

**Andreia Silva dos Santos Marques**

**A UTILIZAÇÃO DA CALCULADORA GRÁFICA  
UM ESTUDO NO 12º ANO DE ESCOLARIDADE**

Mestrado em Ensino das Ciências Variante Matemática

Professor Orientador: António Manuel Dias Domingos

**Universidade Aberta  
Lisboa 2008**

## RESUMO

Desde os anos oitenta que a utilização da calculadora gráfica é recomendada para o ensino da Matemática. A partir do ano lectivo de 1997/98 as calculadoras gráficas passaram a constar no programa oficial como utilização obrigatória e o seu uso a nível de realização do Exame Nacional passou a ser permitido. Parece indiscutível que a “vulgarização” do uso desta ferramenta dentro das nossas salas de aula, trouxe benefícios para o ensino da disciplina de Matemática. Contudo, a utilização por si só de uma calculadora gráfica não resolve todos os problemas inerentes ao insucesso da disciplina. Em 2004 foram publicadas pelo GAVE, as classificações que os alunos obtiveram nas questões de Exame Nacional referentes à utilização obrigatória da calculadora gráfica. Estes resultados mostraram que muitos alunos tinham uma classificação nula neste tipo de item. Surge então, como um tema pertinente para analisar, a forma como os alunos do 12º ano de escolaridade estão a utilizar a sua calculadora gráfica.

Assim é objectivo deste estudo a compreensão e o conhecimento de todas as acções que permitam descrever a interacção que os alunos estabelecem com a sua calculadora gráfica, ou seja a frequência com que os alunos recorrem à calculadora gráfica para a resolução dos exercícios propostos, o tipo de utilização feita e os critérios escolhidos na sua utilização. Iremos também analisar e descrever as normas, crenças e valores desenvolvidos numa ambiente educacional onde está presente a calculadora gráfica. Por último e por ser preponderante o papel do professor analisaremos a interacção deste com esta ferramenta e a relação que este estabelece entre o uso da calculadora gráfica e os seus alunos. Para tal, pretendeu-se encontrar respostas ao seguinte conjunto de questões:

- Qual o desempenho dos alunos na realização de tarefas matemáticas, onde é exigido a utilização da calculadora gráfica?
- Que dificuldades é que os alunos sentem na resolução destas tarefas?
- Que normas sociomatemáticas podem ser observadas na utilização da calculadora gráfica?

Tendo em conta os objectivos delineados e o âmbito que as questões pretendem abranger optou-se por adoptar uma metodologia de natureza qualitativa, em particular os estudos de caso, que incidiram em três alunos do 12º ano de escolaridade.

A estratégia de recolha de dados foi bastante diversificada. Optou-se por observação de aulas e como complemento procedeu-se a entrevistas onde se analisou a relação que os alunos estabelecem com a calculadora gráfica, a Matemática e a professora; entrevistas com tarefas onde era solicitado ao aluno que recorresse à sua calculadora gráfica para a sua realização e ainda recolha de documentação diversificada que se considerasse de interesse para o estudo. A análise de dados dividiu-se em três grupos. O primeiro onde se faz uma descrição do contexto do estudo. De seguida, tendo em conta as diversas etapas para a realização das três tarefas, descreve-se os procedimentos escolhidos pelos três alunos participantes no estudo. Por fim, como forma de caracterizar as interações existentes na sala de aula identificou-se situações caracterizadas como sendo normas sociais e sociomatemáticas.

Da análise destes dados pode-se concluir que o tipo de utilização feito da calculadora gráfica por parte dos alunos é bastante diversificado. Assim, foi possível constatar que a qualidade do uso desta tecnologia depende de vários factores, como seja: o conhecimento das funcionalidades da calculadora gráfica, as competências adquiridas na disciplina de Matemática, a motivação para o estudo bem como a intervenção da professora em todo o processo de ensino-aprendizagem. A calculadora gráfica foi vista como uma mais valia para o ensino, quer por parte dos alunos quer pela professora.

As tarefas propostas, neste estudo, aos alunos participantes incluíam exercícios de Exames Nacionais, pelo que consideramos que será de interesse alargar este estudo a outro tipo de exercícios, bem como a uma observação alargada a um ano lectivo completo.

## **Agradecimentos**

Ao meu orientador, Professor António Domingos, pela disponibilidade que sempre manifestou, pelas palavras de incentivo e sugestões sempre válidas.

À professora de Matemática e aos alunos envolvidos neste estudo, pela simpatia e disponibilidade em colaborar.

Aos meus colegas e amigos que de algum modo me acompanharam e incentivaram para a realização deste estudo.

À minha família, um obrigado muito especial, pelo encorajamento, ajuda e compreensão demonstrada ao longo da realização deste estudo.

# ÍNDICE

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	1
<b>Introdução</b> .....	1
Pertinência do estudo .....	1
Questões de estudo. Finalidade e objectivos específicos .....	4
Organização da dissertação .....	4
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	6
<b>Revisão da Literatura</b> .....	6
Normas sociomatemáticas e a aprendizagem da Matemática .....	6
Diferentes perspectivas .....	7
Normas .....	8
Relação entre normas, crenças e valores .....	9
Normas sociais e normas sociomatemáticas .....	10
Microcultura e/ou Macrocultura .....	14
As normas e a tecnologia .....	15
A calculadora gráfica .....	17
A calculadora gráfica e a aprendizagem da Matemática .....	18
O conhecimento do professor .....	22
Investigações sobre o uso da calculadora gráfica .....	25
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	30
<b>Metodologia</b> .....	30
Opções metodológicas .....	30
Abordagem qualitativa .....	30
Credibilidade da investigação qualitativa .....	33
Estudo de caso .....	34
Critério de selecção dos intervenientes .....	36
A escola .....	36
Ano de escolaridade .....	37
A turma .....	37
Os casos .....	38
A recolha de dados .....	39
Observação de aulas .....	39
Observação de aulas no contexto da investigação .....	40
Entrevistas .....	42
Recolha de documentos .....	44
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	45
<b>Contexto do Estudo</b> .....	45
A Escola .....	46
A Professora .....	47
A Turma .....	49
Relação inter-pessoal .....	49
O Desempenho .....	49
Relação com a professora .....	50
Os alunos participantes .....	51
A Ana .....	51
O João .....	56
A Maria .....	59
<b>Análise de Dados</b> .....	62
Tarefa 1 .....	63

Ana .....	63
João .....	72
Maria .....	77
Tarefa 2 .....	80
Ana .....	80
João .....	88
Maria .....	95
Tarefa 3 .....	99
Ana .....	99
João .....	104
Maria .....	111
<b>Normas Sociais e Normas sociomatemáticas .....</b>	<b>115</b>
Explicações aceitáveis .....	115
Diferença Matemática .....	116
Solução Eficaz/ Fácil/ Eficiente .....	118
<b>CAPÍTULO 5 .....</b>	<b>121</b>
<b>Conclusões .....</b>	<b>121</b>
A dinâmica da sala de aula .....	122
Relação com a calculadora gráfica .....	124
Relação com a Matemática .....	128
Observações finais .....	130
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>133</b>
<b>Anexo 1</b> Inquérito aos alunos .....	<b>139</b>
<b>Anexo 2</b> Entrevista à professora .....	<b>141</b>
<b>Anexo 3</b> Tarefa 1 .....	<b>143</b>
<b>Anexo 4</b> Tarefa 2 .....	<b>145</b>
<b>Anexo 5</b> Tarefa 3 .....	<b>147</b>

# CAPÍTULO 1

## Introdução

### Pertinência do estudo

No momento em que os computadores, enquanto “ferramenta cultural e técnica”, estão cada vez mais presentes em todos os domínios da actividade humana, é fundamental que a tecnologia também esteja presente nas actividades escolares. (Borba, Penteado, 2003).

Em Portugal desde o início dos anos oitenta que a utilização da calculadora e computadores, é recomendada para o ensino da disciplina de Matemática. Esta tecnologia é vista como potenciadora da aprendizagem da Matemática de uma forma mais activa e dinâmica.

O uso das calculadoras gráficas em contexto de sala de aula vieram colmatar as dificuldades apresentadas na introdução dos computadores quer a nível de dimensões físicas quer a nível de custos. Contudo, segundo Borba e Penteado (2003) há pedagogias e visões epistemologias que não se adequam à utilização da calculadora gráfica. Uma aula expositiva, seguida de exemplos na calculadora gráfica, parece segundo os autores uma forma de domesticar esta ferramenta. A forma de evitar isso seria a escolha de propostas pedagógicas que enfatizem a experimentação, visualização, simulação e problemas abertos. Consideram que essas propostas estariam em “ressonância” e em “sinergia” com estes meios informáticos. Porém estes autores salientam que há outros aspectos que podem possuir essa “sinergia”. Por exemplo, uma proposta de tarefa onde se possa aproveitar a capacidade de resposta rápida da calculadora gráfica e a sua memória para armazenar dados. Contudo, em propostas deste género os autores evidenciam a falta de capacidade de aproveitar a entrada de uma nova tecnologia na escola que produz conhecimento e pode alterar práticas pedagógicas que não subestimem a capacidade dos alunos.

Segundo De Corte (1990) um modelo de concepção de ambientes de aprendizagem ideais, que envolve conteúdos, métodos de ensino, sequência de tarefas de aprendizagem e contexto social de aprendizagem, oferece um quadro adequado para o desenvolvimento de poderosos ambientes de aprendizagem que só se tornam possíveis ou compensadores com a utilização das novas tecnologias de informação.

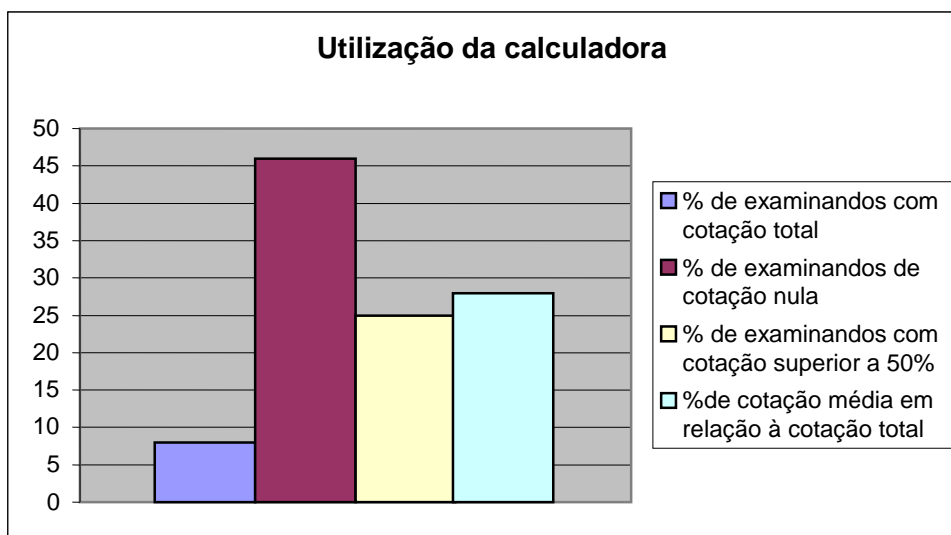
Uma questão central para a entrada das novas tecnologias na escola está relacionada com o professor. Segundo Borba e Penteado (2003) existem evidências, tanto no ensino básico como no ensino universitário, que se o professor não tiver espaço para reflectir sobre as alterações que acarretam a presença da informática nas nossas escolas, eles tenderão a não utilizar estas ferramentas ou a utilizá-las de maneira superficial.

A introdução das calculadoras gráficas veio trazer um “novo fôlego” no que diz respeito à integração das novas tecnologias nas aulas de Matemática. A partir do ano lectivo de 1997/98 as calculadoras gráficas passaram a constar no programa oficial como utilização obrigatória e o seu uso a nível de realização do Exame Nacional passou a ser permitido.

Segundo Rocha (2000) parece existir poucos estudos relacionados com a forma como os alunos utilizam a sua calculadora gráfica, a relação existente entre essa utilização e as atitudes face à Matemática.

Com este estudo pretendemos analisar a forma como os alunos interagem entre si numa aula em que exista a utilização da calculadora gráfica e em particular é nosso objectivo descrever a forma de interacção com esta ferramenta. O papel desempenhado pelo professor não poderia ser esquecido, pois é ele o primeiro protagonista a introduzir a calculadora gráfica na sala de aula. Após algumas pesquisas sobre o tema e os dados fornecidos pelo GAVE em 2004, figura 1, referentes aos resultados dos exames nacionais, suscitaram interesse e impulsionaram-nos para a realização do presente estudo. Com efeito, os resultados apresentados revelam que as questões, de Exames Nacionais, onde era exigido o uso da calculadora gráfica obtiveram maus resultados. Assim, a maior parte dos alunos não respondeu ou o que respondeu está totalmente errado. Poucos alunos apresentaram o resultado totalmente correcto.

Estes factos conduzem-nos à seguinte questão: como é que, os alunos do 12º ano de escolaridade, estão a utilizar as calculadoras gráficas?



**Figura 1:** Gave (2004) Dados de exames nacionais sobre o uso da calculadora gráfica

Os professores não recusam a utilização da calculadora gráfica aos alunos, mas estes parecem não estar a utilizar as reais potencialidades desta ferramenta.

O tipo de questões colocadas nos exames nacionais onde é exigido uma resolução com o recurso à calculadora gráfica incide essencialmente sobre o tema das funções. Nos anos lectivos anteriores os alunos já tiveram contactos com as funções polinomiais, racionais e trigonométricas. Contudo, será no 12º ano de escolaridade a primeira vez que tomam conhecimento da existência das funções exponenciais e logarítmicas.

Pelas razões invocadas anteriormente o presente estudo irá incidir sobre o tipo de utilização da calculadora gráfica, feita pelos alunos, no capítulo referente às funções exponenciais e logarítmicas “Introdução ao Cálculo Diferencial II”. Pretendemos analisar, todas as acções que permitam descrever a interacção que os alunos estabelecem com a sua calculadora gráfica, ou seja a frequência com que os alunos recorrem à calculadora gráfica para a resolução dos exercícios propostos, o tipo de utilização feita e os critérios utilizados para a sua utilização. Iremos também analisar e descrever as normas, crenças e valores desenvolvidos numa ambiente educacional onde está presente a calculadora gráfica. Por último e por ser preponderante o papel do professor analisaremos a sua interacção com esta ferramenta e a relação que este estabelece entre o uso da calculadora gráfica e os seus alunos.

## **Questões de estudo. Finalidade e objectivos específicos**

O objectivo deste estudo é analisar a qualidade da utilização da calculadora gráfica, segundo duas vertentes: o uso na sala de aula e o desempenho na resolução de problemas presentes em Exames Nacionais. Para tal foram formuladas questões que serviram de base de orientação para a conduta a seguir na análise dos dados, a saber:

- Qual o desempenho dos alunos na realização de tarefas matemáticas, onde é exigido a utilização da calculadora gráfica?
- Que dificuldades é que os alunos sentem na resolução destas tarefas?
- Que normas sociomatemáticas podem ser observadas na utilização da calculadora gráfica?

Assim, iremos estudar a forma como os conceitos são aprendidos, e como é feita a articulação entre a aprendizagem dos conceitos e a utilização da calculadora para a realização das tarefas que exijam o recurso à mesma. Pretendemos, pois, analisar que tipo de utilização é que é feita pelos alunos, quando recorrem à calculadora gráfica. O papel do professor também tem um peso relevante para o nosso estudo, uma vez que em última análise este “orquestra” a utilização da calculadora gráfica na sua sala de aula. Por fim, uma aula de Matemática onde não exista a utilização da calculadora gráfica poderá ter um ambiente diferente de uma outra onde faz uso corrente. Assim vamos tentar descrever qual o ambiente vivido numa sala de aula onde a utilização desta ferramenta acontece de forma espontânea.

## **Organização da dissertação**

Este estudo está organizado em cinco capítulos. O primeiro, onde se descreve a pertinência, as questões e a organização deste estudo. Segue-se o capítulo 2, que contém uma revisão da literatura sobre temas considerados relevantes para a investigação. Assim, após uma abordagem das normas sociomatemáticas, e a aprendizagem da Matemática, centra-se a atenção na calculadora gráfica. Por fim é referenciado o papel

do professor na aprendizagem da Matemática que envolva tecnologia. No capítulo 3, descreve-se a metodologia utilizada, como sendo de natureza qualitativa. De seguida apresenta-se o capítulo 4, que contém a análise dos dados. Começa-se por descrever o contexto do estudo, com base na observação das aulas e das entrevistas realizadas, à luz da opção metodológica escolhida. Posteriormente, procede-se a uma descrição pormenorizada do desempenho dos alunos na realização das tarefas propostas e das normas sociais e sociomatemáticas observadas entre os alunos e destes com a professora. Por fim, no capítulo 5, apresenta-se as conclusões do estudo, acerca da qualidade da utilização da calculadora gráfica por parte dos alunos. Realça-se ainda as limitações do estudo e sugere-se alguns percursos a seguir em investigações futuras.

## **CAPÍTULO 2**

### **Revisão da Literatura**

Ao se introduzir uma tecnologia nova, como seja a calculadora gráfica, enquanto ferramenta disponível na sala de aula são provocadas alterações inevitáveis na dinâmica destas aulas. Para se conseguir descrever este ambiente é necessário observar entre outros aspectos, as interacções entre os seus participantes e a destes com a nova tecnologia introduzida. Assim, de seguida iremos dar a conhecer alguns pontos importantes para esta análise do contexto educacional, como sejam aspectos relacionados com as normas sociais e sociomatemáticas. Posteriormente vamos debruçar-nos acerca da literatura existente sobre a calculadora gráfica e a implicação da utilização desta no ensino e aprendizagem da Matemática.

#### **Normas sociomatemáticas e a aprendizagem da Matemática**

Nos últimos vinte anos a investigação em Educação Matemática tem vindo a estudar a aprendizagem da Matemática e as interacções que se desenvolvem na sala de aula (Cobb e Yackel, 1996). Pretende-se assim dar a conhecer uma interpretação da dinâmica na sala de aula de Matemática procurando compreender que normas existem nas aulas de Matemática bem como perceber as crenças e valores matemáticos que os alunos desenvolvem nessas aulas. Estas normas designadas como normas sociomatemáticas são importantes, segundo Cobb (1996), na medida em que conseguem dar a conhecer um modo de analisar e discutir os aspectos matemáticos realizados pelos professores e alunos na microcultura da sala de aula de Matemática.

Segundo Herbel-Eisenmann (2003) as normas dependem muito das perspectivas individuais daqueles que participam nas interacções. Deste modo o autor defende que a criação das normas suporta a promoção de crenças e valores matemáticos. Numa sala de aula as normas implementadas pelo professor influenciam os alunos na sua forma de agir e actuar perante as situações que surgem neste ambiente.

## Diferentes perspectivas

Quando se trata de perceber as interações normativas das salas de aula de Matemática, elas podem ser encaradas segundo quatro perspectivas: sociológica; emergente, epistemológica e sociocultural.

Um factor que distingue as diferentes perspectivas é o foco de estudo de cada uma delas. Assim, as perspectivas sociológica e emergente direccionam a sua atenção mais na microcultura do que na macrocultura, enquanto a perspectiva epistemológica e sociocultural reconhecem em mais detalhe as macro e micro culturas, mas de diferentes modos. Para a perspectiva epistemológica a macrocultura influencia aquilo que o aluno acredita ser o seu papel em termos de como a instituição escola “constrói” alunos, ou seja, a forma como os educa e transmite valores importantes para a sua socialização; a microcultura é mais imediata e idiossincrática e depende da interação entre os indivíduos. Na perspectiva sociocultural a macrocultura é feita dos diferentes contextos que influenciam os alunos sendo influenciada por factores históricos, políticos e económicos. Quando é examinada a microcultura à luz desta perspectiva sociocultural a atenção centra-se nas actividades e nas práticas desenvolvidas, bem como nas ferramentas utilizadas.

Estas perspectivas não diferem só na importância dada à macrocultura ou à microcultura da sala de aula. As terminologias usadas para descrever acções similares também diferem entre as perspectivas como descreveremos de seguida.

Os investigadores da educação matemática que seguem uma perspectiva sociológica defendem a existência de padrões que se tornam “normativos” (Bauersfeld, 1988; Voigt, 1985). Estes são descritos como não estando explícitos para os seus intervenientes. Consistem em rotinas e obrigações inerentes à actividade e ao papel desempenhado por cada participante. Ainda segundo estes autores, os padrões normativos, são penetrantes no sentido em que eles continuam a existir para ajudar a reduzir a complexidade associada com a ambiguidade dos significados que ocorrem na interação das pessoas. O termo rotina surge associado a: questões do tipo aberto utilizadas pelo professor para as quais foi definida uma resposta esperada; insinuações sugestivas, resolução de uma questão por decomposição em pequenas acções subsequentes, rotinas verbais dos alunos, entre outras.

Cobb e Yackel (1996) defendem, nos seus estudos, uma outra perspectiva que designam como emergente pertencente ao grupo da perspectiva sociológica. Contudo

tem alguns aspectos comuns à perspectiva psicológica, pois, eles definem as normas como características “regulares que existem nas actividades da sala de aula que são estabelecidas em conjunto pelos professores e alunos”. Estes autores encaram a prática como algo inerente da actividade humana. Assim, as práticas normativas existentes são constituídas pelo professor e pelos alunos através das suas interacções.

Em síntese podemos dizer que enquanto a perspectiva social utiliza os termos normas sociais e normas da sala de aula a perspectiva psicológica defende a utilização de termos como crenças acerca do seu e dos outros papéis, e a generalidade da natureza das actividades matemáticas da escola. Para o termo norma sociomatemática utilizada por uma perspectiva social a perspectiva psicológica substituiu por crenças e valores matemáticos.

Para uma compreensão mais eficaz dos conceitos introduzidos, aqui apresentados, pelos autores, iremos de seguida clarificar alguns termos como sejam: normas, crenças, valores, normas sociais e normas sociomatemáticas, microcultura e macrocultura.

### Normas

Em estudos realizados acerca do comportamento normativo que ocorre nas aulas de Matemática, constatamos que os autores aqui apresentados, utilizam distintas terminologias dependendo da perspectiva que defendem. Iremos de seguida apresentar aspectos relevantes no que concerne às diferentes interacções, que se podem definir como normas e que ocorrem no contexto educacional.

As normas da sala de aula são um conjunto de princípios sobre os quais há concordância e que regulam o comportamento social deste ambiente. Contudo, enquanto que “padrões de interacção” podem ocorrer em qualquer sala de aula há alguns destes padrões que são mais específicos nas aulas de Matemática (Voigt, 1989). Estes últimos ocorrem quando o professor e os alunos trazem diversas interpretações para as mesmas tarefas (Neth e Voigt, 1991). Por vezes, ocorrem situações confusas durante um longo período de tempo, estando os participantes alheios de tal facto (Krummheuer, 1983). Assim, para desenvolver um significado comum a todos terá de ocorrer um processo de *negociação*. A negociação é caracterizada como sendo um processo de uma adaptação partilhada durante a qual os participantes criam responsabilidades de forma interactiva relativamente às actividades propostas (Voigt, 1985). Não podemos ter a certeza que

duas pessoas estão a pensar o mesmo se não houver um confronto de ideias. Desta forma, a aprendizagem da Matemática como uma aprendizagem do significado requer para o aluno a negociação desse significado. A aprendizagem deixa de ser considerada como uma tentativa de auto-organização da mente e passa a envolver a negociação do significado no contexto da sala de aula. Voigt (1992) reforça ainda esta ideia afirmando que os indivíduos são vistos a desenvolver as suas compreensões pessoais à medida que participam na negociação das normas da sala de aula, incluindo aquelas que são específicas da Matemática.

Cobb e os seus colegas (através do trabalho de Much e Schwerder's, 1978) traçaram cinco categorias de normas: regulação, convenção, moral, verdade e instrução (Cobb, Wood, Yackel e McNeal, 1992). Centrando as suas atenções especificamente nas aulas de Matemática, estes pesquisadores utilizam principalmente as duas últimas para delinear duas tradições da sala de aula: matemática escolar e matemática inquiridora. Na primeira a Matemática é encarada como um domínio racional imune às influências sociais e culturais. O processo de fazer Matemática é encarado como uma aplicação de regras a uma situação particular. A aula de natureza inquiridora dá importância aos processos de fazer-sentido e os processos sociais existentes na sala de aula. Assim, para Voigt (1992) estas aulas tratam “as ideias subjectivas como se tornando compatíveis com a cultura e com o conhecimento subjectivo como a Matemática” (p.11) Os indivíduos são vistos a desenvolver as suas compreensões pessoais à medida que participam na negociação das normas da sala de aula, incluindo as que são específicas da Matemática. Segundo Yackel e Cobb (1996) a construção destas normas ajudam a entender como é que os alunos, confrontados com aulas de Matemática inquiridoras, conseguem desenvolver crenças e valores matemáticos que permitem os alunos tornarem-se intelectualmente autónomos. Estes conceitos relacionados com crenças e valores matemáticos serão clarificados no ponto seguinte deste estudo.

#### Relação entre normas, crenças e valores

As normas são estudadas e analisadas por um observador que se baseia nas regularidades e nas interacções que ocorrem (Bauersfeld, 1988; Cobb 1993; Voigt, 1995). Uma vez que as normas são “observáveis” não existe uma grande necessidade de recorrer a instrumentos elaborados para a sua identificação, como por exemplo as

entrevistas dos participantes. Ao invés, estes tendem a contribuir para ajudar os pesquisadores a perceber quais os significados matemáticos que as pessoas retiram das experiências em que participam.

Um estudo acerca das normas juntamente com os valores e crenças podem ajudar a perceber porque é que algumas situações acontecem num determinado contexto de sala de aula. Por exemplo, se um estudante acreditar que as explicações directas são importantes para perceber matemática e o professor acreditar que a exploração é importante, surge um conflito quando for pedido ao aluno que explore um tópico matemático. Para especificar melhor esta situação, vamos imaginar que é solicitado a um aluno que meça os ângulos de dois triângulos semelhantes e que conclua algo acerca dos valores determinados. Ora se o aluno defende uma explicação directa não achará este o melhor método para estabelecer uma relação entre os ângulos de triângulos semelhantes, verificando-se assim um confronto entre as crenças de cada um dos participantes.

Um conhecimento conjunto das crenças e valores pode actuar como um meio para os professores e os alunos co-construírem as normas da sala de aula (Herbel-Eisenmann, 2003). As normas em duas salas de aula podem ser genericamente iguais, contudo o conhecimento das suas crenças e valores pode contribuir para perceber melhor porque é que o mesmo programa pode conduzir a diferentes resultados.

### Normas sociais e normas sociomatemáticas

As interacções existentes numa sala de aula, obedecem a um conjunto de regras explícitas ou implícitas, mas essenciais para o seu funcionamento. Para além daquelas que ocorrem em qualquer sala de aula, existem as que se referem especificamente às aulas de Matemática. De seguida, iremos tentar clarificar a distinção entre as normas sociais e normas sociomatemáticas.

Algumas acções que ocorrem na sala de aula são consideradas como normas sociais por McClain e Cobb (1997, 2001) como incluindo:

- 1) explicar e justificar as soluções;
- 2) ouvir e tentar fazer sentido relativamente às soluções dos outros;
- 3) indicar as suas dúvidas;
- 4) colocar questões clarificadoras acerca das dúvidas;
- 5) explicar a rejeição das interpretações que considerem inválidas.

Assim, as normas sociais dizem respeito às interações sociais que se tornam normativas. Estas normas que regulam a interação social da sala de aula não são obviamente exclusivas das aulas de Matemática. Herbel-Eisenmann (2003) afirma que a negociação de normas sociais aparece como sendo necessária mas não suficiente para a percepção da aprendizagem matemática. Para tal surgiu a necessidade de estudar mais aprofundadamente o “comportamento normativo e discussões matemáticas que são específicos da actividade matemática dos alunos” Yackel e Cobb (1996), ou seja as normas sociomatemáticas.

Um exemplo claro da vantagem de enriquecer uma pesquisa com o estudo das normas sociomatemáticas foi realizado por Pang (2000, 2001). Este investigador observou salas de aula nos Estados Unidos da América e na Coreia. Mostrou que as normas sociais existentes entre as salas de aula eram bastante semelhantes. Em complemento analisou as normas sociomatemáticas e concluiu que estas eram bastante diferentes entre as turmas e argumentou que esta diferença afectou o tipo de aprendizagem realizada. Para reforçar esta ideia Kazemi e Stipek (2001) revelaram resultados semelhantes com o seu estudo. Analisaram quatro salas de aula de três escolas e concluíram que apesar de todas as turmas apresentarem normas sociais idênticas, aquelas onde o foco era centrado nas normas sociomatemáticas permitiu um desenvolvimento maior no pensamento conceptual.

As normas sociomatemáticas diferem das normas sociais na medida em que são mais específicas da actividade matemática. Estas normas regulam o discurso da sala de aula e influenciam as oportunidades de aprendizagem que surgem para os alunos e para os professores. Exemplos de normas sociomatemáticas incluem aquilo que se considera como *diferença matemática*, *solução sofisticada* e *solução eficaz* (Yackel e Cobb, 1996). Estas três normas envolvem um sentido de “tomado-como-partilhado” (taken-as-shared) de quando é que é apropriado para contribuir para a discussão. Em contraste, outra norma sociomatemática descrita por Yackel e Cobb aquilo que se considera como sendo explicações e justificações *matematicamente aceitáveis*, está relacionada com o processo de negociação das diferentes intervenções. Análises anteriores de salas de aula compatíveis com as recomendações da reforma indicam que as explicações e justificações aceitáveis, têm normalmente de ser interpretadas em termos de acção matemática que relate experiências reais em vez de instruções, (Cobb, Wood, Yackel, 1992). Voigt (1992) defende que os professores podem contribuir para o

desenvolvimento das disposições apropriadas face à matemática conduzindo-os no desenvolvimento das normas sociomatemáticas.

A constituição das normas sociomatemáticas é posterior à constituição das normas sociais. Para Yackel e Cobb (1996) a construção das primeiras foram importantes para perceber o progresso dos alunos no desenvolvimento da disposição matemática e o crescimento intelectual autónomo da matemática por parte dos alunos.

Com o intuito de clarificar as ideias teóricas até aqui apresentadas apresentam-se a seguir alguns estudos realizados por McClain e Cobb que consistiam em observar o ambiente de sala de aula, ou seja, focaram-se no desenvolvimento das normas sociomatemáticas e analisaram o papel do professor, da sua interacção com os investigadores e nas oportunidades de aprendizagem.

#### *Explicações aceitáveis*

Numa investigação desenvolvida por Cobb, Yackel e McNeal, (1992). Foi discutido primeiro com o professor o que se deveria ser considerado como *explicação aceitável*, para melhor identificar estas acções, em contexto de sala de aula.. Uma explicação aceitável está relacionada com a negociação do processo de actuar nas contribuições. Visto como um acto comunicativo, a explicação tem como propósito clarificar aspectos do pensamento matemático de uma pessoa que pode não ser visível a outros. A experiência de actuar numa matemática ligada ao real é crucial para os aspectos que dão significado à actividade matemática. (Cobb, Yackel e McNeal, 1992).

Um factor importante para o desenvolvimento das crianças acerca da compreensão do que constitui uma explicação matemática aceitável é que elas entendam que a base para as suas acções deveria ser matemática em vez de social. A explicação por ser um acto de comunicação assume uma posição partilhada. Por conseguinte, o que constitui uma explicação aceitável é construído pelo professor e pelos alunos como partilhado.

#### *Diferença matemática*

Numa primeira colaboração McClain e Cobb discutiram com o professor a importância de solicitar soluções *diferentes* para um mesmo problema. Antecipou-se que comparando e confrontando estas diferentes soluções se poderia obter uma discussão de temas matematicamente significantes. Espera-se que estas discussões capacitem os alunos não só a distinguirem os diferentes tipos de soluções mas também a

julgar por si próprio o que é válido como matematicamente diferente (Yackel e Cobb, 1996). O papel desempenhado pelo professor é proactivo pois vai ser ele a observar as contribuições dos alunos e ajudá-los a alcançar os objectivos da aula. Nas conversas entre a equipa de investigadores e o professor, este reconheceu as vantagens de evidenciar as diferenças entre as soluções dadas. Porém, tornou-se evidente que, no decorrer das aulas o professor permitiu que todos os alunos partilhassem com a turma os seus métodos de resolução. Deste modo não houve nenhuma solução apresentada que fosse valorizada relativamente às outras. Em consequência, muitas vezes, os alunos repetiam as explicações dadas pelos seus colegas, o que não contribuiu para a percepção da *diferença matemática* existente nalgumas intervenções. Uma vez que os alunos viam as suas respostas ser valorizadas de modo igualitário, a sua participação limitou-se a ser aguardar calmamente pela sua vez de intervir sem ouvir as explicações dos seus colegas.

Após esta experiência, o professor falou com os membros da equipa de investigadores e justificou a sua atitude relativa às intervenções dos alunos explicando que ele não desejava ser a autoridade na sala de aula. Tornou evidente que julgando o esforço das contribuições dos alunos violava os seus princípios básicos enquanto professor.

Apesar dos pesquisadores apreciarem a argumentação do professor, a falta de empenho nas discussões por parte dos alunos, indica que eles não estavam a produzir situações de aprendizagem matemática.

Posteriormente, os investigadores conjecturaram (baseado em trabalhos anteriores sobre normas sociomatemáticas) que todas as participações dos alunos poderiam tornar-se produtivas se o professor e os seus alunos pudessem chegar a um consenso acerca do que deveria ser considerado como solução matematicamente diferente. No decorrer das aulas seguintes, o professor alterou um pouco a sua postura e pode-se observar um desenvolvimento na existência das normas sociomatemáticas – *diferença matemática*. As intervenções dos alunos ganharam expressão na medida em que conseguiam antecipar as diferentes possibilidades de resolução de uma tarefa.

Yackel e Cobb perante as diferentes experiências realizadas concluíram que a norma sociomatemática para além de regular a sua participação na discussão relativamente ao que constitui a diferença matemática suporta também uma actividade cognitiva de alto nível.

### *Fácil, Simples ou Soluções eficazes*

A norma sociomatemática relativa ao que conta como solução fácil, simples e eficiente para resolver uma tarefa emerge da norma diferença matemática. Em particular, algumas das soluções que eram consideradas como diferentes foram julgadas como sendo fáceis, simples e eficazes enquanto existiram outras que não o foram. O termo *fácil* foi utilizado pela primeira vez pelo professor de uma maneira planeada referindo-se a arranjos de itens que os estudantes poderiam enumerar sem se organizarem em pequenos grupos. Contudo este termo foi utilizado pelos alunos em situações que não haviam sido previamente delineadas. Como resultado das normas que suportam os esquemas de notações, diferentes grupos de soluções deixaram de ser tratados de forma igual. Em vez disso, o professor e os alunos chegaram a valores que foram julgados como fáceis. Os alunos conseguiam alternar de estratégia de resolução consoante a tarefa. Isto foi visto pelos investigadores como algo positivo para o desenvolvimento da aprendizagem.

### Microcultura e/ou Macroculutura

Pelos exemplos apresentados constata-se que o professor desempenha um papel importante na interacção estabelecida na sala de aula. No trabalho de Herbel-Eisenmann (2000, 2002) revela que o modo como o professor fala influencia o modo como os alunos exploram os conceitos matemáticos. Mas apesar de muitos autores reconhecerem que os professores são vistos como uma autoridade, os alunos continuam a desempenhar um papel de negociadores activos das normas.

Neste processo de estabelecimento de normas e de partilha de conhecimentos é esperado que os professores e os alunos entrem em situações de conflito e negociação. Cada uma das partes traz para esta interacção a sua “própria cultura” de conhecimento, de prioridades, de preocupações, de crenças e valores. Neste sentido, Herbel-Eisenmann defende que a microcultura da sala de aula é única, mesmo considerando diferentes turmas do mesmo professor.

O papel que as normas desempenham nas interacções depende das perspectivas defendidas. A perspectiva sociológica foca-se nas interacções que ocorrem nas estruturas de microcultura de sala de aula (Bauersfeld, 1988). Os autores que defendem

uma perspectiva de *interaccionismo*<sup>1</sup> e clarificam a dinâmica e as regularidades da sala de aula. O conceito de “microcultura” é utilizado como sinónimo de “cultura de sala de aula” (Voigt (1995, 1998). As microculturas dependem dos padrões escondidos, das convenções e das normas o que torna difícil a sua mudança. Contudo, os autores defendem que as macroculturas (princípios gerais, estratégias de ensino, ambiente da sala de aula) são mais fáceis de serem modificados.

As negociações que têm lugar durante as interações são vistas como mediadoras entre a cognição e a cultura (Bauersfeld, 1988). Com o decorrer do tempo as interações entre os participantes vão permitir que os conceitos em estudo se clarifiquem. Os padrões estabelecidos nestas interações são desenvolvidos através das expectativas, das interpretações, das obrigações e das relações (Bauersfeld, 1988; Voigt, 1985). Apesar dos participantes serem vistos como estando activamente envolvidos na negociação, as rotinas e padrões estão escondidos e os participantes não estão conscientes da sua existência (Bauersfeld, 1988; Voigt, 1992).

As normas estão relacionadas com os padrões temáticos da interação. Contudo, estes autores estão mais preocupados com a descrição dos temas (relativos às interações sociais e matemáticas) do que como é que as normas são estabelecidas. Neste sentido, as suas discussões acerca das normas são mais “*snapshot*”<sup>2</sup> instantâneos e parecem ser o resultado de uma rotina de padrões particulares.

A perspectiva emergente elaborou a microcultura da sala de aula para incluir três categorias: normas sociais, normas sociomatemáticas e práticas matemáticas da sala de aula (Cobb e Yackel 1996). Em vez das negociações estarem sempre implícitas, o professor é visto, por vezes, a realizar a negociação entre normas sociais e normas sociomatemáticas.

---

<sup>1</sup> O interaccionismo propõe uma visão sócio-cultural sobre a construção do conhecimento e considera as interações como parte integrante do mesmo. Desloca o foco do estudo do sujeito individualmente considerado para a construção interactiva do conhecimento através da interação.

<sup>2</sup> As normas descritas por “*snapshot*” (Saxe, Atwech et al.) não são tratadas por uma perspectiva de processo capaz de delinear como é que elas emergem e se modificam ao longo do tempo.

## **As normas e a tecnologia**

A perspectiva emergente (Yackel e Cobb, 1996) é uma teoria poderosa para descrever o desenvolvimento cognitivo na sala de aula. Yackel e Cobb mostraram que a construção das normas sociais e sociomatemáticas, e as oportunidades de aprendizagem estão interligadas.

Os pesquisadores utilizaram a perspectiva emergente para descrever as actividades na sala de aula em ambientes considerados ricos na medida em que:

- 1) As tarefas nas quais os alunos estão a participar traduzem situações de problemas abertos;
- 2) As actividades em redor das tarefas são multifaseadas, consistindo em pequenos grupos que colaboram na resolução dos problemas, fazendo um relatório e uma reflexão num debate de ideias na sala de aula com a professora;
- 3) As ferramentas utilizadas são um “software” “multi-representational”

Assim para além da interacção verbal entre os alunos e o professor foi considerado a interacção entre os alunos e as ferramentas utilizadas. Nestes estudos foram identificadas a negociação das normas sociomatemáticas e a alteração de crenças matemáticas. A interacção com o computador permite o aparecimento da norma “o que é considerado como evidente para um problema” e permite repensar as hipóteses em função dessa evidência, na medida em que a visualização gráfica permite confirmar as conjecturas iniciais. Nos ambientes ricos é possível os alunos libertarem-se de técnicas de resolução de problemas exaustivas e concentrarem-se em “actividades de nível superior” , (Yackel e Cobb, 1999).

Estes autores concluíram dos seus estudos que as normas sociomatemáticas não se constroem apenas através das intervenções verbais, mas também da manipulação do computador como e enquanto uma acção não-verbal. Todas estas interacções são implementadas tanto pelo professor como pelos alunos. O professor tem um papel central na iniciação e na condução da elaboração e formação destas normas. Contudo o aluno tem um papel activo nesta formação. As crenças dos alunos e dos professores são factores chave na negociação da sala de aula. O papel desempenhado pelo professor é preponderante na medida em que este poderá contribuir de forma enriquecedora no debate de ideias. Um professor que assim não o fizer não entende que os alunos estão a negociar a norma da aceitação de conclusões e explicações dos problemas. Por outro

lado, um professor que não consiga entender de forma global o problema em causa, será incapaz de promover a negociação iniciada pelos alunos.

### **A calculadora gráfica**

A tecnologia assume hoje um papel inegavelmente importante na sociedade. O Sistema Educativo não lhe é indiferente e como consequência disso tem-se vindo a assistir a inúmeras alterações nesta área. Desde a revolução tecnológica em meados dos anos 90 que se tem vindo a realizar variados estudos que analisam o impacto do uso das novas tecnologias no ensino.

Borba e Penteado (2003) recomendaram a utilização das tecnologias nas nossas salas de aulas, dado que consideram que estas contribuem de forma bastante positiva para o ensino da disciplina de Matemática. Realçam o facto que estas permitem uma maior ênfase na visualização sendo um incentivo a nível da compreensão e significado matemático. Scheffer (2002) realça que os estudos realizados nesta área, parecem concluir que os alunos conseguem melhorar o raciocínio matemático em contextos informatizados, pois estes possibilitam uma maior reflexão sobre a elaboração, representação, construção e interpretação de problemas. Esta ideia é reforçada por Cunha e Cláudio (2001) quando afirmam que as novas tecnologias possibilitam um melhor entendimento de fórmulas e conceitos matemáticos.

Apesar destas evidentes vantagens para o ensino, Barrett e Goebel (1990) apontam para o facto de que a tentativa de implementar a utilização de computadores em contexto de sala de aula acarreta um elevado custo. Aliado a este factor está a implicação de aquisição de conhecimentos sólidos do seu manuseamento por parte dos professores e posteriormente dos alunos.

Com o aparecimento das calculadoras gráficas, conseguiu-se ultrapassar, em parte, estes problemas. Para Borba (2001) e Souza (1996) estas máquinas apresentam vantagens sobre o computador dado que são mais acessíveis a nível económico e transportam-se facilmente. Scheffer (2002) destaca que o desafio actual reside em descobrir a melhor forma de aliar as potencialidades da calculadora gráfica com novos métodos de trabalho e novas estratégias de ensino a serem aplicados pelos professores.

## A calculadora gráfica e a aprendizagem da Matemática

Em 1980 o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) publicou um documento “The agenda for action” onde propôs a integração das tecnologias no currículo da Matemática de modo a que estas fossem utilizadas em tarefas que apresentassem um grau de dificuldade superior à simples verificação de resultados. Em 1989 o National Research Council (NRC) enfatiza que através da utilização de tecnologia é possível passar a dar mais importância à apreensão dos conceitos e menos na execução de cálculos rotineiros. Em 1991 a Associação de Professores de Matemática (APM), traduziu o documento publicado pelo NCTM em que recomenda que o ensino da matemática se faça de maneira activa, desenvolvendo uma forma de pensar onde se possa aplicar toda a tecnologia disponível. Sugerem que ao executar a maior parte dos cálculos, a tecnologia permite ao aluno explorar uma grande variedade de situações.

No início dos anos noventa, no âmbito do Projecto Minerva foram experimentadas novas formas de olhar o ensino da Matemática e conseqüentemente diferentes formas de aprendizagem da disciplina. Esta nova visão atribuiu à Matemática um papel de actividade social e cultural que considera que o conhecimento não se descobre mas sim que se pode construir a partir das experimentações, formulações, construções e justificações de conjecturas.

Em 1995, nas orientações do programa de Matemática foram feitas recomendações para o uso da calculadora gráfica nas salas de aula. Contudo, apenas em 1997 é que esta utilização passou a constar no programa oficial como sendo obrigatório para a leccionação da disciplina e a permissão do seu uso nos Exames Nacionais. Segundo Dick (1992) a introdução da calculadora gráfica nas aulas de matemática obrigam a um reestruturação do currículo para que se verifique uma diminuição do cálculo numérico e simbólico. Na mesma linha de pensamento Dunham e Dick (1994), afirmam que a existência desta tecnologia acarreta alterações tanto no que se ensina como da forma como se ensina. Scheffer (2002) enfatiza que o uso da calculadora gráfica contribue para criar uma ambiente de aprendizagem em cooperação, no qual a matemática se transforma num tema apaixonante e vivo que incentiva a experimentação, a investigação e a reflexão nos alunos.

Desde 1989 que o NCTM recomendou a utilização das calculadoras gráficas de forma a proporcionar aos alunos novas perspectivas, tais como o uso de representações

múltiplas, para a investigação das ideias matemáticas. De facto, até à introdução desta ferramenta, os alunos tinham recursos limitados. Sabemos, que hoje em dia face ao desenvolvimento e evolução que o ensino sofreu, a recusa pela utilização da calculadora gráfica em contexto de sala de aula deixou de fazer sentido. Mas, de facto não parece estar definido com exactidão aquilo que se espera que os alunos aprendam recorrendo apenas ao papel e ao lápis e o que se deve aprender somente com a calculadora. A utilização da calculadora gráfica provoca uma alteração nos métodos de ensino e consequentemente uma mudança da aprendizagem da Matemática. A este respeito Loureiro e Veloso, (1989); Dick, (1992) referem alguns aspectos menos positivos do recurso sucessivo ao papel e lápis na resolução dos exercícios: tempo dispendido desnecessariamente com a realização de cálculos que poderia ser aproveitado para realizar outras actividades mais importantes, que incentivem à exploração e compreensão de conceitos; monotonia da repetição de alguns passos, que poderá provocar ou uma total desmotivação para os alunos que já sabem realizar essa tarefa ou desinteressar aqueles que por não perceberem nunca dominarão os processos de resolução, mesmo que os professores os incentivem e por fim o facto de poder provocar a opinião de que a Matemática não passa de um conjunto de *regras mágicas e fórmulas a aplicar em situações* delineadas e predeterminadas com rigor. Alfonzo (2003) acrescenta que a calculadora gráfica oferece uma inegável vantagem na análise de gráficos de forma rápida e precisa. Contudo, alguns autores levantam questões sobre esta dualidade da distribuição de tempo de aula a atribuir ao cálculo efectuado com lápis e papel e o recurso à calculadora gráfica. Dunham e Dick (1994) perguntam quais as tarefas com papel e lápis que se podem considerar importantes com a introdução da calculadora gráfica na aula. Lenhann (2000) questiona que habilidades manuais de cálculo serão necessárias quando os alunos podem recorrer livremente à calculadora gráfica. Estes autores consideram que é mais importante a distinção entre os objectivos “resolver uma operação” (que pode ser relegado para uma calculadora) e a “eleição de uma estratégia” (que tem de ser feito pelo utilizador da calculadora). Caberá a cada professor definir as fronteiras de utilização de um dos dois métodos disponíveis. Talvez não se deva tratar de uma exclusividade de nenhum dos métodos mas sim de uma fusão entre as duas opções. A este respeito Ponte (1995) afirma que a utilização da calculadora gráfica “impõe a relativização da importância das competências de cálculo e de simples manipulação simbólica, uma vez que o cálculo numérico e algébrico são realizados de forma mais eficiente pelas máquinas, que neste domínio, superam o ser

humano em rapidez e rigor”. Steen (1988) refere que a calculadora gráfica permite que mesmo que um aluno cometa erros nos cálculos algébricos, poderá prosseguir estudos em Cálculo ou Estatística. Cardoso (1995) acrescenta ainda, que o uso das calculadoras gráficas nas aulas de Matemática acarretam mudanças inevitáveis no relacionamento do aluno com a aprendizagem da disciplina e nesta medida provoca uma modificação dos “métodos memorizados que se esquecem facilmente para um desenvolvimento de capacidades mais duradouras como seja a compreensão e intuição matemática” (p. 30). Regra geral a distribuição de tempo a destinar à calculadora gráfica ou a cálculos realizados com recurso a lápis e papel é decidida pelo professor. Mas o tipo de utilização feita, nesse tempo, desta ferramenta é outro aspecto referenciado por vários autores. Dunham e Dick (1994) questionam se a utilização da calculadora gráfica será apenas para confirmar os resultados realizados com papel e lápis, ou se serve para incentivar a exploração de exercícios. Kutzler (2000, 2003) acrescenta que as calculadoras gráficas permitem dar ênfase à visualização que fomenta a compreensão das escalas utilizadas e as transformações dos gráficos. Stein (1990) reforça esta ideia quando afirma que os exercícios relacionados com escalas têm mais importância quando se recorrer ao uso da calculadora gráfica. A este respeito Cardoso (1995) afirma que as calculadoras gráficas permitem uma aprendizagem por descoberta, dado que os alunos têm a possibilidade de “explorar, experimentar, visualizar, relacionar”(p. 31). Berry e Francis (2000) vão mais longe e afirmam que a calculadora gráfica melhora as capacidades de investigação matemática dos alunos e como consequência ajuda na resolução de problemas do mundo real.

Também Dunham e Dick (1994) fazem referência à importância da calculadora gráfica na resolução de problemas. Consideram que esta ferramenta pode ajudar na sua resolução de exercícios que envolvam problemas porque dão mais tempo para a compreensão e menos para a manipulação algébrica. Por outro lado referem que mesmo os alunos com algumas dificuldades algébricas podem socorrer-se das potencialidades da calculadora gráfica para resolver os problemas. Afirmam ainda que os alunos percebem a resolução de problemas de uma forma distinta, concentrando-se na análise do problema e da solução. A este respeito Cardoso (1995) pensa que a utilização da calculadora gráfica permite aumentar as oportunidades de resolução de problemas pois poderão ser colocados ao aluno problemas da vida real com os quais este se identifica sem ter de recorrer a simplificações obrigatórias com a realização dos cálculos à mão. Cardoso (1995), Dick (1992) afirmam que o leque de possibilidades de resolução de

problemas com o uso da calculadora gráfica é muito mais abrangente que a realização de meros cálculos de rotina. A conciliação dos cálculos simbólicos com os dados numéricos e gráficos permite “olhar para trás”. Os mesmos autores referem ainda que os alunos na posse desta poderosa ferramenta de cálculo gráfico, numérico e simbólico, encaram esta fase como um passo menos assustador. Poderão assim apreciar melhor a importância dos processos heurísticos, da modelação matemática e da interpretação de resultados. Ponte (1995) acrescenta que a calculadora gráfica “incentiva o investimento no desenvolvimento de capacidades intelectuais de ordem mais elevada, como o raciocínio, a resolução de problemas e capacidade crítica, que se situam para além do cálculo e da compreensão de conceitos e relações matemáticas simples” (p.23)

Os alunos poderão descobrir por si próprios muitas das relações que é pressuposto aprenderem (Barrett e Goebel, 1990), tendo um papel mais activo na compreensão e na avaliação das ideias matemáticas e podendo, ao assumir essa atitude investigativa (re)criar, como o matemático, o seu próprio saber. A propósito deste aspecto Ponte (1995) refere que a utilização da calculadora gráfica permite promover a realização de exercícios de modelação, de investigação por parte dos alunos, fazendo destes uma parte fundamental da sua experiência matemática.

Para Torres (2006) a característica principal da calculadora gráfica está centrada nas possibilidades gráficas, em particular a representação de funções. Cardoso (1995) acrescenta que as propriedades qualitativas, geométricas, das funções são tão importantes como as suas propriedades algébricas e fornecem grande intuição para os fenómenos matemáticos. Layton (1988) e Dick (1992) referem que relativamente ao ensino do Cálculo “se queremos que os alunos façam uso regular das representações numéricas e gráficas como auxiliar na compreensão do comportamento das funções, como heurísticas de resolução de problemas, e como verificadoras da correcção da análise simbólica, temos de tornar essas abordagens naturais e úteis”(p.149). Ponte (1995) aponta como uma das vantagens de utilização da calculadora gráfica no estudo de funções “a valorização da linguagem gráfica e de novas formas de representação, uma vez que as representações múltiplas que as máquinas proporcionam, com especial destaque para a gráfica, permitem outras abordagens às situações matemáticas, para além dos processos formais de cunho algébrico ou analítico”.

Apesar das várias vantagens apresentadas pelos diversos autores relativamente ao uso da calculadora gráfica, importa realçar que esta tecnologia tem as suas limitações. Buitrago (2004) e Waits (2000) identificam duas destas limitações, a

saber: a precisão dos cálculos depende do alcance da manipulação simbólica e a possibilidade da sua utilização em operações que não solicitam o seu uso. Estas limitações podem estar relacionadas com o tipo de uso que é feito na sala de aula, por parte dos alunos. Contudo o interveniente que certamente mais influencia a forma como se utiliza a calculadora em contexto de ensino-aprendizagem é o professor. Buitrago (2004) alerta para o facto de se dever actuar de forma efectiva e eficiente no processo educativo e na necessidade de formação dos professores e da utilização didáctica das calculadoras gráficas.

De seguida iremos analisar o papel desempenhado pelo professor na interacção dos alunos com a sua calculadora gráfica e referenciar alguns estudos que relatam a influência deste no processo de aprendizagem do manuseamento desta tecnologia.

### O conhecimento do professor

O professor é considerado por Waits e Demana (1998) como sendo a componente mais valiosa para a incorporação das calculadoras gráficas no ensino e na aprendizagem da Matemática. Estes investigadores são da opinião que não se pode esperar alterações importantes nos seus métodos de ensino se não tiver havido um reconhecimento que estes recursos são um factor que provoca mudanças a vários níveis. Assume-se contudo que não é suficiente a introdução destas das calculadoras gráficas numa sala de aula para se obter resultados positivos de imediato. O papel desempenhado pelo professor revela-se preponderante. Torres (2006) alerta que não será suficiente o professor conhecer as características de uma calculadora gráfica, necessita de um período de adaptação até dominar as potencialidades desta ferramenta e poder incorporá-la da melhor forma no ensino da Matemática. A opinião do professor face à utilização desta máquina poderá interferir na sua planificação das aulas e conseqüente na forma como a mensagem chega até ao aluno. Segundo Thomasson (1993) a quantidade de utilização da calculadora gráfica tem provavelmente menos influência na aprendizagem dos alunos do que a forma como esta é utilizada. Relativamente ao uso da calculadora gráfica Gómez (1996) distingue dois tipos de atitudes de professores que não irão produzir um resultado positivo na aprendizagem da matemática: uma atitude cega e uma atitude negativa. Por um lado que apresentam uma atitude cega, perspectivam a utilização da calculadora gráfica como a solução para os problemas da aprendizagem da Matemática e que a sua introdução nas salas de aula

resolve muitos dos problemas. Por outro lado assumem uma perspectiva negativa, defendem que a utilização da calculadora gráfica será prejudicial para a preparação dos alunos.

A este respeito Ponte (1994) afirma que estar aberto para a mudança, aderir a currículos reformadores, ou até mesmo querer desenvolver estratégias inovadoras na aula, são pontos de partida para se conseguir concretizar essas transformações. Estas alterações tornam-se mais efectivas quando conjugadas com a determinação e vontade dos professores em alcançar o sucesso da aprendizagem com recurso à calculadora gráfica. Este autor é da opinião que é importante não só perceber a forma como a disciplina é leccionada como também entender o que pensam os professores do ensino e da própria disciplina. Segundo Gather-Thurler (1992) a mudança na educação está interligada à forma como os professores pensam e fazem, e da forma como são levados a construí-la activamente. Ponte (1994) conclui que a forma de leccionação da Matemática depende daquilo que o professor conhece, das suas crenças e atitudes face à disciplina e ao seu ensino/aprendizagem e por fim o tipo de utilização da calculadora gráfica feita nas suas aulas. O uso efectivo desta tecnologia na aula de Matemática depende do professor (NCTM, 2000) o qual se assume que possui uma formação adequada no manuseamento técnico e didáctico da tecnologia e que a incorpore na sua actividade docente. Buitrago (2004) considera que nesta medida, existe a necessidade de actuar de forma efectiva e eficiente no processo educativo e é imprescindível dirigir a atenção para a formação dos professores e no uso no ensino das calculadoras gráficas. Para além da formação de professores, Bitter e Hatfield (1992) realçam a importância destes partilharem estratégias de ensino e reflexões sobre os problemas relacionados com o uso da calculadora gráfica nas aulas de Matemática. Os professores que participaram no seu estudo mostraram-se interessados em por em prática um currículo que tivesse actividades bem planificadas para a utilização desta tecnologia.

Desde a década de 80 que Cockcroft (1985) sugere a necessidade da existência de materiais que orientem os professores sobre a melhor forma de introduzir as calculadoras gráficas no ensino da Matemática. Hilton (2000), afirma que a calculadora pode influenciar não só o que se ensina como também a forma como se ensina. Para este autor, a calculadora gráfica permite eliminar a monotonia da aritmética elementar e dar ênfase à construção de modelos matemáticos relacionados com o mundo real. Nesta medida, o papel do professor contempla criar situações de interesse que contribuam para o surgimento de conceitos e a compreensão das relações matemáticas (Ruthven, 1992).

Contudo, para que tenham um contributo efectivo, Ensor (2001) considera que se deve dirigir o foco da atenção para a formação profissional inicial, de forma a conferir meios aos futuros professores, para que estes possam adquirir as competências necessárias para um desempenho adequado, no seu futuro trabalho profissional. Nesta medida Buitrago (2004) considera necessário reconhecer a necessidade, entre outros, de dotar o professor de habilidades e destrezas para: planificar programas matemáticos escolares, desenvolver actividades didácticas, identificar dificuldades e obstáculos, diagnosticar e prevenir erros, ou seja, conduzir e avaliar a aprendizagem dos alunos, ensinar conceitos e procedimentos matemáticos, reflectir sobre a sua própria actuação e compreender o seu papel na escola. A competência que se espera que os professores possuem é definida por Short (1985) como sendo a habilidade de uma pessoa para realizar apropriadamente uma actividade. Buitrago (2004) acrescenta que a competência didáctica é entendida como a capacidade de ser capaz de seleccionar um critério, um conhecimento ou uma habilidade para aplicar na situação de ensino aquilo que se considere pertinente. Para este autor a competência de um professor pode estar ligada ao conhecimento adquirido por este durante a sua formação inicial, dado que esta poderá favorecer a sensibilização às dificuldades que possam surgir e estimular o desejo de melhora permanente da sua actividade profissional. Nesta medida é importante que o professor de Matemática tome consciência de que é confrontado, no dia-a-dia, com a necessidade de definir o “saber” ou o “saber fazer” (Barth, 1993). Contudo, apesar de serem facultados todos os meios para um professor atingir o máximo da sua competência, Ponte (1994) realça que a concepção que cada um tem sobre o ensino, as interacções com os alunos ou a forma como se constrói o próprio saber influencia o ensino da Matemática. Ainda segundo Ponte, em Portugal tem-se vindo a considerar fundamental conhecer o modo de produção e *definição do saber*, ou seja, a forma como se compreende.

O papel do professor é pois enfatizado, a forma como adquire e interpreta o conhecimento matemático influencia o processo de ensino-aprendizagem e em particular o uso dado à calculadora gráfica na sala de aula. Rocha (2000) refere que “os conhecimentos adquiridos pelos alunos sobre o funcionamento da máquina, tendem a limitar-se aos que foram referidos pela professora”,(p.195). Para Kissane (2000) o professor é fundamental na transmissão de conhecimentos acerca das potencialidades da calculadora gráfica de forma a que os alunos a usem efectivamente, saibam quando a utilizar e consigam interpretar os resultados. Por outro lado a utilização desta tecnologia permite ao professor “apreciar o processo usado pelo aluno na investigação matemática,

tal como os resultados, enriquecendo a informação disponível ao professor para tomar decisões pedagógicas” (NCTM, 2000, p. 24).

Apesar destas vantagens para o professor, Doerr e Zangor (2000) identificaram no seu estudo uma limitação na dinâmica da sala de aula. Uma vez que a calculadora deverá ter um uso individual pode desincentivar a interacção entre os alunos para além de terem constatado que alguns alunos continuavam a utilizar a calculadora ao mesmo tempo que a professora procedia a alguma explicação.

Estes aspectos referidos conduzem-nos para a conclusão de apesar de haver claras vantagens na utilização da calculadora o professor desempenha um papel crucial, não só na transmissão dos seus próprios conhecimentos e convicções como também na gestão do tempo dispendido com uso desta tecnologia.

### Investigações sobre o uso da calculadora gráfica

Desde a introdução das novas tecnologias no ensino da Matemática que se tem assistido a inúmeras investigações nos diversos domínios desta área. De seguida apresentamos alguns destes estudos que se referem às alterações do ambiente de sala de aula com a utilização de uma tecnologia. O contacto inicial com as calculadoras gráficas, ocorre na formação inicial de professores, pelo que esta também irá merecer a nossa atenção. Posteriormente, na sua prática docente, identificamos as mudanças verificadas a nível profissional dos professores. Por fim, todos estes estudos têm como objectivo final chegar a conclusões que proporcionem uma aprendizagem mais eficaz da Matemática. Assim, iremos apresentar algumas conclusões referenciadas na literatura existente, acerca da influência sobre os alunos e a sua aprendizagem num ambiente onde existam calculadoras gráficas. Optámos por fazer uma abordagem baseada nos diferentes tópicos mencionados ao invés de recorrer a uma cronologia das investigações realizadas. Esta escolha deve-se ao facto de em datas idênticas existirem investigações de temas diversos o que poderia tornar a nossa exposição confusa.

Durante longos anos professores e alunos estiveram habituados ao ensino com recurso a manuais, papel, lápis e quadro. Com a introdução de uma nova tecnologia na sala de aula, a uma dinâmica altera-se. O NCTM (1991) refere que “ambientes de aula tecnologicamente ricos” despoletam uma dinâmica de aula diferente onde estão envolvidos todos os seus participantes (professor e alunos) no “desenvolvimento dos

conhecimentos matemáticos e na resolução de problemas em Matemática (p.149). Nesta linha de pensamento Borba (1996) realça o facto que a calculadora gráfica traz uma nova “autoridade” para a sala de aula. Os alunos podem passar a confirmar os resultados com o professor ou podem fazer uso da sua “calculadora gráfica para demonstrar que as respostas estavam correctas” (p. 59).

Buitrago (2004) salienta que a educação Matemática suportada nos novos recursos tecnológicos, como seja a calculadora gráfica, contribui para fortificar um processo natural da compreensão do conhecimento matemático e das suas aplicações.

Super (1992) afirma que nos Estados Unidos foram postas em prática três inovações com a introdução das calculadoras. O autor considera importante recomendar os professores a incentivarem os seus alunos a utilizar as calculadoras gráficas para realizar cálculos difíceis e a resolver problemas relacionados com a vida real. Por outro lado considera que as calculadoras não substituem a necessidade de fazer uso das habilidades realizadas com lápis e papel. Por fim, o autor afirma que quando as estratégias de implementação são sérias e bem aplicadas, as calculadoras podem chegar a ser parte integrante do currículo da Matemática.

Em 2000, o NCTM dá suma importância à incorporação da tecnologia na transmissão e compreensão do conhecimento matemático. Foi feita referência à tecnologia como elemento essencial ao ensino e à aprendizagem da Matemática, capaz de influenciar o currículo de Matemática e que potenciar a aprendizagem dos alunos.

Antes de iniciarem a sua carreira profissional os professores passam por um processo de formação importante. Nela é-lhe facultado conhecimentos essenciais para a sua prática docente. Mohammad (1999) defende que preparar os professores de Matemática em formação, para o uso de novas tecnologias tem as suas vantagens. Por um lado os futuros professores não sentirão apreensão na utilização da tecnologia nas suas aulas, e por outro lado podem ajudar na formação tecnológica dos seus colegas. Na sua investigação, que envolveu 28 alunos do Curso de Educação Matemática da Universidade de Illinois, concluiu que as competências de utilização das calculadoras gráficas e outras ferramentas tecnológicas como folhas de cálculo, processadores de texto e construção de páginas *web* melhoraram significativamente, relativamente ao grupo de controle, que não utilizava com frequência a tecnologia. Conclui ainda que na integração da tecnologia na formação de professores de Matemática, é necessário o trabalho com experiências de aprendizagem sólida que incluam a tecnologia. Em síntese, o autor considera que os programas dirigidos aos professores em formação

devem contemplar a aquisição de competências em tecnologia, relacionadas com o seu futuro profissional.

Nas suas investigações acerca deste assunto de formação de professores, Ortiz (2000, 2002) considera que os participantes que relevam conhecimentos acerca dos comandos, técnicas e potencialidades gerais da calculadora gráfica como folha de cálculo e introdução das variáveis e funções algébricas, permite uma nova forma de abordagem para a resolução de problemas. Por outro lado, em 2004, Ortiz questiona acerca das competências didácticas dos próprios autores do programa de Matemática, do 1º ano da Universidade, no que concerne a implementação de um currículo que incorpore as calculadoras gráficas na planificação de actividades didácticas. Estes autores, segundo Ortiz (2004) mostraram capacidade para incorporar novas competências no uso de sistemas de representações e no uso da calculadora gráfica para o processo de ensino aprendizagem da Matemática. Buitrago (2004) afirma que actuar no âmbito da formação inicial permite a familiarização destes com as novas tecnologias e assim oferece estratégias para fomentar o uso das mesmas.

Bedoya (2002) realizou uma investigação sobre o ensino de funções com a utilização da calculadora gráfica. Os resultados deste estudo, efectuado com um professor de Matemática em formação destacam a caracterização de três tipologias de futuros professores estruturados a partir das atitudes destes em relação às novas tecnologias. Na primeira categoria estão incluídos o grupo de professores que se caracterizam pelo seu carácter reflexivo, inovador, autónomo em relação ao uso da calculadora gráfica, ou seja, aqueles que revelam uma atitude favorável ao acesso e à adaptação de novas propostas tecnológicas no ensino da Matemática. A segunda categoria identificada pelo autor são os professores que são pouco reflexivos e pouco autónomos na utilização das novas tecnologias, ou seja são favoráveis às novas propostas tecnológicas mas revelam dificuldades em transpor para a prática estas intenções. A terceira categoria diz respeito aos professores que manifestam resistência à inovação tecnológica e apresentam uma atitude desfavorável ao uso da calculadora gráfica, ou seja, agrupa-se aqui os futuros professores que estão contra o uso das calculadoras gráficas apesar de reconhecer a sua utilidade. Estes últimos afirmaram que as calculadoras gráficas são “perigosas” e problemáticas como recursos para o ensino da Matemática (p.434).

Relativamente à prática docente também foram realizados alguns estudos com conclusões importantes. Demana e Waits (1992) afirmaram que a calculadora gráfica

oferece uma poderosa ferramenta para o ensino da Matemática. É na realidade um computador portátil com potencialidades gráficas, para além de apresentarem vantagens ao nível de facilidade de utilização e baixo custo.

Num estudo realizado sobre o papel do professor do ensino secundário, quando utiliza a calculadora gráfica, Farrell (1996) descobriu que em geral existia uma alteração nos métodos pedagógicos e nas actividades didácticas apresentadas. Assim, aquando da utilização das calculadoras gráficas as tarefas pré-definidas em aulas expositivas passaram para aulas baseadas em tarefas de investigação. O autor conclui que o professor valorizava mais as aulas onde se utilizava a calculadora gráfica do que as restantes. Apesar destes factos, Simmt (1997) realizou uma investigação com professores do ensino secundário, que leccionavam a disciplina de Matemática e concluiu que alguns destes não alteraram os seus métodos de ensino apesar da introdução da calculadora gráfica nas suas aulas.

Em ultima análise são os alunos os que recebem estas influências por parte dos professores. Num estudo realizado por Quesada e Maxwell (1994) sobre os efeitos de usar a calculadora gráfica no ensino da disciplina de Pré-Cálculo concluíram que o uso da calculadora gráfica permitiu uma melhoria dos resultados dos alunos. Concluem ainda que embora os resultados deste estudo não seja contundente, os alunos respondem, de uma forma mais positiva quando ensinados com recurso às tecnologias.

Investigações feitas em Inglaterra por Berry e Francis (2000) permitiram concluir que o uso da calculadora gráfica melhora as competências de investigação matemática por parte dos alunos e como consequência ajuda-os na resolução de problemas relacionados com o mundo real. Em consonância com esta ideia, os autores afirmam que nestes ambientes de aprendizagem, os alunos formulam questões onde é possível verificar se estes compreenderam os conceitos leccionados. Neste sentido, Streun, Harskomp e Suhre (2000) sustentam que o uso da calculadora gráfica por períodos curtos de tempo não é o suficiente para estabelecer um conhecimento sólido e uma compreensão mais eficaz da Matemática e das potencialidades da tecnologia. Concluem estes autores que se se utilizar a calculadora gráfica por períodos longos de tempo os resultados dos alunos em relação à disciplina podem melhorar. Além do mais, consideram que os alunos que evidenciam preferências por soluções gráficas podem

ganhar mais com o uso da calculadora gráfica na resolução de problemas, face àqueles que têm preferência abordagens puramente algorítmicas ou algébricas.

## CAPÍTULO 3

### Metodologia

Neste estudo pretende-se compreender os processos que os alunos utilizam na realização de tarefas cuja resolução implique ou não o uso da calculadora gráfica. Pretende-se pois analisar a qualidade da utilização feita desta ferramenta por parte dos alunos, tendo como intervenientes o ambiente onde estão inseridos a relação estabelecida com os seus pares e com a professora. Com efeito interessa investigar a sequência das opções escolhidas pelos alunos à medida que lhes é proposto a realização de uma tarefa. Por outro lado também o papel desempenhado, pelo professor, e as interacções que se estabelecem entre os alunos e sua calculadora gráfica, irá merecer destaque neste estudo. Por fim, interessa descrever todo o contexto em que estas interacções têm lugar. Desta forma, o nosso foco nas interacções irá para as normas sociais e sociomatemáticas existentes numa sala de aula onde se utiliza a calculadora gráfica. Para concretizar o objectivo e dadas as características do estudo, optámos por uma abordagem qualitativa, que passaremos de seguida a descrever com mais pormenor. Após esta apresentação segue-se a descrição da escolha da estratégia utilizada - estudo de caso. Num estudo, a escolha dos intervenientes é um aspecto muito importante, pelo que lhe dedicamos parte deste capítulo das opções metodológicas. Por fim, descrevemos qual metodologia utilizada na recolha dos dados que constituem o estudo.

#### Opções metodológicas

##### Abordagem qualitativa

Tendo em conta o objectivo principal deste estudo, optámos por utilizar uma metodologia qualitativa. Segundo Strauss e Corbin (1990) a investigação qualitativa pode ser compreendida como uma pesquisa que tem como objectivo conduzir a resultados que não decorram da utilização de qualquer procedimento estatístico ou de outro meio de quantificação. Com efeito, no nosso estudo não se pretende obter dados passíveis de generalização a ser aplicada noutros ambientes onde se utiliza a calculadora

gráfica. Pretende-se sim fazer uma descrição tão fiel quanto possível da realidade envolvente que decorre da utilização da calculadora gráfica em situações diversificadas.

Segundo Matos e Carreira (1994) esta metodologia é adequada quando existem aspectos fundamentais nas questões em estudo, que são o *como* e o *porquê*, quando existe um controlo reduzido, da parte do investigador, sobre os acontecimentos e quando o foco do estudo é um fenómeno que se passa num contexto real e que não pode ser isolado desse contexto. Estas características enquadram-se no contexto que este estudo se insere. Bogdan e Biklen (1994) apresentam cinco aspectos, segundo os quais um estudo de natureza qualitativa pode ser caracterizado.

O primeiro aspecto é que numa investigação qualitativa *o ambiente natural é a fonte de dados e o investigador constitui o instrumento principal* (Bogdan e Biklen, 1994). Segundo Patton (1990) o investigador permanece no local do estudo registando e descrevendo-o através do seu contacto directo que poderá ser complementado através da utilização de equipamentos de áudio ou vídeo. Assim, o investigador representa um papel dual enquanto instrumento de investigação: a força e a fraqueza (Patton, 1990). A sua força porque assenta na plenitude do conhecimento e experiência humana, a sua fraqueza porque depende intensamente da capacidade, treino, intelecto, disciplina e criatividade do investigador.

Bogdan e Biklen reforçam esta ideia afirmando que quando os dados que são recolhidos com base em gravações de vídeo, entrevistas ou através de observação participante, o investigador deve assumir que o comportamento humano é significativamente influenciado pelo ambiente no qual decorre a investigação.

O segundo aspecto é o facto da *investigação qualitativa ser descritiva* (Bogdan e Biklen, 1994). O investigador procura aprofundar a especificidade de cada situação. Em vez da utilização de números, os dados recolhidos são apresentados através de palavras ou imagens. Assim com o intuito de analisar estes dados em toda a sua plenitude o investigador tenta não distorcer a forma como foram recolhidos. Recorre-se a uma *descrição em profundidade* (Denzin, 1989) que ultrapassa os simples factos e descreve todo ambiente envolvente (emoções, sentimentos, relações interpessoais). Assim nada do que acontece no ambiente de investigação é considerado como menos relevante, podendo qualquer acontecimento contribuir para a compreensão do sucedido.

O terceiro aspecto Bogdan e Biklen (1994) referem diz respeito ao facto de *a investigação qualitativa se interessar mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos*. Tem assumido particular importância na investigação

educacional o focus no processo, ao clarificar algumas predições acerca dos alunos. Como é que é provocado um dado problema? Que comportamento, que atitudes ou que procedimentos lhe estão subjacentes? E como é que esses comportamentos, atitudes e procedimentos são alterados ao longo de um processo de mudança? Se as técnicas quantitativas de pré-teste e pós-teste nos mostram as alterações ocorridas, as técnicas qualitativas permitem perceber “o como” essas alterações se operam.

O quarto aspecto refere-se ao facto de os *investigadores qualitativos tenderem a analisar os seus dados de forma indutiva* (Bogdan e Biklen, 1994). A investigação qualitativa não tem como objectivo a comprovação ou a verificação de hipóteses formuladas no início do estudo. Neste tipo de investigação os detalhes são recolhidos e processam-se gradualmente à construção do conhecimento. O investigador está ali “para ver como é” e para observar realmente “o que se passa” para depois poder compreender o contexto geral investigando categorias, dimensões e inter-relações (Glaser e Strauss, 1967, citado por Bogdan e Biklen, 1994).

Desta forma podemos afirmar que é uma teoria que se desenvolve de baixo para cima, a partir de várias partes que têm algo em comum. O processo de análise dos dados apresenta no seu início um campo muito abrangente que se vai estreitando à medida que a investigação se desenvolve.

O quinto aspecto refere que o *significado é de importância vital na abordagem qualitativa* (Bogdan e Biklen, 1994). O carácter interpretativo destas abordagens tem como objectivo a descoberta do significado que os acontecimentos assumem para os participantes e a interpretação desse significado para os investigadores. Pretende-se captar as perspectivas dos vários intervenientes, considerando que esse conhecimento esclarece a dinâmica interna do contexto observado. Por isso, os investigadores quando utilizam vídeos, entrevistas ou outro tipo de documentação certificam-se junto dos seus participantes que estão a apreender adequadamente os seus pontos de vista.

Tendo em conta estes cinco aspectos referidos por Bogdan e Biklen (1994) pensamos que o estudo, de um modo geral vai ao encontro das características aqui mencionadas. Assim o ambiente onde se irá realizar a observação, para recolha de dados, pretende-se que seja o ambiente natural onde os alunos estão quando utilizam as suas calculadoras gráficas, que neste contexto será a sala de aula. Por outro lado, a investigadora terá um papel importante na medida em que dependerá desta toda a informação recolhida através dos vários meios. Os dados recolhidos neste estudo serão essencialmente descritivos de todo o processo em análise, sendo a principal

preocupação a compreensão dos processos e estratégias utilizadas pelos alunos quando optam por utilizar ou não a sua calculadora gráfica. Não se pretende com este estudo chegar a generalizações que possam ser utilizadas em larga escala independentemente do contexto educacional onde os mesmos se desenvolvem. Por fim, o estudo deverá reflectir o facto de que o significado atribuído pelos participantes às vivências durante a investigação se revelou como um factor muito importante.

### Credibilidade da investigação qualitativa

Tendo em conta os objectivos do estudo e perante a escolha de uma abordagem qualitativa sentiu-se necessidade de investigar a credibilidade de uma investigação baseada neste tipo de abordagem. São vários os aspectos a ter em conta relativamente a este assunto.

No que diz respeito à existência de testes que permitam avaliar a operacionalidade das pesquisas de natureza qualitativa, Yin (1988) refere que não há uma orientação precisa. Por isso, tendo em conta as características dum estudo desta natureza, devemos procurar procedimentos e estratégias que possam assegurar a credibilidade e a validade da informação recolhida. Assim, alguns autores dão ênfase à triangulação da informação, transferibilidade e confirmabilidade dos resultados como poderemos observar de seguida.

Para Patton (1990) uma forma de tornar uma metodologia de investigação mais “sólida” é através da *triangulação*, ou seja, através da combinação de metodologias no estudo dos mesmos fenómenos. O autor cita Denzin (1978) que repartiu em quatro tipos de investigação a triangulação referida:

Triangulação de dados – o uso de uma variedade de fontes num mesmo estudo;

Triangulação de investigadores – o uso de vários investigadores ou avaliadores;

Triangulação de teorias – o uso de várias perspectivas para interpretar um to de dados;

Triangulação metodológica – o uso de diferentes métodos para estudar um dado problema ou fenómeno.

Para além da triangulação Merriam (1988) propõe a verificação dos dados recolhidos pelos participantes na investigação. Refere ainda que, nas metodologias qualitativas, os intervenientes da investigação não são reduzidos a variáveis isoladas, mas vistos como parte de um todo no seu contexto natural. É de salientar que, ao reduzir pessoas a dados estatísticos, há determinadas características do comportamento humano

que são ignoradas. Desta forma, para se conhecer melhor os indivíduos, a nível do seu pensamento, deverá utilizar-se para esse fim dados descritivos, derivados dos registos e anotações pessoais de comportamentos observados.

Outro aspecto a ter em conta segundo Guba e Lincoln (1985) num estudo de natureza qualitativa é a *transferibilidade* dos resultados obtidos com a investigação. Assim, referem os autores que o investigador não consegue especificar a transferibilidade das conclusões, mas consegue fornecer informação suficiente ao leitor, para que este possa fazer uma avaliação, se as conclusões podem ou não ser aplicadas a um novo fenómeno. Eisner (1991) refere-se a este aspecto como sendo uma *generalização retrospectiva* uma vez que nos possibilita a compreensão de fenómenos passados e futuros através de uma nova abordagem.

Guba e Lincoln (1985) referem também que neste tipo de estudo tem de se ter presente o princípio da *dependência*, que se relaciona com a estabilidade e consistência da investigação. Com o intuito de verificar o processo e o produto da investigação estes autores defendem que se pode utilizar um conjunto de técnicas como o método da triangulação e uma *auditoria da investigação*. Esta técnica consiste na possibilidade de existir uma pessoa externa à investigação, e que acedendo a todos os dados possa refazer todo o trajecto do estudo realizado, incluindo todos os registos do investigador como sejam cassetes áudio e vídeo, transcrições de entrevistas, guiões de entrevistas e questionários, listas de categorias e hipóteses que o investigador usou durante o processo de análise dos dados, notas de campo, diários, etc; Nesta linha de pensamento e dada a subjectividade em que este tipo de investigação assenta, os autores Guba e Lincoln (1985) referem que outro aspecto a ter em conta é a *confirmabilidade*. Este conceito assume-se como o paralelo da *objectividade* na pesquisa quantitativa e visa certificar se o investigador “...tenta estudar objectivamente os conteúdos subjectivos dos sujeitos” (Bogdan e Bilken, 1982, p.188), se “...está envolvido na actividade como um *insider* mas é capaz de reflectir sobre ela como um *outsider*” (Eisenhart ,1988, citado em Ponte, 1994:9), ou seja, segundo Vieira (1999) verificar o esforço do investigador em observar a realidade através dos olhos dos sujeitos observados.

### O estudo de caso

É definido por Yin (1988) como sendo uma investigação empírica que estuda um fenómeno actual no seu contexto real, quando os limites entre determinados fenómenos e o seu contexto não são claramente evidentes e no qual são utilizados

muitas fontes de informação. O autor refere ainda que os estudos de caso constituem a estratégia preferida quando se quer responder a questões de “como” ou “porquê”, quando o investigador tem pouco controle sobre os acontecimentos e o objecto de estudo da investigação incide num fenómeno actual no seu contexto próprio.

Segundo Ponte (2004) o estudo de caso tem conhecido uma assinalável reputação na investigação em Educação Matemática em Portugal.

Merriam (1988) identifica as características de um estudo de caso qualitativo. Assim, considera-se como sendo *particular*, porque se focaliza numa determinada situação, acontecimento, programa ou fenómeno; *descritivo*, porque o produto final é uma descrição rica do fenómeno que está a ser investigado; *heurístico*, porque conduz à compreensão do fenómeno que está a ser investigado; e *indutivo*, porque a maioria destes estudos tem como base o raciocínio indutivo e holístico porque tem em conta a realidade na sua globalidade. É dada uma maior importância aos processos em detrimento da compreensão e da interpretação. Para além das características Merriam (1988) realça os diferentes tipos de estudo caso, consoante o seu objectivo ou o interesse predominante na investigação. Com efeito, os estudos de caso podem ser *exploratórios*, quando se pretende obter informação preliminar acerca do objecto de estudo; *descritivos*, quando apresentam como objectivo principal descrever o fenómeno e *analíticos* quando se pretende problematizar o seu objecto, construir ou desenvolver uma nova teoria. Segundo esta caracterização, o presente estudo pode ser considerado descritivo, pois pretende-se descrever com pormenor a interacção dos alunos com as suas calculadoras gráficas. A opção de seguir este tipo de metodologia, tem pois como base a escolha de um método adequado a uma abordagem que permita descrever a complexidade e globalidade do fenómeno, que ocorre num contexto de sala de aula ou fora deste, sem perda do seu real significado.

Yin (1988) menciona alguns passos que deve seguir quando se opta por esta metodologia. Considera que deveremos começar por elaborar as questões de investigação, que irão orientar o investigador ao longo do seu estudo. De seguida, refere a necessidade de identificar a(s) unidade(s) de análise que poderão ser bastante diversificadas, desde fenómenos, acontecimentos, indivíduos, processos, instituições ou grupos sociais baseando a escolha no tipo de estudo de caso a considerar. Por fim coloca em evidência da importância da lógica que liga os dados às proposições e os critérios para interpretação dos resultados. Considera que um bom estudo de caso terá de ser relevante, completo, considerar perspectivas alternativas de explicação,

evidenciar uma recolha de dados adequada e suficiente e ser apresentado de uma forma que motive o leitor.

### **Critério de selecção dos intervenientes**

Tendo como base os pressupostos teórico referidos anteriormente, torna-se importante uma escolha cuidada dos intervenientes do nosso estudo, uma vez que serão eles os actores principais sobre os quais irá recair toda a atenção. Interessa pois captar as suas reacções, as suas emoções, a forma de estar dentro da sala de aula, a forma como interagem entre si e com a professor e com a sua calculadora gráfica. Com efeito todos os pormenores serão importantes para poder descrever com pormenor o contexto educativo que aqui se pretende analisar.

Perante estes factos torna-se necessário estabelecer alguns critérios de selecção entre o leque de ofertas, desde a escola, a turma e por último os alunos a englobar no estudo do caso.

#### A escola

Tendo em conta que a investigadora estava colocada no ano lectivo em que decorreu a recolha dos dados 2005/2006 numa Escola Básica de 2º e 3º Ciclos, não foi possível realizar a investigação nessa instituição, dado não ter em funcionamento turmas do ensino secundário.

Assim, foi necessário seleccionar uma escola, que apresentasse uma proximidade geográfica com aquela onde a investigadora lecciona. Foram realizados contactos com os Conselhos Executivos de algumas escolas que nem sempre se encontravam disponíveis para permitir a observação de aulas leccionadas nesses estabelecimentos. Após ter encontrado uma escola que aceitou receber a investigação, entrámos em contacto com uma professora que nos disse estar disponível para colaborar neste trabalho. Contudo esta professora disse ser categoricamente contra o uso de calculadoras gráficas na sala de aula. Reduzia o uso destas ao máximo e dava o mínimo de aulas possível com esta tecnologia. Tendo em conta o contexto da nossa investigação pareceu-nos desadequado realizar o estudo nesta escola com esta professora.

A escolha seguinte recaiu sobre a escola onde a investigadora esteve colocada no ano lectivo anterior. O Conselho Executivo mostrou-se disponível e interessado nos resultados da investigação, afirmando que podia ser uma mais valia para a escola e para os professores de Matemática em geral. Nesta escola foi possível encontrar várias professoras disponíveis para a participação neste estudo.

### O ano de escolaridade

A nossa investigação tem o seu foco na utilização da calculadora gráfica por parte dos alunos, com o intuito de compreender os processos desenvolvidos por estes na escolha e decisão de quando e como utilizar a máquina.

Foi feita uma análise de alguma documentação acerca de investigações realizadas nesta área. Em particular após uma constatação estatística de que os alunos em situação de exame nacional (GAVE, 2004) tinham obtido más classificações nas questões onde era obrigatório o recurso à utilização da calculadora gráfica, suscitou interesse nesta temática. Uma vez que se pretende analisar a qualidade da utilização da calculadora gráfica optou-se pelo ano lectivo, que à partida os alunos estariam mais aptos e teriam um conhecimento mais vasto desta tecnologia, o 12º ano de escolaridade.

### A turma

A selecção da turma esteve condicionada pela compatibilidade entre os horários da investigadora e dos professores da escola. Tal como já foi referido, a intenção na escolha da professora esteve também condicionada não só à sua disponibilidade na participação deste estudo como também no tipo de utilização que se fazia nas suas aulas da calculadora gráfica. Não se pretendia uma professora que utilizasse a calculadora gráfica do primeiro ao último minuto de aula, mas não poderíamos escolher uma professora que fosse contra a utilização da calculadora gráfica pelas óbvias limitações que tal facto iria implicar no nosso estudo.

De entre as turmas da professora seleccionada havia algumas diferenças. Pretendia-se que a turma que fosse escolhida tivesse alunos com experiência na utilização da calculadora gráfica desde o 10º ano de escolaridade e alunos cuja experiência nesta área fosse diminuta.

## Os casos

A escolha dos casos tem primordial importância no nosso estudo, uma vez que será sobre os alunos seleccionados que irá incidir toda a atenção, em particular na aplicação das tarefas. Tendo em conta este aspecto, ponderou-se bastante sobre que características específicas deveriam os alunos mostrar, para que a informação recolhida fosse mais diversificada e rica possível.

Indo ao encontro dos objectivos do estudo, pensámos que um dos factores relevantes na escolha dos alunos seria a interacção demonstrada por estes com as suas calculadoras gráficas e a opinião deles sobre a disciplina de Matemática.

A partir das observações das aulas, foi possível constatar a interacção dos alunos com a professora e em algumas circunstâncias específicas a forma como alguns alunos utilizavam a calculadora gráfica. A observação de aulas foi ainda complementada com a realização de um inquérito (anexo 1) que nos ajudou a compreender a opinião dos alunos sobre as aulas de Matemática, a professora e a relação que estabelecem com a sua calculadora gráfica.

Assim, e na posse de todos estes dados, foram seleccionados quatro alunos para o nosso estudo. Dois deles tinham interesse pela disciplina de Matemática e pelo uso da calculadora gráfica, os outros dois apresentavam opiniões negativas relativamente a estes aspectos.

Atendendo à confidencialidade e com o objectivo de manter o anonimato, foram alterados os nomes dos alunos envolvidos no estudo. A aluna Maria foi escolhida por ser boa aluna na disciplina de Matemática e revelar alguma facilidade no uso da calculadora gráfica. O João foi escolhido por apresentar uma postura bastante favorável à utilização desta ferramenta em qualquer contexto e por ser um aluno com classificações médias na disciplina. Foram ambos alunos da professora envolvida no estudo desde o 10º ano de escolaridade, altura em que iniciaram o uso da calculadora gráfica. As restantes duas alunas, obtiveram classificações de 10 valores no 3º período do 11º ano de escolaridade. Para além deste facto, contrastante com os outros dois alunos anteriores, as alunas apresentavam posturas diferentes face à calculadora gráfica. A Ana era favorável à sua utilização, ainda que admitisse não se sentir confortável com o uso de alguns comandos. Por fim a Cláudia, afirmava que apesar das dificuldades apresentadas na disciplina conhecia bem as potencialidades da sua calculadora gráfica.

Estas duas alunas, no ano lectivo anterior não tinham estado inscritas nas turmas da professora.

Veio-se a verificar que o nosso estudo teve de ser restringido apenas a três alunos, uma vez que a aluna Cláudia anulou a matrícula da disciplina de Matemática ainda no decorrer do 1º período.

### **A recolha de dados**

A escolha da metodologia utilizada na recolha de dados teve como principal preocupação a selecção de instrumentos que permitissem recolher o máximo de informação possível a fim de descrever todo o processo observado o mais detalhadamente possível. Assim e dada a complexidade deste nosso objectivo, optou-se pela utilização de diversas técnicas. Tendo em conta que se ambicionava a descrição do ambiente envolvente numa sala de aula onde se utiliza recorrentemente a calculadora gráfica achou-se necessário recorrer à observação de aulas a entrevistas e à recolha de documentos vários.

#### Observação de aulas

A observação dos participantes no seu contexto natural de acção, designada por observação participante (Costa, 1986) encontra-se intrinsecamente ligada à investigação que tem subjacente uma abordagem de natureza qualitativa e uma aplicação importante, em particular, nos estudos de caso. Com efeito, a observação constitui a principal forma de recolha de dados para a descrição do ambiente de sala de aula. Contudo segundo este autor esta observação participante não é inócua, uma vez que a presença do investigador interfere nos contextos de acção por ele observados e introduz neles novas relações sociais. Tendo em conta este aspecto de crucial importância na observação realizada no contexto de sala de aula, achou-se necessário fazer algumas observações iniciais com o intuito de realizar uma caracterização geral da turma e do seu relacionamento entre a professora e entre colegas. Esta interactividade que se estabelece, inevitavelmente, entre os participantes e o investigador constitui a base para as interpretações do seu contexto. Assim tentou-se estabelecer uma visão de *dentro* sobre o que acontece, tornando-se as

impressões e sentimentos do observador parte dos dados da própria investigação (Patton,1990). Atendendo que a presença de uma pessoa externa à turma teve um peso nas relações estabelecidas dentro desta. Foi parte interveniente do processo de investigação as nossas atitudes, crenças e valores que se reflectiram nas conclusões obtidas das observações realizadas. Ainda segundo Patton (1990), os dados resultantes da observação têm de ser profundos e detalhados tendo como objectivo integrar o leitor no contexto em que se desenrola a acção de forma que este o compreenda.

LeCompte e Preissle (1993) consideram que apesar da natureza indutiva da investigação qualitativa esta deverá seguir, no caso de observação dos acontecimentos, um *guião de observação* que permita delinear os assuntos mais importantes que se devem observar, tendo como base os propósitos do estudo.

### Observação de aulas no contexto da investigação

A observação de aulas tornou-se uma técnica de recolha de dados fundamental, tendo em conta os objectivos do estudo e as características deste. Inicialmente foram realizadas algumas observações de aulas com o intuito de que minimizar a estranheza por parte dos alunos de uma pessoa totalmente desconhecida destes e de ficar a conhecer no geral o ambiente vivido em contexto de sala de aula. Nesta fase inicial podemos então afirmar que a nossa postura foi de observador passivo e não participante, procurando identificar os participantes que melhor se poderiam adequar à consecução dos objectivos propostos pelo estudo.

Após a selecção dos participantes no estudo as restantes observações de sala de aula foram direccionadas, na sua maior parte para os alunos escolhidos. Assim importava avaliar as dinâmicas criadas por todos os intervenientes deste contexto educativo a serem estudados com maior profundidade, tendo como foco principal da nossa observação os alunos seleccionados.

Os registos das interacções ocorridas nas aulas tiveram como base um guião de observação onde se registou as intervenções da professora, dos alunos, as actividades desenvolvidas no quadro, a utilização da calculadora gráfica, o tempo gasto com a realização das tarefas. Para além destes dados foram registados todas as atitudes e procedimentos que mediaram as aulas e que se tornaram relevantes para o nosso estudo.

No total foram observadas trinta aulas que coincidiram com a leccionação do capítulo de Cálculo Diferencial II. Este foi o capítulo escolhido uma vez que é no

decorrer deste capítulo que a interacção entre os alunos e a sua calculadora gráfica é maior. Em particular foram observadas as aulas referentes ao estudo das funções exponencial e logarítmica. Estas funções eram totalmente desconhecidas para estes alunos até esta abordagem. Pareceu-nos importante esta triangulação de aspectos: a calculadora gráfica que já usavam no tema funções estudado em anos anteriores e um tópico totalmente novo para estes alunos. Esperava-se assim que os alunos tivessem conhecimentos suficientes para uma utilização com qualidade da sua calculadora gráfica neste novo assunto.

Algumas das aulas observadas apresentaram poucas actividades em que os alunos teriam de recorrer à calculadora gráfica. Contudo, tendo em conta as crenças, valores e conhecimentos gerais dos alunos, estes de uma forma geral, surpreenderam tanto a professora como a investigadora no sentido que acabariam sempre por recorrer à utilização da calculadora gráfica.

A investigadora, após as observações iniciais onde fez uma análise da dinâmica da sala de aula, sentiu necessidade de se tornar num observador participante. Assim à medida que as tarefas eram propostas aos alunos a investigadora circulava entre estes de forma a obter informações mais detalhadas acerca da utilização que eles faziam da calculadora gráfica. As aulas da professora eram nitidamente divididas entre uma parte teórica e uma parte mais prática, onde eram propostos vários exercícios de aplicação dos conceitos abordados. Mesmo na exposição teórica foi possível observar a interacção da professora com os seus alunos uma vez que esta os incentiva a participarem, e a tirarem as conclusões sozinhos. A planificação das aulas era da inteira responsabilidade da professora não tendo a investigadora nenhuma interferência nesta selecção. Uma vez que a professora sabia de antemão qual o objectivo do estudo revelou-nos que teve a intenção de alterar algumas planificações de forma a estas aulas se tornarem mais “ricas” na utilização da calculadora gráfica. Contudo a investigadora informou que nas aulas onde não se utilizaria a calculadora gráfica seria possível observar outros aspectos importantes para o estudo. Com efeito a professora informou-nos que não se iria preocupar então em antever se nas suas aulas estaria previsto ou não uma utilização das calculadoras gráficas.

Após algumas aulas em que a investigadora desempenhou o papel de observadora participante os alunos pareciam sentir-se à vontade com a sua presença solicitando mesmo a sua ajuda na realização de alguns exercícios propostos pela

professora. Contudo sempre que possível a investigadora observou e ajudou, os alunos escolhidos como participantes neste estudo.

Quase no final das aulas observadas pareceu-nos pertinente a nossa presença na realização de um teste de avaliação, uma vez que nestes era solicitado a utilização da calculadora gráfica. Tendo em conta a tensão existente por parte dos alunos nestes momentos de avaliação a professora solicitou que a investigadora permanecesse na sala de aula apenas 45 minutos do total de noventa da duração do teste de avaliação.

Durante a observação das aulas foi possível recolher uma variedade de informações quer sobre o tipo de exercícios em que os alunos utilizaram a sua calculadora gráfica quer na relação estabelecida entre os alunos e destes com a professora. Foi ainda possível observar contextos onde se evidenciaram crenças, valores e conhecimentos que os alunos apresentaram no início e no final deste estudo, assim como verificar as alterações das suas concepções.

### Entrevistas

Dado que o objectivo principal deste estudo, seria a observação do tipo de utilização dada à calculadora gráfica verificou-se necessário recorrer a outros instrumentos de recolha de dados. De facto, a observação participante das aulas permitiu recolher informação para a descrição de todo o seu contexto, mas dadas as particularidades das calculadoras gráficas nomeadamente as dimensões do seu ecrã, estas observações necessitaram de um maior aprofundamento no que diz respeito à sua utilização ao longo de uma tarefa proposta. Assim achou-se conveniente recorrer a outra técnica metodológica que pudesse complementar as observações realizadas e que nos permitisse descrever com maior detalhe as opções dos alunos na utilização da sua calculadora gráfica. Optámos por realizar entrevistas com tarefas onde seria necessário que os alunos utilizassem a calculadora gráfica. Tal como referem Werner e Schoeple (em Lessard-Hébert, M., Goyette, G. e Boutin, 1990) as entrevistas são úteis para complementar e validar as opiniões e ideias dos sujeitos observados.

Patton (1980) identifica três tipos de entrevistas que importam aqui referir: entrevista não estruturada, entrevista semi-estruturada e estruturada. Cada uma delas apresenta características distintas. No que se refere à primeira, as questões surgem do contexto imediato e são colocadas naturalmente, não sendo as questões ou tópicos pré-determinados. O entrevistador promove um tema abrangente de conversa, e as questões

vão surgindo no desenrolar da conversa. Como factor de eficácia deste tipo de entrevista refere que esta incrementa a importância e a relevância das questões. Estas podem ser adaptadas aos indivíduos e às circunstâncias. Contudo, aponta para algumas fragilidades a ter em conta neste tipo de entrevista, como seja a dificuldade em organizar e analisar os dados recolhidos bem como o facto de ser menos sistemática e englobante se certos aspectos não forem mencionados “naturalmente”. Ghiglione e Matalon (1970) recomendam a implementação deste tipo de entrevista quando se pretende realizar uma exploração e aprofundamento de uma situação. Relativamente à entrevista semi-estruturada, esta apresenta os tópicos e os enunciados do que se pretender desenvolver num guião. Cabe ao entrevistador decidir a sequência das questões ao longo da entrevista. Este tipo de entrevista segundo o autor apresenta algumas vantagens pelo facto do guião permitir a abrangência dos dados e tornar a recolha dos dados algo sistemática. As falhas entre os dados poderão ser antecipadas e desta forma remediadas. Contudo, dadas as características desta entrevista podem ser esquecidos tópicos de forma não intencional e a flexibilidade do entrevistador pode dar origem a uma redução do leque de respostas. Por fim, na entrevista estruturada são previamente delineados os enunciados exactos das questões. São colocadas as mesmas questões aos diferentes participantes e estas são estruturadas de forma a terem o formato de *final-fechado*. As vantagens da utilização deste tipo de entrevista são o facto de ser mais fácil a comparação das respostas obtidas o que reduz o enviesamento dos dados. Por outro lado permite verificar e confirmar a instrumentação utilizadas na avaliação. Contudo, verifica-se pouca flexibilidade entre a entrevista e os seus participantes e as circunstâncias. Ghiglione e Matalon (1970) consideram que este tipo de entrevista deverá ser utilizados quando se pretende obter uma verificação e controlo.

Neste estudo optou-se por realizar como principal técnica as entrevistas do tipo semi-estruturadas. Inicialmente foi implementada uma entrevista onde se pretendia recolher dados referentes às concepções dos alunos acerca da Matemática, da calculadora gráfica e da turma em geral. Após algumas observações da interacção destes alunos em contexto de sala de aula e da selecção dos alunos que iriam fazer parte do estudo foram implementadas entrevistas com tarefas. Estas tarefas tinham como objectivo a observação da qualidade da utilização da calculadora gráfica por parte dos alunos aquando da resolução de alguns dos seus itens. As entrevistas com tarefas não foram implementadas logo no início do nosso estudo, pois tal como Guba e Lincoln (1985) afirmam é necessário que exista uma *transparência* e um bom relacionamento

entre o entrevistador e o entrevistado, ou seja um clima de um certo à vontade e de confiança, o qual não é possível estabelecer logo no início de uma investigação.

Desta forma pretendeu-se que as informações recolhidas destas entrevistas descrevessem de forma o mais fiel possível as intenções, preocupações e perspectivas dos alunos envolvidos na abordagem da resolução da tarefa. Bogdan e Biklen (1994) afirmam que as boas entrevistas são aquelas em que o entrevistado está suficientemente à vontade para falar livremente sobre os seus pontos de vista, daí a necessidade da entrevistadora estar presente nalgumas aulas que antecederam a implementação destas tarefas.

### Recolha de documentos

Na investigação qualitativa devem ser utilizadas uma diversidade de instrumentos de recolha de dados com o intuito de completar todo o leque de informação disponível para análise. Bogdan e Biklen (1994) referem a utilização de jornais, registos oficiais, cartas, videogramas, etc. que podem ser considerados como fontes de informação previamente definidos ou enquanto instrumentos que surgem com o decorrer do estudo (Harré, 1980).

No caso da nossa investigação foram analisados os processos individuais dos alunos da turma escolhida com o intuito de analisar as classificações dos anos anteriores nas diferentes disciplinas e em particular em Matemática. Foram ainda analisados trabalhos de grupo em que os alunos escolhidos estiveram envolvidos e os seus testes de avaliação.

Estes documentos permitem enriquecer as informações obtidas com a observação das aulas e das entrevistas realizadas.

# CAPÍTULO 4

## Contexto do Estudo

Pretendemos, de seguida, descrever e analisar os dados recolhidos através da observação das aulas e das entrevistas realizadas, caracterizando assim a escola, os intervenientes do estudo e a sua relação com a Matemática, a calculadora gráfica e a professora participante na investigação. É ainda dada especial atenção ao ambiente de sala de aula que incluem as normas para a utilização das ferramentas por parte dos alunos e do professor, e a forma como interagem entre si.

Relembremos então que o objectivo deste estudo é analisar a qualidade da utilização da calculadora gráfica, segundo duas vertentes: o uso na sala de aula e o desempenho na resolução de problemas presentes em Exames Nacionais. Para tal foram formuladas questões que serviram de base de orientação para a conduta a seguir na análise dos dados, a saber:

- Qual o desempenho dos alunos na realização de tarefas matemáticas, onde é exigido a utilização da calculadora gráfica?
- Que dificuldades é que os alunos sentem na resolução destas tarefas?
- Que normas sociomatemáticas podem ser observadas na utilização da calculadora gráfica?

Foram observadas aulas onde o uso da calculadora gráfica foi um acontecimento constante, quer por parte dos alunos quer por parte da professora. Esta tecnologia surgiu como um meio de relacionamento entre os diversos intervenientes. É através desta interacção que o significado da calculadora gráfica enquanto ferramenta de aprendizagem Matemática, na sala de aula, é construído tanto pelo professor como pelos alunos. Tal como Hiebert e outros (1997) observaram “Os alunos têm de construir significado para todas as ferramentas quando se utiliza uma ferramenta, tem-se a oportunidade de conhecer melhor a sua utilização e desta forma utiliza-se de forma mais eficaz para o ajudar noutras coisas.” Desta forma, consideramos importante a observação de aulas, com o intuito de ver a interacção entre os diversos participantes,

bem como o que estes transportam para fora da sala de aula aquando da realização de tarefas.

Começamos com uma breve descrição da escola e da turma envolvida no estudo. Posteriormente, tendo como base a entrevista realizada à professora, damos a conhecer o papel, o conhecimento, as crenças da professora e da forma como estas se reflectem nas suas estratégias pedagógicas e na sua interacção com os alunos. Por fim, após as entrevistas e a observação das aulas que antecederam a implementação das tarefas, apresentamos os modos de utilização da calculadora gráfica por parte dos alunos, bem como a sua interacção com a professora, entre eles e com as tarefas matemáticas propostas. Sempre que nestas categorias for evidente uma norma social ou sociomatemática esta será posta em evidência.

### **A Escola**

A Escola Secundária onde se realizou este estudo situa-se nos arredores de Lisboa onde a sua população escolar tinha origens sociais e estruturas familiares diversas. Existem cerca de mil e trezentos alunos distribuídos desde o 7º ano até ao 12º ano de escolaridade, cerca de cem professores e possui ensino diurno e nocturno. É uma escola antiga, com um Pavilhão grande central e mais dois pequenos. Possui algum espaço verde envolvente à escola que os alunos costumam frequentar. Existe um campo desportivo que nos intervalos é partilhado por todos os alunos.

O bloco central está dividido consoante o piso. Assim no R/C encontra-se o Conselho Executivo, a Papelaria, o SASE, a Reprografia e a Secretaria. No 1º piso existe a sala de professores e as salas de aula para os 7º e 8º anos. No 2º piso encontram-se mais salas de aulas frequentadas pelos alunos do 9º e 10º anos e a Biblioteca. No 3º piso estão distribuídas as salas de aula para os alunos do 11º e 12º anos de escolaridade. Por fim ainda existe mais um piso onde se encontra apenas uma sala de estudo. Os laboratórios encontram-se no segundo Pavilhão. O terceiro pavilhão é constituído pelo pavilhão desportivo e pela cantina escolar.

Existe uma sala de aula, no 1º piso, que é considerada a sala de Matemática. Por questões logísticas não foi possível impedir que haja aulas de outras disciplinas nesta sala. Assim, os professores de Matemática, na medida dos possíveis solicitaram para

leccionarem a sua disciplina nesta sala, uma vez que possui calculadoras gráficas, sólidos, algum material de desenho e um *viewscreen* para retroprojectar o ecrã da calculadora. Em particular, as aulas da professora que participou neste estudo não são leccionadas nesta sala de aula. A razão, dada pela coordenadora do grupo, para tal acontecer, é o facto dos alunos no 12º anos de escolaridade já possuírem todos uma calculadora gráfica e terem já conhecimentos suficientes da sua correcta utilização. Desta forma, os alunos do 10º ano de escolaridade são os beneficiados na utilização desta sala, uma vez que é neste ano que entrem em contacto pela primeira vez com as calculadoras gráficas.

### **A professora**

A professora estava particularmente bem familiarizada com a utilização da calculadora gráfica, tal como foi demonstrado ao longo das diversas aulas assistidas pela investigadora. Utilizou a calculadora em diferentes tarefas, recorrendo a vários programas e utilizações mais complexas, ensinando com rigor e minúcia todos os procedimentos. Por outro lado sempre que foi confrontada com alguns resultados por parte dos alunos também soube dar a resposta correcta referente à utilização da calculadora gráfica. Sentiu-se a vontade na interpretação dos programas que os alunos ocasionalmente escreviam.

Este seu à vontade com a calculadora, segundo as suas próprias palavras, está relacionado com a necessidade de busca por um melhor método de ensino. Quando começaram a aparecer as calculadoras gráficas no ensino, a professora afirma que desvalorizou o seu potencial. Numa aula, descreve, que se sentiu envergonhada por um aluno lhe ter colocado uma questão sobre a utilização da calculadora e não ter sido capaz de responder. Esta situação fez despoletar o seu interesse, uma vez que a questão do aluno era bastante pertinente e no caso de se conseguir resolver através da sugestão deste seria de facto uma abordagem mais eficaz, precisa e mais rápida. A professora começou então a frequentar acções de formação que se inseriam no âmbito da utilização da calculadora gráfica. Após estas acções, ao sentir-se mais à vontade com a sua utilização, foi fazendo várias explorações das suas potencialidades. Para tal recorreu à leitura do manual de instruções e à resolução de exercícios de anos anteriores onde não

era exigida a utilização da calculadora gráfica. Hoje, por tudo isto sente-se apta para responder às questões levantadas pelos alunos e promove a utilização da calculadora sempre que acha pertinente fazê-lo. Por vezes na resolução dos exercícios propunha aos alunos resolverem pelos dois métodos: analiticamente e com a utilização da calculadora gráfica. Outros exercícios, em que não explicitava a obrigatoriedade da utilização da calculadora, dava opção de escolha aos alunos, para delinearem a estratégia de resolução que lhes parecesse mais indicada.

Os seus conhecimentos das potencialidades da calculadora, tiveram repercussões no seu método de ensino, não tanto nos exercícios propostos mas na sua interação com os alunos. A partir do momento em que se começou a sentir mais confiante com a utilização da calculadora, consegui estimular os alunos na sua utilização de forma mais eficaz. Com este seu aumento de conhecimento da utilização da calculadora a professora começou a aperceber-se que alguns dos erros mais comuns dos alunos, como por exemplo, serem induzidos em erro consoante a janela de visualização utilizada na resolução dos exercícios. Assim, a professora levantava por diversas vezes que questões como: “Será que a calculadora diz sempre a verdade?” ou “Podemos responder à questão apenas pela visualização do gráfico?” ou ainda “Se os dados analíticos contrariam a observação gráfica, quem tem razão?”

A professora acredita que a utilização da calculadora poderá ser uma ferramenta útil para os alunos na busca de respostas satisfatórias na resolução de problemas. Quando propunha a resolução de um exercício orientava os alunos na utilização dos procedimentos a realizar na calculadora gráfica. Contudo, incentivava-os na busca de novas estratégias de resolução, fossem elas analíticas ou novos procedimentos com a calculadora gráfica. Sempre que um aluno, indicava um novo método de resolução a professora obrigava-o a explicar todo o procedimento e a convencer os colegas que era eficaz. No caso deste novo procedimento não ser aceite, ou seja validado pelos restantes alunos a professora desencorajava a sua utilização:

Professora- Não me parece o mais eficaz. Mas se tu quiseres continuar a utilizar podes, pois está correcto.

Ana- Mas se a professora não aconselha...então é melhor não.

Professora- Desaconselho porque me pareceu pouco eficiente, e não é mais rápido do que o anterior. E os teus colegas também não.

A professora assume uma postura de partilha de conhecimentos entre os alunos e promove esse mesmo debate. Por fim, acaba por validar ou não a sugestão feita pelos alunos.

## **A turma**

A turma escolhida para este estudo era uma turma do 12º ano de escolaridade, que frequentava o agrupamento de ciências e como tal tinha a disciplina de Matemática A, durante o ano lectivo de 2005/2006. Era uma turma constituída inicialmente por vinte e dois alunos, quinze dos quais já frequentavam a mesma turma desde o 10º ano de escolaridade. Os restantes provinham de turmas distintas daquela escola.

### Relação inter-pessoal

A nível de relacionamento entre os alunos da turma verificou-se com facilidade que se formaram dois grupos distintos. O grupo maior era constituído pelos alunos que já se conheciam dos anos lectivos anteriores e que integrava uma mesma turma nesses anos, os restantes alunos formavam outro grupo. Uma vez que foi dada liberdade aos alunos de se sentarem nos lugares que queriam, observou-se uma divisão através dos lugares. A última fila, junto da porta foi ocupada pelos alunos novos, estando os restantes a formar um bloco coeso junto da secretária da professora.

Regra geral todos os alunos pretendiam seguir os seus estudos e entrar numa Universidade. Porém a escolha da Universidade e do curso a seguir ainda era uma escolha que não estava clara para alguns alunos.

### O Desempenho

No final do 1º período, oito alunos obtiveram classificação inferior a dez. Três destes alunos anularam a sua matrícula, ficando a turma reduzida a dezanove alunos.

Graças ao estímulo da professora, os restantes cinco alunos que obtiveram classificação negativa, permaneceram na turma e empenharam-se para superar as suas dificuldades. Todos achavam possível alcançar uma classificação positiva no final do terceiro período.

Alguns alunos revelavam muitas dificuldades nos conhecimentos essenciais para um aluno do 12º ano de escolaridade. A professora achava que por muito que alguns se esforçassem, as graves lacunas apresentadas nos seus conhecimentos matemáticos os iriam impedir de atingir os objectivos mínimos da disciplina. Para esta o maior problema apresentado é o facto destes alunos não terem uma real percepção das suas

verdadeiras dificuldades, e estarem iludidos de que com algum esforço conseguem atingir os objectivos delineados.

Por outro lado, a professora afirmava que sempre que estes alunos se mostrassem interessados em aprender novas matérias ou a esclarecer alguma dúvida sobre um exercício específico, poderiam contar com ela.

No terceiro período, com a aproximação dos Exames Nacionais, o nível de empenho da turma alterou-se. Os alunos, cujo exame de Matemática seria uma Prova Específica, para a entrada na Universidade realizavam muitos exercícios de Exames Nacionais de anos anteriores e estavam sempre à procura de novos exercícios para resolver para além daqueles que eram sugeridos pela professora como trabalho de casa. No decurso das aulas estavam muito empenhados em esclarecer toda e qualquer dúvida que surgisse na realização das tarefas propostas. Por outro lado, os alunos cujo exame de Matemática não constituía uma Prova Específica limitavam-se a realizar os exercícios propostos pela professora e alguns destes alunos não realizavam os trabalhos de casa, alegando que estavam muito ocupados com o estudo de outras disciplinas.

### Relação com a professora

Os alunos desta turma mostravam-se muito à vontade nas suas intervenções. Não ficavam intimidados pelo facto de responderem incorrectamente às questões colocadas. Estavam sempre dispostos para participar nas actividades realizadas no quadro resolvendo aí os exercícios propostos. Chegaram a afirmar, por várias vezes, que tinham poucas oportunidades para ir ao quadro.

Quase todos os alunos mostravam particular interesse sempre que a professora os informava que iam aprender novas funções na calculadora gráfica, ainda que não estivessem a compreender bem os conceitos leccionados. Viam a utilização desta ferramenta como uma mais valia para sua aprendizagem e um estímulo para o estudo da disciplina de Matemática.

Os alunos desta turma descreviam as aulas de Matemática como sendo aulas descontraídas, mas de onde saíam muito cansados mentalmente por serem obrigados a pensar tanto. Esta exigência não era atribuída especificamente à professora mas sim ao facto que estarem a estudar Matemática.

## Os alunos participantes

De seguida, apresentamos uma caracterização dos alunos participantes no estudo, a sua relação com a Matemática, com a professora e as normas sociais e sociomatemáticas que estes revelam ser mais importantes no contexto de sala de aula. Para estas descrições foram realizadas entrevistas e observações de aulas que antecederam a implementação das três tarefas propostas.

### A Ana

A Ana faz parte de um grupo de seis alunos que vieram integrar-se numa turma onde os restantes alunos já se conheciam desde o 10º ano. Esta turma era conotada na escola como sendo uma turma que sempre atingiu boas classificações em Matemática. A adaptação da Ana nesta turma não foi fácil, uma vez que se considera má aluna, acha que vai ter grandes dificuldades em se sentir parte integrante da turma. Considera que a turma está dividida em dois blocos, os alunos novos na turma e os restantes. A própria disposição dentro da sala de aula denota esta ideia da Ana, uma vez que os alunos novos estão todos sentados na fila mais distante da professora e mais perto da porta de sala.

### *Relação com a Matemática*

A Ana afirma que nunca gostou de Matemática pois é uma disciplina muito complicada e que exige muito trabalho. Admite que:

A: ... tive sempre imensas dificuldades e penso que ao nível das ciências é uma das disciplinas mais importantes.

Considera que os factores que influenciam o seu desempenho na disciplina:

A: São as horas de estudo, o empenho e o facto de ter ou não compreendido a matéria na aula.

Para a compreensão da disciplina em contexto de sala de aula a aluna considera imprescindível conseguir decorar as fórmulas dadas bem como a forma como estas devem ser utilizadas. A aula ideal de Matemática seria uma aula em que a professora logo no início desta escrevesse no quadro todas as fórmulas necessárias nesses noventa minutos. Após a apresentação das fórmulas estariam o tempo restante a resolver exercícios distintos, onde se aplicaria as fórmulas dadas. Na apresentação das fórmulas, o professor deveria apresentar vários exercícios onde se pudessem aplicar as diferentes

fórmulas. Eventualmente nos minutos finais de cada aula, a professora poderia resolver exercícios que surgiram nos Exames Nacionais nos anos anteriores, em que se teria de aplicar a fórmulas dadas naquela aula. Ana considera que esta metodologia seria útil, pois desta forma:

A: Ficamos a perceber os exercícios de exame e ficamos mais motivados para estudar.

Ela não concorda com aulas em que se propõe ao aluno descobrir por si o método mais adequado na resolução dos exercícios, pois considera que:

A: A professora não pode estar à espera sem dar a matéria toda que nós conseguimos resolver os exercícios.

Reafirma que se a professora ensinar o raciocínio adequado e as fórmulas adequadas a cada tipo de exercício a sua aprendizagem da disciplina é feita de forma mais eficaz. A aluna parece convencida que uma aula expositiva e assente na mecanização é a aula mais indicada para quem pretende obter sucesso na disciplina de Matemática.

Afirma que face às dificuldades sentidas no decorrer das aulas, a aluna revela-se pouco à vontade para esclarecer as suas dúvidas. Opta por ficar à espera de uma explicação mais pormenorizada ou que outro colega tenha a mesma dúvida e a coloque à professora. Na maior das vezes que tem dúvidas, a Ana opta por tentar esclarecê-la junto dos colegas com que se sente mais à-vontade.

A: Eu não pergunto nada porque tenho vergonha de estar a perguntar um grande disparate. Prefiro perguntar a um colega.

A aluna tem consciência que tem algumas dificuldades nesta disciplina e que estas lacunas já foram apresentadas em anos anteriores. Porém está confiante que apesar de ter obtido classificações menos satisfatórias nos anos anteriores que no final deste ano lectivo irá conseguir obter uma classificação mínima de dez.

A aluna apreze não atribuir um peso significativo à compreensão como base da sua aprendizagem matemática, pois admite que:

A: Ah, basta perceber o primeiro exercício, e depois os outros se forem idênticos resolvem-se da mesma maneira.

Por fim, aluna revela o seu desejo de melhorar as suas classificações a Matemática com o intuito de daí poder retirar alguma valorização social entre os seus colegas. A obtenção de uma boa nota final a Matemática adquire aqui um papel um pouco alheio à própria aprendizagem da disciplina, pois a aluna afirma:

A: Se eu conseguir tirar boa nota a Matemática, toda a gente me vai ver como inteligente. E já que nesta turma estou um pouco à margem...assim dava para me dar melhor com os outros.

Como a aluna não se sente muito integrada com os restantes colegas da turma, recai sobre a Matemática um desempenho e uma importância de socialização e valorização. Podemos considerar este aspecto como sendo uma norma social que a aluna acaba por atribuir à aprendizagem da Matemática.

### *Relação com a calculadora gráfica*

A aluna começa por realçar que nunca se sentiu muito à-vontade com qualquer tipo de tecnologia. É da opinião que podem trazer vantagens mas não as considera imprescindíveis para a nossa sobrevivência enquanto sociedade. Não se considera “aventureira” na pesquisa das funcionalidades da sua calculadora gráfica. Revela ainda que se sente um pouco desconfortável quando tem de recorrer a esta máquina sempre que é solicitado algo mais complicado do que um cálculo simples, que qualquer calculadora científica fará: “

A: Às vezes até tenho medo de carregar nalgumas teclas, não sei o que poderá aparecer. A aluna foi construindo no final do seu caderno diário algumas anotações acerca da utilização da sua calculadora, alguns comandos que ela foi achando importantes. Informou a entrevistadora que:

A: Sempre que a ‘stora diz que vamos usar a calculadora eu vou ao fim do caderno ver se já tenho essa instrução. Se não tiver escrevo-a e à frente digo para que serve.

Estes apontamentos realizados pela aluna vão de encontro à perspectiva que esta tem da Matemática como sendo um conjunto de regras. Regras estas que, segundo a aluna, parecem estar bem predeterminadas na sua utilização.

Relativamente à utilização da calculadora gráfica no contexto de sala de aula, a aluna encontra vantagens e desvantagens para o seu uso. Por um lado afirma que é claramente importante a calculadora para observação de gráficos e para resolver exercícios de forma mais rápida. Realça ainda o facto desta máquina representar um papel de ferramenta de cálculo simples, que é um papel tão importante quanto as suas outras aplicações. Contudo, a aluna acha que os exercícios onde a utilização da calculadora gráfica é pedida logo no enunciado, apresentam um grau de dificuldade superior aos restantes. A este respeito, afirma:

A: Se não nos obrigassem a usar a calculadora, de certeza que o grau de dificuldade dos exercícios teria de ser inferior. Porque alguns exercícios, os mais difíceis, têm de ser feitos com a calculadora.... Depois há aqueles que até são fáceis ... é só colocar os dados e pronto a resposta ‘tá logo lá’.

Parece fazer aqui um paralelismo entre o grau de dificuldade do exercício proposto e o grau de utilização da calculadora gráfica. Assim se tiver de utilizar vários comandos no mesmo exercício, parece que o grau de dificuldade desse exercício irá aumentar. A aluna ainda aponta outra desvantagem que aparece estar intrinsecamente relacionada com a já referida:

A: Como dá para por na calculadora todas as fórmulas, os alunos já não as decoram e assim é preciso que os exercícios sejam mais difíceis, porque já não é preciso que a gente decore as fórmulas.

A aluna salienta a potencialidade da calculadora gráfica armazenar dados como sendo uma desvantagem para a sua utilização em contexto de sala de aula e em particular para os momentos de avaliação.

### *Relação com a Professora*

Relativamente à professora a Ana considera-a uma boa professora uma vez que tem paciência a explicar os exercícios, faz vários exemplos de cada matéria leccionada e nunca deixa de responder a uma questão colocada por um aluno. Mas, tal como já foi referido a aluna não se sente confortável em colocar todas as dúvidas à professora. Contudo realça que:

A: Quando acho que sei responder à pergunta que a ‘stora’ está a fazer, eu respondo logo. Depois a ‘stora’ nunca diz logo que está mal, vai-nos ajudando a perceber os nossos erros, nas nossas respostas.

A vergonha que a aluna parecer ter ao tentar esclarecer as suas dúvidas não diz respeito concretamente ao que a professora possa responder. Com efeito, a aluna afirmou que tem medo que alguns colegas a ridicularizem por colocar dúvidas tão elementares.

Relativamente ao tipo de aulas dadas, a aluna realça alguns aspectos negativos. A Ana não acha muito motivador e enriquecedor para a sua aprendizagem as aulas em que a professora propõe exercícios que os alunos têm de “descobrir” o caminho a seguir na sua resolução.

A: Como eu nunca sei resolver esses exercícios, fico sempre a olhar para os outros sem fazer nada. Claro que depois os génios da turma respondem sempre.

A aluna acha então que é uma perda de tempo, colocar exercícios, no início de cada capítulo, onde não se dá as direcções e as fórmulas que o aluno deve utilizar.

Outro aspecto menos positivo relacionado com a professora é o facto de quando esta está a explicar comandos novos para a resolução de um determinado exercício. Segundo a aluna a professora nem sempre explicita com clareza em que situações se poderá utilizar os comandos que estão a aprender naquele momento.

A: A 'stora' diz que nos vai ensinar a usar a calculadora. Abro o meu caderno na última página para registar. Depois escrevo os comandos todos que a 'stora' está a dizer, mas depois nem sempre consigo escrever à frente para que é que servem. E então ficam ali no caderno à espera de outro exercício em que tenha de utilizar esses comandos, e depois só aí é que posso escrever à frente para que é que servem.

Parece então que se não fosse a utilização da calculadora gráfica em sala de aula estas decorreriam de forma mais benéfica para esta aluna. Esta máquina parece representar para a aluna um entrave na sua aproximação à professora. Dá a entender que desta forma tem dois obstáculos a ultrapassar: as dificuldades inerentes à aprendizagem da disciplina e a compreensão de novos comandos e potencialidades de uma nova tecnologia.

#### *Normas sociais e normas sociomatemáticas*

Quando confrontada relativamente à autoridade matemática que os resultados apresentados pela calculadora gráfica possuem, a Ana acha que estes são mais certos e precisos que a palavra da professora, afirmando:

A: A professora é um ser humano, logo pode-se enganar mas a calculadora [gráfica] é uma máquina, logo não dá para se enganar.

Relativamente à norma sociomatemática daquilo que é considerado como *explicação aceitável*, para a Ana não há a menor dúvida que só será aceitável quando a professora tiver validado a resposta. A este respeito, afirma:

A: Por vezes até acho que o que estou a fazer está certo, até usei a calculadora mas como tenho dificuldades acredito que a professora é que nos diz qual o caminho correcto a seguir.

A aluna parece revelar algumas dificuldades em interpretar se os resultados obtidos pela calculadora gráfica, serão aqueles que são relevantes para resolução correcta do exercício proposto.

## O João

O João é um aluno que conhece bem quase todos os alunos da turma. Afirma que tem ali os seus melhores amigos que se entre ajudam sempre que é necessário, seja para resolver algum problema relacionado com o estudo de uma determinada disciplina como para a resolução de algum problema fora do âmbito da escola.

Encontra-se sentado numa carteira na fila da frente uma vez que: “A ‘stora quer que eu me sente à frente porque me distraio com muita facilidade, e assim à frente sou obrigado a estar com atenção.”

### *Relação com a Matemática*

O aluno não atribui grande importância à Matemática. Considera uma disciplina como outra qualquer, mas que exige mais raciocínio que as outras. Acha imprescindível saber as fórmulas todas. Contudo, atribuiu um papel preponderante à compreensão da resolução dos exercícios: “Para aplicar as fórmulas noutras situações tenho de perceber porque é que estou a aplicar aquelas.” Afirma que se perceber bem a utilidade de determinada fórmula, então saberá aplicá-la num contexto diferente.

Sempre que a professora propõe um exercício específico, o aluno tenta resolver de imediato sem pensar e reflectir muito bem na sua resolução. Se esta primeira abordagem não resultar, então passa a dedicar algum tempo à leitura cuidadosa do enunciado do exercício proposto, tal como afirma:

J: Leio frase a frase e vou tentando perceber o que se quer com cada uma delas. Se for possível traduzo-as para matemática.

O aluno afirma que não se sente constrangido para colocar dúvidas à professora. Considera que pelo facto de ser o terceiro ano consecutivo com esta professora, permitiu-lhe conhecê-la melhor. Contudo, só excepcionalmente é que coloca alguma dúvida. Admite que gosta de desafios e que apesar de não gostar muito da disciplina tenta encarar cada exercício como um novo obstáculo que terá de ultrapassar.

J: Às vezes, em vez de perguntar como se resolve o exercício, peço só uma dica para continuar.

O aluno considera que a sua relação com a Matemática melhorou a partir do momento em que começou a ter apoio pedagógico fora da escola.

J: O meu explicador tem todo o tempo para me dar atenção e a 'stora' não. É claro que isso interfere na minha compreensão dos exercícios.

### *Relação com a calculadora gráfica*

O João afirma que gosta muito de tecnologia em geral. Em particular gosta de desvendar novas potencialidades da sua calculadora sem que a professora as tenha divulgado. Segundo ele na utilização da calculadora gráfica só traz vantagens e afirma mesmo que gostaria de ver a professora a incentivar ainda mais o uso desta ferramenta. Para ele uma aula de Matemática em que se tenha esquecido da sua calculadora gráfica em casa é uma "má aula de Matemática". A sua postura dentro da sala de aula é estar sempre com a calculadora gráfica ligada perto dele, pois afirma que "nunca se sabe quando é que vai ser útil". Na resolução dos exercícios utiliza sempre a calculadora:

J: Quando a 'stora' não diz o método que quer para resolver o exercício, eu uso sempre a calculadora. Por outro lado, quando no enunciado diz que não se pode utilizar a calculadora, a primeira coisa que faço é resolver o exercício com ela [calculadora gráfica] e só depois é que resolvo com lápis, mas já sei quais os resultados que quero chegar.

Revela muito à vontade na utilização da calculadora gráfica, mesmo na resolução de exercícios que exijam recorrer a comandos mais complicados. Considera-se "autodidacta" na medida em que se recusa ler o manual da calculadora gráfica para resolver determinado problema. Diz que prefere perder mais tempo, mas que tem a certeza que não volta a esquecer um procedimento que ele próprio descobriu. Apesar disso, considera que foi importante o facto da professora logo desde o 10º ano de escolaridade, os ter incentivado na sua correcta utilização. O aluno sente-se tão confiante na sua utilização da calculadora gráfica que está sempre disponível para explicar aos colegas alguma dúvida que surja referente aos comandos desta. Inclusive na resolução de alguns exercícios propõe à professora novos métodos de resolução, com recurso exclusivo da calculadora. Contudo estas suas propostas nem sempre são aceites pela professora por não se apresentarem como uma abordagem correcta.

Sempre que surge alguma dúvida na resolução de um determinado exercício, o João não tem qualquer constrangimento em solicitar ajuda à professora. Para ele não faz

sentido sair da sala de aula com dúvidas. Afirma que gosta em particular quando esta lhe explica um método de resolução dos exercícios através da calculadora gráfica e não um método analítico.

### *Relação com a Professora*

Apesar do aluno não manifestar especial interesse pela disciplina, afirma que se não fosse a professora a sua desmotivação seria ainda maior. Diz que se sente perfeitamente à vontade na sala de aula de Matemática e intitula-se o aluno favorito da professora. Gosta da professora enquanto pessoa, porque acha que esta reflecte muita preocupação na compreensão correcta da resolução dos exercícios.

J: A 'stora' explica mais do que uma vez o mesmo exercício, e às vezes até explica de formas diferentes para nós escolhermos aquela que melhor percebemos.

Gosta da forma como a professora lecciona as suas aulas realçando o facto de esta não dar uma aula demasiado expositiva. Outro aspecto positivo nas aulas de Matemática realçado pelo João é o facto da professora propor a resolução de exercícios de Exames Nacionais de anos anteriores. Desta forma, acha que a professora revela preocupação em preparar bem os seus alunos para a realização destes exames. Afirma que no decorrer das aulas vai conseguindo perceber a matéria leccionada mas sempre consegue resolver os exercícios propostos para trabalho de casa, por achar que a professora só resolve os mais fáceis (exceptuando os de Exames Nacionais) na sala de aula. Por outro lado o aluno considera que o grau de dificuldade dos exercícios propostos nos testes de avaliação é superior ao grau de dificuldade dos exercícios que se resolvem nas aulas.

### *Normas sociais e normas sociomatemáticas*

A calculadora gráfica aparece na aula como uma ferramenta determinante para validar os processos matemáticos. Apesar do aluno não colocar em dúvida os conhecimentos matemáticos da professora, coloca em dúvida algumas das suas conclusões por parecerem contraditórias face aos resultados obtidos na sua calculadora gráfica. Assim, parece que tal como a aluna Ana a autoridade máxima na sala de aula de Matemática é atribuída à calculadora gráfica. Contudo, a Ana não coloca em dúvida o método de resolução escolhido pela professora, e o João já coloca. Em diversas situações o João propôs um método de resolução do exercício diferente daquele que a professora sugeriu. Houve situações em que a professora rejeitou as propostas do aluno por considerar que estavam erradas matematicamente. Todavia o aluno insistia na sua

resolução e após uma segunda rejeição por parte da professora, continuava sozinho a tentar dar sentido ao seu método de resolução do exercício. Tentou desta forma dar uma alternativa como *explicação aceitável*, mas sem os fundamentos matemáticos que a sustentasse, não conseguindo assim entrar em *negociação* com a professora.

### A Maria

A Maria apesar de ser uma das melhores alunas da turma é uma pessoa muito discreta. É capaz de estar numa aula de noventa minutos sem nunca intervir oralmente. Afirma que tem algumas saudades da turma do ano anterior onde só havia praticamente bons alunos. Segundo a aluna o facto de terem introduzido na turma alunos com médias inferiores veio prejudicar os melhores alunos, uma vez que os professores são ‘obrigados’ a baixar o grau de dificuldade das matérias. Desta forma não estão a ser tão bem preparados para o Exame Nacional, como a aluna desejaria.

### *Relação com a Matemática*

A aluna considera a Matemática e a Língua Portuguesa as disciplinas mais importantes do ensino. Depois dependendo da área que se pretende seguir outras terão igual importância. Neste sentido:

M: Se observarmos com cuidado tudo o que nos rodeia, tudo poderá ser traduzido matematicamente. A Matemática está em todo o lado, por isso não vale a pena tentar fugir dela.

Considera ainda que esta disciplina consegue desenvolver o raciocínio e desta forma ajudar na aprendizagem de outras disciplinas. É da opinião que não basta saber as fórmulas dadas na aula. Segundo a aluna é necessário compreender muito bem as diferentes aplicações de cada fórmula. Mais importante que tudo, segundo a Maria é a correcta interpretação do enunciado de cada questão:

M: Se não compreendermos o que nos pedem como se poderá responder correctamente à questão. Na verdade vejo colegas a errarem alguns exercícios porque não perceberam o que foi pedido no enunciado do exercício.

A Maria sempre teve boas classificações a Matemática e revela que é a disciplina a que dedica mais tempo de estudo. Acha que não tem capacidades para obter estas classificações sem uma extrema dedicação e empenho na compreensão da matéria leccionada. Acha essencial a correcta aprendizagem da matéria na sala de aula, para que possa resolver qualquer exercício relacionado com o que foi leccionado. Em particular

realça a importância do peso da classificação desta disciplina na sua entrada para o ensino superior:

M: Como vai ser uma específica, e eu quero mesmo ir para o Técnico, vou fazer de tudo para manter as boas notas a Matemática.

Outro aspecto de realçar é o facto da aluna achar que o seu “estado de nervos” a condiciona bastante nos momentos de avaliação. Por ser uma disciplina tão importante para ela, está sempre nervosa aquando da realização dos testes de avaliação. Considera que alguns erros evidenciados nos testes de avaliação poderiam ter sido evitados se se mantivesse mais calma, pois os erros não revelavam falta de conhecimentos matemáticos.

Relativamente à colocação de dúvidas em sala de aula, a aluna refere que prefere chamar a professora ao lugar em vez de colocar oralmente as suas questões. Dada a maior solicitação, este ano lectivo, por parte dos colegas a aluna permanece no final da aula com a professora para que possa desta forma ultrapassar as dificuldades apresentadas ao longo da aula.

#### *Relação com a calculadora gráfica*

A aluna não vê qualquer desvantagem na utilização de qualquer tecnologia na sala de aula, quer seja de Matemática quer seja de outra disciplina. Neste sentido considera que:

M: Estamos na era da informática. Quem não se actualizar fica para trás. Há que ver as vantagens e não nos centrarmos tanto nos aspectos negativos que poderá trazer.

Parece encarar como positivo a utilização da calculadora nas aulas de Matemática. Quando entrou no 10º ano de escolaridade já sabia utilizar algumas potencialidades da calculadora gráfica, pois tinha solicitado ao irmão mais velho para lhe ensinar.

Considera que a calculadora gráfica é uma ferramenta poderosa, mas que em situação alguma se sobrepõe ao nosso raciocínio, uma vez que quem comanda a máquina é o seu utilizador:

M: A calculadora não é uma tábua de salvação para os maus alunos. Porque se eles não perceberem o exercício, como é que vão colocar os dados correctos na calculadora? Não conseguem.

A Maria afirma que recorre muito à calculadora gráfica, quer para uma maior rapidez na resolução de cálculos, quer para um estudo alargado de funções, ou ainda armazenar determinados programas essenciais. Não considera que está a fazer “cábulas” pelo facto

que colocar as fórmulas na calculadora gráfica. Acha que isso é apenas um meio para atingir um fim – a correcta resolução de exercícios. Afirma que alguns alunos nem com todas as fórmulas à sua frente são capazes de resolver os exercícios propostos porque nem sabem interpretar correctamente o enunciado.

Relativamente à utilização efectiva da calculadora a aluna afirma que ainda tem muito para aprender. Diz ser seu hábito trazer o manual de instruções da calculadora para a aula e consultá-lo sempre que surge uma dúvida. Contudo, realça que o manual serve como guia de orientação, porque se um aluno não souber bem a matéria não conseguirá esclarecer as suas dúvidas acerca da utilização da calculadora gráfica.

### *Relação com a Professora*

A Maria considera a professora muito eficiente na explicação da matéria. Tem o cuidado de perguntar se os alunos perceberam a sua explicação e não continua a leccionar conteúdos novos se algum aluno apresentar ainda dúvidas. Gosta particularmente das aulas onde a professora coloca desafios à turma para a resolução de determinados exercícios, que normalmente são complexos. Acha que são melhor preparados desta forma do que se a professora optar por resolver o exercício todo no quadro sem dar tempo ao alunos para reflectirem um pouco.

Revela que gostaria que a professora colocasse mais exercícios complicados, uma vez que ela sabe que a maior parte dos alunos terá o Exame de Matemática como prova específica para o ingresso na Universidade. Por outro lado gostaria de ver ainda mais exercícios de Exames Nacionais e anos anteriores a serem resolvidos na aula.

### *Normas sociais e normas sociomatemáticas*

Enquanto autoridade na sala de aula, a aluna atribui-a na totalidade à professora. Se os resultados que obteve na sua calculadora gráfica contradizem os resultados obtidos pela professora a aluna tenta refazer os seus cálculos. Ainda assim, se não conseguir chegar ao pretendido, chama a professora ao seu lugar para que esta a possa ajudar a perceber o que fez de errado.

Relativamente às explicações consideradas como *explicações aceitáveis* a aluna não faz uma avaliação sem que esta ter sido aceite pela professora. Eventualmente, coloca a possibilidade de tentar pesquisar um método mais eficaz na resolução de um determinado exercício, mas esta nova resolução terá de ser submetida à aceitação da professora e não dos colegas a quem a aluna não vê autoridade para o fazer.

## Análise de Dados

Com este estudo pretende-se descrever, analisar e interpretar os processos escolhidos pelos alunos na elaboração de uma estratégia de resolução de exercícios onde podem optar ou não pela utilização da calculadora gráfica. Para tal vamo-nos debruçar sobre as diferentes etapas da resolução das tarefas propostas aos três alunos seleccionados: a Ana, o João e a Maria para que possamos ir ao encontro do objectivos do estudo.

Com vista a esta caracterização vão ser considerados quatro pontos essenciais. O primeiro ponto onde o que se pretende realçar é o tipo de análise feita do enunciado das questões, ou seja, pretende-se ver a forma como os alunos interpretam, compreendem e descodificam o enunciado. Após a leitura e interpretação deste vamo-nos debruçar na forma como os alunos realizam as tarefas, ou seja, que métodos utilizam para responder ao que lhe é solicitado. Através do método escolhido tentaremos analisar qual a justificação do processo escolhido, ou seja, o que levou o aluno a determinar aquela escolha em detrimento de outra para chegar ao resultado final, sendo este o terceiro ponto a focar neste estudo. Na fase final ou no decorrer da resolução das tarefas iremos descrever a exploração que os alunos fazem dos diferentes resultados que vão obtendo, ou seja, observar o seu sentido crítico face aos valores que determinam analiticamente ou graficamente através do uso da calculadora gráfica. Resumidamente pretende-se centrar o estudo das tarefas em quatro etapas fundamentais à sua resolução:

- Análise de enunciado;
- Realização da tarefa;
- Justificação do processo utilizado;
- Exploração dos resultados obtidos.

## Tarefa 1

Esta tarefa (anexo 3) foi proposta no princípio da investigação, quando os alunos estavam a começar o estudo do capítulo sobre funções e ainda não tinham iniciado a aprendizagem das funções exponencial e logarítmica.

Para a elaboração desta tarefa foi utilizado uma questão, adaptada de um Exame Nacional de Matemática, onde se substituiu a função exponencial por uma função polinomial. Esta opção deve-se ao facto dos alunos, ainda não terem conhecimento das funções exponenciais que seriam introduzidas mais tarde, pelo que os únicos conhecimentos necessários diziam respeito ao 11º ano de escolaridade. A tarefa está dividida em duas alíneas. Na primeira é solicitado que o aluno a resolva sem recorrer à calculadora gráfica e uma segunda alínea, onde é pedida a utilização da calculadora gráfica.

### Ana

Foi proposto à Ana, a realização da tarefa 1 na presença da entrevistadora. A aluna começou por informar a entrevistadora que tem muitas dificuldades em Matemática e confessou estar um pouco nervosa, contudo afirmou que iria tentar dar o seu melhor. Ao longo da resolução desta tarefa a aluna evidenciou várias dificuldades tanto na resolução da alínea a) onde não é solicitado o uso da calculadora gráfica, como na alínea b) onde o uso desta é considerado obrigatório. Contudo, perante o facto de poder utilizar esta tecnologia como ferramenta auxiliar, parece que deixou a aluna mais motivada. A Ana optou por não elaborar um plano de resolução inicial e demonstrou várias indecisões e hesitações na escolha do método a seguir ao longo de toda a tarefa. Desta forma a própria entrevista tornou-se uma forma de aprendizagem não só de conteúdos programáticos como também da utilização da calculadora gráfica. Por exemplo, face à problemática de não conseguir interpretar o enunciado a aluna mudou o seu método de resolução para aquele que acabou por ser sugerido pela entrevistadora na alínea a). A aluna procurou um procedimento que servisse para colmatar estas suas dificuldades de compreensão e análise do enunciado das questões e que lhe permitisse determinar a solução de cada alínea da tarefa.

### *Análise do enunciado da tarefa 1*

O primeiro obstáculo na resolução da alínea a) foi a interpretação e percepção do que foi solicitado no enunciado. Leu-o e ficou um pouco confusa, pelo que não conseguiu de imediato estruturar o raciocínio que deveria seguir.

A: Já li e não percebi nada.

E: Leste o enunciado e a alínea a)? Ou só o enunciado inicial?

A: Sim... quer dizer li só a alínea a) e não percebi o que eles querem que eu faça.

Perante estes comentários por parte da aluna, foi necessário tentar perceber quais as suas dificuldades na interpretação e análise do enunciado, com o intuito de a poder ajudar e esclarecer. Para tal a entrevistadora questionou a Ana:

E: Percebeste que informações é que eles te davam no enunciado do problema?

A: Sim as funções  $f$  e  $g$ .... que estão aqui desenhadas.... e se eu as desenhasse na calculadora...

A aluna parece ter achado que se recorresse à calculadora gráfica esta poderia orientá-la na interpretação do enunciado da alínea. Contudo, parece bastante indecisa na sua própria escolha, pelo que lhe foi perguntado que vantagens teria ao fazê-lo:

E: Mas se as traçares... que ganhavas com isso?

A: Pois nenhuma porque já tenho aqui o gráfico.

E: Muito bem, vamos ler com calma o que se pretende no exercício, para analisarmos as informações que nos dão...

A: Sim mas este exercício não é assim de caras... não é só ler e resolver... não dá.

A aluna continua a revelar dificuldades na interpretação do enunciado. Opta por tentar arranjar uma estratégia, que passa pelo recurso à calculadora, para a ajudar. Uma vez que não consegue perceber o que se pretende com uma primeira leitura, conota o exercício de difícil. A entrevistadora tenta valorizar a análise do enunciado:

E: Pois, mas temos de saber interpretar as informações que nos dão e o que se pretende com o exercício, não achas?

A: *Ya*

Foi então pedido à aluna que lê-se o enunciado e que com a ajuda da entrevistadora conseguisse perceber os dados do exercício e a primeira questão. A Ana lê em voz alta e pausadamente o enunciado do problema e da questão a):

E: Muito bem, vamos começar pela questão...se se pretende uma equação da recta paralela à recta  $r$ , então o que terá de acontecer...

A: Têm de ter 'tar viradas para o mesmo lado.

E: Ou seja terem o mesmo declive.

A: *Ya*

E: Para além disso, o que é pedido?

A: Que seja tangente a  $C$ ... então só toca  $C$  num sitio...

E: Sim, da curva  $C$  e então a nova recta terá que declive?

A: O mesmo de  $g$  ou seja 1. [Ana escreve  $m=1$ .]

A: Ok, mas não sei em que ponto é que é tangente, como é vou saber isso... ou não é preciso saber?

E: Que informações retiras do facto de ser tangente... .

A: Já sei tem de ter o mesmo declive... *né?*

A aluna revela uma interpretação muito confusa de todo o enunciado. À medida que procede à sua leitura faz uma tentativa, conforme solicitado para interpretar o que está a ler, mas não consegue estruturar um raciocínio conciso e coerente com o que lê.

Procura-se de seguida fazer uma interpretação pormenorizada do enunciado da alínea a). A aluna continua a revelar dificuldades na sua interpretação, que só consegue ultrapassar com a ajuda da entrevistadora. Nesta parte da entrevista ficou evidente que a aluna revela bastantes dificuldades tanto da interpretação dos dados do problema bem como no conteúdo programático que cada alínea levanta. Afirma inclusive que se no enunciado das diferentes questões não estiver mencionado qual o caminho, para a sua resolução, muito dificilmente conseguirá fazer o exercício.

Quando lhe foi proposto a leitura do enunciado da alínea b), a aluna teve uma reacção idêntica à que teve na alínea anterior. Desta vez a aluna achou que o enunciado continha muita informação e que isso dificultou a sua correcta interpretação, tal como se evidencia de seguida:

A: Não percebi nada. Desta vez foi mesmo nada. É muita grande. Tem muita coisa ao mesmo tempo. Mas pelo menos percebi que dava 'pa usar a calculadora. Isso já não é mau de todo.

O facto de se fazer referência à utilização da calculadora gráfica, como meio para a sua resolução, é visto como algo positivo. Porém, a aluna não sabe ao certo como a irá utilizar e explica:

A: Porque não percebi nada do que é pedido. Mas já sei o que vou fazer. Vou ler aos poucos e tentar perceber o que é que eles querem... há pouco funcionou assim... pode ser que agora também dê.

A aluna adoptou o método de resolução da alínea anterior, que foi muito orientado e sugerido pela entrevistadora. Face à mesma problemática, ou seja, a não compreensão do enunciado da questão a aluna opta por ler cuidadosamente e

pausadamente o enunciado, ao mesmo tempo que tenta traduzir o que lê em linguagem matemática. Dá a entender que perante problemas idênticos a aluna aplica o mesmo método para ultrapassar as suas dificuldades.

E: Muito bem, então lê em voz alta e diz-me o que vais concluindo.

A: Ah... mas agora é para usar a calculadora.

(...)

A: Ok, se temos uma recta paralela ao eixo  $yy$ ... tem declive... *ha*... não...

A aluna permanece uns segundos a pensar, sem a intervenção da entrevistadora. Pretende-se observar o caso em que não tem orientação para a resolução do exercício proposto e face a algumas dificuldades como é que a aluna reage. Após várias hesitações tanto na escrita como na utilização de palavras concretas, a aluna avança:

A: Posso escrevê-la  $y = a$  não é? Ah... não... é 'x' igual a alguma coisa. Ok, daqui, não tiro mais nada. Vou continuar. Da segunda frase também não tiro nada. Se calhar devia 'tar a usar a calculadora. Mas também não 'to a ver como.

A aluna achou que seria perfeitamente capaz de interpretar o enunciado se o lesse frase a frase. Como não o conseguiu, decidiu mudar de estratégia para uma compreensão global da alínea. Uma vez que é exigido a utilização da calculadora gráfica na resolução do problema, a aluna parece achar que esta a irá ajudar a ultrapassar as suas dificuldades. Coloca a calculadora à sua frente, mas não a chega a ligar. Lê então a terceira frase:

A: Ok, se é paralela ao eixo dos  $YY$  então tem o mesmo declive... depois... a abcissa é no eixo dos  $XX$ .

(...)

A: Ok percebi, os pontos estão afastados 5. Mas não percebi o que querem que eu faça com isso.

E: Onde é que está aquilo que leste na pergunta, para o que terás de fazer?

A: Ah...ok... então querem que eu calcule  $x$  neste intervalo (aponta para o intervalo  $[0,3]$ ) e os pontos 'tão a uma distância de 5.

E: Então como vais representar essa distância?

A: Distância entre duas rectas, já não me lembro... acho que dei isso no 10º ano.

E: Duas rectas?

A: Pois.

E: Quais são as rectas que te referes?

A: Ah, ok não são rectas são funções ... pior ainda. Isso nunca dei... não faço ideia.

O seu processo de interpretação do enunciado da alínea b) é algo confuso, pois não consegue delinear um caminho a seguir, com o qual se sinta segura. Começa por aceitar a mesma análise que fez na alínea anterior, depois rejeita-a por causa da introdução da calculadora gráfica. De seguida como não consegue traçar outra alternativa válida, volta a recorrer ao primeiro método, que será ler frase a frase e tentar descobrir alguma informação útil que possa escrever no seu caderno. Desta forma pretende chegar a algumas expressões matemáticas que traduzam o que leu. Continua assim até terminar a leitura de todo o enunciado. Nalgumas frases a aluna parece apresentar grandes dificuldades na sua tradução em linguagem simbólica matemática. Coloca em causa de novo o seu método de interpretação do enunciado. Afirma que deveria estar a recorrer à calculadora.

Não consegue estruturar o seu raciocínio de forma sólida. A utilização da calculadora parece que se reflectiu, neste caso, mais como um factor de desorientação da interpretação do enunciado do que como uma ajuda útil, como inicialmente lhe parecia. Parece, por fim, validar de novo o método de interpretação do enunciado utilizado no início, esquecendo-se da referência à utilização da calculadora.

Ao longo desta sua tentativa de compreensão do enunciado tornar-se evidente as lacunas que a aluna apresenta sobre a compreensão dos conceitos matemáticos essenciais para a resolução do exercícios proposto.

#### *Na realização da tarefa 1*

Após várias dificuldades apresentadas pela aluna na compreensão e interpretação do enunciado da tarefa, segue-se um novo obstáculo na escolha do método de resolução para a alínea a):

A: Agora para resolver só preciso de descobrir o declive.

E: Sim precisas do declive e não só...

A: Ai, não me troque toda.

E: Não, nada disso. Muito bem, diz lá qual é o declive? Olha para a expressão que te dá a recta.

A: Pois, quer dizer, recta, recta não vejo, só está aqui  $g(x) = x-2$  e sei que é daqui que vou tirar o declive para fazer a recta que pedem.

E: O declive será o número que está a multiplicar por  $x$ .

A: Ok, é um. Então já tenho o declive. Agora, agora... hum... falta o resto.

E: O que é o resto?

A: Pois não sei bem, explicar.

A aluna parece não ter elaborado mentalmente uma estratégia coerente de resolução do exercício. À medida que vai conseguindo interpretar o enunciado tenta equacionar a resolução do exercício. Sabia que para escrever a expressão analítica de uma recta precisava de determinar o seu declive, contudo não consegue explicitar, desde o início da sua resolução, que também terá de determinar a ordenada na origem. Vai informando a entrevistadora daquilo que consegue extrair, com os seus conhecimentos matemáticos:

A: Uma recta escreve-se  $y = mx + b$ .

E: Certo, essa é a equação reduzida da recta.

A: Agora, já sei o  $m$ , então fico com  $y = x + b$ ... mas não faço ideia como vou achar o  $b$ . Pode-me dar uma dica para continuar?

A Ana não consegue retirar mais informações do enunciado do problema, e solicita ajuda à entrevistadora para conseguir prosseguir a resolução da alínea. É aqui, de novo, notório as dificuldades da aluna no tema das funções. A entrevistadora tenta continuar a conduzir o raciocínio da aluna:

E: Se a equação da recta que pretendes escrever tem de ser tangente à curva C, o que significa isso?

A: Ah, ok, tangente, quer dizer que toca num ponto.

E: Sabes em que ponto?

A: Não. Mas agora sei que é por aí... descobrir o ponto para acabar de escrever a recta.

A aluna fica alguns segundos a pensar, e depois sugere que se a nova recta e a função  $f$  têm um ponto em comum que poderia resolver através de um sistema. Porém após o ter escrito viu que não conseguia, pois apenas tinha duas equações para determinar três incógnitas. Pensou mais um pouco e a entrevistadora acabou por sugerir a utilização da derivada da função:

E: Porque não calculas a derivada da função?

A: Ah, já me lembro, porque a derivada tem a ver com o declive, né? Assim já dá para resolver, boa.

A aluna calcula a derivada, mas fica hesitante na continuação e na conclusão da resolução. Acaba por terminar o exercício com a intervenção da entrevistadora que a vai conduzindo no restante processo de resolução. Voltou a evidenciar-se as dificuldades da aluna relativamente a conteúdos matemáticos essenciais para a resolução da tarefa proposta. A Ana optou por não recorrer à calculadora gráfica em nenhuma parte da resolução desta alínea a), nem mesmo quando tem de determinar a ordenada do ponto

de tangência. Relativamente à alínea b) o método de resolução foi diferente, uma vez que era exigido no enunciado da questão que se utilizasse a calculadora gráfica.

A resolução com a calculadora gráfica parece agradar inicialmente à aluna, pois vê esta máquina como um auxílio dos cálculos. Contudo, considera que a aprendizagem da Matemática não depende dos conhecimentos que um aluno tem das potencialidades da sua calculadora gráfica. Na resolução deste exercício, o uso desta tecnologia veio acentuar as dificuldades que a aluna tem com a Matemática, pois após a leitura e interpretação do enunciado desta alínea a Ana não conseguiu passar de uma linguagem verbal para uma linguagem que permita a utilização da calculadora gráfica.

Foi preciso explicar-lhe como poderia determinar a distância entre duas funções, para que fosse possível a continuação do exercício:

E: Então como vais resolver o resto?

A: Ok, vou pegar no que me disse. Uma função menos a outra tem de ser 5. Mas como é que passo isso para a calculadora?

A aluna decide então que o restante exercício será resolvido com o auxílio da calculadora gráfica. Apesar de estar, nesta altura, bem definido qual o método de resolução, esta hesita pois os seus conhecimentos matemáticos não se revelam suficientes e os conhecimentos das potencialidades da calculadora gráfica ficam muito aquém do desejado para a consecução da tarefa. Na tentativa de entender qual o caminho que a aluna pretende prosseguir, a entrevistadora questiona-a:

E: O que é que pretendes que a calculadora calcule?

A: Saber em que ponto é que a distância entre as duas é 5.

E: Então que informações terás de dar à máquina para ela calcular isso?

A: Bom vou pôr a diferença das duas numa função e pedir 'pá' calculadora me calcular o gráfico.

E: Com o gráfico na calculadora, que pretendes obter?

A: Mas não é isso?

E: Não estou a dizer que está errado, apenas quero perceber o teu raciocínio.

A fragilidade com que a aluna procede à resolução da alínea parece estar ligada às suas próprias limitações na análise do enunciado. O impacto da utilização de uma nova tecnologia para a resolução deste exercício não facilita o trabalho da aluna pois esta não consegue aproveitar as potencialidades da sua calculadora. A aluna reconhece alguma utilidade pelo recurso à calculadora, e aceita que as suas próprias limitações impedem uma resolução mais eficaz do exercício proposto. Revela ainda interesse em

perceber melhor as funcionalidades da máquina e pretende aumentar a sua utilização ao longo do ano lectivo.

E: Só se pedires para a máquina determinar e calcular alguma coisa que seja pedido no exercício.

A: Eu quero que a distância seja 5, posso medir a distância entre as duas rectas.

E: Rectas?

A: Ah! Ok, funções.

A aluna introduz a diferença das duas funções com uma janela de visualização *standard* de  $[-10,10] \times [-10,10]$ . Depois observa o resultado.

Acaba por resolver o exercício, sempre com o auxílio da entrevistadora. No final, e uma vez que expressou satisfação no início desta alínea quando soube que teria de utilizar a calculadora, a entrevistadora questiona a aluna:

E: Achaste complicado por ser com a calculadora?

A: Não... se não fosse com ela não conseguia resolver o exercício.

E: Mas achas que alguém conseguiria resolvê-lo sem a calculadora?

A: Não sei...um bom aluno, talvez...mas que é uma grande ajuda lá isso é.

A perspectiva que a aluna tem da utilização da calculadora é muito limitada. Só a utiliza para fazer unicamente o que domina, não se aventurando pela exploração desta tecnologia.

#### *Na justificação do processo utilizado*

A aluna tem muitas dificuldades em estruturar, o seu raciocínio. Parece não confiar nos seus conhecimentos matemáticos, mesmo quando acha que encontrou o método mais eficaz para resolver a tarefa (com ou sem a calculadora) altera-o sem qualquer critério de fiabilidade, ou seja o método que inicialmente achou consistente e fidedigno e eficaz para a resolução, pouco tempo depois poderá já não ser válido. É capaz de voltar ao mesmo método várias vezes e rejeitá-lo outras tantas.

A opção de recorrer à calculadora gráfica para resolver um exercício não se revela como uma opção evidente e que servirá para ajudar a aluna, embora aparentemente esta ache que a máquina a ajuda. Torna-se evidente esta situação relativamente à alínea b) quando a aluna parece satisfeita por estar no enunciado do exercício que terá de recorrer à calculadora gráfica para o resolver.

### *Na exploração dos resultados obtidos*

A Ana parece acreditar, nos resultados que visualiza no ecrã da sua calculadora, sem os questionar. Estes resultados são considerados tão válidos por ela como as afirmações da entrevistadora. Contudo os valores que lhe são dados pela calculadora gráfica nem sempre são entendidos pela aluna.

Após introduzir da expressão da diferença das funções necessárias para a resolução da alínea b) a aluna em tom admirada afirma:

A: O desenho está diferente.

E: Achas que teria de ser igual?

A: Pelo menos saberia que estava a ir no bom caminho... ah mas eu... só pus uma função... e no enunciado estão duas.

E: Então o gráfico pode estar bem?

A: Sim, a calculadora não se engana, eu é que às vezes...

A Ana revela falta de auto-confiança nos seus próprios conhecimentos. Não apresenta uma atitude crítica e reflexiva perante os dados que visualiza no ecrã da sua calculadora. Opta por observar alguns pontos do gráfico através da representação tabular, com o intuito de perceber o que acabara de visualizar. Tendo em conta esta opção por parte da aluna a entrevistadora realça alguns pontos que lhe parecem pertinentes:

E: Se reparares a tua tabela só te está a dar valores inteiros mas a solução desta questão não tem de ser inteira, pois não.

A: Mas assim ainda é mais complicado... deixe-me pensar... só se eu colocasse uma outra recta igual a 5... e depois pedia para calcular a sua intersecção... que isso eu sei fazer... já aprendi.

A aluna revela memorização de alguns procedimentos para conseguir resolver os exercícios. Mesmo que não os perceba, revela parece ter uma tendência para seguir os processos, sem procurar a sua validação ou compreensão. Após ter determinado o ponto de intersecção, a aluna não revela segurança na utilização que fez da calculadora, pelo que opta por confirmar:

A: Deu 0,8... tá certo?

E: Sim é isso.

A: Ah! Afinal não era assim tão difícil. Então mas a resposta é 0,8?

E: Não foi esse o resultado que obtiveste.

A: Sim mas agora perdi-me. Já não sabia o que se queria com o exercício. É muito longo.

A aluna realizou uma série de cálculos com auxílio da calculadora, mas como não fez um esforço para perceber o que estava a realizar, não sabe dar a resposta final. Não consegue, de todo, fazer uma exploração adequada do resultado apresentado na sua calculadora. Teve de ser conduzida, de novo, com o intuito de perceber o que se pretendia nesta alínea. A entrevistadora sugere então que a aluna volte a ler o enunciado. Ana opta por ler enunciado da alínea b), em voz alta e conclui:

A: Sim é a abcissa que eles querem e foi isso que eu calculei, eu demorei muito foi *pa* perceber que a ordenada era 5.

E: A ordenada da diferença entre as duas funções é que é 5.

A: Sim já sei, percebi. E agora o que é que vou escrever na resposta? Só 0,8?

Após a conclusão dos cálculos não sabe como utilizar o que fez para uma resposta coerente e satisfatória.

E: Achas que quem fosse corrigir só iria precisar desse valor ou teria de analisar o processo pelo qual resolveste o exercício? Achas que só há esta maneira de resolver o exercício?

A: Não sei, mas esta já chega..., não faço ideia do que tenho que escrever.

A entrevistadora ajudar a Ana a estruturar a informação necessária para colocar na resposta final.

A aluna para além de revelar lacunas no estudo de funções revela também fracos conhecimentos de certas características simples do funcionamento da calculadora gráfica, particularmente no que diz respeito à visualização dos gráficos de funções e na escolha da janela de visualização mais adequada. Parece contudo que a aluna tem consciência destas suas limitações e que mostra interesse em aprofundar os conhecimentos acerca das potencialidades da máquina.

### João

O João é um aluno que afirma perceber muito das funcionalidades da calculadora gráfica. Sempre que tem um exercício para resolver, coloca a máquina perto de si, pois afirma que nem que seja para fazer um cálculo simples, recorre sempre a esta tecnologia. Na resolução desta tarefa permaneceu com a calculadora sempre ligada, mesmo quando esta se desligou automaticamente (por não estar a ser utilizada) o João voltou a ligá-la. Contudo verificou-se que ao longo da resolução da tarefa a utilização desta tecnologia foi diminuta. Em particular, relativamente à alínea b), onde é exigido a utilização da calculadora gráfica, o aluno opta inicialmente por uma abordagem

analítica, recorrendo àquela ferramenta apenas quando não consegue prosseguir o método de resolução pré-definido.

#### *Na análise do enunciado da tarefa 1*

No que diz respeito ao desempenho do João relativamente à análise do enunciado da tarefa pareceu-nos que o aluno não deu muito importância à leitura do enunciado da questão. Afirmou que gosta de ler e começar logo a fazer o exercício. No caso da tarefa proposta o aluno optou por ler apenas o enunciado da primeira alínea, mas não compreendeu bem o que se pretendia:

J: Não sei se percebi bem a questão.

E: Diz lá o que percebeste do enunciado.

J: Querem uma recta... tangente a esta (aponta para o gráfico de  $g$ )

E: Então se é tangente a  $g$ , que percurso terás de seguir?

J: Tenho de determinar o declive...

Com o auxílio da entrevistadora o aluno foi fazendo a sua interpretação do enunciado e aos poucos, tentou elaborar a estratégia mais adequada a seguir para resolver o exercício proposto.

Relativamente à alínea b) da tarefa a atitude do aluno é um pouco diferente uma vez que demora mais tempo, e opta por lê-lo duas vezes seguidas. A entrevistadora começou por questioná-lo:

E: Percebeste o que se pretende com esta questão?

J: Perceber até percebi, o pior é como é que vou resolver isto.

E: Aonde é que tens dúvidas?

J: 'To' a pensar... a distância entre os dois gráficos tem de ser 5.

E: Sim... na prática o que é que isso significa?

J: Significa que tenho de calcular... ah... não... não era o que *tá*va a pensar. Não me lembro como é que se calculam as distâncias entre dois gráficos...

Relativamente a esta alínea o recurso à calculadora pareceu satisfazer o aluno, conteúdo revelou algumas lacunas na utilização dos conceitos matemáticos envolvidos na tarefa o que se revelou ser um entrave na análise do enunciado. Para além disso, quando observou o resultado obtido na calculadora não verificou a forma como a resposta era pedida, como se pode constatar pelo diálogo seguinte:

J: Ok, tá aqui o resultado.

E: Qual vai ser então a resposta?

J: 0,84.

E: Leste o enunciado, quantas casas decimais?

J: Ah! [Lê de novo o enunciado] Fica só 0,8.

Após ter chegado correctamente à solução desta alínea a entrevistadora questionou-se se havia a possibilidade de a resolver de outra forma, continuando a utilizar a calculadora gráfica. O aluno não conseguiu elaborar outra estratégia de resolução, tendo a entrevistadora indicado outro caminho possível. Dado que o João não estava a conseguir perceber a nova proposta de resolução a entrevistadora explicou-lhe os diversos passos, que constituíram uma novidade para o aluno. Foi importante para a entrevistadora que o aluno fosse capaz de perceber que a alternativa dada obedecia às condições impostas no enunciado:

J: Hum ... junta-se as duas numa só e calcula-se o zero, é isso?

E: Sim e continuei a obedecer ao enunciado da questão.

J: Sim, pois ... posso experimentar?

O João quis verificar que o método sugerido pela entrevistadora era uma resolução diferente mas com a qual se obtinha a mesma solução. Para isso recorreu à sua calculadora gráfica e constatou o pretendido.

### *Na realização da tarefa 1*

Após a interpretação da aliena a), o João começou a escrever a resolução no seu caderno. Começa por determinar a derivada da função  $f$  num ponto  $x$ . Igual a essa derivada a 1 e informa a entrevistadora o que está a fazer:

J: Isto é para calcular o ponto... onde a tangência é 1.

E: A tangência?

J: Sim, quer dizer para ser paralelo tem de ter declive 1, é isso. Ok, já sei que o ponto de tangência é no  $\frac{1}{2}$ .

E: E agora o que é que vais fazer?

J: Calcular o resto do ponto.

E: Então, queres dizer que já calculaste a abcissa e agora precisas de calcular a ordenada do ponto de tangência é isso?

J: Sim.

E: Para que é que precisas das coordenadas desse ponto?

J: Vai ser preciso para... espere só um bocadinho... .

Como não elaborou uma estratégia inicial, o aluno fica confuso no seu raciocínio. Acaba por calcular a imagem do ponto, mas não satisfeito com o resultado volta a ler o enunciado da questão.

Pode-se observar que o facto do aluno não ter elaborado uma estratégia consistente para a resolução da tarefa teve algumas consequências negativas. Necessitou de ler várias vezes o mesmo enunciado a fim de encontrar alguma informação necessária que o possa conduzir para uma estratégia adequada. Chega a afirmar que “tem de se ler várias vezes, porque à primeira não se consegue perceber tudo o que lá está”. Assim, a sua abordagem passa por algumas etapas quer a nível de análise do enunciado quer na própria resolução da tarefa.

Relativamente à resolução da alínea b) o aluno conseguiu com alguma ajuda da entrevistadora elaborar uma estratégia de resolução que o permitiu chegar à solução pretendida.

J: Sim [...] já vi que é pela diferença.

E: Sim e então?

J: Assim [selecciona o botão “Y =” e escreve  $(2x)^2 + 1 - x + 2$ ] *tipo* ... assim já tenho a diferença delas.

E: Sim, e é o que pretendes?

J: Sim, *tipo*... tem de ser igual e 5. Agora falta a outra [volta a seleccionar o botão “Y =” e escreve 5].

E: Sim e agora?

J: Agora com estas duas ( $Y_1 = (2x)^2 + 1 - x + 2$  e  $Y_2 = 5$ ) vou ver a intersecção.

De seguida o aluno calcula a intersecção dos dois gráficos sem dificuldades nos comandos utilizados na calculadora. Contudo não teve em atenção a janela de visualização exigida no enunciado desta alínea pelo que foi alertado para esse facto pela entrevistadora. Não revelou dificuldades na alteração para os valores correctos.

#### *Na justificação do processo utilizado*

Tal como já foi referido o João considera positivo a utilização da calculadora gráfica na resolução de qualquer exercício. A sua postura face a isso é que a calculadora está lá para ajudar, em qualquer momento. Para reforçar esta linha de pensamento do aluno, a sua atitude inicial vem reforçá-la, uma vez que mesmo antes de iniciar a leitura da tarefa proposta aproxima a calculadora.

E: Porque é que puseste aí a calculadora?

J: Nunca se sabe quando é preciso. ‘Tá cá para ajudar sempre.

O aluno parece utilizar a sua calculadora gráfica de forma livre. Está sempre ligada do seu lado, mesmo quando é solicitado que o exercício seja resolvido analiticamente. Representa para ele uma ajuda preciosa, como uma segurança, contudo

acaba por não utilizá-la muitas vezes ao longo da resolução da tarefa. Mesmo relativamente à alínea b) o aluno tenta justificar o seu processo de resolução de forma pouco coerente e consistente. Revelou algumas dificuldades na tradução do conteúdo do enunciado, e tenta recorrer à calculadora gráfica como estratégia para solucionar o seu problema.

J: Sei lá...tipo...a diferença entre elas.

E: Vá, então tenta seguir esse raciocínio.

J: Ah... (diz com um ar muito satisfeito) mas aqui é 'pa usar a calculadora. Por isso vou ter de por na calculadora as duas funções.

O aluno começa por tentar realizar o exercício de forma analítica, mas quando já não consegue continuar essa estratégia de resolução, lembra-se que no enunciado era exigido a utilização da calculadora. Após a resolução apresentada pelo aluno, quando a entrevistadora sugere uma nova abordagem, ele parece desconhecer essa nova possibilidade:

E: Achas que conseguias resolver só com um gráfico em vez de dois?

J: Mas só com uma não dava.

E: Claro com as devidas alterações...

[...]

J: *Tipo* ... 'tou habituado à outra maneira.

E: Sim, a professora costuma fazer da outra forma?

J: Sim, pelo menos assim sei que não erro com a calculadora.

Apesar do aluno ter compreendido a estratégia de resolução proposta pela entrevistadora justifica a sua abordagem final pela escolha feita pela professora nas aulas, aquando da resolução de exercícios idênticos. Verifica-se aqui que esta atitude do aluno é contrária àquilo que inicialmente afirmou na entrevista, quando afirmava que gostava de explorar novas resoluções para além das escolhidas pela professora. Justifica assim o método escolhido como aquele a que está habituado nas aulas de Matemática.

#### *Na exploração dos resultados obtidos*

Ao longo da tarefa após a introdução dos dados na sua calculadora gráfica o aluno revela saber interpretá-los correctamente. Contudo, nem sempre revela uma estratégia coerente que possibilite a conclusão da tarefa proposta. Relativamente à alínea b) o aluno começa por traçar a função  $f$  e de seguida a função  $g$ . Observou os gráficos obtidos e afirmou:

J: Ok, já ‘tá. Mas ... *tipo*... vou ter de mudar o gráfico, porque as duas juntas não me dá o que eu quero.

E: E sabes solucionar isso?

O aluno parece que pretendia traçar um determinado gráfico, mas o que obteve na sua calculadora não foi ao encontro do que tinha elaborado como estratégia inicial. Conseguiu fazer as devidas alterações e traçou um novo gráfico que traduz a diferença das duas funções do enunciado. Quando a entrevistadora, lhe fez a proposta de resolver esta alínea através de um gráfico o aluno revelou preocupação na forma como iria interpretar o gráfico obtido:

J: Ok, mas depois só aparecia um gráfico, e o que é que eu fazia?

E: Já pensaste qual a transformação que farias? (Necessária para resolver apenas com um único gráfico).

J: O que eu não estou a ver é como é que só com uma função consigo tirar a resposta.

O João revelou dificuldades na interpretação do gráfico obtido que foi sugerido pela entrevistadora como resolução alternativa desta alínea. Mesmo após uma explicação analítica, o aluno continua a revelar preocupação na exploração do gráfico obtido na calculadora gráfica:

J: Já percebi isso [analiticamente] mas só vai aparecer um gráfico, e depois não dá para calcular a intersecção, como na outra [resolução].

E: Nunca resolveste este tipo de exercícios nas aulas, recorrendo apenas a um gráfico?

J: Acho que não. Então não tem de ser sempre dois para calcular a intersecção?

A entrevistadora continuou a explicação analítica e o aluno conseguiu perceber que iria determinar o zero em vez da intersecção dos dois gráficos. Conseguiu perceber que ambas as estratégias de resolução estavam correctas e percebeu que a exploração dos gráficos teria de ser feita de acordo com o processo escolhido.

## Maria

A Maria afirma estar confiante acerca dos seus conhecimentos matemáticos e da utilização da calculadora gráfica. De facto ao longo da realização desta tarefa, a aluna mostrou revelar conhecimentos suficientes para a obtenção das respostas correctas. Opta por ler o enunciado todo da tarefa, pois afirma que gosta de ter uma visão geral do que é pretendido. Após esta leitura inicial a aluna informa a entrevistadora que há “uma coisa” na alínea b) que a está a preocupar pois não tem a certeza se a sabe resolver. Contudo,

recusa a ajuda da entrevistadora e opta por resolver o exercício com a esperança de ir percebendo como resolver e ultrapassar essa dificuldade. Elaborou uma estratégia de resolução coerente com a tarefa e apesar dos seus receios iniciais não revelou dificuldades específicas na resolução da alínea b). Soube utilizar as potencialidades da calculadora gráfica essenciais para a resolução desta alínea. Relativamente aos dados obtidos graficamente através da sua resolução, não revelou dificuldades em interpretá-los no contexto da alínea. Por fim quando questionada pela entrevistadora sobre uma resolução alternativa, não se mostrou muito interessada.

#### *Na análise do enunciado da tarefa 1*

Para uma melhor análise do enunciado da tarefa proposta a aluna opta por fazer uma leitura completa das duas alíneas. Em termos gerais parece ter entendido o que se pretende, porém:

M: Já percebi, o que se quer no exercício.

E: Sabes como resolver tudo.

M: Há uma coisa na alínea b) que ainda não sei como resolver.

E: Queres ajuda?

A Maria não aceitou a ajuda da entrevistadora para ultrapassar a dificuldade sentida, porém elaborou uma estratégia para colmatar esse obstáculo, que descreveremos no ponto a seguir.

#### *Na realização da tarefa 1*

Após a leitura do enunciado da tarefa a aluna começou a resolver em silêncio todos os passos para determinar a equação da recta tangente pedida na alínea a). Não solicita a ajuda da entrevistadora e conclui sem dificuldades a resolução desta alínea. No final escreve “R:” indicando como resposta à questão a equação encontrada.

Relativamente à alínea b) a aluna inicialmente apresentou dúvidas, mas após uma segunda leitura, parece ter encontrado uma estratégia de resolução eficaz:

M: Afinal já sei como fazer.

E: Qual era a tua dúvida?

M: Era o cálculo da distância.

E: E então, como vais fazer?

M: Vai ser a distância das duas.

A aluna resolve a alínea recorrendo aos dois gráficos e à sua respectiva intersecção respeitando a janela de visualização exigida no enunciado. Podemos concluir que para a resolução desta tarefa a aluna apresenta ter conhecimentos suficientes tanto na abordagem analítica da alínea a) como no recurso à calculadora gráfica na alínea b). Contudo quando a entrevistadora sugeriu a resolução da alínea recorrendo apenas a um gráfico que contivesse todas as informações necessárias, a aluna não conseguiu abordar essa alternativa de resolução. A entrevistadora tentou explicar essa nova estratégia de forma analítica, e a aluna não revelou dificuldades em percebê-la e resolveu-a graficamente conforme solicitado no enunciado.

#### *Na justificação do processo utilizado*

A aluna nas duas alíneas, após a sua resolução, deu por terminada a sua resolução indicando “R:” e escrevendo a solução adequada. A entrevistadora questionou-a sobre esse procedimento:

E: Fazes sempre isso?

M: Sim, a professora disse para fazermos porque no Exame Nacional deve-se responder assim, e o melhor é treinar desde já.

A aluna justifica a importância de apresentar a resposta a cada alínea pela ênfase dada pela professora a este aspecto na resolução dos exercícios.

Após ter a hipótese de escolher uma das duas estratégias de resolução da alínea b) a aluna optou pela primeira, ou seja, aquela que envolvia dois gráficos e que tinha sido a sua abordagem inicial. Fundamentou a sua escolha da seguinte forma:

E: Se for necessário qual das duas opções escolhes?

M: Penso que aquela que fiz, pois não vi vantagens na segunda.

E: Não...

M: Não, e professora resolve este tipo de exercícios com os dois gráficos.

E: Não achas que ela iria valorizar outra resolução.

M: Sim, ela até diz para se conseguirmos fazer de outra maneira, para fazermos... mas gosto de jogar pelo seguro.

E: Mas compreendeste a outra [opção de resolução]?

M: Sim, mas a primeira é eficaz, e então não vale a pena arranjar outra.

A aluna admite que a professora incentiva os alunos a procurarem processos de resolução gráfica e analítica diferentes daqueles que são propostos por ela. Contudo a Maria opta por escolher a estratégia de resolução mais utilizada nas aulas de Matemática, fundamentando a sua escolha de novo na actuação da professora.

### *Na exploração dos resultados obtidos*

Relativamente à resolução da alínea b), quando a entrevistadora tenta que a aluna elabore uma nova resolução onde conste apenas um gráfico, a aluna revela dificuldades em escrever a equação que a possa traduzir. Antes da entrevistadora explicar analiticamente esta segunda proposta de resolução, a Maria revela dificuldades em conseguir explorar e interpretar os resultados gráficos resultantes deste novo processo.

## **Tarefa 2**

Na análise desta tarefa houve necessidade de repetir alguns diálogos em diversas fases quer de análise do enunciado quer da realização das tarefas. Tal tornou-se necessário, pois o seguimento da conversa assim o exigia, bem como a dificuldade de limitar com rigor o que faz parte da análise do enunciado e o que integra a realização da tarefa.

A resolução desta tarefa foi proposta aos alunos sensivelmente a meio do número de aulas necessárias para a leccionação do tema “Funções” e já tinham tido contacto com a função exponencial. Tal como na tarefa anterior, esta divide-se em alíneas (a1 e a2) onde é solicitada a resolução analítica e a alínea b) onde é exigido a utilização da calculadora gráfica. Em particular pretende-se observar com esta tarefa a forma como os alunos utilizam a potencialidades gráficas da sua calculadora.

### Ana

A aluna informa a entrevistadora que está mais confiante para resolução desta tarefa do que estava na anterior. Na interpretação e análise do enunciado da tarefa a aluna tenta aplicar a estratégia utilizada na tarefa 1 sugerida pela entrevistadora. Não revela pois, muita autonomia na sua resolução. Relativamente ao uso da calculadora gráfica a aluna continua sem revelar destreza no aproveitamento das potencialidades desta ferramenta.

### *Na análise do enunciado da tarefa 2*

A Ana começa por revelar uma atitude pouco confiante quando lê o enunciado da tarefa proposta, uma vez que demonstra que não está habituada em centrar-se na

compreensão da linguagem matemática existente no exercício. Assim, quando surge uma actividade em que se vê confrontada com uma abordagem que requer uma análise pormenorizada dos conceitos envolvidos, para de seguida elaborar uma estratégia, a aluna mostra algum desconforto, como se constata no diálogo seguinte:

E: Então já leste o enunciado?

A: Mas isto ou chinês é igual. Não...ah...por acaso lembro-me da 'stora falar da recta tangente.

E: E como se trata de uma recta como é que se pode escrever a equação de uma recta?

A: Se eu soubesse isso...

A Ana, pela forma espontânea como fala, parece revelar alguma falta de concentração e calma na interpretação que vai fazendo do enunciado. Lembra-se de conteúdos estudados em contexto de sala de aula, mas como não foram interiorizados e reflectidos, não os consegue transpor e utilizar noutros contextos.

Depois de ser ajudada pela entrevistadora a estruturar o raciocínio pretendido, a Ana parece procurar incessantemente de forma confusa alguma informação no enunciado que lhe seja familiar, e que desta forma consiga iniciar a resolução do exercício. Foi questionada sobre o ponto de tangência e com um grande sorriso a Ana respondeu “Aqui fala no ponto de abcissa 1. Por isso é este!”

Quando lhe é pedido que leia o enunciado da alínea a2) da tarefa a postura da aluna muda um pouco, pois optou por ler em silêncio todo o enunciado. Após ter terminado foi confrontada pela entrevistadora:

E: Tens dúvidas no que leste?

A: Não ... quer dizer. Sei o que pedem mas...mas não me lembro bem como se calcula assímtotas. Podia-me dar uma ajudinha no início?

A aluna revela problemas com a representação, neste caso com as assímtotas, pois não lhes atribui o significado esperado. Abandona e desiste com grande facilidade dos raciocínios face aos obstáculos que lhe vão surgindo. Não tenta procurar as informações necessárias nos seus próprios conhecimentos nem no caderno diário. Opta por solicitar a ajuda que servirá, no seu entender para conseguir iniciar a resolução do problema. Volta a apresentar uma atitude idêntica quando lê o enunciado da alínea b).

A: E para não variar até sei a teoria, mas não consigo perceber... parecem que não fazem perguntas directas... parece sempre que estão a passar rasteiras...porque é que não fazem uma pergunta directa?

E: Vamos tentar com calma perceber o enunciado.

A: Pois vai ter de me dar uma ajuda, porque isto é mesmo difícil.

Nesta sua intervenção a aluna arranja uma explicação para o facto de não conseguir perceber o enunciado. Segundo ela o problema não reside na sua falta de conhecimentos e na interpretação em linguagem matemática que é necessário fazer para a resolução do exercício mas sim na forma complicada como o problema é colocado. Parece que dá a entender que o próprio enunciado poderia ser mais simplificado, se a pessoa que o elaborou quisesse. Segundo as suas palavras, o problema de não conseguir compreender o que lê reside em factores externos, pelo que teve de voltar a recorrer a uma ajuda para iniciar a tradução para a linguagem matemática do problema proposto. Não revela aqui uma postura crítica face às suas próprias atitudes para tentar implementar uma estratégia de resolução do exercício. Uma vez que a aluna colocou nestes termos a continuação da tarefa proposta, foi de facto ajudada na análise do enunciado da questão.

E: Ora bem, eles dizem que o conjunto solução desta inequação é um intervalo. No fundo a única coisa que temos de fazer é averiguar quais os valores desse intervalo, o  $a$  e o  $b$ .

A: Só isso?

E: É o que lá está, não é?

A: Sim...ah...mas não sei fazer...

E: Compreendes a inequação?

A: Sim, este [aponta para  $f(x)$ ] tem de ser menor que este [aponta para  $3 + \ln x$ ]. Pois mas a 'stora ajuda-nos a perceber o que lemos...

A aluna está habituada a que a resolução dos exercícios em contexto de aula passem por algumas etapas: a primeira onde os alunos têm a oportunidade de ler o enunciado e onde lhes é dado algum tempo para a sua análise e compreensão; de seguida com a ajuda da professora o enunciado é lido e explicado. A aluna atribui uma grande importância a esta atitude por parte da professora pois acha-a essencial para conseguir realizar os exercícios propostos. Porém esta sua atitude acaba por ficar dependente desta primeira interpretação por parte de outra pessoa. Invalida, desta forma a resolução de um exercício de forma autónoma.

### *Na realização da tarefa 2*

A Ana na entrevista inicial, realizada antes da realização destas tarefas, revelou que se sentia muito pouco à vontade com a utilização da calculadora gráfica. Acrescentou que os exercícios que necessitariam da utilização da calculadora gráfica

seriam mais difíceis. Contudo, parece ficar descontente quando lê no enunciado que a estratégia a aplicar para a resolução do exercício não implica o recurso a esta tecnologia. Assim, na resolução da alínea a) da tarefa 2, a aluna afirma:

A: Pena não dar para utilizar a calculadora.

E: Se pudesses usar saberias resolver o exercício?

A: Ana esboça um sorriso.

A: Se calhar também não, mas era mais fácil...

A Ana continua a revelar dificuldades em estruturar um raciocínio consistente baseado nos seus conhecimentos, independentemente do recurso à calculadora gráfica. Tem dificuldades em aplicar análises idênticas, mesmo perante exercícios semelhantes. Não consegue fazer uma transferência entre o que foi trabalhado na aula e o que é solicitado nas diferentes tarefas. Esta dificuldade é evidenciada a seguir, pois, a resolução referente à alínea a), a nível de conhecimentos matemáticos, é muito semelhante com a que foi proposta na tarefa 1. Apesar disso, a aluna demonstra dificuldades em voltar a esses mesmos conhecimentos anteriormente aplicados.

E: E como se trata de uma recta como é que se pode escrever a equação de uma recta?

A: Se eu soubesse isso...

E: Então, podemos escrever  $y = mx + b$ .

A: Ah, já sei aquela em que temos de calcular  $f'$  de um ponto e  $f$  desse ponto.

E: Que ponto, neste caso achas que é?

A: Aqui fala no ponto de abcissa 1. Por isso é este!

E: Muito bem e então vais calcular o quê de seguida?

A: Vou calcular  $f'$  de 1.

A Ana aplicou incorrectamente a fórmula da derivada. Mesmo perante uma tarefa onde, nesta etapa, não teria de recorrer a uma interpretação elaborada a aluna não conseguiu resolver com sucesso a tarefa proposta. Apesar de ter utilizado como auxiliar o formulário referente às derivadas e de se pretender um cálculo directo, a aluna não executou correctamente o pretendido, tendo sido posteriormente rectificadas pela entrevistadora, para dar seguimento à resolução do exercício.

E: Então agora já sabes  $f'(1)$ . Que vais fazer?

A: Já sei, é o  $m$ .

E: E agora?

A: Agora é a vez de  $f$  de 1.

Parece que a sequência destes procedimentos fazem a aluna recordar algumas resoluções anteriormente realizadas em contexto de sala de aula. À medida que os

‘símbolos’ vão aparecendo a aluna parece lembrar-se de um fio condutor para a sua resolução, sem contudo lhe dar o significado matemático pretendido. Por isso mesmo revela muita fragilidade e pouca consistência no método de resolução.

A: Será que está bem. É estranho o resultado.

E: Sim, está correcto. Que vais fazer agora com ele?

A: Então, este é o  $b$ ...  $f'(1)$  para calcular o  $m$  e  $f(1)$  para calcular o  $b$ .

E: Não,  $[f(1)]$  vai-te ajudar a calcular o  $b$  mas não é directamente  $b$ .

Este tipo de exercícios foi bastante abordado em contexto de sala de aula. A professora inclusive chamou á atenção a aluna dizendo-lhe que seria um exercício que é comum nos Exames Nacionais. Efectivamente a aluna parece de facto ter dado atenção à resolução de exercício deste género, contudo a sua resolução é feita através de mecanismos que memorizou, e que aplicou anteriormente. Uma vez que não os compreendeu e não lhes deu o significado matemático pretendido a aluna continua a revelar dificuldades na sua aplicação, como se pode constatar pela intervenção anterior. Foi, então necessário, com a ajuda da entrevistadora, acompanhar o processo de resolução onde houve o cuidado de questionar a aluna para a levar a perceber o porquê da sua resolução estar incorrecta.

Para concluir esta primeira alínea a aluna recorda outro procedimento comum nas aulas de Matemática, que aqui, em particular, poderá ser considerado como um norma destas aulas.

A: Ah! A minha ‘stora diz sempre para pôr-mos R: e depois dar a resposta.

Na resolução da alínea b) aluna não se conseguiu lembrar dos procedimentos necessários para a determinar as assíptotas. Revelou também dificuldades em recordar o que tinha sido leccionado sobre limites notáveis. Teve de recorrer ao formulário, para conseguir realizar o exercício.

Ainda relativamente à alínea b) a Ana revela satisfação pela utilização da calculadora como auxílio à resolução do exercício. Apesar deste contentamento não consegue fazer uma associação entre os seus conhecimentos matemáticos e a percepção da estratégia que tem de implementar com a utilização da máquina. A perspectiva com que a Ana encara a Matemática não facilita a relação que ela estabelece com a sua calculadora gráfica. Reconhece a utilização desta tecnologia como uma mais valia, aprecia as suas potencialidades contudo não consegue tirar partido destas pela pouca utilização que faz da calculadora. Na altura em que foi proposta esta tarefa a aluna já revelava contudo um pouco mais à-vontade com a utilização e manuseamento de alguns

comandos. Com o decorrer das aulas, foi possível a aluna elaborar um pequeno manual, sobre a forma como utilizar a calculadora gráfica, o que revela uma preocupação e interesse em aumentar a sua destreza no uso da calculadora.

Na utilização que faz parece ter memorizado alguns procedimentos que tem de seguir, sem lhes dar um seguimento coerente de raciocínio matemático. Após a entrevistadora ter sugerido a utilização da calculadora para continuar o exercício, a aluna, liga então a sua máquina e introduz as duas funções e como a janela de visualização estava com o *Zoom Standard*, observou os dois gráficos nesta janela. De seguida, optou por alterar esta janela e utilizou o *Zoom In*. Quando lhe foi solicitado que justificasse o recurso ao comando utilizado, ela respondeu:

A: Ah... não via bem o gráfico. Se for preciso volto ao anterior. É o bom da calculadora. Guarda tudo e posso voltar sempre atrás ao que já fiz antes.

Nesta intervenção da Ana, pode-se constatar que memorizou alguns procedimentos acerca do modo como a calculadora gráfica pode ser utilizada. Contudo, uma vez memorizado a forma de utilização deste comando a aluna não demorou a encontrar as teclas onde deveria clicar para aceder ao *Zoom in*. Contudo, continua a revelar falta de domínio de muitas das potencialidades desta tecnologia. Apesar de ir elaborando o seu próprio manual a aluna nunca recorre ao manual da calculadora gráfica para aumentar os seus conhecimentos sobre a utilização desta.

E: Muito bem e agora que tens o *Zoom* que querias, o que vais fazer?

A: Vou calcular estes dois pontos [aponta para os pontos de intersecção]

E: Muito bem. Sabes calculá-los?

A: Sei de uma maneira que dá mais ou menos. Sei que há outra forma melhor que a minha mas não sei ainda fazê-la.

E: Então faz lá aquela que sabes.

A aluna recorre ao comando *Trace* para ir aos poucos determinar um dos pontos de intersecção. Percebe-se pois a necessidade da aluna ter recorrido ao *Zoom in*, pois quanto mais perto conseguir obter a visualização do gráfico mais facilmente determina o ponto de intersecção por este seu método. Contudo, a utilização deste comando revela que a Ana ainda não atingiu um patamar de conhecimentos suficientemente sólidos para a elaboração de um exercício deste género. A utilização da tecla *2nd*, para aceder ao comando *Calc* revela-se ainda desconhecida da aluna. A Ana tem consciência que existe um procedimento mais eficaz para a determinação dos pontos de intersecção, mas a sua

falta de conhecimentos e a pouca iniciativa para explorar novos comandos, impossibilita-a de utilizar essas novas potencialidades desta tecnologia.

Apesar de se conseguir observar uma evolução positiva da utilização da máquina na resolução desta tarefa, face à tarefa anteriormente proposta, os seus conhecimentos e o pouco à-vontade da aluna face à utilização desta tecnologia fica ainda muito aquém do desejado. Ainda assim revela com satisfação “Mas já estou melhor...se fizer um erro, volto para trás ou apago”.

Para resolver correctamente e com precisão o cálculo dos pontos de intersecção foi-lhe explicado, pela entrevistadora, o recurso ao comando *2nd Calc*. A aluna observou na calculadora como se procedia e foi anotando no seu caderno as diferentes etapas deste cálculo. Depois, foi com satisfação que se ‘aventurou’ na sua própria calculadora para determinar os dois pontos de intersecção, uma vez que a entrevistadora apenas calculou um deles.

A: *Txi...* isto é uma aventura para mim... vou calcular tudo sozinha...do início ao fim...vou tentar...*ok...* [ Observa o que escreveu no seu manual de instruções].

A: Ok, tenho de ir ao *Calc*, e como está a amarelo, tenho de carregar primeiro no *2nd*. Por aquilo que escreveu no seu caderno, revela que a aluna mostrou interesse em registar todos os passos necessários. Contudo, a forma como utiliza a calculadora para os realizar evidencia que não procura perceber, mas apenas decorar os diversos procedimentos.

#### *Na justificação do processo utilizado*

Tal como na tarefa 1 a Ana continua a revelar pouca consistência na justificação da estratégia de resolução escolhida. Parece que para a aluna cada exercício requer um enorme esforço de interpretação do seu enunciado e que não elabora nenhum plano eficaz para atingir o seu objectivo. Após ter afirmado que necessitava de calcular  $f'(1)$  (na alínea a1), a aluna revela falta de método para continuar o exercício proposto.

E: Esse valor é o quê na equação da recta?

A: Vai ser importante...hum...primeiro cálculo e depois já vejo.

Quando no enunciado é solicitado que o exercício seja resolvido analiticamente, a aluna não pondera verificar os seus resultados com o auxílio desta calculadora gráfica. À partida, nem sequer coloca a hipótese de poder ser utilizada para alguns cálculos intermédios.

E: Achas que poderias confirmar este resultado na calculadora?

A: Isso dava jeito...mas diz que não posso usar a calculadora nesta alínea.

A Ana não procura explorar novas formas de encontrar ou de confirmar a solução pretendida. Não vê a utilização da calculadora como uma ferramenta que possibilite verificar os seus cálculos, embora a utilize em cálculos simples (caso das quatro operações básicas).

A justificação do processo de resolução do exercício fica, portanto, totalmente dependente do que consta no enunciado da questão. Se for solicitado uma resolução analítica, a aluna nem pondera ligar a calculadora gráfica. Por outro lado quando é exigido a utilização desta tecnologia para a resolução do exercício, a aluna fica confusa, e parece que não consegue identificar as fases do processo em que deve recorrer a ela.

E: Muito bem. Agora o que terás de fazer na calculadora?

A: Mas é já? Às vezes neste tipo de exercícios, não é para usar logo a calculadora.

Embora a aluna já tenha resolvido em contexto de sala de aula, alguns exercícios onde é exigida a utilização da calculadora gráfica, mostra alguma dificuldade em integrar o seu uso na tarefa proposta. Inicialmente, a Ana tinha tendência para tentar introduzir de imediato valores na calculadora de forma a resolver o problema. Após alguns exercícios, constatou que nem sempre é possível tal procedimento. Contudo, não consegue fundamentar a sua decisão da escolha do momento do recurso a esta tecnologia. Esta atitude por parte da aluna revela que tem muitas dificuldades em traduzir os seus conhecimentos a um nível que seja executável na sua calculadora gráfica.

#### *Na exploração dos resultados obtidos*

Nesta tarefa a aluna, tem uma atitude um pouco diferente, face à tarefa 1. Ao longo da 1.<sup>a</sup> tarefa, necessitou de muita ajuda e quase que não conseguiu enunciar dos conceitos essenciais para a exploração dos resultados que foi obtendo. A postura, da Ana face à realização da tarefa 2 foi um pouco diferente. Continua sem revelar uma atitude crítica face aos diferentes resultados que vai alcançando, contudo alguns deles, consegue obtê-los, porque memorizou os procedimentos referentes à resolução analítica e gráfica, que lhe permitem chegar aos resultados pretendidos. Não parece dar qualquer significado matemático aos valores que vai obtendo.

Contudo, pelo facto de ser obrigatório utilizar a calculadora gráfica na resolução da alínea b), a aluna realizou uma estratégia de adaptação ao pretendido. Assim, teve a necessidade de enquadrar a janela de visualização à medida desejada. Fê-lo, porque

pretendia determinar os pontos de intercepção, e o processo utilizado pela aluna (através do comando *trace*) impunha uma maior aproximação dos pontos desejados. Apesar de não ter optado por uma resolução eficaz deste exercício, a aluna conseguiu adaptar as funcionalidades da máquina ao que era pretendido.

### João

Aquando da resolução desta tarefa o João informou que a sua calculadora está ‘recheada’ de fórmulas que considera essenciais para resolver a maior parte dos exercícios de Exames Nacionais. Afirma que gosta muito de recorrer à sua ‘amiga’ e que ela o ajuda nas diversas etapas da resolução dos problemas propostos. Após uma leitura breve do enunciado da primeira alínea, o aluno começa por procurar um “programa” por si elaborado, à que lhe permita de uma forma de resolução. Nesta tarefa podemos observar que o aluno tem uma visão mecanicista da Matemática, dado que acha possível construir “programas” com palavras chave que incorporem as estratégias de resolução para cada tipo de exercício. Apesar de apresentar um caderno diário pouco organizado, no qual tem algumas dificuldades em encontrar a informação desejada, revela muita organização e uma estratégia bem elaborada nos conteúdos dos seus “programas”. Justifica a utilização desta tecnologia por um motivo de segurança na resolução dos exercícios propostos. Contudo, apesar das diferentes informações constantes na sua calculadora o aluno nesta tarefa é confrontado com um enunciado que não possui elementos suficientes com os quais consiga relacionar com os dos ditos “programas”. Revela pois dificuldades em elaborar uma estratégia de resolução neste caso. Relativamente aos comandos mais utilizados na resolução desta tarefa foi o *zoom* que utilizou por mais de uma vez.

### *Na análise do enunciado da tarefa 2*

Quando é apresentada ao João a tarefa 2, este passa à leitura do enunciado da alínea a1) em silêncio. Parece satisfeito com o que leu, e afirma que a professora já fez muitos exercícios parecidos com aquele, pelo que aparenta compreender o enunciado do exercício em questão. Contudo, de seguida liga a sua calculadora gráfica e entra nos programas, que ele próprio escreveu. O programa seleccionado pelo aluno tem o nome de ‘recta tg’ e o aluno lê quais os procedimentos que deve obedecer para conseguir resolver a tarefa. Tornou-se evidente que com esta atitude por parte do aluno, não houve uma tentativa de compreensão e análise do enunciado em termos de conteúdo

matemático, houve sim uma procura de identificação de termos semelhantes aos constantes nos seus diversos programas.

Relativamente à leitura da alínea a2) o aluno tem uma atitude em tudo semelhante à anterior. Não procura interpretar os dados enunciados, limita-se a procurar o programa correspondente, como se um remédio se tratasse para curar uma determinada doença com características específicas.

Aquando da leitura do enunciado da alínea b) o aluno esboça um sorriso e afirma “Destas é que eu gosto. Com a calculadora.” Lê em silêncio o enunciado do problema, mas de novo não apresenta uma atitude reflexiva sobre os dados da questão que tem de resolver. Neste caso como não consegue identificar as ‘palavras chave’ no enunciado, que lhe dará acesso um ‘programa’ adequado para a resolução deste exercício fica atrapalhado, com a calculadora na mão.

E: Já leste o enunciado? Percebeste?

J: Sim, o problema é que não encontro nada de concreto para procurar na calculadora. O aluno revela dificuldades em interpretar os dados do enunciado e opta por procurar incessantemente um padrão que permita seleccionar o programa correspondente que tem armazenado na sua calculadora gráfica.

J: Só se este exercício é novo... quer dizer algum tipo que a professora ainda não tenha feito.

E: Já leste bem o enunciado?

J: Sim. Mas acho que não percebo aonde vou usar a calculadora.

### *Na realização da tarefa 2*

A realização de toda a tarefa, tal como já foi mencionado baseia-se na procura do ‘programa’ indicado para a resolução das diferentes etapas da tarefa.

Assim, após a leitura em silêncio do enunciado da alínea a1) o João esclarece a entrevistadora da estratégia que irá aplicar para resolver este exercício.

E: Porque é que estás a ir à calculadora?

J: É porque eu tenho aqui guardado os passos a seguir nestes casos.

E: Os passos? Deste caso? Como assim?

J: Tenho aqui tudo guardado.

E: Mas tudo o quê?

J: Do que fazer quando se quer calcular a recta tangente.

O aluno parece encarar os exercícios propostos como um conjunto de passos, o que reduz a Matemática a uma visão muito mecanicista. Não faz uma reflexão perante

os dados que lhe são fornecidos, apenas está interessado em encontrar as ‘palavras-chaves’ que lhe vão dar acesso ao ‘programa’ que explicará como resolver o problema. A sua intenção na utilização da calculadora não está, nesta altura, relacionada com as potencialidades de cálculo ou análise de gráficos, apenas se resume a um local onde poderá armazenar procedimentos. Mostra à entrevistadora os diferentes programas que escreveu na sua máquina e em particular abre o que diz ‘recta tg’ onde estão com algum pormenor, as diferentes etapas da determinação da equação de uma recta tangente.

J: Pronto. Aqui diz que o primeiro passo é calcular o  $m$  que é declive e é  $m = f'(a)$ .

E: E sabes que  $a$  é esse?

J: Sim, sim. Neste caso é um.

De seguida, escreve no caderno  $f'(1)$  e volta a olhar para a sua calculadora. De realçar que no enunciado desta questão está bem evidente que não se pode recorrer à calculadora para a sua resolução. Uma vez que parece fazer intenção de continuar a sua resolução recorrendo a esta tecnologia é indagado pela entrevistadora:

E: Vais usar a calculadora para esse cálculo [determinação de  $f'(x)$  ]?

J: Não. Aqui já não posso.

E: Então vais aplicar as fórmulas da derivação?

J: Sim... mas... .

E: Também tens as regras na calculadora?

J: Não, porque a ‘Stora disse que estas iam aparecer no formulário que eles nos dão. É que isto da calculadora dá muito jeito porque ela guarda tudo. Mas tem a desvantagem de demorar-se muito tempo à procura do que quero....Já para não falar do tempo que se leva a escrever... .

E: Então como vais fazer a seguir?

J: Posso ir ao meu caderno?

O aluno acaba por apontar na sua intervenção que a máquina enquanto tecnologia é boa para armazenar, mas a linguagem utilizada nos programas tem de ser limitada. Por outro lado o seu ecrã pequeno não permite que o aluno escreva como se tratasse de um processador de texto. Daí ele ter afirmado que demora algum tempo a procurar o programa pretendido e que as informações constantes nele têm muitas abreviaturas. Recorre então ao seu caderno, mas parece um pouco confuso para encontrar a lição correcta onde foram leccionadas as regras de derivação.

J: Pois, com a calculadora consigo ser organizado, mas no caderno já não é a mesma coisa.

De facto, a letra do aluno não é de fácil percepção. Acrescido a isto o seu caderno de tamanho A5, não está organizado nem por dias nem por lições, para além de apresentar um vinco no meio o que indica que poderá andar no bolso das calças. Por todos estes factores a entrevistadora acabou por escrever as fórmulas gerais, necessárias para a determinação da derivada da função em causa. Torna-se evidente que a resolução deste exercício está em causa, no caso em que as informações necessárias para a sua resolução não constem nos seus ‘programas’.

Depois de aplicar correctamente as fórmulas dadas, o aluno obtém o resultado 1. Visto que o aluno demonstrou satisfação no uso da calculadora, a entrevistadora questiona o aluno:

E: Achas que poderás confirmar esse resultado pela calculadora?

J: Ah! Não! Não me diga que dá para fazer!

E: Se pudesses fazias?

J: Claro (sorrisos) Sempre que posso usar a minha amiga uso.

Parece que o aluno revela interesse em utilizar a calculadora não só para ver os diferentes procedimentos armazenados, mas também fica satisfeito com a possibilidade de ir rectificando os resultados que vai obtendo. Continua a ler os passos constantes no programa que abriu e diz:

J: Agora vou calcular o  $b$ . Para isso vou calcular  $f(a)$ .

E: Esse é o próximo passo?

J: Sim neste caso é  $f(1)$ .

E: Mas esse valor vai ser o  $b$ ?

J: Não. Aqui na máquina não está um igual está um implica.

Por ser complicado escrever no seu programa todas as informações necessárias à determinação da equação da recta tangente, o aluno recorrer a uma simbologia própria, para abreviar a informação. De seguida completa correctamente a resolução do exercício, evidenciado a importância de dar a resposta final.

A metodologia a que recorre para resolver a alínea a2) da tarefa é muito idêntica à anterior utilizada. Começa por procurar qual o programa que o informa sobre as assíntotas, apesar de afirmar que neste caso até se consegue recordar dos procedimentos necessários.

J: Primeiro vou calcular as assíntotas verticais. É sempre os reais excepto  $\{a\}$ .

E: Qual é o valor de  $a$ ?

J: Neste caso é zero porque é o único ponto que não está no domínio.

De seguida vai calcular o limite da função quando  $x$  tende para zero. Começa por substituir o valor de  $x$  por 0 e obtém uma indeterminação e questiona-se:

J: E agora? Não dá... quer dizer dá uma indeterminação.

E: Como vais levantar essa indeterminação?

J: Já sei, existem aqueles limites especiais.

Afirma que estes também não estão na calculadora, pelas mesmas razões das regras de derivação. Quando se torna necessário pesquisar informação que não conste nos seus programas o aluno não mostra grande interesse em fazê-lo. Limita-se a optar por esperar que a informação chegue por parte da entrevistadora e não tenta fazer uma abordagem diferente ao exercício.

Após ter calculado o limite referente à assíntota vertical, uma vez que obtém como resultado um valor real, conclui que não existe assíntota vertical. Acaba por demorar mais tempo do que o previa para resolver este exercício. Como não estruturou um raciocínio lógico para a resolução, baseado numa estratégia fidedigna, acaba por ficar confuso sobre a continuação do exercício.

E: Qual o passo a seguir?

J: Acho que já me perdi. Foi o que disse à pouco... é bom poder usar a calculadora, mas depois demoro tanto tempo que até me perco nos exercícios.

A entrevistadora ajuda o aluno a fazer um ponto da situação que se pretende alcançar e daquilo que o aluno já conseguiu atingir.

J: Bem! Tanto tempo, só para calcular as assíntotas verticais. (...) Agora vou avançar para as horizontais.

Termina o exercício correctamente, mas admite que a utilização da calculadora como armazém de informação tem as suas vantagens e desvantagens. Como não elabora por ele próprio uma estratégia de resolução do exercício, quando se depara com algum obstáculo imprevisto, não consegue voltar ao caminho inicial, uma vez que não foi ele que o delineou. Apenas se limitou a ler os procedimentos, neste caso, para determinação das assíntotas.

Relativamente à resolução da alínea b), o aluno parece satisfeito por ser solicitado que a sua resolução seja através do recurso à calculadora gráfica. Contudo, a estratégia aplicada, nas alíneas anteriores parece não resultar de forma imediata. Os dados que constam no enunciado não se encontram em nenhum dos 'programas' que o aluno tem na sua calculadora gráfica, pelo que a resolução deste exercício aparenta ser

mais complicada que as anteriores. Após uma leitura atenta do enunciado (incentivada pela entrevistadora) o aluno acabou por elaborar um método de resolução do exercício.

J: Então vou ter de pôr as duas funções na calculadora e pedir para desenhá-las.

E: E depois de ter a sua representação gráfica, que vais fazer?

J: Bem... agora vou querer saber quando está em cima da outra. Para isso é simples... basta calcular estes pontos [aponta para os pontos de intersecção].

O aluno opta por utilizar a janela de visualização standard. Determina correctamente os pontos de intersecção, não respeitando porém o número de casas decimais exigido no enunciado, aquando da sua resposta. Volta a frisar que tem de responder “R”: seguido da resposta ao problema.

### *Na justificação do processo utilizado*

Para o aluno a utilização da calculadora torna-se uma acção essencial em qualquer exercício. Ainda que no enunciado esteja expresso que se pretende uma resolução analítica o aluno recorre à calculadora. Aquando da resolução da alínea a2) desta tarefa, onde é solicitado o uso da calculadora o aluno mostra entusiasmo:

J: Ok. Assíptotas. Vou à calculadora [sorrisos].

E: Tens aí um programa que descreve como determinar as equações das assíptotas?

J: Por acaso, neste caso até acho que sei os passos todos. Mas para me sentir mais seguro, vou sempre à calculadora.

Justifica deste modo o uso da calculadora, mesmo quando não tem de fazer cálculos. Considera a informação armazenada na sua calculadora um auxílio para no caso da sua memória falhar, ou eventualmente estar a pensar de forma errada.

Uma vez que a própria simbologia utilizada nos seus programas estava codificada, achou-se pertinente investigar sobre o autor desses programas.

E: Foste tu que fizeste [escreveste] esses programas?

J: Eu e um colega meu. Ele escreveu metade e eu outra metade e como dá para passar de calculadora para calculadora é fixe... ah... e quando passamos também aprendemos.

Repare-se que o aluno fez uma tentativa de evidenciar uma vantagem na utilização destes programas. Por um lado são úteis para ele pois ajudam-no na escolha do processo indicado para a resolução dos problemas, e por outro lado considera ser uma forma de estudar a teoria leccionada sobre os conteúdos matemáticos.

Contudo, a sua estratégia revela algumas falhas, uma vez que o aluno não armazenou as informações que sabe que irão constar no formulário do Exame Nacional. Neste sentido não apresenta uma atitude de reflexão sobre o seu desempenho e sobre possíveis abordagens distintas para a resolução dos exercícios propostos.

O aluno parece fazer um uso totalmente livre da sua calculadora, sem qualquer espírito crítico para justificar os procedimentos realizados. Utiliza-a esteja explícita ou não a sua utilização no enunciado dos exercícios. Esta postura manteve-se ao longo de toda a tarefa.

### *Na exploração dos resultados obtidos*

Na resolução alínea a2) o aluno teve de se confrontar com uma indeterminação e consequente utilizou o limite notável para calcular o limite pretendido. Perante a atitude do aluno, que foi de esperar que a entrevistadora facultasse a informação necessária, pois não constava nos seus ‘programas’ da calculadora gráfica, o aluno foi questionado se conseguiria resolver o limite através da máquina.

E: Eu digo-te, esse limite. Mas depois gostava que pela calculadora confirmasses o que te vou dizer.

J: Boa. Como é que faço isso? Fixe. Fico a prender uma coisa nova.

E: Pede à máquina para traçar o gráfico da função desse limite.

O aluno faz o que foi solicitado pela entrevistadora. Esta de seguida pede-lhe para observar o que se passa em redor do ponto zero. O aluno olha para o gráfico, mas de seguida vai à tabela, tentar ver qual a imagem da abcissa zero.

J: Dá erro.

E: Mas isso já tu tinhas visto. Dá uma indeterminação.

J: Bem... pois.. então não dá para ir à tabela....vai ter de ser pelo gráfico. (...)

Uma vez que a observação do gráfico da função não é bem visível com a janela de visualização utilizada (*Standard*) o aluno opta por fazer *Zoom in* e conclui:

J: Bem! De facto vê-se bem que é um. Dá jeito saber isto [sorrisos].

Parece não revelar dificuldades em utilizar estes comandos de *Zoom* quando acha necessário para o ajudar a compreender melhor o exercício e neste caso o resultado que de antemão sabia que teria de observar.

Na alínea b) a janela de visualização que o aluno utiliza é a *Standard*. Não será a mais adequada para a resolução deste exercício, porém o aluno apesar de concordar que poderia alterar a janela utilizando um dos comandos *Zoom*, opta, por uma questão de

poupança de tempo, por manter a inicial. Revela compreender o que é pretendido no exercício e consegue com as ferramentas disponíveis e conhecidas por si determinar o resultado final. Contudo, tal como já foi referido, faltou-lhe atenção e sentido crítico aquando da resposta final uma vez que no ecrã os valores dos pontos de intersecção estavam representados como dízimas infinitas e no enunciado da questão é pedido uma resposta como uma casa decimal apenas.

Como resposta final o aluno acha suficiente colocar os dois pontos de intersecção. Embora no enunciado do exercício esteja explícito para o aluno apresentar o gráfico ou gráficos obtidos. Não revela pois um sentido reflexivo que lhe permita relacionar os cálculos efectuados, os resultados obtidos no ecrã da calculadora e a resposta final completa.

### Maria

A Maria como sabia que iria fazer a tarefa, trouxe o manual da calculadora, o caderno diário e a calculadora gráfica. Optou de novo por fazer uma leitura da toda a tarefa, elaborando logo a estratégia a aplicar para a sua resolução. A utilização da calculadora é feita nesta tarefa não só para resolver a alínea onde o uso desta é obrigatório mas também como ferramenta para confirmar o resultado obtido na alínea cuja resolução tem de ser analítica. Utiliza comandos novos da sua calculadora gráfica como seja a alteração da espessura do tracejado dos gráficos. Para além disso, verifica-se que a aluna faz reajustes na janela de visualização sem grandes preocupações, uma vez que afirma poder “voltar ao *Standard*” sempre que achar necessário.

### *Na análise do enunciado da tarefa 2*

Quando lhe é proposta a resolução da tarefa 2, a aluna lê com atenção o enunciado e como demora um pouco mais do que a entrevistadora esperava, é indagada acerca da sua demora. Esclarece que prefere ler o enunciado completo da tarefa, as várias alíneas para ter uma percepção do que se pretende. Especificamente em relação à alínea a1) afirma que o enunciado em questão está bem explícito e portanto não oferecer qualquer ambiguidade. A Maria é uma aluna com conhecimentos sólidos de Matemática, tendo sido até ao momento a aluna com melhores notas na turma. Não encara a disciplina como um conjunto de procedimentos automáticos e sequenciais, antes pelo contrário defende uma postura crítica, quer em relação à própria

aprendizagem em contexto de sala de aula, quer quando é confrontada com um problema como este.

M: Penso que é um bom investimento, estar algum tempo a analisar o enunciado. Se conseguirmos perceber o que está por detrás de cada palavra é meio caminho andado.

A tradução em linguagem matemática do enunciado do exercício, revela-se assim importante para a aluna. Contudo, esta tradução terá de ter significado matemático, caso contrário a aluna irá recomeçar o seu processo de análise do enunciado, até conseguir perceber o que está a ler. Aquando da leitura da alínea b) a aluna revelou algumas hesitações. A importância que coloca numa análise e compreensão cuidada do enunciado da questão, faz com que quando se confronta com um exercício em que não consegue associar rapidamente uma tradução matemática, fica em silêncio a olhar para o lado muito concentrada. Esta atitude já havia sido detectada na tarefa 1. Parece que está a tentar ‘processar’ a informação, para depois chegar uma interpretação por si aceitável no âmbito do próprio exercício.

#### *Na realização da tarefa 2*

Após a leitura da alínea a1) a aluna elabora uma estratégia, que irá seguir para resolver o exercício. Defende que ler os exercícios e não elaborar um ‘plano de ataque’ não é concebível, pois este quando bem elaborado servirá de apoio no caso de haver alguma dúvida a meio do exercício. Por isso, acha muito estranho que alguns colegas após a leitura da primeira frase de um enunciado de uma questão consigam começar a resolver o exercício, sem reflectir um pouco antes.

M: Não tem de ser um plano muito elaborado. Por exemplo nesta primeira alínea basta eu pensar que tenho de preencher a equação  $y = mx + b$  e sei como obter o  $m$  e o  $b$ , portanto, é algo que faço rapidamente mas que me orienta.

A aluna calcula a derivada no ponto de abcissa 1, aplicando as regras de derivação. Não necessita de consultar o formulário pois aparentemente memorizou as fórmulas de derivação. Calcula correctamente a derivada e de seguida vai utilizar a calculadora para confirmar o seu resultado.

M: Vou confirmar se está certo, na calculadora.

E: Como vais fazer isso.

M: Simples, peço à máquina para calcular a derivada desta função no ponto 1.

Confirma que de facto o seu cálculo estava correcto e continua o exercício.

Na resolução da alínea b) a aluna introduz as duas funções que pretende visualizar, altera a janela de visualização para os valores que considera pertinentes neste exercício e altera também a espessura do traçado dos gráficos das funções apresentadas. Como não se recordava bem a forma de o fazer, pegou no manual de instruções da calculadora. Este livro encontrava-se sublinhado nalgumas partes e tinha inclusive pequenas etiquetas, onde se podia ler o nome de alguns comandos. A entrevistadora ainda disponibilizou a sua ajuda, mas a aluna recusou.

M: Obrigada, mas se não for eu a ler não aprendo.

Com esta intervenção, tudo leva a crer que a aluna procura interiorizar os conceitos e perceber onde poderá consolidar os que lhe faltam, após catalogação realizada por si mesma.

#### *Na justificação do processo utilizado*

Como já foi referido anteriormente a aluna começa por delinear no papel ou mentalmente uma estratégia de resolução da tarefa. Mostra segurança na forma como irá chegar ao resultado pretendido e segue o seu plano com rigor.

E: Muito bem. Como vais começar?

M: Primeiro pelo cálculo de  $m$ , ou seja do declive da recta tangente. Vou calcular a derivada.

E: Porquê a derivada?

M: Porque me vai dar  $f'(1)$  que vai ser o valor do nosso  $m$ .

A Maria consegue perceber e explicar cada passo da resolução, sem ter de recorrer a conceitos teóricos no seu caderno diário. Após a resolução analítica a aluna tem uma atitude semelhante ao longo de toda a tarefa que é ir confirmar com o auxílio da calculadora se os cálculos por si determinados analiticamente estão correctos.

E: Fazes sempre isso?

M.: Sempre que posso confirmar sim.

E: Porque não fizeste ao contrário? Primeiro pela calculadora e depois analiticamente?

M: Porque não queria ser influenciada pelo resultado final. É que já me aconteceu fazer na calculadora e depois consciente ou inconscientemente o resultado a que cheguei.... era o mesmo... mas os cálculos estavam mal feitos.

A aluna opta então por elaborar e justificar uma estratégia de resolução muito própria. Uma vez que a questão em causa é para ser respondida analiticamente é essa a resolução que será desenvolvida em primeiro lugar e apresentada como resposta.

Contudo, para confirmar os seus conhecimentos matemáticos, acaba por recorrer e dar autoridade máxima à resolução realizada na calculadora.

Na resolução da alínea b) a aluna demorou um pouco mais a pensar qual a estratégia apropriada para a sua resolução. Depois optou por inserir as duas expressões analíticas das funções na calculadora.

M: Sei que tenho de ver o intervalo em que uma função é inferior à outra. Embora não precise, pelo que estou a ver na calculadora vou mudar a janela de visualização para uma mais pequena.

A Maria opta por observar os valores da tabela, optando por ser ela a introduzir os valores máximos e mínimos para a janela ao invés de utilizar o comando *Zoom*. Justifica esta escolha, por achar que desta forma consegue obter com mais precisão o que pretende, ainda que afirme ser um procedimento que ocupa mais tempo que um *Zoom*.

M: Porém, mesmo que eu me engane, por alguma razão posso sempre voltar para o *Zoom Standard*. Isto é algo que a ‘Stora repete vezes sem conta. Eu acho que com algum cuidado, chegamos lá à primeira.

Após uma escolha que achou adequada, para a janela de visualização a aluna ainda considera ser necessário mudar a espessura do gráfico de uma das funções. Quando inquirida porque o fazia respondeu:

M: Para ver se fiz bem as funções na calculadora. Para ver se é mesmo a função  $f$  está em baixo da outra função.

#### *Na exploração dos resultados obtidos*

A aluna tem uma atitude crítica face aos resultados que vai obtendo, quer analiticamente quer através do uso da calculadora gráfica. A Maria é muito criteriosa na forma como escolhe a janela de visualização, ajustando os valores de forma a obter no ecrã apenas o que ela considera ser imprescindível para o resultado que pretende alcançar. Na alínea b) desta tarefa, aquando da determinação dos pontos de intersecção a aluna começa por escrever esses pontos com várias casas decimais. De seguida, lê outra vez o enunciado e coloca “R”: para dar a resposta final com todos os dados escritos de forma ordenada: a janela de visualização escolhida, as expressões das funções introduzidas na calculadora o gráfico, obedecendo à janela determinada e finalmente o valor de  $a$  e  $b$  com uma casa decimal como exigido no enunciado do problema.

### Tarefa 3

Nesta tarefa, (Anexo 5) pretendia-se que os alunos aplicassem os conhecimentos adquiridos ao longo da leccionação do conteúdo programático “Cálculo Diferencial II”. Foi-lhe permitindo, em contexto de sala de aula e na realização das tarefas anteriores a realização de exercícios com o recurso à calculadora gráfica. Na tarefa seguinte pretende-se observar a evolução dos seus conhecimentos em termos de interpretação dos dados do enunciado do exercício, a forma como os traduzem em linguagem matemática e o desempenho na utilização da calculadora gráfica para a sua realização. Em particular terão de fazer uma observação de quatro gráficos em simultâneo e retirar algumas conclusões dessa comparação no contexto do enunciado.

#### Ana

A Ana revelou que, nesta altura do ano lectivo, se sente muito mais à vontade com a utilização da calculadora gráfica. No início do ano lectivo, lembra-se de ter dito que tinha receio até de ligar a calculadora. Depois de “ganhar coragem” para a ligar, ainda não conseguia “aventurar-se” na exploração de novas potencialidades desta tecnologia. Contudo, agora sente-se mais confiante porque sabe que mesmo que faça “asneira” pode sempre voltar a desfazer o que fez. Quando confrontada sobre os factores responsáveis por esta mudança, a aluna referiu-se à professora que tem explicado com muita paciência as diferentes formas de utilização da calculadora gráfica.

Ao longo da realização desta tarefa a aluna continua a evidenciar algumas dificuldades na interpretação do enunciado do exercício proposto e na forma como o resolve quando recorre à calculadora. Verificou-se que deu mais atenção à leitura e interpretação do enunciado do que nas tarefas anteriores. Em particular informou a entrevistadora que a professora realçou a importância de uma análise cuidada e detalhada do enunciado de um qualquer exercício. Apesar disto, a aluna não elaborou uma estratégia de resolução da tarefa. Relativamente à análise da visualização dos gráficos na calculadora a aluna continuou a revelar dificuldades. Não respeitou a janela de visualização pedida no enunciado, pelo que a exploração dos gráficos tornou-se complicada. Contudo, e apesar destes entraves, a aluna domina melhor as potencialidades da sua calculadora gráfica. Mostrou interesse em aprender comandos novos e escreveu no final do seu caderno o seu “próprio manual de utilização da

calculada gráfica”. Este manual foi elaborado ao longo das aulas de matemática. A aluna afirmou que não se “sentia tão perdida” no uso desta tecnologia como no início do ano lectivo.

### *Na análise do enunciado da tarefa 3*

A aluna leu o enunciado da tarefa 3 até à alínea a) inclusive e teve uma atitude em tudo semelhante às anteriores, quando lhe foi proposto a realização das tarefas.

A: Ok, já li mas não percebi nada.

E: Então, como vais fazer para conseguir perceber?

A: Já sei. Vou ler aos poucos e... pôr para a Matemática.

E: Passar o enunciado em linguagem matemática? É isso?

A: Sim, vou lendo aos poucos e percebendo o que me pedem.

Já na realização das tarefas anteriores a aluna também começou por realçar que não tinha compreendido o enunciado proposto. Acabou por implementar, com a ajuda da entrevistadora, uma estratégia de leitura que lhe permitiu, traduzir para linguagem matemática o respectivo enunciado. Esta forma de abordar a tarefa permitiu que a aluna elaborasse uma estratégia de resolução:

A: Ok, então, aqui diz métodos analíticos...

E: E isso quer dizer o quê?

A: Lápis e papel.

[continua a leitura do enunciado em voz alta ]

A: Ao fim de quanto tempo... é aquela história das variáveis.

E: Que história?

A: A ‘Stora disse que temos sempre duas variáveis, mas só queremos saber umas delas, aqui é o tempo.

Durante as aulas a professora leu alguns enunciados de exercícios semelhantes a este e esteve com os alunos a fazer uma leitura pormenorizada onde se analisou palavra a palavra o seu significado matemático. Deu realce a este ‘investimento de tempo’ pois considerou essencial para uma correcta e eficaz resolução dos diferentes exercícios. A Ana fez referência a este detalhe das aulas na sua intervenção, que considerou de facto eficiente, pelo que continuou a aplicar esta estratégia até perceber o que de facto era solicitado no enunciado desta alínea.

E: Muito bem, só falta a última frase...

A: Sim, a última já não tem nada para perceber, é só para quando der a resposta tipo “R”:

Alguns comportamentos e reacções da aluna são muito semelhantes nos diversos momentos desta entrevista. O procedimento de ter de dar a resposta final após escrever “R:” esteve presente por diversas ocasiões na intervenção da Ana.

Relativamente à alínea b) a aluna mostra surpresa e admiração, o que leva a que a entrevistadora a questione:

E: Que foi?

A: Só o tamanho assusta.

E: Lê, com calma, e vê se entendes o que se pretende.

[Após uma primeira leitura completa da alínea]

A: Ok, é para fazer um relatório.

E: Sim, sobre o quê?

A: Temos feito vários nas aulas.

E: Ainda bem, já percebeste o que te pedem?

A: Não, vou ter de ler muitas vezes... é muito grande.

A aluna considerou o tamanho do enunciado demasiado extenso, e achou que teria de o ler várias vezes para conseguir fazer uma análise adequada. Contudo, apenas leu mais uma vez e mostrando perceber o que se pretendia. O facto de terem feito relatórios na aula foi evidenciado como uma vantagem de preparação para a resolução desta alínea.

### *Na realização da tarefa 3*

Após uma análise detalhada do enunciado da alínea a) a aluna tentou elaborar uma estratégia de resolução baseada nessa interpretação, contudo houve um pormenor no enunciado que se parece ter revelado complicado avançar na sua resolução:

A: Ok, é metade, então vou dividir por 2.

E: Sim e o quê?

A: Isso é que eu ainda não percebi... sem isso não consigo resolver, não é?

E: Falaste das variáveis, qual delas achas que se refere agora?

A: Só pode ser A.

E: Esse A, é sobre o quê?

A: Aromatizante, é isso.

E: Metade do valor inicial.

A aluna centrou a sua atenção, durante a resolução desta alínea nas duas variáveis mencionadas. Citando-as por diversas vezes, foi referindo que a intenção era determinar a variável A.

Na resolução da alínea b) a aluna mostrou satisfação por recorrer à calculadora gráfica, contudo experimentou algumas dificuldades em seleccionar a informação para colocar na máquina.

A: Ok, já percebi que tenho de fazer uma comparação, mas não estou a ver como passar isso para a calculadora.

E: Se pretendes comparar, não achas que ajudava escrever as funções.

A: Ah, pois ... quer dizer ... e depois?

E: Achas que as suas representações gráficas não te ajudavam?

A: Ah, Ok, sim claro, é isso.

A aluna começou a escrever as expressões analíticas das funções, mas apercebeu-se que se as representasse todas em simultâneo, não conseguiria perceber qual a correspondência entre o gráfico e a sua respectiva expressão analítica. Por isso, optou por traçar duas a duas e foi tentando redigir o seu relatório com o que foi observando. Quando introduziu a expressão referente à *Pastilha Y*, informou a entrevistadora que teria de calcular o ponto de intersecção entre as duas funções. Conseguiu fazê-lo sozinha, o que mereceu um comentário seu:

A: Viu? Desta vez não precisei da sua ajuda para a calculadora. [sorrisos]

E: Muito bem, fico satisfeita.

A: Percebi o exercício e sei resolvê-lo na calculadora, sem ajudas.

E: É um bom sinal.

A: O meu manual no final do caderno está bem recheado.

E: E estou a ver que o sabes utilizar. Fico satisfeita.

Após determinar o ponto de intersecção colocou no seu relatório as conclusões esperadas para esta alínea. Fez um relatório de cerca de sete linhas, achou que estava suficientemente explícito para responder, contudo após dar por terminado, acrescentou no seu início “R:” e deu por terminada a sua resolução.

Nesta tarefa foi possível observar que a aluna teve mais dificuldades em estruturar a resolução na alínea a) do que na alínea b). Quando confrontada com esta observação, por parte da entrevistadora, concordou e explicou porque tal aconteceu:

A: Pois, eu no início tinha tanto medo da calculadora que tive sempre muito mais atenta nos exercícios que tinham calculadora que os outros. Sei que devia também estar atenta às outras, mas o esforço foi todo para aprender a trabalhar com a calculadora. Via os meus colegas a fazer coisas giras e eu não conseguia. E depois a professora ajudou sem humilhar, foi muito bom...

A aluna afirma ter dedicado mais atenção à resolução dos exercícios que envolviam uma abordagem com a calculadora gráfica. Com o decorrer do tempo e graças ao seu empenho passou a dominar mais algumas funcionalidades desta tecnologia. Negligenciou a exploração de novas potencialidades na resolução dos exercícios propostos, pois recorria sempre ao manual construído por si, no final do seu caderno. Mostrou sempre resistência em utilizar comandos que não estivessem lá explícitos.

#### *Na justificação do processo utilizado*

A Ana tenta sempre respeitar o método de resolução pedido no enunciado, contudo não parece conseguir de forma autónoma e segura decidir qual a altura ideal para a utilização da calculadora gráfica.

A: Ok, é aqui que vou usar a calculadora?

E: Não sei, porque achas que é agora?

A: Não sei continuar e diz aqui [aponta para o enunciado] que vou usar a calculadora para cálculos...

E: Então estás a dizer que precisas da calculadora para determinar isso [metade do valor inicial]

A: Pois, para não em enganar é sempre melhor... a calculadora está aqui para ajudar.

A aluna parece justificar a utilização da calculadora gráfica para evitar enganar-se nos cálculos. Dá um papel de destaque a esta tecnologia como se fosse superior aos seus próprios conhecimentos matemáticos na realização de cálculos numéricos.

A Ana acha sempre muito importante terminar qualquer exercício com o “R:”. Esta situação revela-se como sendo uma norma matemática utilizada vezes sem conta nas aulas sobre a qual a professora fez um enfoque suficiente para os três alunos entrevistados tê-la mencionado por diversas vezes. Em particular nesta situação a aluna justifica esta importância pelo facto da professora ter referido que facilita muito a tarefa de quem estiver a corrigir o Exame Nacional.

#### *Na exploração dos resultados obtidos*

Após ter introduzido as diferentes expressões das funções da alínea b) a aluna não conseguiu explorar o que visualizava na sua calculadora gráfica. Não respeitou a janela de visualização exigida no enunciado, pelo que a entrevistadora chamou a sua atenção para esse facto. A aluna não revelou dificuldades com o comando *Window* da sua calculadora. Alterou a parte visível do eixo das abcissas da sua janela de

visualização tendo em conta o que lhe era exigido no enunciado e afirmou ter mudado os valores do eixo das ordenadas tendo em consideração a representação gráfica obtida com o *Zoom Standard* anteriormente utilizado. Outro momento onde a aluna revelou estar mais à vontade com a sua calculadora gráfica, foi quando teve de determinar, graficamente, o ponto de intersecção entre duas funções. Foi capaz de identificar os comandos que tinha de utilizar e soube explorar esse resultado no contexto da tarefa proposta. Parece pois que o leque de conhecimentos da Ana sobre o funcionamento da calculadora aumentou de forma significativa ao longo do capítulo estudado. Por outro lado a interpretação que fez dos dados obtidos na máquina beneficiou os conhecimentos matemáticos já adquiridos, embora lhe falte em alguns casos um espírito mais crítico. Aceita de forma incondicional os dados obtidos na calculadora sem ponderar em função dos seus próprios conhecimentos. Noutras situações em que foi necessário utilizar os mesmos procedimentos deste exercício, a aluna revelou mais dificuldades.

### João

No dia em que foi proposto ao João a realização desta tarefa não houve aula de Matemática, tendo a professora havia avisado com antecedência da sua ausência. Assim, o João apresenta-se para a realização desta tarefa com a calculadora gráfica, uma caneta e uma folha com o formulário fornecido no Exame Nacional. Afirmou que estava satisfeito com a sua prestação na disciplina de Matemática e que a calculadora tem sido uma amiga inseparável. Chegou a afirmar que antes de sair de casa confirma se tem o telemóvel e a calculadora gráfica, pois considera as duas máquinas essenciais para o seu dia-a-dia escolar.

Quando confrontado com a ideia de ter de realizar um Exame Nacional de Matemática no final do ano lectivo, o aluno volta a focar que a utilização da calculadora será fundamental para a realização deste. Nas aulas a professora tem incentivado os alunos a investirem algum do seu tempo livre a realizar exercícios de Exames Nacionais. Contudo, o João acha desnecessário este ‘treino’ uma vez que tem os programas necessários na sua calculadora gráfica.

### *Na análise do enunciado da tarefa 3*

O João parece revelar alguma precipitação na realização desta tarefa, uma vez que não lê o enunciado completo e tenta uma resolução com o auxílio da calculadora, como se evidencia no seguinte diálogo.

J: Ok, calculadora.

E: O que queres dizer com isso?

J: Posso usar a calculadora, para resolver...

E: Já leste o enunciado todo da alínea a)?

J: Não, parei na calculadora...mas assim já posso começar a fazer o exercício na boa..

E: Mas já sabes o que se pretende com o exercício?

J: Quer dizer...to a ver uma função e como dá para usar a calculadora...

E: Já sabes então o que vais fazer. É isso?

J: Quer dizer...vou ler o resto...

O João revela satisfação por ser permitido a utilização da calculadora gráfica na resolução do exercício. Esta postura relativamente a esta tecnologia, não parece estar associada a uma atitude crítica, nem revela a intenção se colocar condicionantes à sua utilização. Com a leitura incompleta do enunciado, considera ter dados suficientes para iniciar a resolução do exercício. Parece ter memorizado alguns procedimentos a ter em conta quando o enunciado contém uma função e a utilização da calculadora gráfica. Apesar deste seu pressuposto, acaba por achar insuficientes os dados que possui e continua a leitura completa do enunciado da alínea a).

J: Pronto, já li tudo.

E: Percebeste? Tens dúvidas?

J: Pronto... acho que sim.

Apesar de ter afirmado que compreendeu o enunciado o aluno sentiu necessidade de reler o enunciado mais duas vezes. Após esta leitura começou a identificar procedimentos utilizados em sala de aula, que tinham sido incentivados pela professora, para a resolução de exercícios idênticos a este.

J: Pronto...é o tempo que quero. A 'Stora diz sempre para vermos as variáveis.

E: Então e aqui que variáveis são essas?

J: É  $A$  e  $t$ .

E: Qual delas queres determinar?

J: É o tempo, o  $t$ .

Na análise que o João fez do enunciado começou por identificar quais as variáveis em estudo, e em particular nesta alínea, qual delas pretende determinar. Consegue

compreender que a questão se refere o cálculo do tempo e declara que durante as aulas a professora lhes deu uma ajuda para conseguir ‘ler nas entrelinhas’ a informação referente à outra variável.

J: Pronto, a ‘Stora diz que se queremos  $t$ , então temos  $A$ . Pode até estar escondido mas está lá... [volta a ler o enunciado] mas só sei que é metade.

E: Tens de perceber o que significa metade, neste exercício.

J: Ah, pronto...tenho que saber o início... de  $A$ .

E: Ou seja, a quantidade de aromatizante quando a pastilha é colocada na boca.

O aluno parece procurar procedimentos típicos para a resolução dos exercícios. Quando não encontra no enunciado as ‘palavras chave’ para estabelecer uma relação com os programas que constam na sua calculadora gráfica, tenta relembrar algumas possíveis ‘instruções’ que a professora possa ter mencionado nas aulas. Não parece revelar interesse em procurar novas resoluções e alternativas que possam ser construídas com base no seu saber matemático.

Na leitura do enunciado da alínea b), o aluno continuar a manifestar uma atitude precipitada, uma vez que não lê o enunciado todo antes de começar a tentar uma estratégia de resolução adequada.

J: Pronto... é grande o enunciado, está-se mesmo a ver que é para usar a calculadora.

[...]

E: Já leste tudo?

J: Não, mas vou ler e confirmar a minha teoria [sorrisos].

E: A teoria do uso da calculadora?

J: Sim [começa a ler o enunciado e pára a meio da leitura, indicando com o dedo] Vê, tinha razão, diz aqui.

E: Já leste tudo?

J: Não parei, onde dizia calculadora... Pronto vou continuar.

Revela uma atitude muito própria face à utilização da calculadora gráfica. Recorre a esta com muita frequência e elege-a como instrumento essencial para resolução dos exercícios propostos. No caso particular desta alínea, faz uma antecipação do seu método de resolução, apenas por observação do tamanho do enunciado. Para o João todos os exercícios com um enunciado grande, realizados em contexto de sala de aula, implicam de alguma forma o uso da calculadora gráfica, quer a nível de cálculos numéricos ou por exigência específica do enunciado.

Portanto a nível de interpretação e análise do enunciado desta tarefa, o aluno revela uma manifesta satisfação por este se referir, de forma directa ou indirecta ou uso

da calculadora gráfica. Parece optar por fazer uma leitura incompleta do enunciado, à procura de algumas ‘palavras chave’ que indiquem uma resolução com auxílio da máquina. Não parece privilegiar uma análise cuidada e meticulosa das informações constantes no enunciado, fazendo antes repetidas leituras à procura de aspectos que para ele se revelam como indicadores dos procedimentos a seguir.

### *Na realização da tarefa 3*

Dada a abordagem que o João fez do enunciado da tarefa, toda a sua resolução envolveu uma utilização frequente da calculadora gráfica. Ele considerou no entanto que este exercício não se enquadrava nas propostas de resolução que constam nos diversos programas da sua máquina:

J: Pois, mas este exercício não é do tipo que eu tenho na calculadora.

E: Nos teus programas, é isso?

J: Sim, vou ter de ser eu a ver como vou resolver...

Confrontado com o facto de não haver no enunciado informação suficiente para a utilização de um dos seus programas o João opta por ser ele a tentar elaborar uma estratégia de resolução. Após uma análise do enunciado e de ter percebido o que se pretendia na alínea a), iniciou a resolução, substituindo o valor de  $t$  por 0, para determinar a quantidade de aromatizante que a pastilha continha quando foi colocada na boca:

J: Pronto...  $A(0)=5$ .

E: Sim, então se queremos metade ...

J: Pois então quero  $t$  para  $\frac{5}{2}$

E: Muito bem, como vais fazer... qual a expressão?

J: Pois,  $A(0) = 5$ ... e qualquer coisa tem de ser igual a  $\frac{5}{2}$

O João parece mostrar que percebeu parte do enunciado, contudo ainda parece algo confuso com a forma como deve concluir a sua resolução. A entrevistadora tenta ajudá-lo para o conduzir à conclusão do exercício.

E: O que pretendes saber?

J: É o  $t$ , mas não posso ter  $t = \frac{5}{2}$ .

E: Não, porque  $t$  é o tempo e  $\frac{5}{2}$  diz respeito a... [O João interrompe a entrevistadora]

J: Pronto, já sei a quantidade. Agora já sei, é fácil.

O aluno tinha inicialmente uma estratégia de resolução, recorrendo-se da calculadora gráfica. À medida que foi lendo o enunciado foi tentando resolver o exercício, repartindo-o em diversos procedimentos que não se interligam entre si. A entrevistadora, acabou por ter que recorrer a uma intervenção mais activa, pois o João não conseguiu recorrer à calculadora, como pretendia inicialmente, nem foi capaz de estruturar um raciocínio que o conduzisse à solução final.

Relativamente à resolução da alínea b), o aluno inferiu que pelo tamanho do enunciado teria de ser utilizada a calculadora gráfica. Após a leitura do enunciado confirmou a sua conjectura e afirmou que tinham ‘treinado’ muitos exercícios deste género em contexto de sala de aula. A sua primeira abordagem de resolução foi colocar as expressões de todas as funções na sua calculadora e pedir para esta fazer as referidas representações gráficas. Uma vez que iria ter várias representações gráficas sobrepostas, a entrevistadora interveio:

E: Como vais distinguí-las?

J: Então, vou pedir para desenhar uma de cada vez.

Contudo, contrariamente ao que pretendia, acabou por seleccionar todas as funções traçando todas as representações gráficas ao mesmo tempo, o que dificultou a identificação dos respectivos gráficos. Posteriormente acabou por alterar a sua estratégia de resolução, seleccionando apenas as duas funções correspondentes à pastilha *MastiBom* e à *pastilha Y*. Ficou alguns segundos a observar os gráficos e não conseguiu avançar com a resolução do exercício:

E: E então ... agora como vais saber qual é a *MastiBom* e a *Pastilha Y*?

J: Pronto... vou se calhar à tabela.

E: Importas-te de explicar melhor como vais fazer?

J: Simples. Fixo um objecto e vejo a imagem, na tabela, tanto na 1ª [*MastiBom*] como na segunda [*Pastilha Y*]. Depois olho para os gráficos e identifico qual delas é, se é a de uma ou a de baixo.

E: Achas esse, o método mais eficaz? Não conheces outro?

J: A ‘Stora não ensinou outro.

Embora o João tenha dito, que gostava de conhecer mais algumas das funções da calculadora, numa entrevista que antecedeu a proposta destas tarefas, revela algumas dificuldades em explorar outras potencialidades desta tecnologia que vão para além das implementadas na aula e que permitem novas abordagens de resolução dos exercícios

propostos. Ele tende a utilizar a sua calculadora gráfica da mesma forma como esta foi utilizada nas aulas. Certos comandos, parecem ser pouco utilizados pelo aluno:

E: Não achas que poderias, em alternativa, alterar a grossura dos gráficos?

J: Ah, pois é. Até sei fazer isso. Pois é, assim posso tê-las todas ao mesmo tempo.

E: Então afinal, podes seleccionar todas.

J: Sim, porque cada uma aparece de uma maneira diferente.

O aluno não usa a estratégia de alterar da espessura dos gráficos apresentados para os identificar mais facilmente, contudo conhece o procedimento e usa-o quando tal lhe é sugerido. Acabou por achar mais rápido e eficiente este novo método de resolução. Esta resolução parece evidenciar alguma falta de interesse em explorar novos comandos da calculadora. Denota-se a memorização de alguns procedimentos utilizados na resolução dos exercícios nas aulas e tenta transpô-los para novos exercícios sem antes reflectir um pouco.

#### *Na justificação do processo utilizado*

A forma como o aluno aborda um exercício, implica sempre a utilização da calculadora. Afirma que, independentemente de estar especificado no enunciado do exercício a utilização ou não da calculadora ele opta por utilizá-la. Parece ver a utilização como um recurso muito útil e vantajoso para a resolução dos exercícios:

J: Ok, calculadora.

E: O que queres dizer com isso?

J: Posso usar a calculadora, para resolver...

E: Já leste o enunciado todo da alínea a)?

J: Não, parei na calculadora...mas assim já posso começar a fazer o exercício na boa..

[...] Acho que estou viciado na calculadora.

E: Porque dizes isso?

J: Agora, sempre que tenho algum exercício para fazer, quer dizer...ligo logo a calculadora, porque sei que vou usá-la.

Assim que consegue identificar o uso da calculadora gráfica o aluno mostra satisfação na resolução dos exercícios. Mantém-se fiel à sua opção e aborda os exercícios sempre com a mesma estratégia, ainda que admita que nem sempre será o caminho a seguir desde o início da resolução do exercício.

E: Achas que consegias resolver sem recorrer já à calculadora?

J: Sim podia, bastava aplicar as propriedades do logaritmo, mas prefiro assim.

E: Porquê?

J: Porque acho mais fácil.

A justificação do recurso sistemático à calculadora apresenta várias vertentes. Por um lado, o aluno justifica que esta tecnologia serve para guardar programas com procedimentos acerca da resolução dos exercícios e por outro lado afirma que facilita os cálculos. Esta utilização da calculadora é feita mesmo quando ele não sabe *à priori* o que pretende obter com a sua utilização:

E: Então sabes como vais fazer?

J: Não, mas uma coisa é certa vou usar a calculadora. Isso está no enunciado por isso...

E: Agora?

J: Sim, mas ainda não sei bem como... mas vou colocar todas as funções...

O facto de no enunciado desta alínea ser exigido a utilização da calculadora gráfica para a sua resolução fez com que o João considerasse que a iria utilizar, ainda que não estivesse seguro dos resultados que esta lhe iria permitir obter.

#### *Na exploração dos resultados obtidos*

Para o João há determinados atributos nos exercícios que o levam a pensar que deve usar a calculadora gráfica. Entre esses atributos está o das tarefas com um enunciado grande.

A exploração simultânea dos vários gráficos das funções apresentadas na alínea b) parece trazer algumas dificuldades na identificação de cada uma delas, para dar seguimento à resolução. A entrevistadora deu uma sugestão com o intuito de dar a conhecer ao aluno novas potencialidades da sua calculadora gráfica. Este, achou então que o seu método era mais confuso e menos eficiente que o que tinha sido sugerido. Após a identificação dos gráficos, o aluno calculou o ponto de intersecção (existente entre a *Pastilha Y* e a *MastiBom*) dos 2 gráficos:

J: Pois o ponto é 3,4.

E: Sim, o que significa?

J: Até aqui [3,4] a *Pastilha Y* está acima da outra [*MastiBom*]

E: Qual a unidade de 3,4?

J: Ah... pois... pronto... está... minutos... pronto a a *Pastilha Y* está acima da *MastiBom* mais de três minutos.

O João revelou algumas dificuldades em interpretar os resultados que ia obtendo na sua calculadora gráfica. Calculou o ponto de intersecção entre as duas funções mas apresentou algumas dúvidas sobre o significado do mesmo no contexto do problema proposto.

## Maria

A Maria contou que tem aprendido conteúdos programáticos acerca das funções exponencial e logarítmica, mas que relativamente à calculadora gráfica não se recorda de ter aprendido alguma nova funcionalidade desde a realização da tarefa 2. A aluna para a resolução desta tarefa opta por uma resolução analítica e posteriormente confirma os resultados com o auxílio da sua calculadora gráfica. Realça que os exercícios em que é exigido a utilização da calculadora são em tudo semelhantes, pelo que ao seu método de resolução é sempre muito semelhante, não tendo grandes variações. De facto, ao longo da tarefa, tal como a aluna afirma não se verifica que esta tenha explorado novas potencialidades da calculadora gráfica para além da utilização feita em contexto de sala de aula.

### *Na análise do enunciado da tarefa 3*

A aluna dá muita importância à análise do enunciado, tal como acha que o mesmo foi valorizado em contexto de sala de aula pela professora. Outro aspecto que se verificou nas três tarefas, foi o facto da aluna ler todas as alíneas que constituem as tarefas com o objectivo de ficar com uma ideia do que se pretendia com o problema. Realça ainda a importância de saber bem os conteúdos programáticos leccionados para uma correcta interpretação do enunciado. Crítica os colegas que recorrem à calculadora à procura de soluções para os exercícios ao invés de tentarem interpretar o enunciado. Considera que o facto de “não saberem nada de cor” implica que depois quando precisam de pensar, estão tão “agarrados” aos programas que não conseguem estruturar um raciocínio matemático. Refere que este aspecto nunca foi tão visível, como este ano lectivo. Considera que vários colegas “enchem” a calculadora com fórmulas que não sabem utilizar correctamente, e desta forma ficam sem perceber o que se está a aplicar.

Tal como foi mencionado a aluna optou por ler o enunciado completo das várias alíneas.

E: Muito bem, relativamente à alínea b) vê se tens dúvidas.

M: Há pouco já li e pareceu-me um exercício típico de calculadora.

A aluna parece identificar alguns pontos comuns entre esta alínea e outros exercícios realizados em contexto de sala de aula que implicaram o uso da calculadora gráfica, para os quais os procedimentos são semelhantes. O exercício é “típico, porque primeiro

coloca-se as expressões na máquina e a seguir calcula-se os pontos de intersecção, ou então, às vezes os extremos... assim fica tudo feito”.

Nesta alínea em particular a aluna sabia a abordagem que ia utilizar, embora admitisse que só depois da visualização gráfica das diferentes funções é que conseguiria decidir se iria calcular algum ponto de intersecção.

### *Na realização da tarefa 3*

Relativamente à alínea a) a Maria iniciou a sua resolução sem ter verbalizado a estratégia que iria utilizar. Começou por determinar  $A(0) = 5$  e de seguida escreveu a equação  $A(t) = \frac{5}{2}$ . Com o intuito de tentar perceber qual a abordagem da aluna nesta alínea a entrevistadora questionou-a:

E: É essa a equação que vais resolver?

M: Sim, é esta que traduz o problema.

A Maria continuou a resolução algébrica desta alínea sem recorrer a qualquer auxiliar, aplicou as propriedades do logaritmo, sem apresentar hesitações, e só utilizou a calculadora gráfica para o último cálculo [ $t = 10 * \ln(2)$ ]. Contudo, após obter um resultado de aproximadamente 7, colocou a expressão  $5e^{-0,1t} - \frac{5}{2}$  na calculadora e fez a sua representação gráfica e determinou o seu zero.

Com o objectivo de confirmar o seu raciocínio a entrevistadora interveio:

E: Optaste por fazer uma confirmação gráfica dos teus cálculos?

M: Sim, mas pelo tempo que demorei a fazer esta verificação no exame não sei se iria fazer.

E: Achas que demoraste muito tempo, e não foi proveitoso?

M: Quanto mais complicada a expressão, mais tempo demoro a introduzir na calculadora e depois ainda pedir para calcular o zero também demora algum tempo.

Pelo método apresentado nesta resolução, podemos constatar que a aluna optou por resolver esta alínea em várias fases. Inicialmente, analisou o enunciado, de seguida executou alguns cálculos algébricos e utilizou a calculadora gráfica como auxílio desses cálculos e por fim confirmou os resultados obtidos recorrendo à sua máquina. Esta confirmação foi feita através de uma abordagem diferente daquela que apresentou na folha de resposta. Para dar por terminada esta alínea a aluna escreve R: e responde aproximadamente 7 minutos.

Relativamente à alínea b) referiu que a resolução deste exercício seria relativamente fácil, pois era idêntico a outros resolvidos nas aulas. Descreveu toda a estratégia de resolução a aplicar, mesmo antes de introduzir os valores na calculadora gráfica. Após a visualização dos gráficos iniciou o seu relatório comparando a representação gráfica da Pastilha *MastiBom* com as restantes, uma a uma, deixando para o final a correspondente à Patilha Y:

E: Porque deixaste esta para o fim?

M: Porque é a única que tenho de calcular o ponto de intersecção.

E: E tens dúvidas para calculá-lo?

M: Não, estava só a escrever o relatório das outras, porque não precisam e cálculos.

A Maria parece ter estruturado a elaboração do relatório começando pelas funções cujas representações gráficas não exigiam quaisquer cálculos e deixou para o final a determinação do ponto de intersecção, completando desta forma o seu relatório com uma comparação geral entre todas as funções.

Após terminar o seu relatório, a aluna exprime uma opinião acerca do grau de dificuldade desta alínea “ Para ser franca acho estes exercícios com calculadora mais fáceis de resolver, porque ainda não fiz nenhum que não seja por este processo”. Ela considera que o método de resolução de um exercício que envolva a utilização da calculadora gráfica obedece sempre aos mesmos procedimentos. Desta forma, considera que estes não exigem um raciocínio muito elaborado para realizar estes exercícios. A aluna, revela ainda alguma satisfação pela informação que a professora deu aos alunos acerca deste tipo de exercícios:

M: A ‘Stora disse que apareciam sempre estes exercícios no Exame [Nacional]. Acho ótimo pois se indicar todos os passos é uma cotação que tenho garantida no exame.

Ao terminar o exercício, indicou para além do relatório a janela de visualização as expressões introduzidas na calculadora gráfica e o cálculo do ponto de intersecção.

#### *Na justificação do processo utilizado*

A Maria continua a demonstrar interesse em utilizar a calculadora gráfica para confirmar os resultados obtidos analiticamente. Justifica esta abordagem, pois afirma que confia bastante na sua calculadora gráfica e que esta a pode ajudar de facto na resolução e verificação dos resultados.

Na resolução da alínea b) a aluna começa por alterar a janela de visualização da sua calculadora gráfica, antes de colocar a expressão da função.

E: Porque é que começaste por alterar a janela de visualização?

M: Para não ter tentações.

E: Como assim?

M: Porque se não alterasse já, podia-me esquecer e ia calcular pontos de intersecção que não me interessam.

A aluna segue o enunciado com pormenor e antecipa a janela de visualização, alterando os seus valores para os que constam no enunciado da alínea, justificando desta forma a abordagem inicial.

### *Na exploração dos resultados obtidos*

A Maria após ter alterado os valores da janela de visualização da sua calculadora gráfica, relativamente à alínea b), não revelou dificuldades em retirar a informação necessária para construir o relatório pedido no enunciado. Introduziu as quatro expressões das funções e iniciou a escrita da sua interpretação, dos valores observados. Contudo a entrevistadora quis perceber como é que a aluna identifica cada uma das funções.

E: Como é que identificas cada função?

M: Na alínea a) quando calculei o  $A(0)$  deu 5 (para a pastilha *MastiBom*). As outras [funções] são pequenas variações da *MastiBom* por isso [olha para a calculadora gráfica e coloca o dedo sobre o eixo das ordenadas] a que fica mais a baixo é a  $B_1$  que começa [na sua expressão analítica] com o valor mais baixo [4] depois vem a *MastiBom*, e assim sucessivamente.

A aluna conseguiu aproveitar os dados calculados na alínea anterior para a ajudar a identificar o gráfico de cada função. Esta sua percepção teve a vantagem de não ter de recorrer a outros processos de resolução mais demorados. No seu relatório deixou a comparação dos resultados entre a pastilha *MastiBom* e a pastilha  $Y$  para o final, alegando que teve de calcular o ponto de intersecção, o que não se verificou com as restantes. Respondeu conforme pedido nesta alínea e foi a única aluna que concluiu que a pastilha  $Z$  seria a única a colocar em risco as vendas da pastilha *MastiBom*, face aos resultados obtidos na sua calculadora gráfica.

## Normas Sociais e Normas Sociomatemáticas

Neste estudo, umas das formas utilizadas para recolher dados foi através de observação de aulas, com o objectivo de fazer uma descrição do ambiente de aprendizagem onde se utiliza a calculadora gráfica. Assim, tendo em conta as normas sociais e sociomatemáticas descritas no capítulo de Revisão de Literatura, vamos descrever situações vivenciadas em sala de aula que se enquadram nas características apresentadas.

### Explicações aceitáveis

Relativamente à norma sociomatemática de *explicações aceitáveis* pretende-se analisar interacções entre a professora e os alunos ou entre alunos onde se identifique: uma negociação do processo, ou seja onde os seus intervenientes revelam as suas ideias, explicam-nas e aceitam ou não as dos restantes participantes, até chegarem todos a um consenso. No fundo, são as actuações de contribuição e valorização da actividade matemática ligada ao real e por fim a partilha de ideias entre os diferentes intervenientes.

Foi proposto pela professora um exercício para ser resolvido em contexto de sala de aula que retratava a queda de uma pára-quedista de uma avião, representada através de uma função quadrática. Uma das alíneas solicitava o cálculo da distância entre o pára-quedista e o solo. Dois alunos, obtiveram resultados negativos, e não conseguiram entender de imediato no contexto do problema que os resultados obtidos não faziam sentido por serem negativos. Perante estas duas respostas outros alunos intervieram:

Joana: Para dar negativo o pára-quedista tinha de ter entrado pela Terra a dentro.

Madalena: O valor mais baixo que podemos obter é zero ... quando ele chega ao chão.

Nesta situação evidencia-se a norma sociomatemática *explicações aceitáveis*, onde os autores McClain e Cobb (1997, 2001) realçam a importância da Matemática estar ligada ao real, ou seja com uma situação que os alunos possam facilmente identificar como fazendo parte do nosso quotidiano e que portanto faça sentido e tenha significado matemático.

Numa outra situação proposta pela professora estava relacionada com peso ideal de uma aluna de 18 anos com 1,65m d altura. Cada aluno, deu a sua opinião, antes da

aplicação da fórmula dada sobre o índice de massa corporal. De seguida, determinaram o valor seguindo a fórmula e obtiveram resultados diferentes dos propostos inicialmente. Perante o resultado obtido os alunos contestaram-no, utilizando como argumento os próprios conhecimentos adquiridos na disciplina de Biologia. Assim, afirmaram que deveria de haver mais variáveis e que a fórmula em causa era demasiado simplista. Verificou-se neste caso uma negociação entre os alunos e a professora sobre o que poderia ser considerado como aceitável. A professora desempenhou um papel importante, na medida em que a decisão final foi sua, contudo os alunos tiveram uma grande contribuição para esta conclusão, visto que nesta área do saber adquiriram um leque de conhecimentos significativamente abrangentes. Esteve presente ao longo destas intervenções uma negociação entre saberes e opiniões.

### **Diferença Matemática**

McClain e Cobb (1997, 2001) identificaram uma norma sociomatemática, diferença matemática, como sendo resultado de soluções diferentes para um mesmo problema e através de intervenções onde os alunos possam distinguir os diferentes tipos de soluções e identificar aquilo que consideram ser matematicamente diferente.

Na observação das aulas, foi possível constatar algumas negociações entre a professora e os alunos com o intuito de procurarem soluções diferentes para um mesmo problema. A postura da professora foi de incentivar os seus alunos a fazerem pesquisa *por conta própria* para conseguirem chegar ao mesmo resultado por procedimentos diferentes.

Num dado exercício, foi pedido o cálculo de um ponto que satisfazia uma dada condição. Alguns alunos sugeriram o seu cálculo através da introdução das expressões analíticas de duas funções  $f$  e  $g$ . De seguida, determinaram o ponto de intersecção. Argumentaram que era a estratégia indicada para a resolução do exercício proposto. Porém outros alunos, informaram que tinham calculado o ponto pedido de forma diferente. Optaram por introduzir na calculadora a expressão  $f(x) - g(x)$  e de seguida determinaram o zero dessa expressão. Porém, os alunos que seguiram este segundo método chegaram a valores diferentes dos seus colegas. Esta situação deveu-se ao facto destes alunos terem introduzido incorrectamente a expressão  $f(x) - g(x)$ . Após a

rectificação deste erro, todos os alunos chegaram à mesma solução final. A professora questionou a turma sobre as abordagens escolhidas:

Professora: Então e será que as resoluções são diferentes, ou acabam por ser a mesma coisa?

Pedro: Não, ‘Stora. São diferentes, porque numa só se escreveu uma expressão e na outra duas.

Maria: Para além disso, o cálculo feito na calculadora também é diferente. Num tivemos de calcular o zero e o outro o ponto de intersecção das duas [funções].

Professora: Certo, e existem alunos que sabem determinar o zero mas não o ponto de intersecção.

Depois de mais alguns argumentos, por parte dos alunos a argumentarem que eram abordagens diferentes para o mesmo exercício a professora acabou por concordar e todos aceitaram a decisão final.

Noutra situação, em que se tinha de estudar a monotonia de uma função, a negociação entre os alunos não foi suficientemente convincente para dissuadir a professora da sua opinião. No exercício em causa foi pedido que os alunos estudassem a monotonia de uma função cuja derivada tinha a seguinte expressão  $f'(x) = (xe^x)/(x + 1)^2$ . Os alunos concordaram nos passos a seguir para conseguirem responder ao exercício. Primeiro foram determinar os zeros da função derivada e em seguida colocaram os dados numa tabela onde estudaram o sinal da função derivada. Foi neste ponto do exercício que alguns discordaram acerca do procedimento a implementar. Assim uns defendiam que a tabela só deveria ter três linhas: a do valor de  $x$ , a de  $f'(x)$  e de  $f(x)$ . Os restantes alunos acharam que a tabela deveria ter mais linhas para possibilitar uma resolução menos falível. Deste modo, afirmaram que a tabela deveria ter mais linhas: a do valor de  $x$ , a da expressão  $x$ , a da expressão  $e^x$ , da expressão  $(x + 1)^2$  e só depois a da  $f'(x)$  e finalmente a da  $f(x)$ .

Beatriz: É melhor, porque assim não nos enganamos no sinal.

Joana: Mas esta função é fácil, não é preciso fazer isso tudo.

Beatriz: Mas se te habituares sempre assim, prevines erros futuros.

Professora: A questão que eu gostava que respondessem, é se de facto são métodos diferentes de resolver o mesmo exercício.

A professora indagou a opinião dos alunos acerca da norma sociomatemática *diferença matemática* no que concerne a validação do que é matematicamente diferente. Após

uma breve discussão sobre o assunto, os alunos concordaram que o método que está na base das duas resoluções é o mesmo, por isso não consideram os seus procedimentos diferentes. Apenas realçaram que o grau de pormenor utilizado por uns é maior que o dos outros.

### **Solução Eficaz/ Fácil/ Simples**

A norma sociomatemática da *solução eficaz/ fácil/ simples* segundo McClain e Cobb (1997, 2001) emerge da norma sociomatemática *diferença matemática* analisada anteriormente.

Depois de realizarem vários exercícios onde foi exigido a utilização da calculadora gráfica, alguns alunos constataram que os procedimentos a utilizar eram muito semelhantes.

Joana: 'Stora, é fácil, porque vamos pôr as funções na calculadora e a seguir calculamos o ponto de intersecção. Tem sido sempre assim.

João: Não é bem assim, às vezes temos de calcular coisas à mão [analiticamente] antes.

Maria: Sim, mas ela [Joana] tem razão, porque a seguir vamos para a calculadora e fazemos o que ela disse.

Nestas intervenções tornou-se visível que aquilo que era *fácil* para uns não era para outros. A professora optou por deixar mais alguns intervirem antes de dar a sua opinião.

Professora: Então afinal quero saber o que é fácil para esta turma.

Mónica: É usar a calculadora, essa é a parte fácil.

A maior parte dos colegas da Mónica concordaram com ela e chegaram todos a um consenso, independentemente do grau de dificuldade do exercício proposto, a utilização da calculadora é vista como uma abordagem que *facilita* a resolução. Contudo, apesar desta opinião partilhada a professora questionou os alunos procurando caracterizar o uso que era feito.

Professora: Então o uso da calculadora é fácil e que mais podem dizer sobre a utilização da calculadora.

Maria: Também é mais eficaz, porque não se engana.

Seguiu-se um debate sobre a eficiência da calculadora gráfica. Alguns alunos defendiam a ideia de que esta tecnologia só pode ser considerada eficiente se os dados forem bem

introduzidos, caso contrário poderá induzir em erro. Porém, após alguma negociação acabaram por concordar que essa situação particular não dependia da calculadora mas sim de quem a utiliza, concluindo de seguida que:

João: É verdade, a calculadora torna tudo mais fácil e eficiente.

Ana: Pois, porque as máquinas não se enganam ao contrário de nós.

Como resultado deste diálogo os alunos que inicialmente não concordaram que a calculadora fosse um factor de ajuda, que tornava a resolução do exercício mais fácil, acabaram por concordar com os restantes colegas.

A professora, nesta negociação não desempenhou um papel de decisora final acerca do tipo de classificação que se poderá atribuir à utilização da calculadora gráfica. Contudo, parece que quando a turma tem de tomar decisões acerca do método a aplicar que não envolva o uso da calculadora gráfica, a autoridade máxima é atribuída à professora. Este facto tornou-se visível, num exercício, no qual se pretendia determinar a equação da recta tangente ao gráfico de uma dada função, no ponto de abcissa 2. A professora já tinha leccionado a forma de calcular a derivada de uma função num ponto quer por definição quer através das regras de derivação. No cálculo do declive da recta tangente a aluna Joana optou por calcular através da definição. Contudo, os restantes colegas e em particular a professora acharam que utilizar as regras de derivação um processo mais fácil.

Joana: Mas vocês têm dois cálculos, primeiro o de  $f'(x)$  e depois  $f'(1)$ .

João: Sim, mas demoramos muito menos tempo e é mais fácil assim.

Joana: É mais fácil, mas são mais cálculos pelo vosso.

Professora: E o que achas que demora mais tempo [Joana]?

Joana: O meu método.

Gerou-se um debate acerca não só do método mais eficaz e fácil como também acerca do factor 'tempo' que acabou por ser decisivo para a conclusão final.

Joana: Sim, no teste o tempo que se perde é importante, mas eu gosto mais de resolver assim.

A professora incentivou todos os alunos a adoptarem o método de resolução com o qual se sintam mais à vontade. Motivou-os ainda a descobrirem abordagens diferentes da que ela sugere.

Professora: Eu quando vejo um exercício, tenho o meu método, mas posso até aprender com vocês novas formas de resolver...

A professora coloca-se aqui num papel de estudante, disponível para conhecer novos métodos de resolução de um mesmo exercício, não se colocando assim como douta de todo o conhecimento.

Outra situação onde foi discutido o termo fácil, foi quando se pretendeu determinar as equações das assíntotas de um gráfico. Alguns alunos não tiveram dúvidas em calcular  $\lim(e^x - 1)$ , mas houve alunos que acharam que se colocassem o gráfico de  $(e^x - 1)$  na calculadora obtinham mais facilmente a solução do limite. Depois de algum debate sobre este assunto, acabaram por concluir que o cálculo do limite não era suficientemente difícil que justificasse o uso da calculadora gráfica. Porém, não ficou explícito o que poderia ser considerado como difícil no cálculo de um limite e portanto justificar o uso da máquina. Assim cada aluno teve aqui o seu livre arbítrio na escolha do método a utilizar, para resolver o exercício proposto. A posição da professora face a este exercício específico, foi de apoiar a decisão de que cada aluno terá de decidir quando irá recorrer do uso desta tecnologia.

Ao longo da resolução de diversos exercícios verificou-se que a professora aconselhou os alunos a darem a solução final antecedido de “R:”. Esta referência foi feita várias vezes associado ao facto de no Exame Nacional, como sendo a melhor forma de apresentar a resposta a cada alínea.

Por outro lado, várias foram as situações (inclusive aquando do aparecimento das normas sociomatemáticas) em que se conseguiram identificar intervenções consideradas como normas sociais. Assim, segundo MacClain e Cobb (1997, 2001) as acções que se consideram ser normas sociais são: explicar e justificar as soluções; ouvir e tentar fazer sentido relativamente às soluções dos outros; indicar as suas dúvidas; colocar questões clarificadoras acerca das dúvidas; explicar a rejeição das interpretações que considerem inválidas. Estas acções, ocorreram com bastante frequência dado que a professora sempre tentou incentivar os alunos a dialogarem entre si, promovendo debates de discussão sobre o tema leccionado. Porém o tempo de aula disponibilizado pela professora para o efeito pareceu-nos diminuto dado o grau de exigência de alguns raciocínios inerentes à resolução dos exercícios propostos. Os alunos afirmaram que se sentiam motivados a retirarem as suas dúvidas, afirmando mesmo que a professora os incentivava a colmatarem todas as dificuldades dentro da sala de aula. Podemos, então afirmar que as interacções estabelecidas entre os alunos e entre estes e a professora regeram-se na sua maior parte como sendo normas sociais.

## CAPÍTULO 5

### Conclusões

Neste último capítulo pretende-se apresentar as conclusões que vão ao encontro dos objectivos estabelecidos no início deste estudo.

Recordemos que o objectivo deste estudo é analisar a qualidade da utilização da calculadora gráfica, segundo duas vertentes: o uso na sala de aula e o desempenho na resolução de problemas presentes em Exames Nacionais. Para tal foram formuladas questões que serviram de base de orientação para a conduta a seguir na análise dos dados, a saber:

- Qual o desempenho dos alunos na realização de tarefas matemáticas, onde é exigido a utilização da calculadora gráfica?
- Que dificuldades é que os alunos sentem na resolução destas tarefas?
- Que normas sociomatemáticas podem ser observadas na utilização da calculadora gráfica?

Assim de seguida apresentam-se as nossas conclusões referentes ao ambiente de sala de aula onde é utilizada a calculadora gráfica, à relação estabelecida com a calculadora gráfica e a relação dos alunos com a Matemática. Relativamente à dinâmica do ambiente de trabalho iremos fazer uma descrição deste contexto educativo e das normas sociais e sociomatemáticas que parecerem mais evidentes e regulares entre os diferentes intervenientes na sala de aula. De seguida, iremos apresentar as conclusões referentes à relação estabelecida com a calculadora gráfica ao longo do tempo que durou a leccionação do capítulo de “Cálculo Diferencial II”. Em particular, interessa descrever as alterações de actuação dos participantes, no estudo, relativamente aos conhecimentos que estes têm da sua calculadora gráfica. Por fim são apresentadas as conclusões retiradas acerca da relação estabelecida com a disciplina de Matemática.

#### **A dinâmica da sala de aula**

A utilização da calculadora gráfica traz uma dinâmica diferente para a sala de aula. Ao longo das aulas observadas, pode-se constatar dois grupos de alunos distintos

relativamente aos hábitos de utilização da calculadora gráfica. Assim, verificou-se que os alunos que já integravam as turmas desta professora ao longo do 10º e 11º anos de escolaridade estavam habituados a utilizar esta tecnologia. Os alunos novos nesta turma revelavam um fraco domínio de muitas funcionalidades da sua calculadora gráfica, utilizando em grande parte apenas como calculadora científica. A professora solicitou aos alunos, apenas uma vez, no início do capítulo de “Cálculo Diferencial II” para trazerem para as aulas a sua respectiva calculadora gráfica. Após este pedido os alunos continuaram a trazê-la sem que tivesse sido necessário lembrá-los. Passou a ser uma ferramenta imprescindível nas aulas de Matemática. Foram raras as situações de aprendizagem em que a professora exigiu dos alunos a resolução de um exercício com recurso obrigatório da calculadora gráfica. Nos restantes exercícios esteve implícito, pelas acções da professora, que os alunos poderiam escolher o método de resolução que achassem mais conveniente. Quando foi necessário o uso da calculadora gráfica, a professora deu a sua sugestão de resolução e incentivou os alunos a procurarem alternativas viáveis. Estimulou o desenvolvimento de uma certa autonomia, quer no uso das potencialidades da calculadora gráfica quer na procura de resoluções alternativas. Contudo, os alunos referiram por diversas vezes que precisavam de mais tempo, para além daquele que a professora permitiu para a pesquisa de resoluções alternativas.

Podemos afirmar que a dinâmica da sala de aula criada pela professora, apesar do factor tempo mencionado, promovia a partilha de aprendizagens entre os alunos e destes com a professora. Como consequência mesmo os alunos que eram novos nesta turma, foram aos poucos desenvolvendo um espírito crítico e ganhando progressivamente mais conhecimentos de novas funcionalidades da sua calculadora gráfica.

Ao longo das aulas foi possível observar a evolução das crenças e atitudes dos vários intervenientes face à Matemática e à calculadora gráfica. Das diferentes interacções da professora em aula, foi possível observar normas sociomatemáticas diversificadas. Contudo, por parte da professora verificou-se uma postura de incentivo à norma sociomatemática da *negociação*. Por vezes propunha a sua resolução e solicitava aos alunos que encontrassem novas formas de obter a solução dos exercícios propostos. No entanto, o tempo que despendia para estas interacções entre os alunos revelou-se demasiado curto. Por outro lado, por parte dos alunos, dado que existia uma resolução considerada como *eficaz* não mostraram interesse em pesquisar novas abordagens fora do contexto da sala de aula. Relativamente ao uso específico da calculadora gráfica, foi

possível observar que o comando *Zoom* foi o mais utilizado pela professora e consequentemente pelos alunos, sempre que se pretendia alterar a janela de visualização de um determinado gráfico. No decurso da realização de alguns exercícios propostos em sala de aula, a professora deixou sempre muito claro quais os passos a seguir pois afirmou que estes representavam os “exercícios tipo” de Exame Nacional. Esta sua atitude fez sobressair uma nova norma, que foi a criação de uma certa mecanização na resolução de alguns exercícios e que teve consequências diversas. Assim, alguns alunos acharam esta atitude muito positiva pois ajudou-os a memorizar procedimentos, outros passaram a escrever ‘programas’ com o armazenamento destes processos de resolução e por fim houve alunos que consideram esta uma forma pouco motivadora para aprender Matemática. A tónica no Exame Nacional foi bastante regular ao longo das aulas assistidas. Nesta medida a professora instituiu quase como uma norma que a resposta dos problemas propostos teriam de ser precedidos de ‘R:’ alegando que teriam que colocar a resposta no Exame Nacional, nesta forma.

Podemos então concluir que apesar dos alunos terem ‘liberdade’ para intervir e negociar com a professora novas formas de “fazer” Matemática, na realidade o que se verificou foi que a professora controlou todos os momentos de desenvolvimento dos processos matemáticos e consequentemente instituiu as normas sociais e sociomatemáticas na sua sala de aula.

### **Relação com a Calculadora Gráfica**

Os alunos entraram em contacto, pela primeira vez, com a calculadora gráfica no 10º ano de escolaridade. Assim, nas aulas observadas para este estudo, a maior parte dos alunos mostrou bastante naturalidade no uso desta tecnologia. Para eles pareceu-nos que trazer a sua calculadora gráfica era tão habitual como trazer o manual escolar. Contudo, a forma de utilização das potencialidades da calculadora gráfica diferiram entre os alunos que tinham estado, em anos anteriores, nas turmas da professora e os que frequentavam a turma pela primeira vez. As novas alunas tinham alguma relutância em utilizar a calculadora gráfica na resolução de exercícios que implicavam uma abordagem gráfica. A maior parte dos alunos referiu que aprender novas funcionalidades da calculadora gráfica era tão importante como aprender novos

conceitos matemáticos. Não acharam, nesta fase, necessário a existência de uma aula para aprender novos comandos, tal como havia sido feito no 10º ano de escolaridade, uma vez que já estavam habituados ao uso desta tecnologia.

A professora, por norma, introduziu uma hipótese de resolver os exercícios recorrendo à calculadora gráfica e incentivou-os a procurarem novas formas de resolução. Contudo os alunos referem que o tempo disponibilizado pela professora não era o suficiente e não mostraram interesse em procurar essas novas abordagens em casa, pois consideram que o método utilizado pela professora deveria ser o mais eficaz. Os alunos reconhecem na professora a autoridade máxima no que se refere à escolha do processo de resolução dos exercícios propostos.

Os alunos que participaram neste estudo apresentaram relações diferentes, entre si, face ao tipo de uso da sua calculadora gráfica. Para além deste facto também se pode observar alterações na utilização desta tecnologia ao longo do período de tempo referente às aulas observadas. A Ana foi uma das alunas novas nesta turma. Revelou na entrevista inicial que não se sentia à-vontade com a utilização da calculadora gráfica pois os seus conhecimentos acerca das potencialidades gráficas eram muito diminutos. Afirmou que a utilizava quase sempre como calculadora científica e que a sua professora do 10º e 11º anos de escolaridades não incentivava o seu uso. Outro factor que a aluna evidencia, foi o facto de existirem marcas diferentes de calculadoras gráficas nas aulas nos anos anteriores, o que dificultou ainda mais a aprendizagem, dado que a calculadora da Ana era diferente da calculadora da professora.

Ao longo da aprendizagem do capítulo de “Cálculo Diferencial II” a aluna teve oportunidade de adquirir conhecimentos acerca de novos comandos essenciais para a resolução de exercícios que envolvam o gráfico das funções. Com o passar do tempo, a aluna conseguiu sentir-se mais à-vontade com estas aprendizagens que se repercutiu numa maior motivação não só na utilização da sua calculadora gráfica como também pela aprendizagem da disciplina de Matemática. Verificou-se, aquando, da realização da tarefa 1, que a aluna considerou que a utilização da calculadora gráfica poderia ajudá-la na realização do exercício, contudo teve receio de ligá-la e começar a realizar a tarefa. Atribui uma maior dificuldade à alínea b) dessa tarefa pelo facto de no enunciado ser exigido o uso da calculadora gráfica. Ao longo das outras duas tarefas foi possível constatar o seu à-vontade com as funcionalidades da calculadora teve uma evolução positiva. O facto de a aluna ter escrito um mini manual de instruções sobre alguns comandos e potencialidades desta tecnologia revela que o seu interesse por perceber as

potencialidades da máquina aumentou. De referir, ainda, que apesar desta evolução positiva e de um maior interesse pela disciplina de Matemática a aluna continuou a revelar grandes dificuldades na interpretação do enunciado das tarefas, o que dificultou a elaboração de estratégias de resolução.

O João é acompanhado pela professora desde o 10º ano de escolaridade onde iniciou a aprendizagem do funcionamento da calculadora gráfica. Recorda que nesse ano lectivo, houve aulas onde se dedicavam em exclusivo à aprendizagem das funcionalidades da calculadora e em particular recorda que apreciou o facto de saber que a calculadora armazenava informação. De entre os modos distintos de utilização da calculadora gráfica, Doerr e Zangor (2000) realçam que esta pode de facto ser usada para recolher e armazenar informação. No início do estudo o aluno considerou que os conhecimentos que possuía da sua calculadora gráfica eram suficientes para a resolução dos exercícios propostos em sala de aula e para encontrar novas formas de resolução diferentes das propostas pela professora. Contudo, nas aulas observadas verificou-se que a participação deste aluno na construção de alternativas gráficas era muita diminuta. Na realização das tarefas propostas, verificou-se algumas alterações na forma de utilização da calculadora gráfica. Mostrou-se sempre satisfeito em recorrer a esta tecnologia mesmo que não fosse solicitado no enunciado do exercício. Assim verificou-se que aquando da realização da tarefa 1 a utilização desta tecnologia foi diminuta, mas foi progressivamente aumento de frequência à medida que as aulas decorreram e as restantes tarefas foram propostas. Um aspecto comum na realização das três tarefas foi o facto deste ter optado por permanecer com a sua calculadora gráfica sempre ligada.

No armazenamento de informação referida, o aluno começou por colocar fórmulas dadas durante as aulas e depois passou a criar ‘programas’ que continham os procedimentos a ter em conta para a realização de determinados exercícios que o aluno considerou como ‘exercícios tipo’, ou seja, exercícios propostos com maior frequência. Podemos concluir que a dependência do aluno, face ao recurso desta tecnologia, para a resolução dos exercícios propostos aumentou. Mesmo quando no enunciado não fosse permitido o uso calculadora gráfica o aluno recorria a esta para identificar o programa constante nela que contivesse os procedimentos a seguir. Desde o início do estudo que se verifica que o aluno tem um gosto particular pela utilização da sua calculadora gráfica, aproveitando não só o seu poder de armazenamento como também o seu potencial gráfico. Segundo Streun, Harskamp e Suhre (2000) quando um aluno dá

preferência pela resolução gráficas, pode ganhar com o uso da calculadora gráfica na resolução de problemas.

A Maria, tal como o João é aluna desta professora desde o 10º ano de escolaridade. Recorda que temeu que se não conseguisse compreender correctamente as funcionalidades da calculadora gráfica a sua aprendizagem da Matemática poderia ficar comprometida. Fez-se acompanhar, desde então, do manual de instruções da calculadora gráfica, que guarda no seu cacifo escolar e traz sempre para as aulas de Matemática. Ao longo destes anos já fez algumas anotações neste manual. Considera importante estar bem informada sobre as funcionalidades da calculadora e admite que os que foi adquirindo são suficientes para a resolução dos exercícios em contexto de sala de aula.

Foi possível observar alterações no comportamento da aluna face ao recurso desta tecnologia. Aquando da aplicação das tarefas 1 e 2 a aluna mostrou ter conhecimentos sólidos e suficientes sobre os comandos da sua calculadora essenciais para a resolução das diversas alíneas propostas. Não revelou especial interesse em explorar novas potencialidades para além das que foram transmitidas pela professora, por as considerar suficientes e eficazes. Na tarefa 3 a aluna pareceu um pouco desiludida relativamente aos exercícios onde é exigido o uso da calculadora gráfica. Afirmou que são muito semelhantes e que o seu método de resolução não difere entre traçar os respectivos gráficos e determinar ora o zero da função ora a intersecção entre as funções apresentadas.

Estamos assim perante três modos distintos de uso da calculadora gráfica. A Ana utiliza esta tecnologia de forma muito limitada, sem intenção de explorar por si novas potencialidades. O João utiliza-a como forma de armazenar fórmulas e dados que considera essenciais para a resolução de todo o tipo de exercícios. Por fim, A Maria utiliza-a de forma mais abrangente, dado que, não só verifica na calculadora gráfica os resultados obtidos através de uma resolução analítica, como também após uma interpretação do enunciado do exercício, utiliza esta potencialidades desta tecnologia para obter o resultado pretendido.

## **Relação com a Matemática**

Foi possível observar, ao longo do presente estudo, algumas alterações dos alunos participantes face ao modo de utilização da calculadora gráfica. Contudo, estas mudanças não ocorreram apenas na relação com esta tecnologia mas também a nível da relação estabelecida com a disciplina de Matemática. Nesta linha de pensamento foi divulgado pelo NCTM (2000) que a introdução de tecnologia não só influencia o currículo de Matemática como pode potenciar a aprendizagem da disciplina. Vamos de seguida apresentar as conclusões referentes ao processo de ensino-aprendizagem ocorrido com os três alunos envolvidos neste estudo.

A leccionação dos conteúdos programáticos do capítulo sobre as funções exponencial e logarítmica propicia a utilização da calculadora gráfica em várias vertentes, desde a simples utilização enquanto calculadora científica até às potencialidades gráficas na resolução de problemas.

Em particular, a aluna Ana foi talvez aquela que demonstrou alterações mais evidentes e benéficas em relação ao seu processo de ensino-aprendizagem da Matemática. No início do estudo, revelou grandes dificuldades relativamente aos exercícios propostos em sala de aula e na resolução da tarefa 1. Estas dificuldades prenderam-se não só com a falta de conhecimentos por parte da aluna acerca das funcionalidades da sua calculadora gráfica como também nos conceitos matemáticos essenciais para a resolução dos exercícios.

Quesada e Maxwell (1994) afirmaram que a utilização da calculadora gráfica pode ajudar a melhorar os conhecimentos, por parte dos alunos. De facto, foi possível observar alterações na atitude da aluna, ao longo do estudo, em relação à sua aprendizagem de Matemática e em particular face à utilização da sua calculadora gráfica. As normas do NCTM (2000) também reflectem que a “tecnologia é essencial no ensino e aprendizagem da Matemática, influencia a Matemática que é ensinada e melhora a aprendizagem dos alunos” (p. 11). A Ana revelou aos poucos um maior interesse e motivação para conhecer novos comandos da sua calculadora gráfica e na aprendizagem da Matemática. Nas últimas aulas observadas foi realizado um teste de avaliação no qual a aluna obteve a sua primeira classificação positiva relativamente ao 12º ano de escolaridade. Uma das razões para esta melhoria dos seus resultados poderá estar interligada com o progresso verificado face à utilização da calculadora gráfica.

Steen (1988) refere que esta tecnologia permite que mesmo que o aluno cometa erros algébricos este poderá confirmar os resultados graficamente e corrigi-los. Neste sentido, NCTM (2000) afirma mesmo que a “tecnologia pode ajudar os alunos a aprender matemática” (p.27). Ficou evidente, que a postura da aluna face a esta tecnologia e em consequência face à Matemática sofreu alterações positivas. Contudo, não podemos deixar de referir que para estas alterações outros aspectos tiveram o seu contributo. Assim, o facto da aluna se sentir mais integrada na turma, bem como as intervenções de motivação e reforço positivo, dado pela professora, face a esta aluna, tiveram também o seu peso para esta melhoria na sua aprendizagem.

Relativamente ao aluno João, também podemos fazer algumas considerações sobre a relação deste com a Matemática ao longo deste estudo. Este aluno, foi escolhido por ser um aluno mediano a Matemática e por afirmar ter alguns conhecimentos sólidos do funcionamento da sua calculadora gráfica. Aquando da primeira entrevista, ele afirmou que tinha por hábito, graças ao seu gosto em descobrir novas potencialidades da calculadora gráfica, dar uma resolução alternativa à da professora. De facto foi possível observar numa aula a tentativa do aluno mostrar um novo processo de resolução de exercício proposto pela professora. Por vezes, as suas propostas não foram aceites pelos restantes alunos, pois estes identificaram alguns erros na sua resolução. Estas abordagens vêm reforçar as propostas constantes nas normas do NCTM (2000) quando consideram que a “tecnologia constitui ainda um contexto para as discussões entre os alunos e o professor acerca dos objectos visualizados no ecrã e dos efeitos das diversas transformações dinâmicas que a tecnologia permite” (p. 27)

Por fim, a aluna Maria também mostrou uma mudança na relação com a Matemática. Contudo, podemos considerar que esta mudança pode ter um efeito não esperado, uma vez que a aluna no final do capítulo em estudo se mostrou menos motivada para a resolução de determinados exercícios, em particular para aqueles que exigiam o uso da calculadora gráfica. Encarou alguns exercícios, como se de uma simples mecanização e rotina de procedimentos se tratasse na calculadora gráfica com os quais se consegue a resolução pretendida do exercício proposto. A aluna revelou interesse na aprendizagem de novos comandos e conceitos matemáticos. Foi uma aluna organizada e metódica ao longo do seu estudo. Contudo, parece que não se sentiu devidamente motivada e incentivada para as novas aprendizagens dinamizadas pela professora. De acordo com as normas do NCTM (2000) a “utilização eficaz da tecnologia, durante as aulas de Matemática, depende do professor (...) Como qualquer

ferramenta de ensino, pode ser usada de forma adequada ou ineficaz. Os professores deverão usar a tecnologia para melhorar as oportunidades de aprendizagem dos alunos” (p.27) Assim, pensamos que a aluna não se sentiu motivada para descobrir novas formas de resolução de problemas e que o papel da professora aqui teve influência na medida em que é esta que determina o tipo de exercícios a serem realizados na sala de aula, sendo estes resolvidos com recurso a procedimentos semelhantes no uso da calculadora gráfica.

Em resumo, podemos concluir que também, em relação com a Matemática se verificou alterações por parte dos alunos participantes no estudo. A Ana melhorou os seus resultados na disciplina devido a vários factores. Podemos considerar que a melhoria dos seus conhecimentos em relação às potencialidades da sua calculadora gráfica e uma melhor integração da aluna na turma estiveram na base destas mudanças. O João, no início do estudo, apresentava-se como um aluno empenhado em aliar os seus conhecimentos matemáticos aos das funcionalidades da calculadora gráfica para resolver os exercícios propostos e se possível dar sugestões alternativas à resolução proposta pela professora. No final do capítulo em estudo, observou-se que o aluno passou a encarar a Matemática como um série de procedimentos que inseriu na calculadora gráfica. Para além disso deixou de considerar importante encontrar alternativas válidas à resolução proposta pela professora. Por fim, a Maria manteve as boas classificações desde o início ao fim do estudo do capítulo “Cálculo Diferencial II”. Apesar deste facto, a aluna revelou menor entusiasmo e motivação na realização de alguns exercícios que obrigavam ao uso da calculadora gráfica, por considerá-los demasiado idênticos.

### **Observações Finais**

Como conclusões finais podemos concordar com vários autores quando afirmam que num ambiente onde seja permitida a existência de uma tecnologia, esta poderá ser considerada como promotora de diálogo e negociação de opiniões. Concede aos alunos uma nova forma de verificação de resultados pelo que a calculadora gráfica partilha uma forma de autoridade com a professora dentro da sala de aula. Contudo, a forma como esta tecnologia é utilizada depende do professor, das suas crenças e atitudes que transmite de forma implícita ou explícita aos seus alunos. Pareceu-nos pois que quando

os alunos se sentam devidamente incentivados, podem desenvolver um raciocínio matemático reflexivo e crítico. Nesta linha de pensamento, Rocha (2000) concluiu no seu trabalho que “a perspectiva que o aluno tem da Matemática e da sua aprendizagem é um aspecto influente na perspectiva que este vai assumir face à tecnologia” (p.204). Para o professor fica a tarefa de encontrar o ponto de equilíbrio face aos alunos que tem na sua sala. Terá de ter em atenção que os alunos com mais dificuldades podem ser devidamente motivados para o uso da calculadora gráfica e posteriormente para a Matemática se lhes forem propostos exercícios de acordo com as suas competências. Mas cabe ao professor, também não esquecer os melhores alunos e promover nestes a continuação de espírito de procura de novos processos de resolução através das potencialidades da calculadora gráfica.

Nesta medida, foi possível observar diferentes usos dados à calculadora gráfica. A aluna Maria foi a única que conseguiu integrar em pleno os conhecimentos adquiridos da disciplina de Matemática com os das potencialidades da calculadora gráfica. Os outros dois alunos, fazem uma utilização diferente desta tecnologia. Nas tarefas propostas, não conseguiram conciliar totalmente os seus conhecimentos matemáticos com os da calculadora gráfica. Assim, podemos considerar que apenas a aluna Maria teve um uso de qualidade da calculadora gráfica.

### Limitações do estudo

Detectaram-se algumas limitações neste estudo, dado que com base nos resultados obtidos e a natureza desta investigação não é possível fazer qualquer tipo de generalização. Por outro lado as tarefas propostas basearam-se apenas em exercícios de Exames Nacionais, o que limitou o leque de opções. Em contexto de sala de aula foram realizados exercícios que envolveram uma interpretação mais aprofundada do seu enunciado. Assim, a gravação áudio das aulas assistidas permitiu a descrição da dinâmica da sala de aula, mas, dado o reduzido tamanho do ecrã da calculadora gráfica não foi permitiu descrever com exactidão as diferentes etapas da resolução dos exercícios que exigiam o uso desta tecnologia. Nesta medida consideramos pertinente algumas sugestões para investigação futura.

### Investigação futura

Seria interessante realizar um estudo em que, se possível, estivessem algumas calculadoras gráficas ligadas a um computador central para se observar os diferentes comandos utilizados pelos alunos na resolução de exercícios.

Por outro lado, neste estudo foi possível observar a importância do professor enquanto mediador do tipo de utilização da calculadora gráfica feita em contexto de sala de aula. Assim consideramos que um estudo desta natureza centrado no professor ajudará a compreender melhor as crenças deste face a esta tecnologia e as repercussões que traz para a co-construção das normas sociomatemáticas na sala de aula.

As observações de aulas realizadas restringiram-se apenas a um capítulo do programa do 12º ano de escolaridade. Porém consideramos que seria enriquecedor realizar uma pesquisa sobre o tipo de utilização feita ao longo de um ano lectivo, para abranger os três capítulos leccionados e desta forma conseguir obter uma visão mais alargada da forma como é utilizada a calculadora gráfica neste ano de escolaridade. Tendo em conta este aspecto mais geral, seria de todo o interesse levar cabo um estudo onde fosse possível observar aulas do 10º, 11º e 12º anos de escolaridade e observar as diferentes atitudes quer dos alunos quer do professor face à Matemática e à utilização da calculadora gráfica.

## BIBLIOGRAFIA

- APM (1990). O currículo de matemática e as novas tecnologias. Em *Renovação do Currículo de Matemática* (3.<sup>a</sup> ed). Lisboa.
- Bauersfeld, H. (1988). Interaction, construction and knowledge: Alternative perspectives for mathematics education. In D. Grouws, T. Cooney e D. Jones (Eds.), *Perspectives on research on effective mathematics teaching* (pp. 27-46). Reston: NCTM e Lawrence Erlbaum.
- Bauersfeld, H. (1994). Theoretical perspectives on interaction in the mathematics classroom. In R. Biehler, R. Scholz, R. Sträßer e B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of Mathematics as a scientific discipline* (pp. 133-146). Dordrecht: Kluwer Academic Pub.
- Barret, Gloria & Goebel, John (1990), The impact of graphing calculators on the teaching and learning of mathematics. Em Thomas Cooney (Ed.), *Teaching and Learning Mathematics in de 1990s*, pp. 205-213. Reston, Va.:NCTM.
- Bedoya, Moreno (2002): *Formación Inicial de Profesores de Matemáticas: Enseñanza de Funciones, Sistemas de Representación y Calculadoras Gráficas*. Tese de doutoramento.
- Berry, John e Francis, Bob(2000). Discovering advanced mathematics with calculator activities. Em P. Gómez e B. Waits, *Roles os calculators in the classroom*, pp.15-20. Disponível em <http://ued.uniandes.edu.co/seervidor/em/recinf/tg/18/base/abstract-1.html>.
- Bicudo, M. A. V. *Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa Segundo a Abordagem Fenomenológica*. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- Bigode, A. J. L (2003). *Calculadora não só como recurso de cálculo: Novas tecnologias – Novos problemas – Novos conteúdos*. Encontro de Educação Matemática. Belo Horizonte, MG.
- Bitter, Gary G e Hatfield, Mary M., (1992) “Communicating Mathematics.” *Mathematics Teacher*. 84): pp. 615-622.
- Bogdan, R.C.; Biklen,(1994) S. K. *Investigação Qualitativa em Educação Matemática: uma introdução à teoria e aos métodos*. Lisboa: Porto Editora,
- Borba, M. C. (2001)*Coletivos Seres-humanos-com-mídias e a Produção de Matemática*. In: I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática, Curitiba.
- Borba, M, C. (1994). *Students’ understanding of transformations of functions using multi-representation software*. Tese de doutoramento, Cornell University, 1993. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Borba, M. C. & Confrey, J. (1996). A student’s construction of transformations of functions in a multiple representational environment. *Educational Studies in Mathematics*, pp. 319-337.
- Borba, M. C. (1999). *Calculadora Gráfica e Educação Matemática*. 1<sup>a</sup> Edição. Rio de Janeiro. Art. Bureau.
- Borba, M.C. Pentead, M.G. (2003). *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte. Autêntica.
- Buitrago, Ortiz. (2004) Inclusion of the Graphic Calculator in the Teaching of Mathematics: A discussion for the transformation of its practice. *SAPIENS*, Dec., 7 (2), p.139-157.

- Canavarro, Ana (1994). Computador na Educação Matemática: instrumento para entusiasmar, para facilitar ou para possibilitar? Em A. Vieira, E. Veloso & L. Vicente (Eds.) *Actas do Profmat94*, pp. 73-81. Lisboa: APM
- Caraça, B. J. (1958). *Conceitos fundamentais da matemática*. 3ª. Ed. Lisboa. Tipografia Matemática Ltda.
- Cardoso, M. Teresa (1995). *O papel da calculadora gráfica na aprendizagem de conceitos de análise matemática: estudo de uma turma do 11º ano com dificuldades*. Tese de mestrado. Lisboa: APM
- Cláudio, D. M.; Cunha, M. L. (2001). *As novas tecnologias na formação de professores de matemática*. In. CURY, H. N. *Formação de professores de matemática: uma visão multifacetada*. Porto Alegre, EdUPucrs.
- Cobb e Outros, (1992) *Characteristics of Classroom Mathematics Traditions: An Interactional Analysis*. American Educational Research pp.573-604
- Cobb, Paul (1993) *Where Is the Mind? Constructivist and Sociocultural Perspectives on Mathematical Development Cobb EDUCATIONAL RESEARCHER*. ; (23): pp.13-20.
- Cobb, Paul. (2000). From representations to symbolizing: Introductory comments on semiotics and mathematical learning. In P. Cobb, E. Yackel e K. McClain (Eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classroom* (pp. 17-36). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Pub.
- Cobb, P. (1994). Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development. *Educational Researcher*, 23(7), 13–20.
- Cockcroft W H (1982) *Mathematics Counts: A Report of the Committee of Inquiry into the teaching of Mathematics in Schools* London:HMSO
- Domingos, A. Manuel (1994) *A aprendizagem de funções num ambiente computacional com recurso a diferentes representações*. Tese de mestrado. Lisboa: APM
- De Corte, E. (1990). *"Toward powerful learning environments for the acquisition of problem skills"*. In: *European Journal of Psychology of Education* . v. 5, n. 1, p. 5-19.
- Dick, Thomas (1992). Super calculators: implications for calculus curriculum, instructions and assessment. Em J. Fey & C. Hirsch (Eds.), *Calculators in Mathematics Education*, pp. 145-157. Reston, Va.:NCTM
- Confrey, J. (1991). The concept of exponential functions: A student's perspective. Em Les Steffe (ed.), *Epistemological Foundations of Mathematical Experience*. New York: Springer-Verlag, pp. 124-159.
- Confrey, J. & Smith, E. (1994). Exponential functions, rates of change, and the multiplicative unit. *Educational Studies in Mathematics*, pp. 135-164.
- Demana, F. & Waits, B. K. (1992). A computer for all students. *The Mathematics Teacher*, pp. 94-95.
- Doerr, H. M., & Zangor, R. (2000), Creating Meaning for and with the Graphing Calculator, *Educational Studies in Mathematics*, 41(2), 143-163.
- Dunham, Penelope & Dick, Thomas (1994). Research on graphing calculators. *Mathematics and Science Teaching*, 14 (3), pp. 325-357.
- Ensor, P. (2001) academic programme planning in South African higher education: three institutional case studies. Em Breier, M.. (Ed) *curriculum restructuring in higher education in Post-apartheid South Africa*. Centre for Science Development, Pretoria: Human Sciences Research Council.

- Fey, J. T. (1991). Tecnologia e educação matemática – uma revisão de desenvolvimentos recentes e problemas importantes. *Cadernos de Educação Matemática*, pp. 45-79.
- Gather Thurler, M. (1992). *Les dynamiques de changement internes aux systèmes éducatifs : comment les praticiens réfléchissent à leurs pratiques*. Genève : Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Éducation.
- GAVE (2004). Matemática – questões de exame do 12º ano 1997- 2004, Ministério da Educação, Lisboa.
- Gómez, Pedro (1996). Graphing calculators and mathematics education in developing countries. Em P. Gomez & B. Waits (Eds.), *Roles of Calculators in the Classroom*, pp. 59-70 [On-Line]. Disponível em <http://ued.uniandes.edu.co/servidor/em/recif/tg18/Base/Abstracts-1.html>.
- Guba, E. e Lincoln, Y., (1985). *Naturalistic inquiry*. New York: Sage.
- Herbel-Eisenmann, B. A. (2000). *How discourse structures norms: A tale of two middle school mathematics classrooms*. Michigan State University, East Lansing, MI.
- Herbel-Eisenmann, B. A. (2002). Using student contributions and multiple representations to develop mathematical language. *Mathematics Teaching in the Middle School*. 8(2): 100–105.
- Herbel-Eisenmann, B. (2003). Examining “norms” in mathematics education literature: refining the lens. Em *NCTM 2003: Beliefs, values, & norms symposium*. Disponível: <http://www.msu.edu/~jansenam/NCTM2003.html>.
- Hilton, P. (2000). *Necesidad de una reforma*. En Bishop (Coord.), *Matemáticas y Educación*. Barcelona: Graó.
- Junqueira, M. (1995) *A aprendizagem da Geometria em ambientes computacionais dinâmicos*, Junqueira. Tese de Mestrado. Lisboa:APM
- Kazemi, E. e Stipek, D. (2002). Motivating students by teaching for understanding. In J. Sowder e B. Shappelle (Eds.) *Lessons learned from research*. Reston, VA: NCTM.
- Kissane, B. (2000). Technology and the curriculum: the case of the graphics calculator. In M.O.J. Thomas (Ed.) *Proceedings of TIME 2000: An international Conference on Technology in Mathematics Education*. (pp. 60 – 71). Auckland, New Zealand: University of Auckland.
- Kutzler, B. (2000). The Algebraic Calculator as a Pedagogical Tool for Teaching Mathematics. *International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 7(1), 5-23.
- Kutzler, B. (2002). *Two-tier exams as a way to let technology in*. Disponível em [http://www.ketzler.com/article/art\\_exam/exams.htm](http://www.ketzler.com/article/art_exam/exams.htm)
- Kutzler, B. (2003). CAS as Pedagogical Tools for Teaching and Learning Mathematics. En J. Fey, A. Cuoco, C. Kieran, L. McMullin y R.M. Zbiek (Eds.), *Computer Algebra Systems in Secondary School Mathematics Education*. Reston, VA, USA: NCTM.
- Laudares, J. B. (2003). *O estudo de Matemática em ambiente informatizado – o software como recurso didático*. Encontro Mineiro de educação Matemática. Belo horizonte, MG.
- Lauten, A. D.; Graham, K. & Ferrini-Mundy, J. (1994). Student understanding of basic calculus concepts: interaction with the graphics calculator. *Journal of Mathematical Behavior*, pp. 225-237.

- Layton, K. (1988). Perspective from High school. In Lynn A. Steen (ed), *Calculus for a New Century*. MAA Notes, vol8, Washington D.C.: Mathematical Association of America.
- LeCompte, Margaret D. (1982). Problems of reliability and validity in ethnographic research. *Review of Educational Research* 52, no. 1 (Spring): 31-60.
- Loureiro, C., e Veloso, G. (1989). *Calculadoras na educação matemática: actividades*. Lisboa: APM.
- Machado, N.J.(1995). *Epistemologia e Didática*. 2ª Edição. São Paulo. Cortez.
- Matos, J. F., Carreira, S. Santos, M., Amorim, I. (1994). *Ferramentas computacionais na modelação matemática*. Lisboa FCUL
- Markovitz, Z.; Eylon, B. & Bruckheimer, M. (1986). Functions today and yesterday. *For the Learning of Mathematics*, pp. 18-24.
- McClain, K., & Cobb, P. (1997). *An analysis of the teacher's role in guiding the evolution of sociomathematical norms*. Paper presented at the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Lahti, Finland.
- McClain, K., Cobb, P., & Gravemeijer, L. (1999). Supporting students' ways of reasoning about data. In M. J. Burke e F. R. Curcio (Eds.), *Learning mathematics for a new century* (pp. 174-187). Reston, VA: NCTM.
- McClain, K., & Cobb, P. (2001). An analysis of development of sociomathematical norms in one first-grade classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(3), 236-266.
- Merriam, S. B. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Ministério da Educação (1991). *Organização curricular e programas: Ensino secundário*. Lisboa: Imprensa Nacional-Casa da Moeda.
- Mohammad, I. (1999). *A Study of the Technology Competencies of Preservice Secondary Mathematics Teachers* (Tesis Doctoral, University of Illinois at Urbana-Champaign). Illinois,USA: University Microfilms International.
- NCTM (1980). *An agenda for action: recommendations for school mathematics of the 1980s*. Reston, Va.: NCTM.
- NCTM. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards*. Reston, VA: The Council.
- NCTM (1998). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va.: NCTM.
- National Research Council (1989) *Everybody counts*. Washington: National Academy Press. Pólya, G. (1973).
- Nisbet, Steven (1994). Students' attitudes to graphical calculators. Em T. Andrews & B. Kissane (Eds.), *Graphics calculators in the classroom*, pp. 31-38. Adelaide: AAMT
- Ortiz, J. (2000). *Modelización y calculadora gráfica en la formación inicial de profesores de matemáticas*. Granada: Universidad de Granada.
- Ortiz, J. (2002). *Modelización y Calculadora Gráfica en la Enseñanza del Álgebra*. Estudio Evaluativo de un Programa de Formación. Granada, España: Universidad de Granada.
- Pang, J. (2000). *Implementing student-centered instruction in Korean and the US elementary mathematics classrooms*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA.
- Pang, J. (2001). *Challenges of reform: Utility of sociomathematical norms*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Seattle, WA.

- Patton, M.Q. (1980), *Qualitative Evaluation Methods*, Sage Publications Ltd, Beverly Hills, California.
- Patton, M.Q. (1990). *Qualitative Evaluation and Research Methods* (2nd ed.). CA: Sage.
- Perl, H. (1992). *The graphic calculator as an integral part of high school mathematics*. Anais do Working Group 17 (Technology in the Science of the Mathematics Curriculum) at ICME-7 (7<sup>th</sup> International Congress on Mathematics Education), Quebec, pp. 185-190.
- Ponte, João (1990). *Novas tecnologias da informação – uma oportunidade de renovação educativa?* Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, 3(1), 3-18.
- Ponte, J. P. (1995). Novas tecnologias na aula de Matemática. *Educação e Matemática* 34, 2-7. Lisboa: APM
- Ponte, J. (1998). Da formação ao desenvolvimento profissional. In APM (Ed.), *Actas do ProfMat 98* (pp. 27-44). Lisboa: APM. [[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos\\_pt.htm](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm)]
- Ponte, João e Canavarro, Ana (1993). Graphic calculators in the classroom: students' viewpoints. Em *Proceedings PME 17*, Japão, vol. 2, pp. 33-40.
- Projecto GEM (1994). *Calculadoras gráficas no ensino da Matemática: relatório final*. Centro de Formação da Associação de professores de Matemática, APM (documento não publicado).
- Rocha, Helena (1998). Calculadoras gráficas e avaliação. *Educação e Matemática*, 49, pp. 3-5.
- Rocha, Helena (2000). *A utilização da calculadora gráfica por alunos do ensino secundário*. Tese de mestrado. Lisboa: APM.
- Rodrigues, M. M. (1997) *A aprendizagem da Matemática enquanto processo de construção de significado mediada pela utilização do computador*, Lisboa: APM.
- Ruthven, K. (1990). *Personal technology in the classroom – The NCET graphic calculators in the mathematics project*. University of Cambridge Department of Education, Cambridge.
- Ruthven, K. (1992). *Graphic calculators in advanced mathematics*. NCET
- Scheffer, N. F.(2002). *Corpo-Tecnologias-Matemática: uma integração possível no Ensino Fundamental*. Erechim, RS. EdiFAPES.
- Scheffer, N. F.; Pedroso, C. A.; Nava, A. L.; Aimi, S.; Dallazen, A. B. (1996). *A calculadora gráfica como atribuição de significados matemáticos*. (no prelo)
- SOUZA, T. A. *Calculadora Gráfica: uma proposta didático-pedagógica para o tema funções*. Rio Claro, SP:UNESP.
- Short, E. (1985). The Concept of Competence: Its Use and Misuse in Education. *Journal of Teacher Education*, 36(2), 2-6.
- Sílvia, A. V. (1994). *A calculadora no percurso de formação de professoras de Matemática*. Tese de mestrado, Universidade de Lisboa, Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Simmt, E. (1997). Graphing calculators in high school. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 16, 269-289.
- Steen, Lynn A., "Out from Underachievement," *Issues in Science and Technology*, Fall 1988, 88-93

- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1990). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(4), 268-275.
- Stein, M. K. (2001). Mathematical argumentation: Putting umph into classroom discussions. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 7(2), 110-112.
- Super, D. (1992). Implementing Calculators in a District Mathematics Program: Three Vignettes. En J. Fey y C. Hirsch (Eds.), *Calculators in Mathematics Education* (1992 Yearbook). Reston, VA: NCTM.
- Thomasson, S. J. (1993). The effects of the graphing calculator on the achievement and attitude of college students enrolled in elementary algebra. Universidade de Tennessee. Dissertação de mestrado
- Torres , Tomé; COUTINHO, Clara P. & FERNANDES, José A. (2006). Aplicações e Modelação Matemática com recurso à calculadora gráfica e sensores. *Union - Revista IberoAmericana de Educación Matemática*, nº 15 pp. 9-31. Disponível em [http://www.fisem.org/descargas/15/Union\\_015\\_005.pdf](http://www.fisem.org/descargas/15/Union_015_005.pdf)
- Voigt, J. (1985). Patterns and routines in classroom interaction. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 6 (1), 69-118.
- Voigt, J. (1992). Negotiation of mathematical meaning and learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 275-298.
- Voigt, J. (1995). Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms. In P. Cobb e H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 163-201). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Pub.
- Voigt, J. (1996). Negotiation of mathematical meaning in classroom processes: Social interaction and learning mathematics. In L. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. Goldin e B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 21-50). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Ass. Pub.
- Waits, Bert & Demana, Franklin (1998). Calculators in the classroom: a look to the future. Em P. Gomez & B. Waits (Eds.), *Roles of Calculators in the Classroom*, pp. 187-194 [On-line]. Disponível em <http://ued.uniandes.edu.co/servidor/em/recinf/tg18/Base/Abstracts-1.html>.
- Waits, B.K., & Demana, F. *Calculators in mathematics teaching and learning: Past, present and future 2000*. Em Burke, M. J. (Ed) *Learning mathematics for a new century*, pp 51-66. Reston, VA: NCTM
- Wood, T. (1994). Patterns of interaction and the culture of mathematics classrooms. In S. Lerman (Ed.), *Culture perspectives on the mathematics classroom* (pp. 149-168). Dordrecht, NL: Kluwer Academic Pub.
- Wood, T. (1995). An emerging practice of teaching. In P. Cobb e H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 203-227). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Pub.
- Wood, T. (1998). Alternative patterns of communication in mathematics classes: Funneling or focusing. In H. Steinbring, M. Bussi e A. Sierpinska (Eds.), *Language and communication in the mathematics classroom* (pp. 167-178). Reston: NCTM.
- Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, v 27 n(4), 458-477.
- Yin, Robert (1989). *Case study: Design and methods*. Newbury Park, California: Sage

## Anexo 1

Inquérito aos alunos

## INQUÉRITO

Nome: \_\_\_\_\_ nº \_\_\_\_\_

### RELAÇÃO COM A TURMA

1. Existem diferenças entre a turma deste ano e a dos anteriores (10º e a11º)?

### RELAÇÃO COM A MATEMÁTICA

2. Qual a importância que a Matemática tem para si?
3. Quais os factores que influenciam o teu desempenho, em Matemática?

### RELAÇÃO COM A CALCULADORA GRÁFICA

4. Para o estudo da Matemática é importante o uso da calculadora gráfica? Se sim, em que medida?
5. Em que situações utilizas a calculadora gráfica?

## Anexo 2

Entrevista à Professora

## **Guião da entrevista à professora**

1. Como se descreve enquanto professor? Quais as características que marcam as suas aulas?
2. O que pensa da utilização da calculadora gráfica nas aulas de Matemática?
3. Como é que caracteriza a utilização feita pelos alunos da calculadora gráfica?
4. Como encara a utilização da calculadora gráfica em testes e avaliação e no Exame Nacional?
5. Já frequentou alguma acção de formação sobre calculadoras gráficas? Considera que tem bons conhecimentos desta tecnologia?
6. Conhece a maior parte destes alunos desde o 10º ano de escolaridade. Como os caracteriza.

## Anexo 3

### Tarefa 1

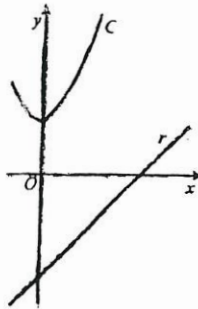
Escola Secundária

Nome: \_\_\_\_\_ Nº: \_\_\_\_\_

Na figura estão representados, em referencial o.n.  $xOy$ :

uma curva  $C$ , gráfico da função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = (2x)^2 + 1$ .

uma recta  $r$ , gráfico da função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = x - 2$ .



Utilize métodos exclusivamente analíticos para resolver a seguinte alínea.

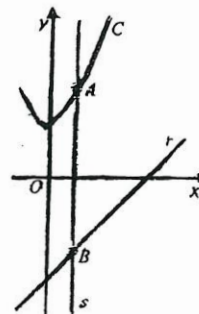
a) Determine uma equação da recta paralela à recta  $r$  e tangente à curva  $C$ .

b) Considere agora que se acrescentou à figura anterior uma recta  $s$ , paralela ao eixo  $Oy$ .

Sejam  $A$  e  $B$  os pontos de intersecção da recta  $s$  com a curva  $C$  e com a recta  $r$ , respectivamente.

Imagine que a recta  $s$  se desloca, mantendo-se sempre paralela ao eixo  $Oy$ . Os pontos  $A$  e  $B$  acompanham, naturalmente, o deslocamento da recta  $s$ .

Seja  $x$  a abcissa do ponto  $A$ .



Recorrendo à calculadora, determine  $x \in [0,3]$  tal que  $\overline{AB} = 5$ . Apresenta o resultado aproximado às décimas. Explique como procedeu (na sua explicação deve incluir o gráfico, ou gráficos, que considerou para resolver esta questão).

## Anexo 4

### Tarefa 2

Escola Secundária

Nome: \_\_\_\_\_

Nº: \_\_\_\_\_

Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , definida por  $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$

a) Sem recorrer à calculadora, resolva as duas alíneas seguintes:

a1) Determine a equação reduzida da recta tangente ao gráfico de  $f$  no ponto de abcissa 1.

a2) Estude a função  $f$  quanto à existência de assíntotas do seu gráfico, paralelas aos eixos coordenados.

b) O conjunto solução da inequação  $f(x) \leq 3 + \ln x$  é um intervalo fechado  $[a, b]$  ( $\ln$  designa logaritmo de base  $e$ ).

Recorrendo à sua calculadora, determine, **graficamente**, valores para  $a$  e  $b$ , arredondados às centésimas.

**Nota:** apresente, na sua resposta, os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente, o **gráfico** ou **gráficos** obtido(s), bem como coordenadas relevantes de alguns pontos.

## Anexo 5

### Tarefa 3

Uma pastilha elástica é tanto mais saborosa quanto maior for a quantidade de aromatizante nela presente.

Admita que a quantidade de aromatizante presente numa pastilha elástica da marca *MastiBom*,  $t$  minutos após ter sido colocada na boca, é dada, em certa unidade de medida, por

$$A(t) = 5 e^{-0.1t}, \quad t \in [0, +\infty[$$

- a) Utilizando métodos analíticos e recorrendo à calculadora para efectuar cálculos numéricos, determine ao fim de quanto tempo, após ter sido colocada na boca, a quantidade de aromatizante presente numa pastilha *MastiBom* se reduz a metade. Apresente o resultado em minutos, arredondado às unidades.

- b) Suponha que é o responsável pelo laboratório da empresa produtora das pastilhas *MastiBom*.

Admita que a concorrência acabou de lançar no mercado três tipos de pastilhas e que a gerência da sua empresa o encarregou de analisar essas pastilhas, para ver se algumas delas poderiam colocar em risco a posição de líder de mercado das pastilhas *MastiBom*.

Da análise que efectuou, concluiu que a quantidade de aromatizante presente em cada uma delas,  $t$  minutos após ter sido colocada na boca, é dada por:

Pastilha X:  $B_1(t) = 4 e^{-0.15t}, \quad t \in [0, +\infty[$

Pastilha Y:  $B_2(t) = 7 e^{-0.2t}, \quad t \in [0, +\infty[$

Pastilha Z:  $B_3(t) = 6 e^{-0.1t}, \quad t \in [0, +\infty[$

Recorrendo à sua calculadora, compare, no intervalo  $[0, 15]$ , cada uma destas três funções com a função  $A$ , definida acima (admita que, ao fim de quinze minutos, a quantidade de aromatizante presente em cada uma das pastilhas já não lhes dá sabor).

Elabore um relatório, com cerca de dez linhas, que possa ser apresentado à gerência da sua empresa, em que mencione, para cada uma das pastilhas concorrentes, durante quanto tempo é que, nos primeiros quinze minutos, ela é mais saborosa do que a *MastiBom* (Sempre? Nunca? A partir de um certo instante? Qual? Até um determinado instante? Qual?).

Apresente, na sua resposta, os elementos recolhidos na utilização da calculadora: gráficos e coordenadas de alguns pontos (coordenadas arredondadas às décimas).