagens por blocos. Os agrupamentos obtidos estão classificados na tabela pela sua numeração/cor e avaliados pelo Índice de Dunn e pelo R<sup>2</sup>.

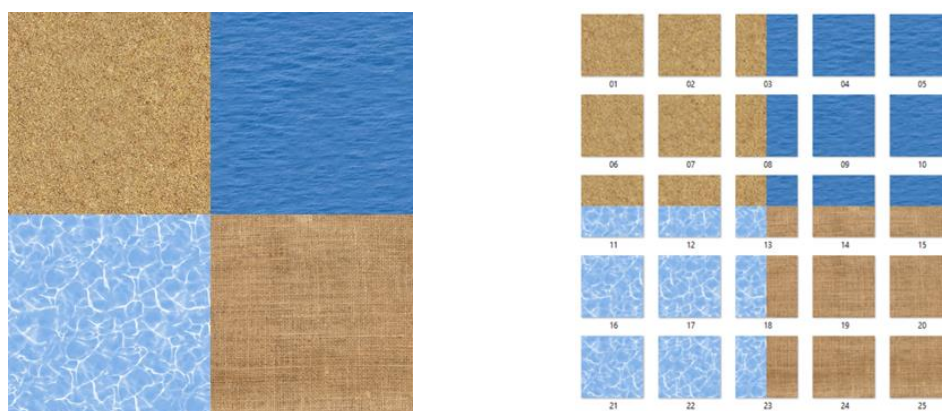
Bloco	3 grupos					4 grupos					5 grupos					Bloco	3 grupos					4 grupos					5 grupos				
	vml	vrd	azu	pd1	pd2	vml	vrd	azu	pd1	pd2	vml	vrd	azu	pd1	pd2		vml	vrd	azu	pd1	pd2	vml	vrd	azu	pd1	pd2	vml	vrd	azu	pd1	pd2
1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
5	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
6	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
7	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
8	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
9	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
10	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
11	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
12	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
13	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
14	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
15	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
16	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
17	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
18	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
19	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
20	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
21	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
22	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
23	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
24	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
25	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			
26	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
27	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
28	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
29	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
31	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
32	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
33	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
34	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
35	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
36	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
37	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
38	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
39	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
40	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
41	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
42	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
43	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
44	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
45	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
46	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
47	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
48	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
49	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
50	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
51	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	5	5	3	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4			
52	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	5	5	3	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4			
53	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	5	5	3	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4			
54	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	5	5	3	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4			
55	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	5	5	3	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4			
56	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	5	5	3	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4			
57	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	5	5	3	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4			
58	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	5	5	3	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4			
59	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	5	5	3	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4			
60	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	5	5	3	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4			
61	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	5	5	3	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4			
62	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	5	5	3	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4			
63	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	5	5	3	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4			
64	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	5	5	3	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4			
65	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	5	5	3	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4			
66	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3																					

## 5.1 Análise de ponderações de texturas de uma mesma imagem

### 5.1.4 Análise por blocos de imagem com textura regular por quadrante

Outra forma de considerar as mesmas quatro imagens distintas, a cores e com textura regular foi dispô-las em quadrantes numa única imagem. As quatro imagens *Areia*, *Mar*, *Piscina* e *Fibra* foram reduzidas a imagens de 256 x 256 pixéis e reunidas numa única imagem de 512 x 512 pixéis, como representada na [Figura 5.13](#). De seguida foram divididas em blocos utilizando o mesmo procedimento já apresentado para cada imagem.

*Figura 5.13 - Representação da imagem em quadrantes e sua divisão por blocos*



Utilizando a mesma metodologia da análise por blocos (utilizada na secção 5.1.2), para cada uma das medidas (máximo e mediana) é obtido um conjunto de dados de 130 vetores de 20 características, um para cada combinação entre as 5 imagens monocromáticas (3 canais de cor e duas imagens ponderadas) e as 26 imagens bloco. Os valores das características de textura das matrizes de dados de cada medida são estandardizados. A existência de correlação entre as características de textura foi confirmada através dos testes de esfericidade de Bartlett (valores  $p < 0,001$ ) e das estatísticas KMO ( $KMO > 95\%$ ). Retêm-se da ACP os vetores das componentes principais de acordo com o [Critério 3.6](#) para cada matriz de dados das 26 imagens bloco.

Para cada uma das medidas foram retidas 5 CP conforme o detalhe da Análise de CP apresentado na [Tabela 5.24](#).

Tabela 5.24 - Resumo da Análise de CP de imagem em quadrantes por blocos

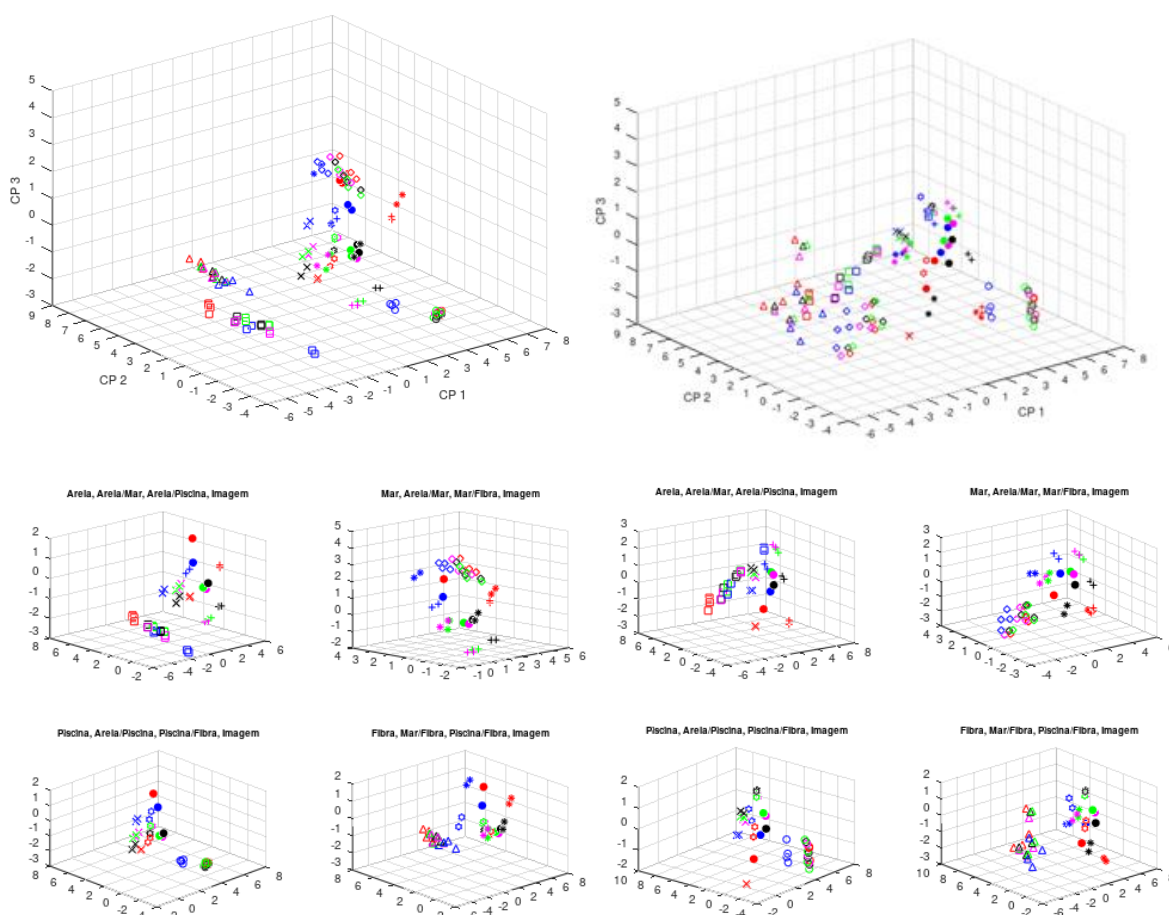
Resumo da ACP dos vetores considerando o máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura dos blocos da imagem em quadrantes por blocos, com indicação de percentagem de variância explicada por cada CP (var. simples) segundo a Definição 3.4 e percentagem de variância explicada acumulada (var. acumulada) segundo a Definição 3.5.

CP	Valores Próprios			CP	Valores Próprios		
	Valor	var. simples	var. acumulada		Valor	var. simples	var. acumulada
1	9,2	46,20%	46,20%	1	10,9	54,41%	54,41%
2	4,9	24,59%	70,79%	2	5,1	25,60%	80,01%
3	3,1	15,73%	86,52%	3	1,6	8,01%	88,02%
4	1,4	6,98%	93,50%	4	1,3	6,44%	94,46%
5	0,5	2,60%	96,10%	5	0,7	3,66%	98,12%
6	0,5	2,27%	98,37%	6	0,2	1,24%	99,36%

Figura 5.14 - Representação no espaço das CP da imagem em quadrantes

Para cada imagem ■ canal vermelho, ■ canal verde, ■ canal azul, ■ ponderação 1, ■ ponderação 2, são representados 26 pontos no espaço das CP dos vetores do máximo (à esquerda) e da mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções dos 26 blocos da imagem da imagem em quadrantes por blocos.

Marcadores: □ (Areia: 1,2,6, 7), ◇ (Mar: 4,5,9,10), ○ (Piscina: 16,17,21,22), △ (Fibra (19,20,24,35), + (Areia/Mar: 3, 8), X (Areia/Piscina: 11, 12), \* (Mar/Fibra: 14, 15), ✖ Piscina/Fibra: 18,23, ● (Imagem, 13).



## 5.1 Análise de ponderações de texturas de uma mesma imagem

Na representação gráfica da [Figura 5.14](#), os blocos onde as imagens têm uma única textura apresentam-se juntos por imagem teste, registrando-se um afastamento dos blocos em que as imagens partilham 2 e 4 tipos de textura, dos agrupamentos de imagens com apenas uma textura. Neste caso, verifica-se uma sobre-representação no número de blocos com apenas uma textura (4 blocos de cada) em relação a uma menor representação dos casos com partilha de 2 e 4 tipos de textura (2 blocos de cada combinação), sendo que algumas combinações de textura como Areia/Fibra e Mar/Piscina também não foram consideradas. A consideração de maior número de blocos com partilha de 2 e 4 tipos de textura e de outras combinações de textura das imagens teste poderá ter algum efeito na disposição dos pontos no espaço. No entanto, esperar-se-ia como no caso apresentado, a aproximação dos pontos das imagens com textura semelhante e afastamento dos pontos das imagens com textura diferente como na [Figura 5.14](#).

Tabela 5.25 - Classificação da imagem em quadrantes - Máximo

Classificação em grupos das imagens vml: canal vermelho, vrd: canal verde, azu: canal azul, pd1: ponderação 1 e pd2: ponderação 2 de cada um dos 26 blocos da imagem em quadrantes, obtida pelo método k-means utilizando a distância de Mahalanobis com os vetores das 5 CP considerando o máximo dos vetores de características de textura das 4 direções. Os agrupamentos obtidos estão classificados na tabela pela sua numeração/cor. e avaliados pelo Índice de Dunn e pelo  $R^2$

máximo Bloco	4 grupos					5 grupos					6 grupos					7 grupos					8 grupos					9 grupos					
	vml	vrd	azu	pd1	pd2	vml	vrd	azu	pd1	pd2	vml	vrd	azu	pd1	pd2	vml	vrd	azu	pd1	pd2	vml	vrd	azu	pd1	pd2	vml	vrd	azu	pd1	pd2	
1	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6	2	2	2	2	6	6	6	6	6	8	8	8	8	8	5	5	5	5		
2	4	3	3	3	3	5	5	5	5	5	6	2	2	2	2	4	6	6	6	6	8	8	8	8	8	5	8	8	8		
3	2	3	3	3	3	4	5	4	1	5	4	2	6	2	2	2	7	7	7	7	6	8	2	8	8	6	3	7	9	3	
4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	5	5	5	5	5	3	3	3	3	3	9	9	9	9	9	
5	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	5	5	5	5	5	3	3	3	3	3	9	9	9	9	9	
6	1	1	1	1	1	1	5	5	5	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8	8	1	1	1	1	1	1	1	
7	1	1	1	1	1	1	5	5	5	5	1	1	5	1	1	1	5	5	5	5	1	8	8	8	8	1	1	9	1	1	
8	2	3	3	2	3	2	5	3	2	5	6	5	6	5	5	4	5	6	5	5	5	6	5	7	6	8	5	8	5	5	
9	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	3	4	
10	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	
11	3	3	4	1	3	5	3	4	5	3	2	5	4	5	5	5	6	7	5	6	7	6	4	6	6	9	5	7	5	5	
12	3	1	4	1	1	5	3	4	5	3	2	5	4	5	5	5	6	7	5	6	7	6	4	6	6	9	5	7	5	5	
13	3	3	4	3	3	3	3	4	3	3	6	5	6	5	5	4	6	6	5	6	5	6	5	6	6	8	5	8	5	5	
14	2	3	3	3	3	2	3	3	3	3	6	5	6	5	5	4	5	6	5	5	5	6	5	7	6	8	5	8	3	5	
15	2	3	3	3	3	2	5	3	3	5	6	5	6	2	5	4	5	6	5	5	5	6	5	7	8	8	9	8	9	9	
16	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	7	2	2	2	2	2	2	6	2
17	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	7	2	2	2	6	6	2	6	6
18	3	3	4	3	3	3	3	4	3	3	5	5	4	5	5	5	6	7	6	6	6	6	4	6	6	9	5	7	5	5	
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
21	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	7	2	2	2	2	2	2	2	2
22	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	7	2	2	2	6	6	2	6	6
23	3	3	4	3	3	3	3	4	3	3	5	5	4	5	5	5	6	7	6	6	6	6	4	6	6	9	5	7	5	5	
24	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Imagem	3	3	4	3	3	3	3	4	3	3	6	5	6	5	5	6	6	6	6	6	5	6	5	6	6	8	5	8	5	5	
Índice Dunn	0.272					0.251					0.290					0.242					0.173					0.244					
$R^2$	65,2%					65,5%					79,9%					81,8%					84,4%					89,2%					

A [Tabela 5.25](#) e a [Tabela 5.26](#) mostram uma clara proximidade entre as imagens ponderadas e os canais de cor nos blocos com apenas uma textura. As imagens com apenas uma textura *Piscina* e *Fibra* surgem em quase todos os agrupamentos, com todos os canais de cor e imagens ponderadas no mesmo grupo, o que já não é tão unânime para as imagens *Areia* e *Mar*. De notar que, neste espaço de dados com blocos com textura mais diversificada, o canal azul da imagem *Piscina* surge agora apenas mal classificado nos agrupamentos em 8 e 9 grupos da medida máximo na [Tabela 5.25](#). Nas imagens com mais de uma textura o canal verde surge quase sempre classificado no mesmo grupo das imagens ponderadas, ao contrário do canal vermelho e canal azul onde se registam mais frequentemente diferenças de classificação em relação às imagens ponderadas.

Tabela 5.26 - Classificação da imagem em quadrantes - Mediana

Classificação em grupos das imagens vml: canal vermelho, vrd: canal verde, azu: canal azul, pd1: ponderação 1 e pd2: ponderação 2 de cada um dos 26 blocos da imagem em quadrantes, obtida pelo método k-means utilizando a distância de Mahalanobis com os vetores das 5 CP considerando a mediana dos vetores de características de textura das 4 direções. Os agrupamentos obtidos estão classificados na tabela pela sua numeração/cor e avaliados pelo Índice de Dunn e pelo R<sup>2</sup>.

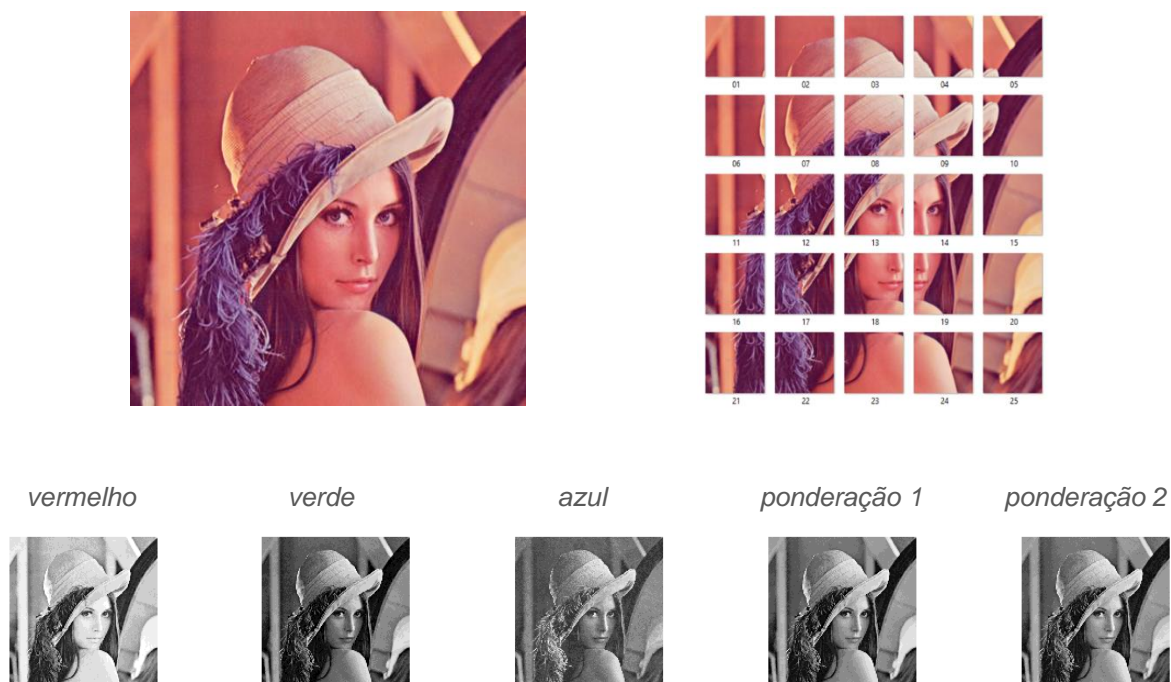
mediana Bloco	4 grupos				5 grupos				6 grupos				7 grupos				8 grupos				9 grupos										
	vml	vrd	azu	pd1	pd2	vml	vrd	azu	pd1	pd2	vml	vrd	azu	pd1	pd2	vml	vrd	azu	pd1	pd2	vml	vrd	azu	pd1	pd2	vml	vrd	azu	pd1	pd2	
1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	6	4	4	4	4	6	5	5	3	3						
2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	6	6	6	6	6	6	4	4	4	4	6	5	8	5	5
3	2	4	4	4	4	2	3	2	3	3	2	5	5	5	5	5	6	4	6	6	3	8	8	8	8	4	8	9	8	8	
4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	3	3	3	3	3	5	5	5	5	5	3	3	3	3	3	
5	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	3	3	3	3	3	5	5	5	5	5	3	3	3	3	3	
6	1	1	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	7	7	7	7	1	6	6	6	6	
7	1	1	3	1	1	1	2	2	2	2	1	1	5	1	1	1	1	7	1	1	1	7	5	7	7	1	6	8	6	6	
8	2	3	2	3	3	5	3	5	3	3	2	6	6	5	5	2	7	4	7	7	4	5	6	5	5	7	8	2	8	8	
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5	5	1	5	5	5	5	5	5	5	8	8	8	8	8	5	5	5	5	5	
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5	5	1	5	5	5	5	5	5	5	8	8	8	8	8	5	5	5	5	5	
11	1	3	4	3	3	1	3	4	3	3	5	6	4	6	6	5	7	6	7	4	8	6	2	6	6	5	9	4	9	9	
12	1	3	4	3	3	1	3	4	3	3	5	6	4	6	6	5	7	6	7	4	8	6	2	6	6	5	9	4	9	9	
13	2	3	2	3	3	5	3	5	3	3	2	6	2	5	6	2	7	4	7	7	4	6	4	6	6	7	9	2	9	9	
14	2	3	2	3	1	5	2	5	3	2	2	5	2	5	5	2	7	4	7	7	4	7	4	7	7	7	9	2	5	9	
15	2	1	2	3	1	5	2	5	3	2	2	5	2	5	5	2	7	4	5	7	4	7	4	8	7	7	8	2	5	6	
16	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	
17	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	
18	3	3	4	3	3	3	3	4	3	3	5	6	4	6	6	7	4	6	7	4	6	6	2	6	6	9	9	4	9	9	
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
20	1	1	1	1	1	2	2	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	6	6	1	6	6	
21	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	
22	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	
23	3	3	4	3	3	3	3	4	3	5	5	6	4	6	6	7	4	6	7	4	6	6	2	6	6	9	2	4	9	2	
24	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
imagem	2	3	2	3	3	5	3	5	3	3	2	6	6	6	6	4	7	4	7	7	4	6	4	6	6	2	9	2	9	9	
Índice Dunn	0.306				0.273				0.310				0.352				0.286				0.267										
R <sup>2</sup>	65,8%				76,2%				77,8%				81,7%				85,9%				87,1%										

## 5.1 Análise de ponderações de texturas de uma mesma imagem

### 5.1.5 Análise por blocos aplicada a imagem de teste - *Lenna*

No sentido de avaliar o que se pode concluir aplicando esta linha de análise a uma imagem com textura diferente ao longo da imagem, a mesma análise por blocos foi ainda replicada a uma imagem teste. A imagem escolhida foi a conhecida imagem de teste *Lenna* representada na [Figura 5.15](#).

Figura 5.15 - Representação da imagem *Lenna*, divisão por blocos e imagens monocromáticas



Fonte da imagem inicial: [https://en.wikipedia.org/wiki/Lenna#/media/File:Lenna\\_\(test\\_image\).png](https://en.wikipedia.org/wiki/Lenna#/media/File:Lenna_(test_image).png)

A análise por blocos realizada é idêntica à detalhada na secção anterior. Os testes de esfericidade de Bartlett (valores  $p < 0,001$ ) e as estatísticas KMO ( $KMO > 95\%$ ) confirmam existência de correlação entre as características. O resumo da redução de dimensão obtida pela ACP é apresentado na [Tabela 5.27](#).

Da representação gráfica dos dados na [Figura 5.16](#) pode-se ver que os canais de cor e as imagens ponderadas surgem nesta imagem mais dispersos no espaço, certamente devido aos blocos terem composições de textura mais variadas e distintas. Apesar desta dispersão, ambas as ponderações estão mais próximas do canal verde em todos os blocos e em geral mais afastadas do canal azul, como se pode ver na [Tabela 5.28](#) e na [Tabela 5.29](#).

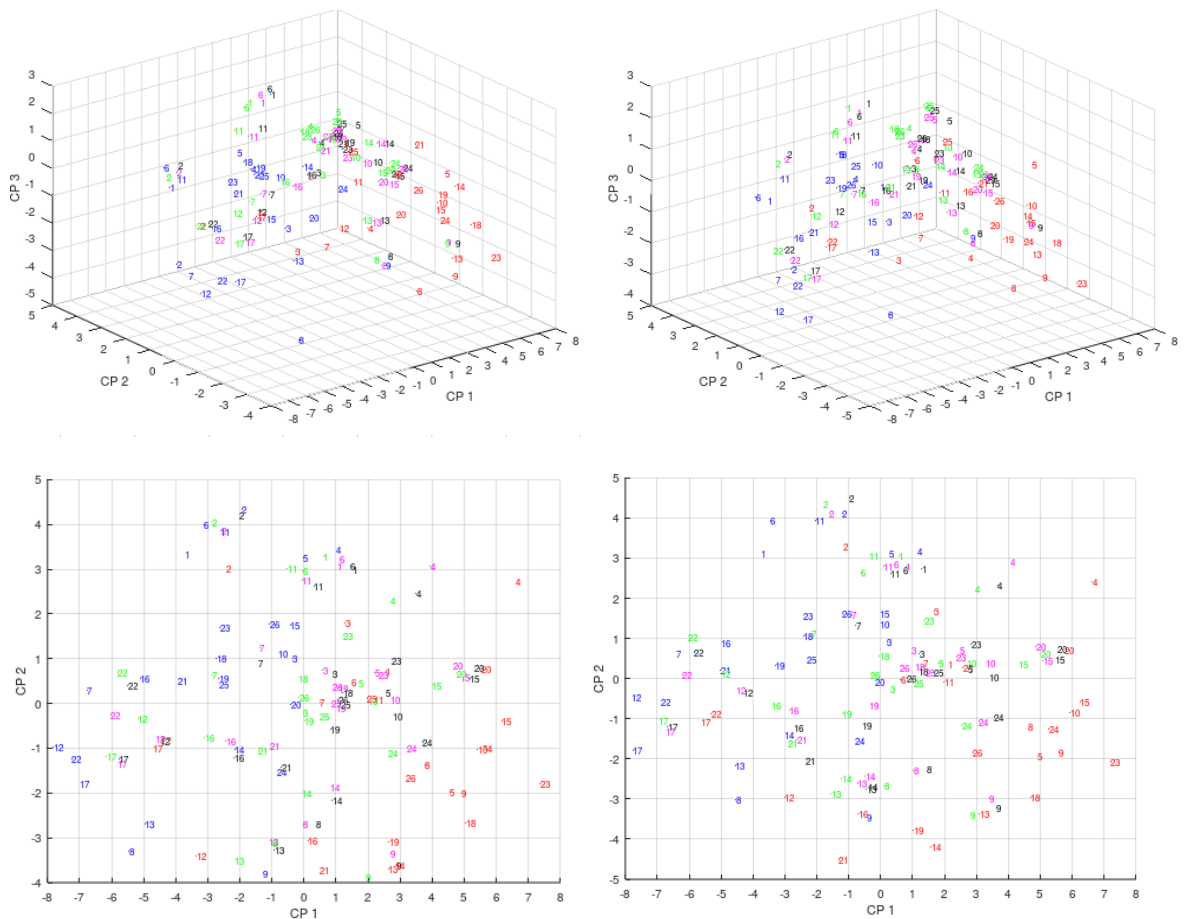
Tabela 5.27 - Resumo da Análise de CP da imagem teste Lenna por blocos

Resumo da ACP dos vetores considerando o máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções dos blocos da imagem Lenna, com indicação de percentagem de variância explicada por cada CP (var. simples) segundo a Definição 3.4 e percentagem de variância explicada acumulada (var. acumulada) segundo a Definição 3.5.

CP	Valores Próprios			CP	Valores Próprios		
	Valor	var. simples	var. acumulada		Valor	var. simples	var. acumulada
1	11,1	55,37%	55,37%	1	11,9	59,40%	59,40%
2	4,2	21,12%	76,48%	2	4,1	20,61%	80,01%
3	2,3	11,43%	87,91%	3	1,8	9,09%	89,10%
4	1,2	5,77%	93,68%	4	1,1	5,68%	94,78%
5	0,5	2,51%	96,18%	5	0,5	2,36%	97,14%
6	0,3	1,50%	97,68%	6	0,3	1,55%	98,69%

Figura 5.16 - Representação no espaço das CP da imagem em teste Lenna

Para cada imagem ■ canal vermelho, ■ canal verde, ■ canal azul, ■ ponderação 1, ■ ponderação 2, são representados 26 pontos no espaço das CP dos vetores do máximo (à esquerda) e da mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções dos 26 blocos da imagem Lenna.



## 5.1 Análise de ponderações de texturas de uma mesma imagem

Tabela 5.28 - Distâncias de Mahalanobis - imagem teste Lenna - Máximo

Distâncias de Mahalanobis por bloco segundo a [Definição 3.13](#) entre *vml*: canal vermelho, *vrđ*: canal verde, *azu*: canal azul, *pd1*: ponderação 1 e *pd2*: ponderação 2 da imagem Lenna, considerando o máximo das características de textura nas 4 direções. A amarelo estão por linha os menores valores das distâncias entre os vetores de textura de cada sub-tabela. A negrito o menor valor de cada linha.

Blocos	pd1 aos canais de cor				entre canais de cor			pd2 aos canais de cor		
	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu	pd1/pd2	vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
1	1,678	0,720	3,116	0,480	1,842	3,271	2,484	1,583	<b>0,344</b>	2,696
2	1,700	0,495	2,906	0,528	1,627	1,769	2,701	1,393	<b>0,479</b>	2,696
3	2,711	1,114	1,775	<b>0,324</b>	3,364	1,895	1,828	2,634	0,944	1,521
4	2,738	0,781	2,915	<b>0,695</b>	3,293	3,695	2,649	2,510	1,108	3,108
5	1,511	<b>0,474</b>	2,574	0,534	1,865	3,322	2,657	1,784	0,766	2,187
6	2,435	1,576	2,852	<b>0,234</b>	2,083	3,274	1,818	2,346	1,493	2,700
7	1,791	0,765	2,396	<b>0,200</b>	2,089	2,896	1,867	1,781	0,879	2,435
8	2,469	0,745	2,238	<b>0,265</b>	2,926	3,540	1,942	2,525	0,717	2,020
9	1,853	0,454	2,301	<b>0,290</b>	2,165	3,252	1,951	1,914	0,541	2,228
10	1,856	0,330	2,160	<b>0,243</b>	2,042	3,418	1,941	1,777	0,352	2,152
11	2,150	0,730	2,343	<b>0,273</b>	2,437	3,490	1,749	2,078	0,635	2,169
12	1,977	0,615	1,882	<b>0,362</b>	2,027	2,995	1,769	2,203	0,859	1,732
13	1,911	0,496	1,500	<b>0,219</b>	2,187	2,646	1,349	1,969	0,620	1,407
14	1,306	0,487	1,543	<b>0,175</b>	1,595	2,269	1,177	1,372	0,520	1,474
15	0,928	0,802	3,475	<b>0,398</b>	1,261	3,448	2,868	0,818	0,614	3,107
16	1,694	<b>0,524</b>	1,947	0,540	1,875	3,264	1,601	2,151	0,714	1,595
17	1,212	0,544	0,972	<b>0,201</b>	1,726	1,668	1,005	1,168	0,667	0,879
18	3,383	0,561	2,076	<b>0,155</b>	3,625	3,696	1,659	3,361	0,484	1,938
19	1,634	<b>0,301</b>	1,708	0,359	1,874	2,489	1,620	1,858	0,459	1,848
20	1,274	0,825	4,191	<b>0,675</b>	1,812	4,075	3,751	1,154	0,773	3,545
21	2,031	<b>0,332</b>	2,181	0,524	2,181	3,848	1,908	2,468	0,389	1,697
22	1,390	<b>0,329</b>	1,379	0,419	1,650	2,307	1,294	1,492	0,572	1,054
23	4,602	0,853	3,084	<b>0,600</b>	5,097	5,969	2,431	4,649	0,686	2,575
24	1,589	0,798	3,312	<b>0,481</b>	2,006	3,787	2,586	1,733	0,557	2,905
25	1,289	0,769	2,112	<b>0,256</b>	1,980	2,407	1,929	1,151	0,850	1,919
imagem	1,791	0,790	2,106	<b>0,245</b>	1,951	2,169	1,836	1,754	0,806	1,905
média	1,958	0,662	2,348	<b>0,372</b>	2,253	3,110	2,014	1,986	0,686	2,134

Tabela 5.29 - Distâncias de Mahalanobis - imagem teste Lenna - Mediana

Distâncias de Mahalanobis por bloco segundo a [Definição 3.13](#) entre *vml*: canal vermelho, *vrđ*: canal verde, *azu*: canal azul, *pd1*: ponderação 1 e *pd2*: ponderação 2 da imagem Lenna, considerando a mediana das características de textura nas 4 direções. A amarelo estão por linha os menores valores das distâncias entre os vetores de textura de cada sub-tabela. A negrito o menor valor de cada linha.

Blocos	pd1 aos canais de cor				entre canais de cor			pd2 aos canais de cor		
	pd1/vml	pd1/vrd	pd1/azu	pd1/pd2	vml/vrd	vml/azu	vrd/azu	pd2/vml	pd2/vrd	pd2/azu
1	1,802	0,630	3,158	0,572	1,920	3,157	2,633	1,643	<b>0,299</b>	2,667
2	1,814	<b>0,486</b>	3,118	0,665	1,715	1,827	2,917	1,422	0,524	2,876
3	3,051	0,901	1,875	<b>0,343</b>	3,617	1,946	2,042	2,963	0,833	1,633
4	3,157	0,802	3,237	<b>0,649</b>	3,757	3,717	3,177	2,982	1,041	3,393
5	1,528	<b>0,488</b>	2,871	0,531	1,893	3,390	2,973	1,766	0,759	2,477
6	2,501	1,539	2,961	<b>0,317</b>	2,103	3,341	1,956	2,327	1,321	2,718
7	1,949	0,720	2,355	<b>0,206</b>	2,214	3,148	2,048	1,883	0,788	2,302
8	2,567	0,715	2,126	<b>0,278</b>	3,007	3,426	2,049	2,579	0,736	1,909
9	2,014	0,462	2,112	<b>0,289</b>	2,426	3,331	1,836	2,084	0,498	1,994
10	1,937	0,331	2,212	<b>0,249</b>	2,145	3,468	2,008	1,853	0,337	2,136
11	2,250	0,724	2,094	<b>0,258</b>	2,543	3,365	1,546	2,172	0,639	1,949
12	1,894	0,573	2,363	<b>0,389</b>	2,035	3,688	2,329	2,121	0,777	2,061
13	1,978	0,509	1,525	<b>0,250</b>	2,311	2,654	1,494	1,990	0,660	1,358
14	1,354	0,423	1,332	<b>0,173</b>	1,657	2,197	1,065	1,409	0,425	1,212
15	1,138	0,842	3,756	<b>0,570</b>	1,353	3,466	3,133	0,885	0,614	3,223
16	1,468	<b>0,447</b>	1,890	0,564	1,734	3,155	1,615	1,933	0,666	1,483
17	1,460	0,549	1,379	<b>0,246</b>	1,973	2,707	1,133	1,540	0,618	1,208
18	3,585	0,587	2,126	<b>0,147</b>	3,869	3,845	1,723	3,564	0,516	1,993
19	1,689	0,348	1,558	<b>0,330</b>	2,004	2,635	1,524	1,869	0,440	1,638
20	1,517	0,797	4,360	<b>0,792</b>	1,946	3,967	3,966	1,215	0,844	3,602
21	1,765	<b>0,309</b>	2,241	0,520	1,997	3,843	1,988	2,210	0,335	1,744
22	1,464	<b>0,323</b>	0,971	0,357	1,704	1,941	0,967	1,499	0,578	0,743
23	4,813	0,883	3,029	<b>0,703</b>	5,288	5,866	2,388	4,789	0,731	2,431
24	1,844	0,774	3,369	<b>0,510</b>	2,181	3,699	2,688	1,900	0,539	2,929
25	1,347	0,762	2,764	<b>0,369</b>	2,010	2,904	2,535	1,215	0,821	2,441
imagem	1,952	0,784	2,289	<b>0,289</b>	2,119	2,180	2,047	1,855	0,784	2,029
média	2,071	0,643	2,426	<b>0,406</b>	2,366	3,187	2,145	2,064	0,659	2,159

Para a imagem *Lenna* foram também obtidos os vetores das 5 CP de cada medida vários agrupamentos que se apresentam na [Tabela 5.30](#) e na [Tabela 5.31](#).

A classificação no mesmo grupo das imagens ponderadas e de todos os canais de cor do mesmo bloco é agora muito menos frequente nesta imagem, embora as ponderações e o canal verde pertençam ao mesmo grupo na grande maioria dos blocos de todos os agrupamentos obtidos.

Tabela 5.30 - Classificação da imagem *Lenna* - Máximo

Classificação em grupos das imagens *vml*: canal vermelho, *vrđ*: canal verde, *azu*: canal azul, *pd1*: ponderação 1 e *pd2*: ponderação 2 de cada um dos 26 da imagem *Lenna*, obtida pelo [método](#) *k-means* utilizando a distância de Mahalanobis com os vetores das CP considerando o máximo dos vetores de características de textura das 4 direções. Os agrupamentos obtidos estão classificados na tabela pela sua numeração/cor e avaliados pelo Índice de Dunn e pelo  $R^2$ .

máximo	3 grupos					4 grupos					5 grupos					6 grupos					
	Bloco	vml	vrđ	azu	pd1	pd2	vml	vrđ	azu	pd1	pd2	vml	vrđ	azu	pd1	pd2	vml	vrđ	azu	pd1	pd2
1		1	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1	1	2	1	1	3	3	2	3	3
2		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3		3	1	1	1	1	2	4	1	2	2	2	1	2	1	1	5	4	2	3	3
4		3	3	1	3	3	2	2	1	2	2	1	1	1	1	1	6	6	2	6	6
5		2	2	1	2	2	4	4	1	4	2	5	5	1	5	1	1	1	2	1	4
6		1	1	2	1	1	1	4	4	4	4	4	4	2	4	4	4	1	5	1	1
7		1	2	2	1	1	1	2	2	4	4	5	5	2	5	5	5	5	2	4	5
8		3	1	2	1	1	3	2	2	1	2	3	5	2	5	5	6	3	2	3	3
9		3	1	1	3	3	3	1	2	1	1	3	3	5	3	3	6	3	3	3	3
10		3	1	1	3	3	3	1	4	1	1	3	4	5	3	3	6	4	5	6	6
11		1	1	2	1	1	1	4	4	4	4	3	4	2	4	4	4	1	5	1	1
12		1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	5	2	2	2	2	2	2	2	2	2
13		3	1	2	1	1	1	2	2	2	2	3	5	2	5	5	3	4	2	3	4
14		1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	3	5	5	4	4	3	4	4	3	3
15		3	3	1	3	3	3	1	4	3	3	1	3	5	3	3	6	6	5	6	6
16		1	2	2	1	1	1	2	2	2	2	5	5	2	5	5	3	4	2	4	4
17		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
18		3	1	1	1	1	3	1	4	1	1	3	4	5	4	4	3	4	5	4	4
19		1	1	1	1	1	1	1	4	1	1	3	4	5	4	4	3	4	4	4	4
20		3	3	1	3	3	3	1	1	3	1	1	3	5	3	3	6	6	5	6	6
21		1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	5	5	2	5	5	3	4	5	4	4
22		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
23		3	1	1	3	1	3	4	4	1	1	1	4	5	3	4	6	1	5	6	4
24		3	1	1	3	3	3	1	1	1	1	3	3	5	3	3	6	4	4	6	6
25		1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	4	4	5	4	4	4	4	5	4	4
Imagem		3	1	1	1	1	1	1	4	1	1	3	4	4	4	4	3	4	4	4	4
Índice Dunn		0.278					0.292					0.272					0.262				
$R^2$		44,3%					52,7%					59,7%					68,4%				

## 5.1 Análise de ponderações de texturas de uma mesma imagem

Tabela 5.31 - Classificação da imagem Lenna - Mediana

Classificação em grupos das imagens vml: canal vermelho, vrd: canal verde, azu: canal azul, pd1: ponderação 1 e pd2: ponderação 2 de cada um dos 26 blocos da imagem Lenna, obtida pelo método k-means utilizando a distância de Mahalanobis com os vetores das CP considerando a mediana dos vetores de características de textura das 4 direções. Os agrupamentos obtidos estão classificados na tabela pela sua numeração/cor e avaliados pelo Índice de Dunn e pelo  $R^2$ .

mediana Bloco	3 grupos					4 grupos					5 grupos					6 grupos				
	vml	vrd	azu	pd1	pd2	vml	vrd	azu	pd1	pd2	vml	vrd	azu	pd1	pd2	vml	vrd	azu	pd1	pd2
1	3	3	3	3	3	1	1	4	1	1	1	1	3	1	1	6	6	3	6	6
2	3	3	3	3	3	4	1	4	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	4	4	4	1	1	2	2	2	1	1	6	6	6	6	6
4	1	3	3	3	3	2	1	1	1	1	5	1	3	1	1	3	6	3	6	6
5	1	3	3	1	3	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5	5	6	5	5
6	1	1	3	1	1	2	3	3	3	3	1	4	4	1	4	1	6	6	2	2
7	1	3	3	1	3	3	3	4	3	3	1	1	2	1	1	2	3	3	3	3
8	2	1	3	1	1	1	2	4	2	2	5	3	2	3	3	4	1	5	1	1
9	2	1	1	1	1	1	2	2	1	1	5	3	3	5	5	4	1	1	4	1
10	2	1	1	1	1	1	2	2	1	1	5	1	1	1	1	4	2	6	2	2
11	1	1	3	1	1	2	3	3	3	3	1	4	4	1	4	2	6	6	2	6
12	1	3	3	3	3	2	4	4	2	4	3	2	2	2	2	1	3	5	3	3
13	1	1	3	1	1	1	2	4	2	2	5	3	2	3	3	1	1	5	1	1
14	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	2	3	3	1	1	3	1	1
15	2	2	1	2	2	1	1	3	1	1	5	5	1	5	5	4	2	6	4	4
16	1	3	3	1	3	2	2	4	2	2	3	2	2	2	2	1	3	3	3	3
17	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	2	2	2	2	2	3	5	5	5	5
18	2	1	3	1	1	1	2	3	2	2	5	1	1	1	1	4	1	3	2	2
19	1	1	3	1	1	2	2	3	2	2	3	1	2	1	1	1	1	3	1	1
20	2	2	1	2	2	1	1	3	1	1	5	5	1	5	5	2	2	3	2	2
21	1	1	3	1	1	2	2	4	2	2	3	2	2	3	2	1	3	3	1	3
22	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	2	2	2	2	2	3	3	5	3	3
23	2	1	3	1	1	1	2	3	2	2	5	1	4	1	1	4	2	3	2	2
24	2	1	1	1	1	1	2	2	1	2	5	1	1	1	1	4	2	1	2	2
25	1	1	3	1	1	2	2	3	2	2	1	1	1	1	1	2	1	3	2	2
Imagem	1	1	3	1	1	2	2	3	2	2	1	1	1	1	1	1	1	3	2	2
Índice Dunn	0.245					0.285					0.291					0.168				
$R^2$	43,9%					60,8%					58,6%					65,2%				

Considerando as melhores classificações em  $k$  grupos as que obtiveram maior Índice de Dunn, na [Figura 5.17](#) foram atribuídas aos blocos o grupo mais frequente quando consideradas as 5 classificações dos 3 canais de cor e das duas ponderações de cada bloco. Para os vetores das CP do máximo das características de textura utilizou-se a classificação em 4 grupos e para os dados da mediana o agrupamento em 5 grupos. Apesar da diversidade de textura em cada bloco, a classificação apresenta alguns agrupamentos dos blocos que se entendem visualmente pela continuidade da textura na imagem total, relacionando as

classificações dos blocos contíguos com aparente continuidade da textura. No entanto, esta imagem teste com textura diferente em cada bloco, parece não permitir como na imagem com textura relativamente regular diferente em cada quadrante, verificar que as imagens ponderadas tenham a mesma classificação, e retenham nesse sentido, a mesma textura que as imagens base (canais de cor) ou isolar claramente com recurso à classificação a diferente textura presente na imagem.

*Figura 5.17 - Classificação mais frequente dos blocos da imagem Lenna*

*Classificação dos blocos da imagem Lenna à esquerda em 4 grupos e à direita em 5 grupos, considerando a classificação mais frequente entre os canais de cor e ponderações de cada bloco, considerando os vetores das CP do máximo (à esquerda) e da mediana (à direita) dos vetores de características das 4 direções.*



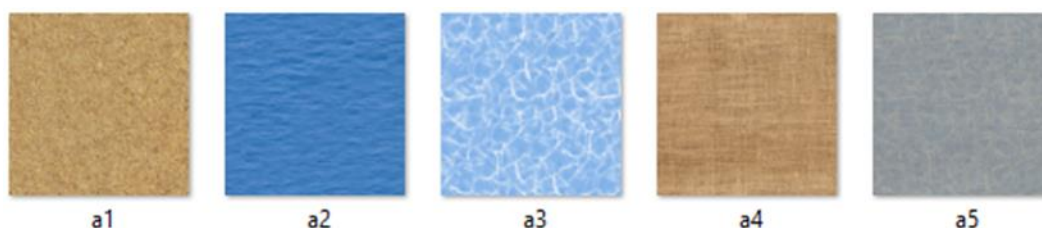
## 5.2 Análise de textura de ponderações de imagens diferentes

Como observado na análise da secção 5.1.4 as imagens bloco que partilhavam 2 e 4 tipos de textura diferente, afastavam-se dos grupos de imagens com apenas uma textura. Neste ponto será analisado em 5 exemplos/conjuntos de imagens, como se comporta a textura das imagens ponderadas ou combinações lineares de imagens diferentes.

### 5.2.1 Análise da ponderação de imagens com textura distinta

Para a análise foi considerado um conjunto a de imagens que é composto por imagens com textura distinta. São utilizadas as imagens já apresentadas como se mostra na [Figura 5.18](#), *Areia* (a1), *Mar* (a2), *Piscina* (a3) e *Fibra* (a4) e a imagem ponderada das 4 (a5) obtida por combinação linear das primeiras 4 imagens teste com ponderação da média simples.

Figura 5.18 - Ponderação de imagens em formato RGB com textura distinta - conjunto a



Nesta análise mantém-se o mesmo procedimento utilizado na análise de textura, em cada uma das 5 imagens. Para cada uma das medidas foram retidas 3 CP conforme o detalhe da Análise de CP apresentado na [Tabela 5.32](#).

Tabela 5.32 - Resumo da ACP - imagens com textura distinta - conjunto a

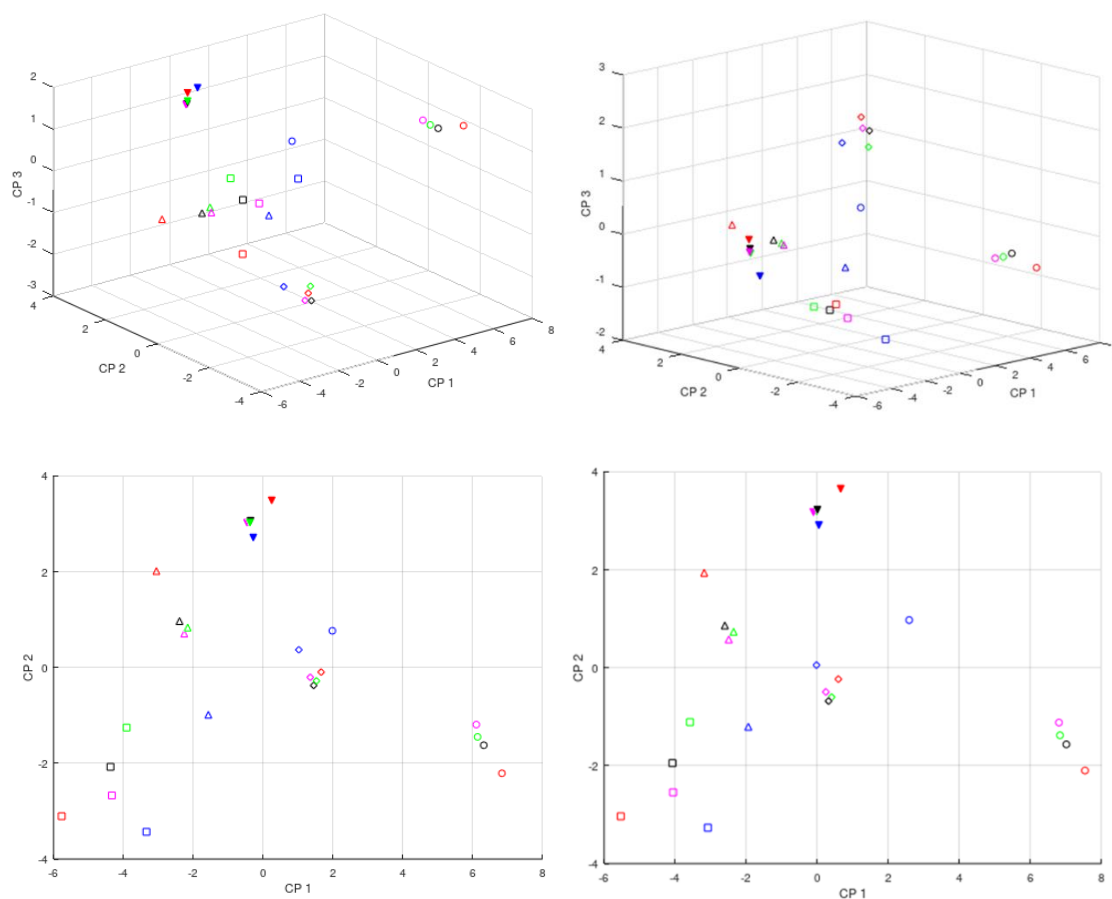
Resumo da ACP dos vetores considerando o máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções das imagens do conjunto a, com indicação de percentagem de variância explicada por cada CP (var. simples) segundo a [Definição 3.4](#) e percentagem de variância explicada acumulada (var. acumulada) segundo a [Definição 3.5](#).

CP	Valores Próprios			CP	Valores Próprios		
	Valor	var. simples	var. acumulada		Valor	var. simples	var. acumulada
1	12,6	62,75%	62,75%	1	13,5	67,75%	67,75%
2	4,2	21,00%	83,75%	2	4,3	21,43%	89,18%
3	2,4	12,00%	95,75%	3	1,2	6,12%	95,29%
4	0,8	3,97%	99,73%	4	0,9	4,41%	99,70%

Pela [Figura 5.19](#) e pelas classificações que obtiveram o maior Índice de Dunn apresentadas na [Tabela 5.33](#) pode-se ver que as imagens são claramente agrupáveis, excluindo o canal azul da imagem *Piscina*, com já esperado. Os vetores da imagem ponderada afastam-se dos das restantes imagens não assumindo uma posição intermédia como acontecia com as ponderações dos canais de cor.

*Figura 5.19 - Representação no espaço das CP das imagens do conjunto a*






Para cada imagem □ - Areia, ◇ - Mar, ○ - Piscina, △ - Fibra e ▼ - imagem ponderada, as imagens ■ canal vermelho, ■ canal verde, ■ canal azul, ■ ponderação 1 e ■ ponderação 2, são representados no espaço das CP considerando o máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções das imagens do conjunto a.








## 5.2 Análise de textura de ponderações de imagens diferentes

Tabela 5.33 - Classificação das imagens do conjunto **a**

Classificação em grupos das imagens vml: canal vermelho, vrd: canal verde, azu: canal azul, pd1: ponderação 1 e pd2: ponderação 2 das imagens do conjunto **a**, obtida pelo [método](#) k-means utilizando a distância de Mahalanobis com os vetores das CP considerando o máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções. Os agrupamentos estão classificados na tabela pela sua numeração/cor e avaliados por Índice de Dunn e  $R^2$ .

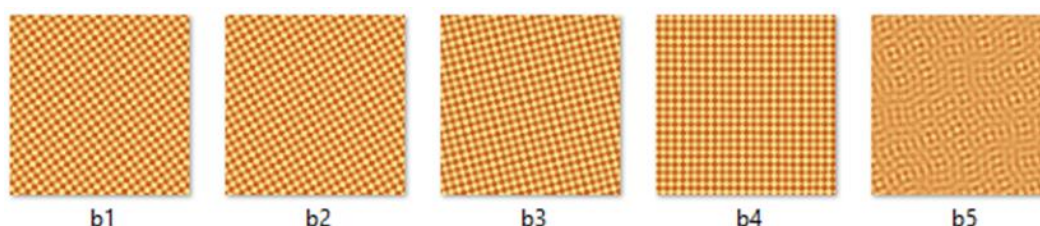
5 grupos					
Imagem	vml	vrd	azu	pd1	pd2
1		1	1	1	1
2		2	2	2	2
3		3	3	4	3
4		4	4	4	4
5		5	5	5	5
Índice Dunn	1.064				
$R^2$	94,5%				

5 grupos					
Imagem	vml	vrd	azu	pd1	pd2
1		1	1	1	1
2		2	2	2	2
3		3	3	2	3
4		4	4	4	4
5		5	5	5	5
Índice Dunn	0.510				
$R^2$	88,4%				

### 5.2.2 Análise da ponderação de imagens de rotações de textura

Um segundo conjunto *b* de imagens foi do mesmo modo analisado. As imagens testadas representadas na [Figura 5.20](#) são o resultado de rotações de uma imagem quadriculada inicial em  $10^\circ$  (b1),  $15^\circ$ (b2),  $30^\circ$ (b3) e  $45^\circ$  (b4) e obtendo a imagem ponderada (b5) das 4 rotações da imagem inicial.

Figura 5.20 - Ponderação de imagens de rotações de textura - conjunto *b*



Para cada uma das medidas (máximo e mediana) foram retidas 4 CP conforme o detalhe da Análise de CP apresentado na [Tabela 5.34](#).

Tabela 5.34 - Resumo da ACP - imagens de rotações de textura - conjunto *b*

Resumo da ACP dos vetores considerando o máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções das imagens do conjunto *b*, com indicação de percentagem de variância explicada por cada CP (var. simples) segundo a [Definição 3.4](#) e percentagem de variância explicada acumulada (var. acumulada) segundo a [Definição 3.5](#).

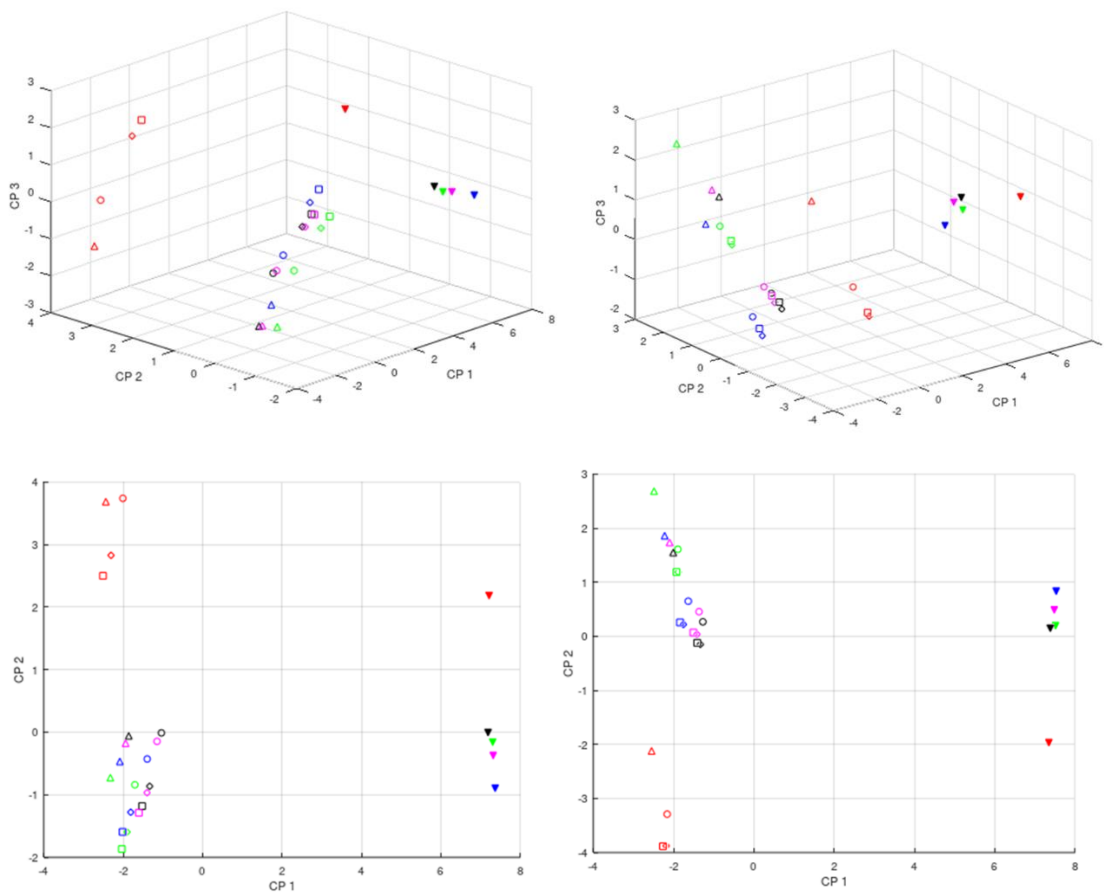
CP	Valores Próprios			CP	Valores Próprios		
	Valor	var. simples	var. acumulada		Valor	var. simples	var. acumulada
1	13,9	69,64%	69,64%	1	14,6	72,87%	72,87%
2	2,7	13,37%	83,01%	2	3,0	15,13%	88,00%
3	1,8	9,11%	92,12%	3	1,3	6,38%	94,38%
4	0,8	3,81%	95,94%	4	0,8	4,12%	98,50%
5	0,6	3,18%	99,12%	5	0,3	1,40%	99,90%

Pela observação da [Figura 5.21](#) é notório um claro afastamento do canal vermelho em todas as imagens e novamente, um pronunciado afastamento dos pontos da imagem ponderada dos pontos das rotações de imagem.

## 5.2 Análise de textura de ponderações de imagens diferentes

Figura 5.21 - Representação no espaço das CP das imagens do conjunto **b**

Para cada imagem  $\square$  - b1,  $\diamond$  - b2,  $\circ$  - b3,  $\Delta$  - b4 e  $\blacktriangledown$  - b5 - imagem ponderada, as imagens  $\blacksquare$  canal vermelho,  $\blacktriangle$  canal verde,  $\blacklozenge$  canal azul,  $\blacksquare$  ponderação 1 e  $\blacklozenge$  ponderação 2, são representados no espaço das CP considerando o máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções das imagens do conjunto **b**.



Na classificação dos dados em 4 grupos na [Tabela 5.35](#), foi a que obteve o maior Índice de Dunn. A imagem ponderada é sempre agrupada num grupo distinto das restantes e ainda com maior clareza na classificação em 2 grupos. No agrupamento a 2 grupos verifica-se que as 4 imagens iniciais (b1, b2, b3 e b4), os seus canais de cor e imagens ponderadas 1 e 2, são todas agrupadas num mesmo grupo, enquanto que a imagem ponderada (b5 - em que a textura é alterada por ser a média de rotação de textura) é agrupada num grupo diferente, pois de facto tem visualmente e analiticamente uma textura diferente. Na classificação dos vetores das CP em 4 grupos, o agrupamento distinto dos canais vermelhos é também coerente com o afastamento visível graficamente na [Figura 5.21](#).

Tabela 5.35 - Classificação das imagens do conjunto **b**

Classificação em grupos das imagens *vml*: canal vermelho, *vrđ*: canal verde, *azu*: canal azul, *pd1*: ponderação 1 e *pd2*: ponderação 2 das imagens do conjunto **b**, obtida pelo [método](#) *k*-means utilizando a distância de Mahalanobis com os vetores das CP considerando máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções. Os agrupamentos estão classificados na tabela pela sua numeração/cor e avaliados por Índice de Dunn e  $R^2$ .

Imagem	2 grupos					4 grupos				
	<i>vml</i>	<i>vrđ</i>	<i>azu</i>	<i>pd1</i>	<i>pd2</i>	<i>vrđ</i>	<i>azu</i>	<i>pd1</i>	<i>pd2</i>	
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
2	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
3	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3
4	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3
5	2	2	2	2	2	4	4	4	4	4
Índice Dunn	0,145					0,267				
$R^2$	71,9%					90,7%				

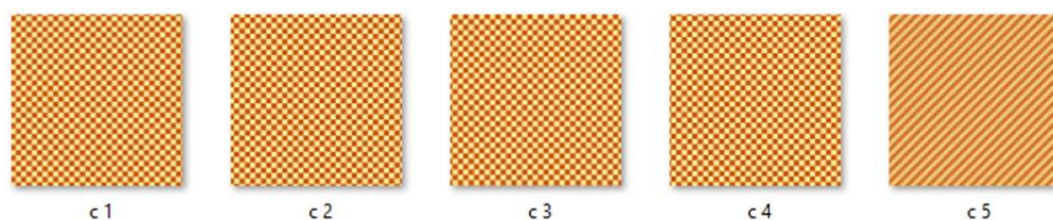
Imagem	2 grupos					4 grupos				
	<i>vml</i>	<i>vrđ</i>	<i>azu</i>	<i>pd1</i>	<i>pd2</i>	<i>vml</i>	<i>vrđ</i>	<i>azu</i>	<i>pd1</i>	<i>pd2</i>
1	1	1	1	1	1	4	3	1	3	3
2	1	1	1	1	1	4	3	1	3	3
3	1	1	1	1	1	4	3	1	3	3
4	1	1	1	1	1	4	4	4	3	3
5	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Índice Dunn	0,176					0,405				
$R^2$	73,4%					91,2%				

## 5.2 Análise de textura de ponderações de imagens diferentes

### 5.2.3 Análise da ponderação de imagens de translações de textura

Para analisar a ponderação de imagens com translação de textura igual, foi criado o conjunto **c** de imagens representado na [Figura 5.22](#). As imagens são o resultado de 4 transformações de uma imagem quadriculada inicial por sucessivas translações de 3 pixels à direita e 5 pixels para cima. Obtém-se translações no espaço da matriz de pixels segundo vetores de coordenadas (3,5) na imagem (c1), (6,10) na imagem (c2), (9,15) na imagem (c3) e (12,20) na imagem (c4), considerando a imagem ponderada (c5) das 4 translações da imagem inicial.

Figura 5.22 - Ponderação de imagens de translações de textura - conjunto **c**



Para cada uma das medidas foram retidas para esta análise 2 CP conforme o detalhe da Análise de CP apresentado na [Tabela 5.36](#), onde as 3 CP principais utilizadas na representação gráfica têm uma variância acumulada quase total.

Tabela 5.36 - Resumo da ACP - imagens de translações de textura - conjunto **c**

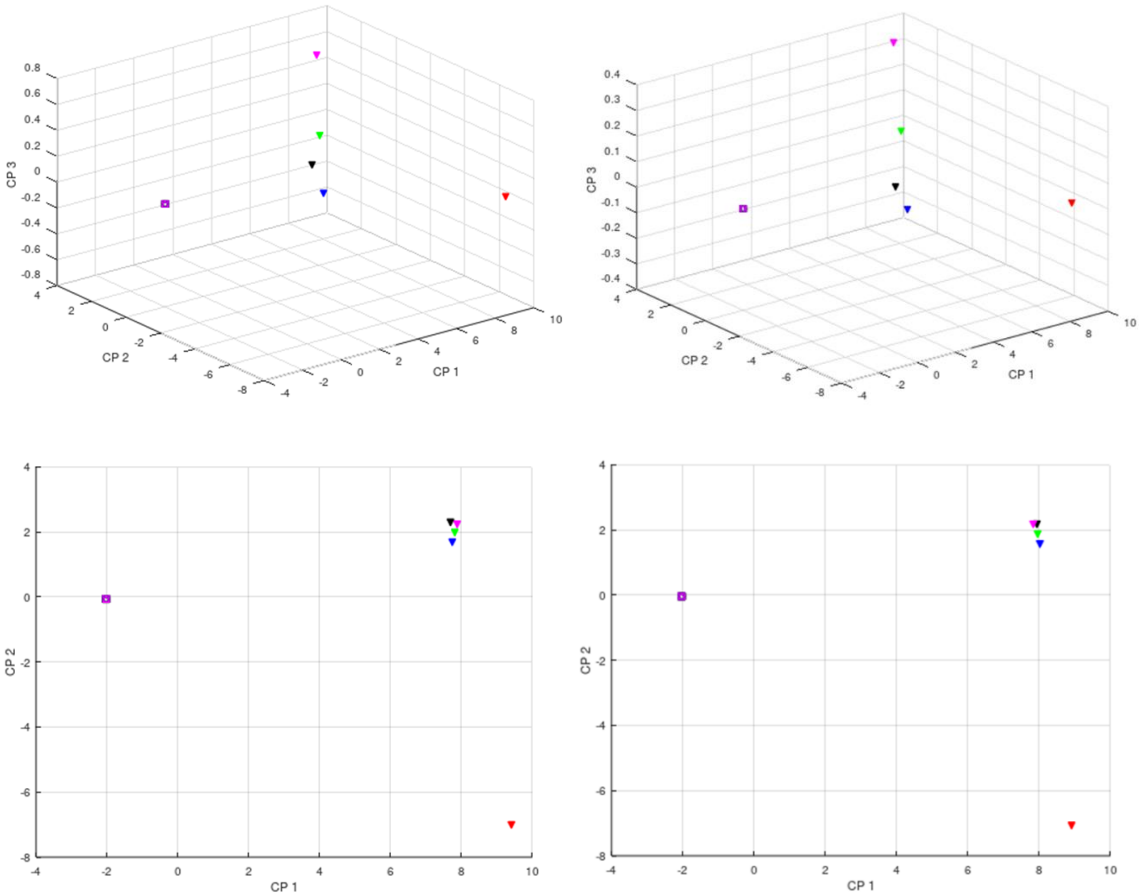
Resumo da ACP dos vetores considerando o máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções das imagens do conjunto **c**, com indicação de percentagem de variância explicada por cada CP (var. simples) segundo a [Definição 3.4](#) e percentagem de variância explicada acumulada (var. acumulada) segundo a [Definição 3.5](#).

CP	Valores Próprios			CP	Valores Próprios		
	Valor	var. simples	var. acumulada		Valor	var. simples	var. acumulada
1	17,2	86,08%	86,08%	1	17,3	86,32%	86,32%
2	2,8	13,80%	99,87%	2	2,7	13,62%	99,94%
3	0,0	0,13%	100,00%	3	0,0	0,05%	100,00%
4	0,0	0,00%	100,00%	4	0,0	0,00%	100,00%

As 4 imagens resultantes das translações utilizadas neste teste apesar de diferentes têm textura idêntica. Os vetores das CP do máximo e da mediana dos vetores das 4 direções das características de textura são iguais em todas as 4 imagens. As imagens sendo monocromáticas também têm em cada imagem os mesmos vetores dos canais de cor e das ponderações, pelo que a sua representação para as 4 imagens é apenas um único ponto no espaço como se vê na [Figura 5.23](#). Pela representação gráfica, de novo se regista o claro afastamento da imagem ponderada (c5) das restantes imagens.

Figura 5.23 - Representação no espaço das CP das imagens do conjunto c

Para cada imagem □ - c1, ◇ - c2, ○ - c3, △ - c4 e ▼ - c5 - imagem ponderada, as imagens ■ canal vermelho, ■ canal verde, ■ canal azul, ■ ponderação 1 e ■ ponderação 2, são representados no espaço das CP considerando o máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções das imagens do conjunto c.



## 5.2 Análise de textura de ponderações de imagens diferentes

Na classificação dos dados em 5 grupos na [Tabela 5.37](#), a que obteve o maior Índice de Dunn, a imagem ponderada é sempre agrupada em grupos distintos do das restantes imagens o que é corroborado com clareza pela classificação em apenas 2 grupos. Apesar das quatro imagens base (c1, c2, c3 e c4) terem a mesma textura o seu ligeiro deslocamento provoca na imagem ponderada uma textura diferente, ao contrário do que é perceptível nos exemplos das imagens ponderadas monocromáticas de imagens registadas do mesmo espaço RGB (na secção 5.1).

Tabela 5.37 - Classificação das imagens do conjunto *c*

Classificação em grupos das imagens vml: canal vermelho, vrd: canal verde, azu: canal azul, pd1: ponderação 1 e pd2: ponderação 2 das imagens do conjunto *c*, obtida pelo [método k-means](#) utilizando a distância de Mahalanobis com os vetores das CP considerando máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções. Os agrupamentos estão classificados na tabela pela sua numeração/cor e avaliados por Índice de Dunn e  $R^2$

Imagem	2 grupos					5 grupos				
	rgb	vml	vrd	azu	méd	rgb	vml	vrd	azu	méd
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5	2	2	2	2	2	4	3	4	5	2
Índice Dunn	0,015					0,283				
$R^2$	85,7%					99,9%				

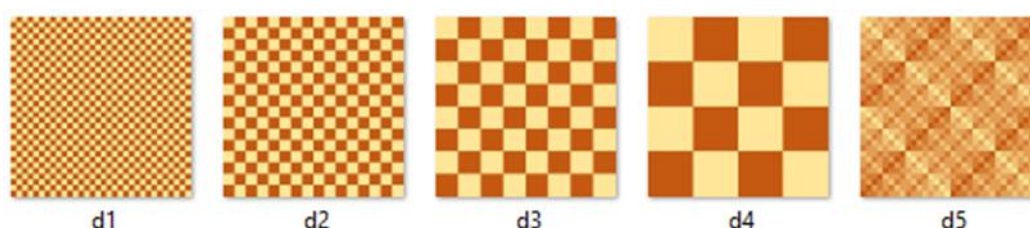
  

Imagem	2 grupos					5 grupos				
	rgb	vml	vrd	azu	méd	rgb	vml	vrd	azu	méd
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5	2	2	2	2	2	4	3	4	2	5
Índice Dunn	0,009					0,141				
$R^2$	86,2%					99,9%				

### 5.2.4 Análise da ponderação de imagens de textura em diferentes escalas.

Para análise da ponderação de imagens com a mesma textura em diferentes escalas, foi criado o conjunto *d* de imagens representado na [Figura 5.24](#) que é composto por imagens quadriculadas de diferentes escalas e a imagem ponderada das 4 (*d5*), aplicando-se a mesma abordagem realizada nos conjuntos anteriores.

Figura 5.24 - Ponderação de imagens de textura em diferentes escalas - conjunto *d*



Para cada uma das medidas foram retidas 3 CP conforme o detalhe da Análise de CP apresentado na [Tabela 5.38](#). Como no conjunto anterior as 4 imagens (*d1* a *d4*) são monocromáticas e com textura orientada nas 4 direções da GLCM, obtendo-se os mesmos vetores de características de textura para todos os canais de cor e por conseguinte, também para ambas as ponderações. Deste modo os pontos das coordenadas das CP das 4 imagens (*d1* a *d4*) são coincidentes.

Tabela 5.38 - Resumo da ACP - imagens de textura em diferentes escalas - conjunto *d*

Resumo da ACP dos vetores considerando o máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções das imagens do conjunto *d*, com indicação de percentagem de variância explicada por cada CP (var. simples) segundo a [Definição 3.4](#) e percentagem de variância explicada acumulada (var. acumulada) segundo a [Definição 3.5](#).

CP	Valores Próprios			CP	Valores Próprios		
	Valor	var. simples	var. acumulada		Valor	var. simples	var. acumulada
1	10,4	51,90%	51,90%	1	10,4	52,12%	52,12%
2	6,6	32,87%	84,77%	2	6,5	32,37%	84,49%
3	3,0	14,82%	99,60%	3	3,0	15,11%	99,60%
4	0,1	0,34%	99,94%	4	0,1	0,35%	99,94%

Como se ilustra na [Figura 5.25](#) e pelas melhores classificação em 5 grupos na [Tabela 5.39](#), também para este conjunto se regista um pronunciado afastamento da imagem ponderada (*d5*) em relação às restantes 4 imagens. Realçar ainda, que

## 5.2 Análise de textura de ponderações de imagens diferentes

pelas classificações na imagem (d5) a ponderação 1 e o canal azul se encontram suficientemente distantes, o que leva a serem classificados em grupos diferentes da ponderação 2 e dos canais verde e vermelho desta imagem.

Figura 5.25 - Representação no espaço das CP do conjunto **d**

Para cada imagem □ - d1, ◇ - d2, ○ - d3, △ - d4 e ▼ - d5 - imagem ponderada, as imagens ■ canal vermelho, ■ canal verde, ■ canal azul, ■ ponderação 1 e ■ ponderação 2 são representados no espaço das CP considerando o máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções das imagens do conjunto **d**.

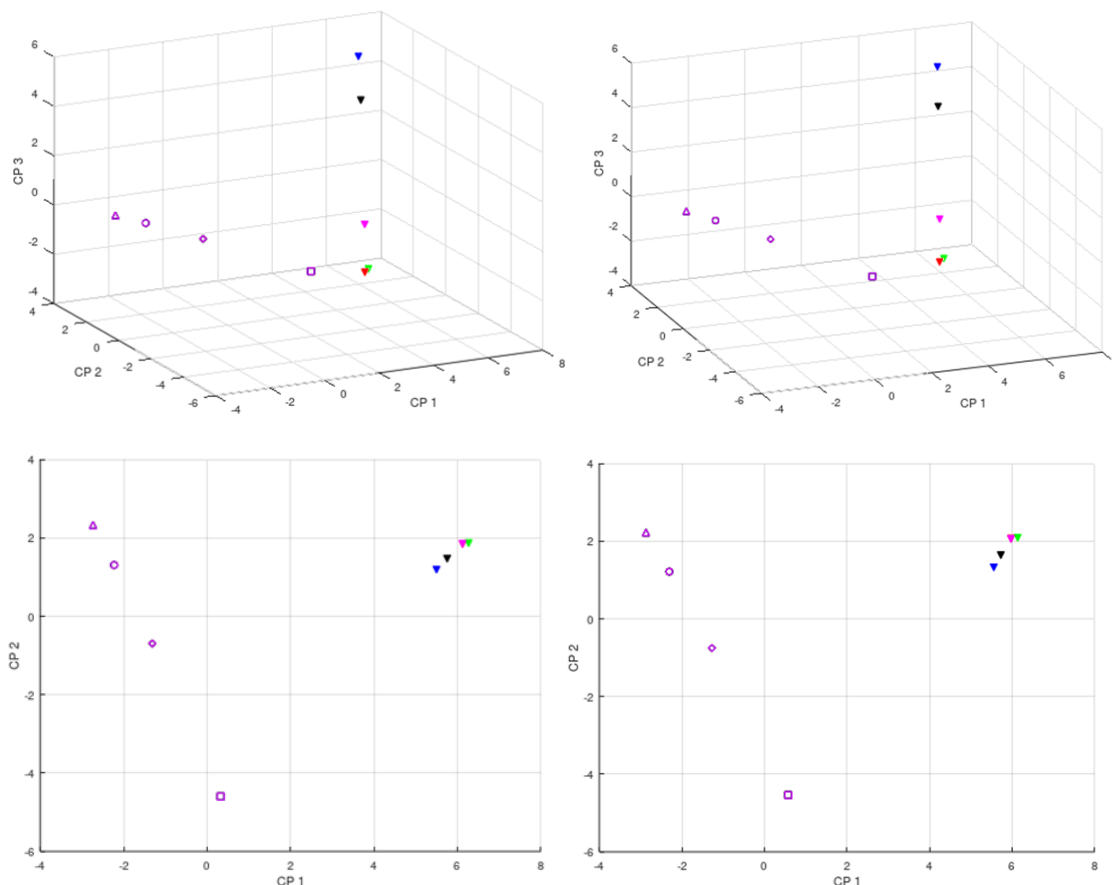


Tabela 5.39 - Classificação das imagens do conjunto **d**

Classificação em grupos das imagens vml: canal vermelho, vrd: canal verde, azu: canal azul, pd1: ponderação 1 e pd2: ponderação 2 das imagens do conjunto **d**, obtida pelo método k-means utilizando a distância de Mahalanobis com os vetores das CP considerando máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções. Os agrupamentos estão classificados na tabela pela sua numeração/cor e avaliados por Índice de Dunn e  $R^2$ .

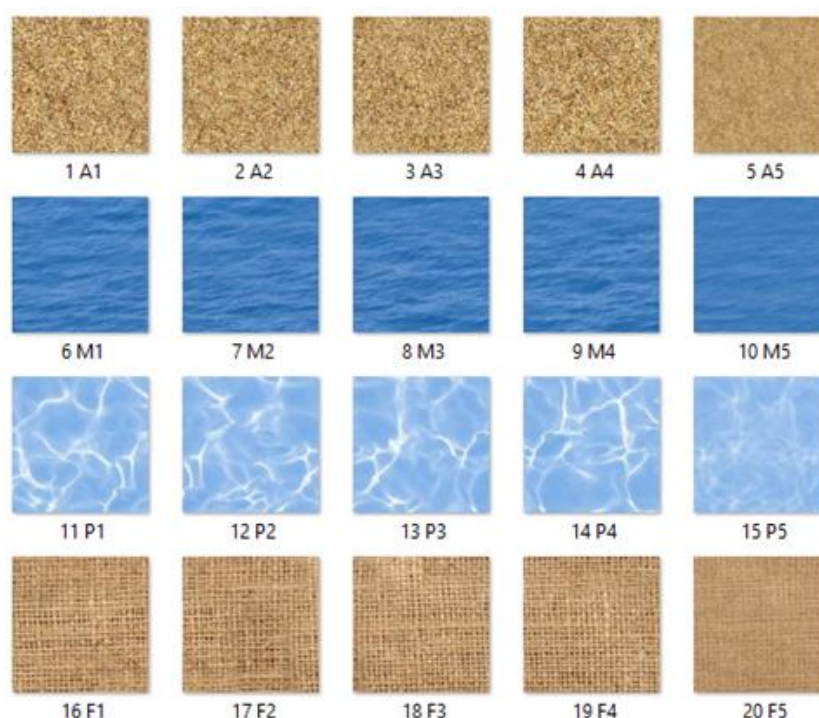
Imagem	2 grupos					5 grupos				
	vml	vrd	azu	pd1	pd2	vml	vrd	azu	pd1	pd2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
3	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
4	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
5	2	2	1	1	2	4	4	3	3	5
Índice Dunn	0,599					0,980				
$R^2$	49,9%					98,4%				

Imagem	2 grupos					5 grupos				
	vml	vrd	azu	pd1	pd2	rgb	vml	vrd	azu	méd
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
3	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3
4	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3
5	2	2	2	2	2	4	4	5	5	4
Índice Dunn	0,260					0,617				
$R^2$	49,5%					93,4%				

### 5.2.5 Análise da ponderação de imagens com textura semelhante

Para analisar a ponderação de imagens com textura aleatória semelhante, considera-se o conjunto e de imagens como apresentadas na [Figura 5.26](#). O facto de serem retiradas aleatoriamente de uma imagem de textura regular é importante neste contexto, pois a sua ponderação poderá eliminar o padrão de textura semelhante que as define. As imagens ponderadas utilizadas consideram combinações linear com ponderação da média simples das 4 primeiras imagens bloco (128x128 pixéis com sobreposição de 25%) das imagens *Areia*, *Mar*, *Piscina* e *Fibra* utilizadas na análise por blocos em 5.1.2. A metodologia da análise de textura é agora representada para cada uma das medidas (máximo e mediana) das características de textura de cada direcção, por um conjunto de dados de 100 vetores de 20 características de textura, um vetor por cada uma das 5 imagens monocromáticas (canais de cor e ponderações) das 20 imagens do conjunto **e**.

*Figura 5.26 - Ponderação de imagens com textura semelhante - conjunto e*



Para os dados de cada uma das medidas foram retidas 3 CP conforme o detalhe da Análise de CP apresentado na [Tabela 5.40](#).

## 5.2 Análise de textura de ponderações de imagens diferentes

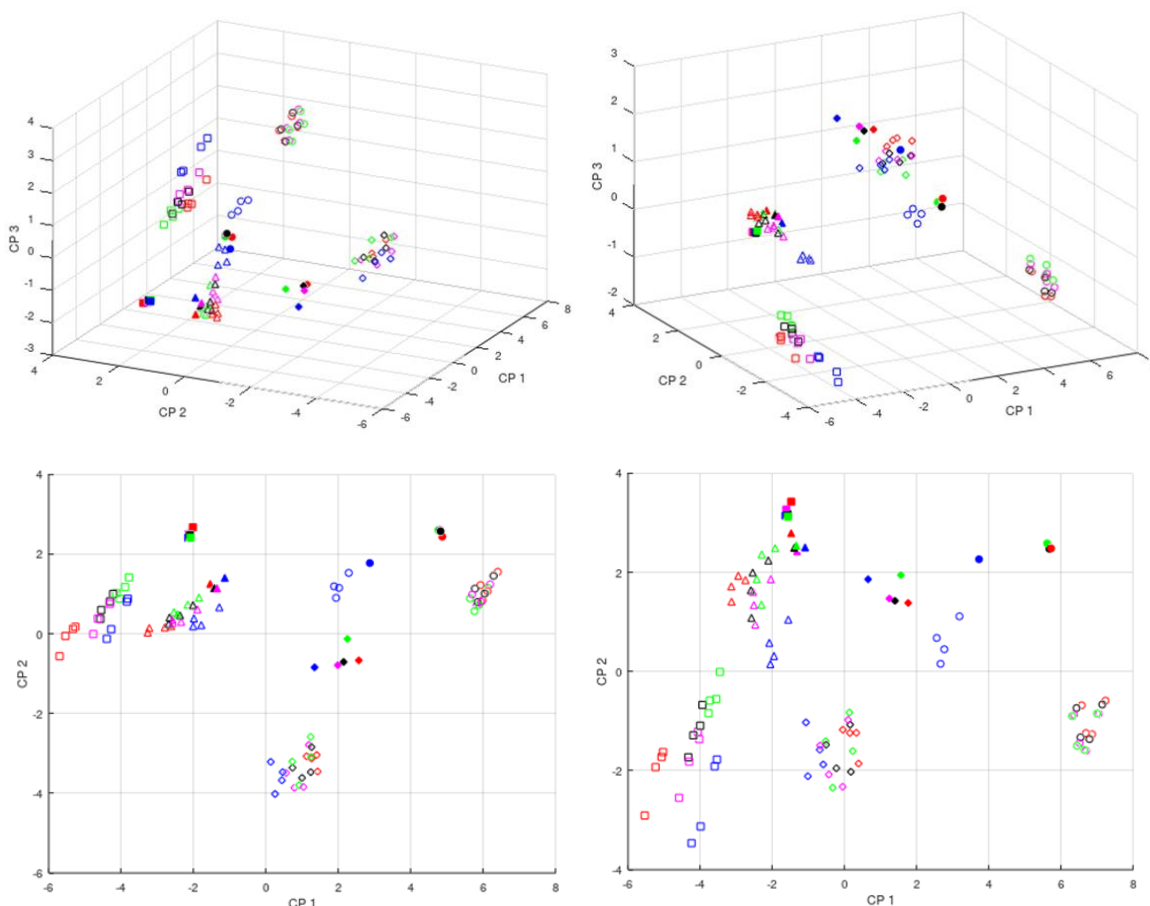
Tabela 5.40 - Resumo da ACP - imagens com textura semelhante - conjunto e

Resumo da ACP dos vetores considerando o máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções das imagens do conjunto e, com indicação de percentagem de variância explicada por cada CP (var. simples) segundo a [Definição 3.4](#) e percentagem de variância explicada acumulada (var. acumulada) segundo a [Definição 3.5](#).

CP	Valores Próprios			CP	Valores Próprios		
	Valor	var. simples	var. acumulada		Valor	var. simples	var. acumulada
1	13,0	64,85%	64,85%	1	14,2	71,15%	71,15%
2	3,4	16,96%	81,81%	2	3,3	16,43%	87,57%
3	2,9	14,53%	96,35%	3	1,7	8,65%	96,22%
4	0,5	2,63%	98,98%	4	0,6	2,82%	99,04%

Figura 5.27 - Representação no espaço das CP do conjunto e

Para cada imagem □ - A1, A2, A3, A4, ■ - A5, ◇ - M1, M2, M3, M4, ◆ - M5, ○ - P1, P2, P3, P4, ● - P5, △ - F1, F2, F3, F4, ▲ - F5, as imagens ■ canal vermelho, ■ canal verde, ■ canal azul, ■ ponderação 1 e ■ ponderação 2 são representados no espaço das CP considerando o máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções das imagens do conjunto e.



Analisando a representação gráfica na [Figura 5.27](#), para cada grupo de imagens teste, os pontos de todas as imagens ponderadas (A5, M5, P5 e F5) estão afastados dos aglomerados formados pelos pontos das correspondentes 4 imagens bloco de textura semelhante. Na linha de imagens *Fibra*, apesar de graficamente

haver também um afastamento da imagem ponderada (F5), este será menor que nas imagens das restantes linhas, pois os melhores agrupamentos obtidos apresentados na [Tabela 5.41](#) classificam a imagem ponderada no mesmo grupo das restantes 4 imagens bloco de textura *Fibra* em ambas as medidas. A explicação poderá ser por visualmente a textura da imagem ponderada do grupo *Fibra* parecer manter o padrão horizontal/vertical dos fios na imagem. Tal já não acontece nas imagens *Areia*, *Mar* e *Piscina* onde as suas imagens ponderadas são classificadas em grupos distintos das restantes imagens bloco de textura semelhante. Como esperado da análise conjunta das 4 imagens teste por blocos (5.1.3), os vetores do canal azul da imagem *Piscina* apresentam-se “mal” classificados no mesmo grupo dos restantes vetores desta imagem, surgindo mais próximos das imagens ponderadas da imagem *Mar*.

Tabela 5.41 - Classificação das imagens do conjunto e

Classificação em grupos das imagens vml: canal vermelho, vrd: canal verde, azu: canal azul, pd1: ponderação 1 e pd2: ponderação 2 das imagens do conjunto e, obtida pelo método k-means utilizando a distância de Mahalanobis com os vetores das CP considerando máximo (à esquerda) e a mediana (à direita) dos vetores de características de textura das 4 direções. Os agrupamentos estão classificados na tabela pela sua numeração/cor e avaliados por Índice de Dunn e  $R^2$ .

6 grupos						6 grupos					
Imagem	vml	vrd	azu	pd1	pd2	Imagem	vml	vrd	azu	pd1	pd2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3
4	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3
5	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3
6	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
7	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
8	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
9	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
10	1	1	1	1	1	4	4	4	4	4	4
11	4	4	1	4	4	2	2	4	2	2	2
12	4	4	1	4	4	2	2	4	2	2	2
13	4	4	1	4	4	2	2	4	2	2	2
14	4	4	1	4	4	2	2	4	2	2	2
15	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
16	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
17	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
18	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
19	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
20	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Índice Dunn	0,420					Índice Dunn	0,435				
$R^2$	88,1%					$R^2$	94,8%				

## 5.2 Análise de textura de ponderações de imagens diferentes

Apesar das 4 imagens base em cada linha da [Figura 5.26](#) terem textura semelhante, o facto de não estarem registadas ou alinhadas entre si, como acontecia com os canais de cor, faz com que a sua imagem ponderada possa ter uma textura diferente, o que se reflete no resultado da classificação na [Tabela 5.41](#), onde exceto no caso *Fibra*, a imagem ponderada é sempre classificada num grupo diferente das originais. Estes exemplos apresentados na secção 5.2, parecem ilustrar que a textura de uma imagem ponderada não se mantém se as imagens iniciais não estiverem registadas.

## 6 Conclusão

Neste trabalho aplicou-se a metodologia da GLCM como indicador de textura para ilustrar como a textura de um conjunto de imagens é afetada quando se considera a textura de uma combinação linear dessas mesmas imagens. Através das distâncias entre os vectores das CP dos dados dos vectores de características pretendeu-se avaliar de que forma as imagens ponderadas retêm a textura das imagens base.

Para o estudo foram consideradas imagens RGB de forma a garantir que 3 imagens base iniciais (canais de cor) estão registadas. Com estas 3 matrizes foram calculadas duas imagens ponderadas, com as ponderações 1 e 2 definidas no capítulo 4. Para analisar a semelhança de textura entre as duas imagens ponderadas e os 3 canais de cor foi aplicado o procedimento que de seguida se revisita. A textura das imagens ponderadas e dos canais de cor foi caracterizada predominantemente, pelo máximo e pela mediana das 4 direções de 20 características de textura retiradas das GLCM simétricas. Para redução da dimensão dos dados e eliminar a correlação entre as características de textura foi realizada a Análise de Componentes Principais. Os vectores das coordenadas das CP com variância explicada acumulada de pelo menos 95% dos dados, foram considerados para calcular distâncias, representar graficamente e realizar agrupamentos pelo método *k-means* entre os vectores das imagens ponderadas e dos canais de cor, de forma a concluir sobre a proximidade da textura das imagens.

A textura de uma imagem criada por ponderação de outras depende de cada contexto específico, pelo que se ilustraram diversos cenários. Como esperado, em alguns casos, a textura mantém-se, noutras é alterada.

Num primeiro conjunto de cenários foi realizada a comparação entre as imagens ponderadas com os canais de cor de uma mesma imagem num contexto em que as imagens base estariam registadas, apesar de poderem ter textura distinta. Da representação de textura no espaço de componentes principais, verifica-se que os vectores das imagens ponderadas assumem nos casos ilustrados uma posição intermédia neste espaço entre os vectores dos canais de cor. Ao considerar no mesmo espaço de componentes principais das características de

textura o conjunto das 4 imagens teste divididas por blocos (ver secção 5.1.3), pela representação gráfica e recorrendo à classificação pelo método de agrupamentos *k-means* foi possível verificar que os blocos das imagens se apresentaram bem agrupados conforme a sua imagem teste de origem. Para estas imagens teste utilizadas, denominadas de *Areia*, *Fibra*, *Mar* e *Piscina*, as 3 imagens registadas dos canais de cor e as respectivas imagens ponderadas são classificadas no mesmo grupo em praticamente todos os blocos analisados. Neste contexto e para estas imagens teste as suas imagens ponderadas correspondentes retêm bem a textura dos canais de cor e apenas numa das imagens teste (*Piscina*) o canal azul foi classificado em grupos de outras imagens, dada a sua distância em relação às ponderações e aos outros canais de cor.

No entanto, as maiores semelhanças ou menores distâncias entre os vetores das imagens ponderadas e os 3 canais de cor vão variando conforme a imagem teste que se considere. Esta variação da disposição das ponderações em relação aos canais de cor pode ainda ocorrer quando se analisa a textura da imagem total *versus* analisá-la por blocos. Nos exemplos estudados, comparando a análise da imagem total com a análise da imagem por blocos, a ponderação 2 teve mais alterações do que a ponderação 1, quanto a qual o canal de cor mais próximo da imagem ponderada em termos de textura. A explicação pode passar pelo facto da ponderação 1 ter um peso maior do canal verde e menor do canal azul. A variação nesta disposição pode ainda ocorrer consoante a medida tomada (o máximo ou a mediana) para caracterizar a textura, ainda que a variação por este motivo não tenha sido significativa nos cenários estudados.

Noutro cenário foram considerados 25 blocos (sensivelmente em quadricula 5x5, mas com sobreposição ligeira, ver secção 5.1.4) de uma imagem com cada uma das texturas consideradas (*Areia*, *Fibra*, *Mar* e *Piscina*) em cada um dos 4 quadrantes. Neste caso, os blocos com 2 ou mais tipos de textura presentes, afastam-se dos grupos formados pelos blocos com apenas uma textura que são agrupados em grupos distintos por textura. A par com a já mencionada análise do conjunto de imagens teste por blocos, o cenário de análise por blocos da imagem com quadrantes de texturas distintas reforça a importância da análise de textura para caracterizar regiões de uma imagem classificando-as em categorias distintas

de textura. Nos agrupamentos das análises por blocos com presença de vários tipos de textura na imagem, como no caso de alguns blocos desta imagem por quadrantes e de blocos da imagem teste *Lenna*, a classificação das imagens ponderadas e dos canais de cor de cada bloco todos no mesmo grupo foi bastante menos frequente. Nestes testes realizados, a comparação dos resultados das classificações das imagens testadas com apenas uma textura regular (onde na maioria dos casos se conseguiram agrupamentos coerentes) em relação às classificações de imagens com diversos tipos de textura (alguns blocos da imagem por quadrantes e imagem teste *Lenna*, onde a interpretação dos agrupamentos foi muito menos clara) sugere que na presença de diversos tipos de textura na imagem a analisar e em função do propósito do estudo, seja realizada uma segmentação por zonas de tipo de textura de interesse prévia à classificação da textura da imagem.

Numa segunda fase foram considerados cenários em que as imagens não fossem registadas. Neste caso, analisou-se o comportamento da textura de combinações lineares de imagens com textura distinta, a textura da imagem ponderada resulta claramente alterada em relação às imagens combinadas. Aplicando este mesmo procedimento em 5 contextos de 4 imagens teste base e sua imagem ponderada, em todos os casos se verificou um claro afastamento da textura da imagem ponderada do grupo das 4 imagens.

Nos casos analisados, mesmo que a textura das imagens base iniciais seja semelhante, se estas não estiverem registadas entre si, a sua ponderação resulta numa imagem com características de textura diferentes, como ilustrado na secção 5.2. Este resultado é bem diferente do que se apresentou na secção 5.1 para o caso de imagens registadas e em que os canais de cor tinham (visualmente) textura semelhante entre si, em que as características de textura das imagens ponderadas estavam próximas das características de textura das imagens base, na quase totalidade dos casos. Caso as imagens estejam registadas foram ilustrados casos em que a textura da imagem ponderada se mantém e outros em que uma das imagens base se afasta das outras imagens base e das suas imagens ponderadas, especialmente em casos em que a textura dessa imagem não é visualmente tão vincada ou semelhante às restantes (ver secção 5.1).

Para analisar a textura de combinações lineares da textura de imagens foi utilizado neste trabalho para caracterizar a textura o método GLCM. Desenvolvimentos futuros deste trabalho poderão passar pela persecução de objetivos de estudo semelhantes caracterizando a textura das imagens recorrendo a outros métodos como sejam LBP, *Wavelets* (onduletas) ou métodos mais abrangentes como problemas de minimização associados a algoritmos de aprendizagem automática supervisionada, como as redes neuronais.

## Referências

Arthur, D. and Vassilvitskii, S., (2007), K-means++: The Advantages of Careful Seeding. SODA '07: Proceedings of the Eighteenth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms, pp. 1027–1035,  
<http://ilpubs.stanford.edu:8090/778/1/2006-13.pdf>.

Bezdek, J. C. and Pal, N. R., (1995), Cluster validation with generalized Dunn's indices. Proc. 1995 2<sup>nd</sup> NZ Int'l. two- stream conference on ANNES, ed. N. Kasabov and G. Coghil, IEEE Press, Piscataway, NJ, pp. 190-193, DOI:[10.1109/ANNES.1995.499469](https://doi.org/10.1109/ANNES.1995.499469).

Bruna, J. and Mallat, S. (2013), Invariant scattering convolution networks. IEEE TPAMI, 35(8), 1872–1886, DOI: [10.1109/TPAMI.2012.230](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2012.230).

Champion, I., Germain, C., Da Costa, J. P., Alborini, A., Dubois- Fernandez, P., (2014), Retrieval of forest stand age from SAR image texture for varying distance and orientation values of the gray level co-occurrence matrix. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, vol. 11, no. 1, pp. 5–9,  
<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00903994>.

Cerlioli, A., (2005), K-means cluster analysis and mahalanobis metrics: a problematic match or an overlooked opportunity. Statistica Applicata, 17 (1), 61-73,  
<http://sa-ijas.stat.unipd.it/sites/sa-ijas.stat.unipd.it/files/61-73.pdf>.

Chokniwal, A. and Singh, M., (2016), Faster Mahalanobis K-means clustering for Gaussian distributions, International Conference on Advances in Computing. Communications and Informatics (ICACCI), Jaipur, India, pp. 947-952, DOI: <https://doi.org/10.1109/ICACCI.2016.7732167>.

Cimpoi, M., Maji, S., Kokkinos, I., Vedaldi, A., (2016), Deep filter banks for texture recognition, description, and segmentation. IJCV, 118(1), 65–94,

<https://doi.org/10.1007/s11263-015-0872-3>.

Cross, G. and Jain, A., (1983), Markov random field texture models. IEEE TPAMI, 1, 25–39, DOI: [10.1109/TPAMI.1983.4767341](https://doi.org/10.1109/TPAMI.1983.4767341).

Dunn, J. C., (1973), A Fuzzy Relative of the ISODATA Process and Its Use in Detecting Compact Well-Separated Clusters. Cybernetics and Systems, 3: 3, 32-57, <https://doi.org/10.1080/01969727308546046>.

Ferreira H. *et al.*, (2020), Characterization of the Retinal Changes of the 3xTg-AD Mouse Model of Alzheimer's Disease. In: Henriques J., Neves N., de Carvalho P. (eds) XV Mediterranean Conference on Medical and Biological Engineering and Computing – MEDICON 2019. IFMBE Proceedings, vol 76. Springer, Cham, [https://doi.org/10.1007/978-3-030-31635-8\\_220](https://doi.org/10.1007/978-3-030-31635-8_220).

Fujimoto J, Boppart S., Tearney G., Bouma B., Pitris C., Brezinski M., (1999), High resolution in vivo intra-arterial imaging with optical coherence tomography. Heart. 1999 Aug;82(2):128–133, DOI: [10.1136/hrt.82.2.128](https://doi.org/10.1136/hrt.82.2.128).

Guimarães, P., Rodrigues, P., Lobo, C., Leal, S., Figueira, J., Serranho, P., Bernardes, R., (2014), Ocular Fundus Reference Images from Optical Coherence Tomography, Computerized Medical Imaging and Graphics, Volume 38, Issue 5, pp. 381-389, July 2014, <http://dx.doi.org/10.1016/j.compmedimag.2014.02.0037>.

Hall-Beyer, M., (2007), GLCM Texture: A Tutorial v. 3.0 March 2017, [https://prism.ucalgary.ca/bitstream/handle/1880/51900/texture%20tutorial%20v%203\\_0%20180206.pdf?sequence=11&isAllowed=y](https://prism.ucalgary.ca/bitstream/handle/1880/51900/texture%20tutorial%20v%203_0%20180206.pdf?sequence=11&isAllowed=y), acessado em 28 Abril 2020.

Hall-Beyer, M., (2017), Practical guidelines for choosing GLCM textures to use in landscape classification tasks over a range of moderate spatial scales. *International Journal of Remote Sensing*, 38:5, 1312-1338,

DOI: [10.1080/01431161.2016.1278314](https://doi.org/10.1080/01431161.2016.1278314).

Haralick, R. M., Shanmugam, K., Dinstein, I., (1973), Textural Features for Image Classification. *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics*. SMC-3(6), 610,

DOI: [10.1109/TSMC.1973.4309314](https://doi.org/10.1109/TSMC.1973.4309314).

Haralick, R. M., (1979), Statistical and structural approaches to texture. *Proceedings of the IEEE* (Volume: 67 , Issue: 5 , May 1979), [doi: 10.1109/PROC.1979.11328](https://doi.org/10.1109/PROC.1979.11328).

Humeau-Heurtier, A., (2019), Texture Feature Extraction Methods: A Survey. *IEEE Access* ( Volume: 7, 8975 – 9000), [doi: 10.1109/ACCESS.2018.2890743](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2890743).

Johnson, R. A. and Wichern, D. W., (2007), *Applied Multivariate Statistical Analysis*. 6th Edition, Prentice Hall,

<https://www.pearson.com/us/higher-education/program/Johnson-Applied-Multivariate-Statistical-Analysis-6th-Edition/PGM274834.html>.

Jolliffe, I. T., (2002), *Principal Component Analysis*. Springer Series in Statistics, ISSN 0172-7397, <https://link.springer.com/book/10.1007/b98835>.

Kaiser, H. F., (1958), The Varimax Criterion for Analytic Rotation in Factor Analysis. *Psychometrics*, 23. DOI: [doi.org/10.1007/BF02289233](https://doi.org/10.1007/BF02289233).

Keller, J., Chen, S., Crownover, R., (1989), Texture description and segmentation through fractal geometry. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 45(2), 150–166, DOI:[10.1016/0734-189X\(89\)90130-8](https://doi.org/10.1016/0734-189X(89)90130-8).

Lapidot, I., (2018), Convergence problems of Mahalanobis distance-based k-means clustering. IEEE International Conference on the Science of Electrical Engineering in Israel (ICSEE), Eilat, Israel, pp. 1-5, DOI: [10.1109/ICSEE.2018.8646138](https://doi.org/10.1109/ICSEE.2018.8646138).

Laws, K. I., (1980), Rapid texture identification. Proceedings of SPIE 0238, Image Processing for Missile Guidance (Vol. 238, pp 376–381), <https://doi.org/10.1117/12.959169>.

Leung, T. and Malik, J. (2001). Representing and recognizing the visual appearance of materials using three-dimensional textons. IJCV, 43(1), pp. 29–44, <https://doi.org/10.1023/A:1011126920638>.

Liu, L., Chen, J., Fieguth, P., Zhao, G., Chellappa, R., Pietikäinen, M., (2018), From BoW to CNN: Two Decades of Texture Representation for Texture Classification. International Journal of Computer Vision, November, <https://doi.org/10.1007/s11263-018-1125-z>.

Liu, L., Lao, S., Fieguth, P., Guo, Y., Wang, X., Pietikainen, M., (2016), Median robust extended local binary pattern for texture classification. IEEE Trans Image Processing, 25(3), 1368–1381, DOI: [10.1109/TIP.2016.2522378](https://doi.org/10.1109/TIP.2016.2522378).

Lloyd, S. P., (1982), Least Squares Quantization in PCM. IEEE Transactions on Information Theory. Vol. 28, pp. 129–137, DOI: [10.1109/TIT.1982.1056489](https://doi.org/10.1109/TIT.1982.1056489).

Malik, J. and Perona, P., (1990), Preattentive texture discrimination with early vision mechanisms. Journal of the Optical Society of America A: Optics, Image Science, and Vision, 7(5), 923–932, <https://doi.org/10.1364/JOSAA.7.000923>.

Mallat, S., (1989), A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation. IEEE TPAMI, 11(7), 674–693, DOI: [10.1109/34.192463](https://doi.org/10.1109/34.192463).

Manjunath, B. S. and Ma, W., Y., (1996), Texture features for browsing and retrieval of image data. IEEE TPAMI, 18(8), 837–842, DOI: [10.1109/34.531803](https://doi.org/10.1109/34.531803).

Manly, B. F. J., (2005) Multivariate Statistical Methods: A Primer. 3<sup>rd</sup> Edition, Chapman & Hall /CRC.

Marôco, J., (2018), Análise Estatística com o SPSS Statistics. 7<sup>a</sup> Edição, Report Number.

Melnykov, I. and Melnykov, V., (2014), On K-means algorithm with the use of mahalanobis distances. Statistics and Probability Letters. 84(1), 88-95, <https://doi.org/10.1016/j.spl.2013.09.026>.

Nunes, A., Silva, G., Duque, C., Januário, C., Santana, I., Ambrósio, A.F., Castelo-Branco, M., Bernardes, R., (2019), Retinal texture biomarkers may help to discriminate between Alzheimer's, Parkinson's, and healthy controls. PLoS ONE 14(6): e0218826, <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0218826>.

O'Byrne, M., Ghosh, B., Pakrashi,V., Schoefs,F., (2012), Texture Analysis based Detection and Classification of Surface Features on Ageing Infrastructure Elements. BCRI2012 Bridge & Concrete Research in Ireland, Cork, Ireland. hal-01009012, <https://doi.org/10.1111/j.1467-8667.2012.00790.x>.

Ojala,T., Pietikäinen,M., Maenpää,T., (2002), Multiresolution grayscale and rotation invariant texture classification with local binary patterns. IEEE TPAMI, 24(7), pp. 971–987, DOI:[10.1109/TPAMI.2002.1017623](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2002.1017623).

Parmar C, Rios Velazquez E, Leijenaar R, Jermoumi M, Carvalho S, Mak RH, et al. (2014), Robust Radiomics Feature Quantification Using Semiautomatic Volumetric Segmentation. PLoS ONE 9(7): e102107, [doi.org/10.1371/journal.pone.0102107](https://doi.org/10.1371/journal.pone.0102107).

Perronnin, F., Sanchez, J., Mensink, T., (2010), Improving the fisher kernel for large scale image classification. ECCV, 6314, 143–156, [https://doi.org/10.1007/978-3-642-15561-1\\_11](https://doi.org/10.1007/978-3-642-15561-1_11).

Prabha, K. C. and Bharathi, C., (2019), Texture Analysis using GLCM & GLRLM Feature Extraction Methods. ISSN: 2321-9653; IC Value: 45.98; SJ Impact Factor: 7.177 Volume 7 Issue V, May 2019, <https://1library.net/document/z3d0loey-texture-analysis-using-g lcm-glrlm-feature-extraction-methods.html>.

Regniers, O., Bombrun, L., Lafon, V., Germain, C., (2016), Supervised Classification of Very High Resolution Optical Images Using Wavelet-Based Textural Features. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2016, 54 (6), pp.3722 - 735.10.1109/TGRS.2016.2526078. hal-01316398, DOI: [10.1109/TGRS.2016.2526078](https://doi.org/10.1109/TGRS.2016.2526078).

Reis, E., (2001), Estatística Multivariada Aplicada, 2ª Edição, Edições Sílabo.

Serranho P., Morgado A. M., Bernardes R., (2012), Optical Coherence Tomography: A Concept Review. In: Bernardes R., Cunha-Vaz J. (eds) Optical Coherence Tomography. Biological and Medical Physics, Biomedical Engineering. Springer, Berlin, Heidelberg, [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-27410-7\\_7](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-27410-7_7).

Sivic, J. and Zisserman, A., (2003), Video google: A text retrieval approach to object matching in videos. ICCV, 2, 1470–1477, DOI: [10.1109/ICCV.2003.1238663](https://doi.org/10.1109/ICCV.2003.1238663).

Tan, L. and Jiang, J., (2019) Digital Signal Processing, Third Edition, Academic Press, <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-815071-9.00013-0>.

Turner, M. (1986), Texture discrimination by gabor functions. Biological Cybernetics, 55(2), 71–82, DOI: [10.1007/BF00341922](https://doi.org/10.1007/BF00341922).

Wang, L., Shi, C., Diao, C., Ji, W., Yin, D., (2016), A survey of methods incorporating spatial information in image classification and spectral unmixing. *International Journal of Remote Sensing*, 37:16, 3870-3910, DOI:[10.1080/01431161.2016.1204032](https://doi.org/10.1080/01431161.2016.1204032).

Warner, T. A. and Steinmaus, K., (2005), Spatial classification of orchards and vineyards with high spatial resolution panchromatic imagery. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, vol. 71, no. 2, pp. 179–187, DOI:[10.14358/PERS.71.2.179](https://doi.org/10.14358/PERS.71.2.179).

Xiang S., M., Nie F. P., Zhang C. S, (2008), Learning a Mahalanobis distance metric for data clustering and classification. *Pattern Recognit*, vol. 41, no. 12, pp. 3600-3612, [doi.org/10.1016/j.patcog.2008.05.018](https://doi.org/10.1016/j.patcog.2008.05.018).